

引用格式: ZHU Liwei, YANG Lei, CHEN Jie, et al. Automatic Design Method for the Off-axis Four-mirror Initial Arrangement Using Seidel Aberration Theory[J]. Acta Photonica Sinica, 2024, 53(1):0122003

朱历伟, 杨磊, 陈洁, 等. 基于 Seidel 像差理论的离轴四反初始结构自动化设计方法研究[J]. 光子学报, 2024, 53(1):0122003

# 基于 Seidel 像差理论的离轴四反初始结构自动化设计方法研究

朱历伟<sup>1</sup>, 杨磊<sup>1</sup>, 陈洁<sup>1</sup>, 张文平<sup>2,3</sup>, 郭世亮<sup>1,2</sup>, 谢洪波<sup>1</sup>

(1 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 光电信息技术教育部重点实验室, 天津 300072)

(2 天津大学-赛思倍斯空天光电系统工程联合实验室, 天津 300072)

(3 赛思倍斯(绍兴)智能科技有限公司, 绍兴 311899)

**摘要:** 离轴反射系统设计的关键环节是确定适用初始结构并进行优化, 一般从同轴结构或者专利库中寻找相似的结构开始优化, 这往往需要耗费大量的时间。以 Seidel 像差理论为依据, 研究了一种获取离轴四反系统初始结构的设计方法。在设计之初引入视场偏置, 通过追迹近轴光线给出五种单色像差的初级 Seidel 像差表示。以 Seidel 像差绝对值最小化作为目标函数, 同时加入对光学和系统结构上的限制条件构建含有约束条件的单目标非线性优化模型, 并通过粒子群优化算法进行求解。在此基础上, 通过 MATLAB 调用 CODE V API 接口, 判断此视场偏置情况下是否满足无遮拦的条件, 并从中挑选出满足条件的初始结构。设计了一款焦距为 1 200 mm, 视场  $1.2^\circ \times 20^\circ$ ,  $F$  数为 6 的离轴四反光学系统, 系统结构布局紧凑, 成像质量良好, 各项指标均满足设计要求。

**关键词:** 光学设计; 离轴四反结构; Seidel 像差; 粒子群优化; 望远镜

中图分类号: TH743

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20245301.0122003

## 0 引言

反射式望远系统相比于折射式望远系统具有无色差、布局灵活、口径大等优势, 在空间探测、遥感等领域有广泛的应用<sup>[1-4]</sup>。反射式望远系统又可以分为同轴反射式和离轴反射式两种类型。同轴反射式结构可以实现长焦距, 但是由于遮拦的原因无法实现宽视场导致光能的利用效率降低。离轴反射式结构可以同时兼顾长焦距、宽视场和高成像质量的特性, 适用的应用场景更多<sup>[5]</sup>。

离轴反射式望远结构通常以包含的镜片数量来定义, 例如离轴三反、离轴四反结构等。当前, 最典型的应用形式是离轴三反结构, 但其存在优化自由度相对较少的问题, 很多场合达不到应用需求<sup>[6]</sup>。相较于离轴三反结构, 离轴四反结构增加了设计自由度, 对像差平衡和矫正能力更好, 更容易实现小摄远比。随着光学加工和装调技术的不断发展, 离轴四反结构的应用成为未来的发展趋势之一<sup>[7-8]</sup>。

离轴反射式结构一般需要在光学设计软件中建模和优化。目前光学设计软件的优化往往需要一个三阶像差矫正良好的光学系统作为初始结构<sup>[9-12]</sup>。由于软件的局部优化采用的是阻尼最小二乘法, 设计结果往往会陷入局部最优解而无法跳脱出来。因此, 快速获得多个三阶像差矫正良好的光学系统对后续优化有着至关重要的作用。QU Zheng 等<sup>[13]</sup>提出了一种基于模拟退火的光学系统设计方案, 此方法通过建立关于矢量像差理论的像质评价函数以及体积约束的评价函数来实现, 并利用模拟退火的全局优化算法来实现紧凑型高分辨反射式光学系统的设计方案。XU Fenggang 等<sup>[14]</sup>提出使用遗传算法求解特定布局的同轴四反初始结构, 可以为四反射光学系统提供像质良好的设计起点。YANG Tong 等<sup>[15]</sup>提出了基于深度学习的自

基金项目: 天津大学-赛思倍斯空天光电系统工程联合实验室基金(No. 2022005)

第一作者: 朱历伟, zhuliwei12138@163.com

通讯作者: 杨磊, yanglei@tju.edu.cn

收稿日期: 2023-06-01; 录用日期: 2023-07-05

<http://www.photon.ac.cn>

由曲面离轴三反光学系统设计方案,对于训练完成后的神经网络,只需要输入给定的系统参数,就可以输出对应的表面数据。但是目前研究中较少涉及到离轴四反初始结构的设计方法。

本文提出一种离轴四反光学系统初始结构建立的新方法,在设计之初选择合理的视场偏置来实现离轴,引入光线传输矩阵来简化近轴光线的追迹过程。通过计算每一面上的近轴光线信息来求出Seidel像差,以Seidel像差绝对值最小化作为评价的目标函数。同时,利用粒子群优化算法实现初始结构的多参数求解,并通过MATLAB和CODE V之间的数据交互来分析初始结构遮拦情况,获取理想的初始结构。在确定初始结构后逐步增大入瞳以及拓宽视场角,同时引入XY多项式自由曲面以及引入偏心和倾斜量进一步矫正离轴像差,演示了一款长焦距、宽视场的离轴四反光学系统设计实例。

## 1 设计原理

建立同轴四反初始结构通常有两种基于Seidel像差理论的推导方法。一种是通过放大率、遮拦比以及二次曲面系数来推导出初级像差表达式,并求解出同轴四反初始结构,再通过视场偏置和孔径离轴实现最终的离轴四反结构。该方法求解过程相对复杂而且需要对放大率和遮拦比等参数做出限定。第二种方法是在同轴三反的基础上,通过在最后一面加入平面镜来实现同轴四反初始结构的建立。此种方法虽然计算简单但是由于缺少自变量个数很难有效地对特定条件进行约束。

相较于传统方法,本文提出了一种通过视场偏置实现无遮拦离轴反射初始结构建立的思路。通过计算每一个面上主光线和边缘光线的光线信息来求出三阶Seidel像差,利用粒子群优化算法求解出使得三阶Seidel像差绝对值之和尽可能小的解。在此基础上联合使用CODE V和MATLAB软件,通过视场偏置自动挑选出符合无遮拦条件的初始结构供后续优化使用。

### 1.1 Seidel像差计算

为了计算系统整体的Seidel像差,需要求出每一个近轴面上主光线和边缘光线的光线高度、折射不变量、折射前后的角度等信息。图1(a)和(b)分别给出了同轴四反结构主光线和边缘光线光线追迹的示意图。其中, $u_i$ 和 $\bar{u}_i$ 代表边缘光线和主光线的折射角度, $y$ 和 $\bar{y}$ 代表边缘光线和主光线在球面上的高度, $t_i$ 代表镜面

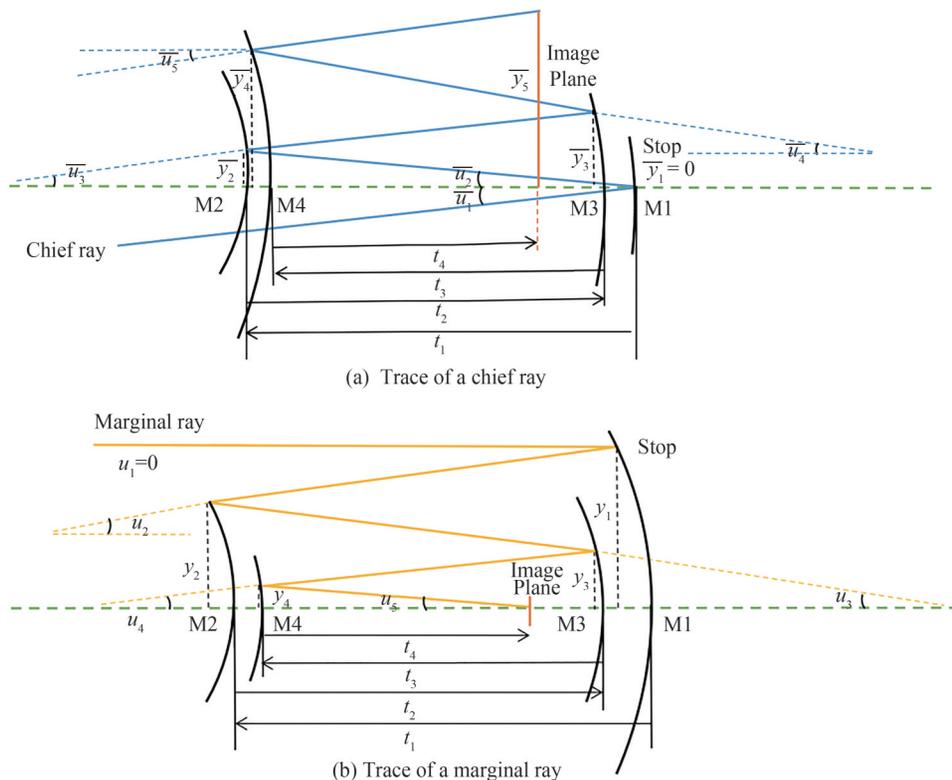


图1 同轴四反结构光线追迹示意图

Fig. 1 Ray tracing of the initial coaxial four-mirror structure

之间的间隔。

为了简化计算,引入光线传输矩阵。由于近轴面的光线追迹属于线性运算,所以可以使用矩阵的方式进行近轴光线的表示和追迹。面与面之间存在角度和光线高度的传递关系,用代数公式表示为

$$\begin{cases} y' = y + t'u' \\ n'u' = nu - y\phi \end{cases} \quad (1)$$

式中, $y$ 和 $y'$ 表示折射前后在镜面上的光线高度, $u$ 和 $u'$ 代表折射前后光线的角度, $t'$ 代表镜面之间的间隔, $n$ 和 $n'$ 代表折射前后的折射率, $\phi$ 代表镜面的光焦度。

将近轴光线用 $2 \times 1$ 的列向量进行表示为 $P_j = \begin{bmatrix} y_j \\ n_j u_j \end{bmatrix}$ 。其中,下标 $j$ 代表折射表面数,该向量中既包含了入射透镜表面的高度信息,也包括了光线入射表面的角度信息。

引入传递矩阵和折射矩阵 $T_j = \begin{bmatrix} 1 & t'_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 和 $R_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_j & 1 \end{bmatrix}$ 。其中 $t'_j$ 代表从第 $j$ 面到第 $j+1$ 面的轴向距离, $n'_j$ 代表从第 $j$ 面到第 $j+1$ 面之间的折射率, $\phi_j$ 代表第 $j$ 面的光焦度。根据定义的近轴光线向量以及传递矩阵和折射矩阵,可以利用矩阵的形式进行近轴光线计算,即

$$P_{j+1} = T_j R_j P_j \quad (2)$$

将入射的中心视场边缘光线和边缘视场主光线表示为矩阵的形式 $M_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ u_1 \end{bmatrix}$ 和 $P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{u}_1 \end{bmatrix}$ ,并根据传递矩阵和折射矩阵表示出每一面上主光线和边缘光线的角度信息和高度信息。

$$\begin{cases} n_1 = 1, n_2 = -1, n_3 = 1, n_4 = -1, n_5 = 1 \\ M_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ n_1 u_1 \end{bmatrix} \\ M_2 = T_1 R_1 M_1 = \begin{bmatrix} y_2 \\ n_2 u_2 \end{bmatrix} \\ M_3 = T_2 R_2 T_1 R_1 M_1 = \begin{bmatrix} y_3 \\ n_3 u_3 \end{bmatrix} \\ M_4 = T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 M_1 = \begin{bmatrix} y_4 \\ n_4 u_4 \end{bmatrix} \\ M_5 = T_4 R_4 T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 M_1 = \begin{bmatrix} y_5 \\ n_5 u_5 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} n_1 = 1, n_2 = -1, n_3 = 1, n_4 = -1, n_5 = 1 \\ P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{n}_1 \bar{u}_1 \end{bmatrix} \\ P_2 = T_1 R_1 P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ \bar{n}_2 \bar{u}_2 \end{bmatrix} \\ P_3 = T_2 R_2 T_1 R_1 P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_3 \\ \bar{n}_3 \bar{u}_3 \end{bmatrix} \\ P_4 = T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_4 \\ \bar{n}_4 \bar{u}_4 \end{bmatrix} \\ P_5 = T_4 R_4 T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 P_1 = \begin{bmatrix} \bar{y}_5 \\ \bar{n}_5 \bar{u}_5 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

由于边缘光线入射角度 $u_1$ 为0,同时主光线入射到第一个反射镜高度 $\bar{y}_1$ 也为0(假设光阑在第一面反射

镜上),那么其他面上的光线高度和角度都可以用曲率半径 $r_i$ 以及镜面之间的距离 $t_j$ 来表示。

根据 Seidel 像差理论,对于旋转对称的光学系统,可以利用近轴光线的追迹结果来表示五种单色像差。球差 $S_I$ 、慧差 $S_{II}$ 、像散 $S_{III}$ 、场曲 $S_{IV}$ 和畸变 $S_V$ 的表达式分别为

$$\begin{cases} S_I = -\sum A^2 y \Delta \left( \frac{u}{n} \right) \\ S_{II} = -\sum \bar{A} A y \Delta \left( \frac{u}{n} \right) \\ S_{III} = -\sum \bar{A}^2 y \Delta \left( \frac{u}{n} \right) \\ S_{IV} = -\sum H^2 c \Delta \left( \frac{1}{n} \right) \\ S_V = -\sum \frac{\bar{A}^3}{A} y \Delta \left( \frac{u}{n} \right) + \frac{\bar{A}}{A} H^2 c \Delta \left( \frac{1}{n} \right) \end{cases} \quad (5)$$

式中, $c$ 代表镜面的曲率, $A$ 和 $\bar{A}$ 分别代表边缘光线和主光线的折射不变量, $\Delta$ 表示折射前后物理量之差, $H$ 代表系统的拉格朗日不变量。它们的计算公式分别为

$$\begin{cases} A = n(y c + u) \\ \bar{A} = n(\bar{y} c + \bar{u}) \\ \Delta \left( \frac{u}{n} \right) = \frac{u'}{n'} - \frac{u}{n} \\ \Delta \left( \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \\ H = n \bar{u} y - n u \bar{y} \end{cases} \quad (6)$$

由于中心视场的边缘光线平行于光轴入射( $u_1 = 0$ ),所以当中心视场边缘光线高度 $y_1$ 和偏置视场 $\bar{u}_1$ 已知时,就可以利用光线传输矩阵来计算每一面上的光线高度和折射角度并以此求出系统的三阶像差,最后求出的三阶像差是包含曲率半径 $r_i$ ( $i = 1, 2, 3, 4$ )以及镜面间隔 $t_j$ ( $j = 1, 2, 3$ )的函数,其隐式表达式为

$$\begin{cases} S_I = S_I(r_i, t_j) \\ S_{II} = S_{II}(r_i, t_j) \\ S_{III} = S_{III}(r_i, t_j) \\ S_{IV} = S_{IV}(r_i, t_j) \\ S_V = S_V(r_i, t_j) \end{cases} \quad (7)$$

## 1.2 结合 Seidel 像差理论构建评价函数

传统求解初始结构的方法是在同轴的情况下使光学系统某几项的 Seidel 像差为零作为条件来联立方程式进行求解,当定义的约束条件变多时,可能不存在使得 Seidel 像差都为零的情况。此时可以将求解方程零点的问题转化为求解目标函数最小值的问题。目标函数就是使得这五种初级像差系数绝对值之和最小,同时加入一些限制条件,比如后截距和焦距的要求,构建一个含有混合约束的单目标优化问题。由于设计指标中往往会对后截距以及系统的焦距有限制,所以将系统的焦距以及后截距都用半径参数 $r_i$ 以及镜面间隔参数 $t_i$ 表示。具体的数学模型为

$$\begin{cases} F(x_i) = F(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) = w_1 |S_I| + w_2 |S_{II}| + w_3 |S_{III}| + w_4 |S_{IV}| + w_5 |S_V| \\ g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m \\ l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (8)$$

式中, $F(x_i)$ 是需要求解的目标函数,当三阶 Seidel 像差值越小时,光学系统表现出来的光学性能更优越。因此将三阶 Seidel 像差绝对值加权之和作为构建初始结构的评价函数, $w_i$ ( $i = 1, 2, 3, 4$ )代表三阶 Seidel 像差

在评价函数中的权因子,若某一项Seidel像差对应的权重更大,则求解的初始结构中该Seidel系数也相应的越小。若希望初始求解的系统可以尽量消除 $S_I \sim S_{IV}$ ,但是不考虑 $S_V$ 的影响,那么就可以增大 $w_1 \sim w_4$ 的权重,同时减小 $w_5$ 的权重或者将其设置为0。 $h_j(x)$ 代表光学系统布局中等式的约束条件,比如对系统焦距的约束, $m$ 代表等式约束的数量。 $g_i(x)$ 代表光学系统布局不等式的约束条件,比如小型化、一体化等约束, $p$ 代表不等式约束的数量。最后对设计变量 $x_i$ 本身约束,包括曲率半径 $r_i$ 和镜面间隔 $l_i$ 。其中 $l_i$ 为设计变量的下界, $u_i$ 为设计变量的上界, $q$ 代表设计变量约束的数量。通过构建单目标混合约束的优化模型,可以将求解光学系统初始结构的问题转化为求解目标函数的最优化问题。

### 1.3 基于粒子群优化算法求解初始结构

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)是通过模拟鸟群觅食行为而发展起来的一种基于群体协作的随机搜索算法<sup>[16]</sup>。具体的算法流程如图2所示。

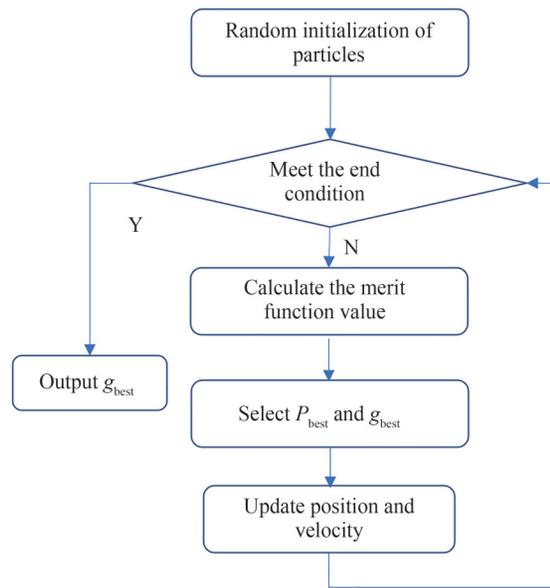


图2 粒子群优化算法流程

Fig. 2 Flow chart of particle swarm optimization algorithm

粒子群优化算法通过设计一种无质量的粒子来模拟鸟群中的鸟。粒子有两个基本的属性:速度和位置。速度代表粒子下一步迭代时移动的方向和距离,位置是求解问题的一个解。鸟被抽象为无质量的一个粒子点并扩展到 $N$ 维空间中,粒子 $i$ 在 $N$ 维空间中的位置矢量为 $X_i = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,飞行速度矢量为 $V_i = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ ,每个粒子都有一个由目标函数决定的适应度,并且知道目前自身最好的位置( $p_{best}$ )和现在的位置 $X_i$ 。除此之外,每个粒子还知道目前整个种群中所有粒子发现的最好位置( $g_{best}$ ),这个可以看成粒子同伴的经验。粒子就是通过自己本身的经验以及整个种群中的最好经验来决定下一步的运动。

粒子群优化算法是从随机解出发,通过迭代寻找最优解,相比于遗传算法,粒子群算法具有收敛速度快、参数少、算法简单易实现的优点,非常适用于高维度的非线性优化问题。因此使用粒子群优化算法来实现式(8)中所表示的目标函数。但粒子群优化算法受到很多因素的影响,其中粒子初始值对最终结果的影响较大,因此采取大量生成随机初始点的方法对结果进行分析比较并且挑选出目标函数较小的解的结果。

### 1.4 无遮拦初始结构建立及优化

实现离轴的方式主要有三种,分别是视场偏置、孔径偏置以及视场和孔径偏置同时存在的情况。采用视场偏置的方式来构建初始的离轴系统,具体算法如图3所示。首先,预先给定一个初始的视场偏置,通过粒子群优化算法对目标函数进行求解,求出多组可行解,将求出的曲率半径以及镜面间隔导入到CODE V中,读取相应点的坐标位置并且传递到MATLAB中进行数据处理。如果点线之间的位置关系满足相应的条件,说明此时的结构满足无遮拦的情况;如果此时并没有找到合适的无遮拦的初始结构,那么就改变视场偏置的大小,重新寻找最优解以及判断是否满足相应的点线位置关系。在此基础上通过增加视场角以及增

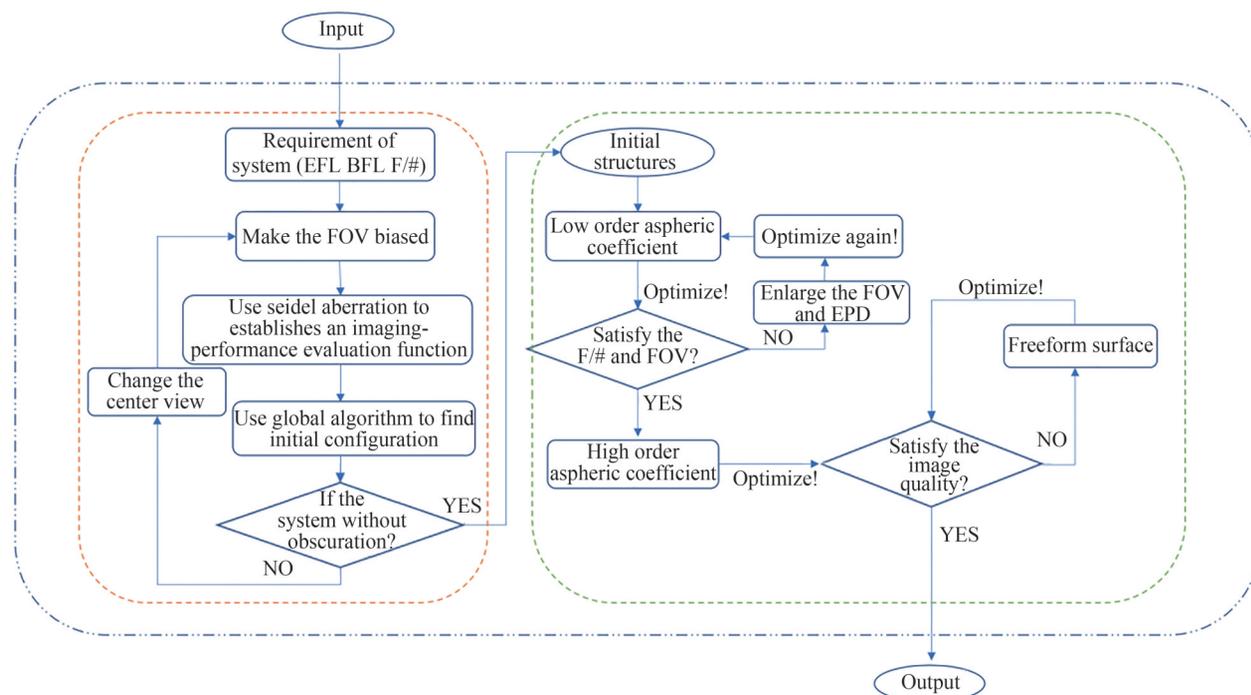


图3 无遮拦初始结构挑选以及优化流程

Fig. 3 Unobscured initial structure selection and optimization flow chart

大入瞳直径来达到期望的设计指标要求,并引入高阶偶次非面以及自由曲面来完成最终的设计。

## 2 离轴四反光学系统设计实例与分析

### 2.1 离轴四反光学系统基本参数

基于构建的模型设计一款宽视场离轴四反光学系统,其具体的设计指标如表1所示。

表1 离轴四反光学系统设计指标参数

Table 1 Parameters of off-axis four-mirror optical system

Name	Technical target
Focal length/mm	1 200
Entrance pupil diameter/mm	200
Waveband/nm	486~656
Field of view	20°×1.2°
Modulation transfer function	>0.5 @60 lp/mm

### 2.2 离轴四反初始结构求解

为了建立合适的初始结构,根据式(8)建立的数学模型,以 Seidel 像差绝对值的加权和最小化作为目标函数,同时将 Seidel 像差的各项权重  $w_i$  均设为 1。在系统中加入对系统焦距和后截距的限制,并且考虑到系统整体小型化的要求,对其中的镜子间隔也做了相应的控制,其数学模型为

$$\begin{cases} F(x_i) = F(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) = w_1|S_I| + w_2|S_{II}| + w_3|S_{III}| + w_4|S_{IV}| + w_5|S_V| \\ 50 \leq d_{BFL} \left( \frac{y_4}{u_5} \right) \leq 370 \\ f_{EFL} \left( \frac{y_1}{u_5} \right) = 1200 \\ -400 \leq t_1 \leq -200 \\ 200 \leq t_2 \leq 400 \\ -400 \leq t_3 \leq -200 \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $d_{\text{BFL}}$  和  $f_{\text{EFL}}$  分别代表系统的后截距和焦距。由于系统最终要求的入瞳直径较大,如果开始就以此入瞳大小作为条件去求解很难得到有效的无遮拦初始结构。因此可以选择以较小的入瞳直径最为初始条件进行带入求解,在得到无遮拦初始结构之后再逐步增加入瞳直径来满足最终的  $F$  数要求。同时,也要合理考虑视场偏置的大小,若视场偏置较小则很难实现离轴,若视场偏置过大则会导致离轴的非对称像差增大,不利于后续的进一步优化。

在综合考虑入瞳直径和视场偏置对构建无遮拦离轴四反初始结构的影响之后,选取焦距为 1 200 mm、入瞳直径为 70 mm、存在  $7^\circ$  视场偏置的光学系统求解初始 Seidel 像差最小时的解。在图 4 中给出了 4 次不同初始值迭代后的最终效果,迭代均收敛到一个比较好的效果,说明采用粒子群优化算法来实现此类问题的求解是有效的。

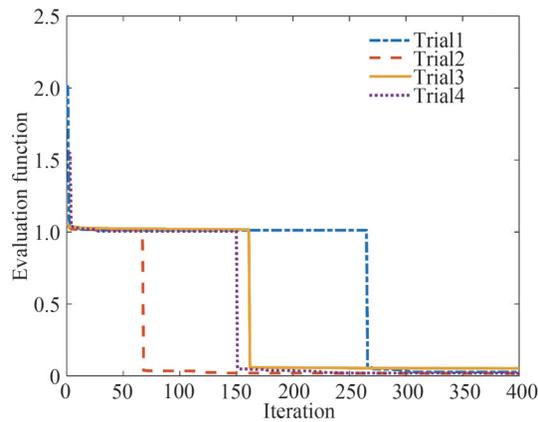


图 4 不同初始值误差函数迭代曲线

Fig. 4 Error function iteration curves with different initial values

表 2 和表 3 中给出 4 次不同初始值情况下的解以及对应的 Seidel 像差的值,计算得到的 Seidel 像差的值与光学设计软件中所给出的值也是完全吻合的。

表 2 离轴四反光学系统初始解

Table 2 Initial solutions of off-axis four-mirror optical system

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$t_1$	$t_2$	$t_3$
Trial1	-2 391.89	-2 584.56	-1 793.39	-3 886.91	-382.82	380.50	-383.01
Trial2	-4 419.11	3 548.90	-4 044.07	-1 466.10	-266.69	297.42	-239.61
Trial3	-1 207.95	-616.63	-1 452.10	4 916.52	-322.85	219.84	-272.69
Trial4	-1 351.00	-896.88	-1 523.77	-4 238.82	-365.76	319.00	-276.17

表 3 初始解对应的 Seidel 像差

Table 3 Seidel aberration corresponding to the initial solution

	$S_I$	$S_{II}$	$S_{III}$	$S_{IV}$	$S_V$
Trial1	0.000 22	-0.001 4	0.010	-0.011	0.012
Trial2	0.000 48	-0.002 0	0.013	-0.002 5	-0.043
Trial3	0.000 94	-0.003 0	0.011	-0.003 4	0.019
Trial4	0.000 64	-0.002 8	0.012	-0.001 6	-0.019

将数据进一步导入到 CODE V 软件中,通过 MATLAB 调用底层的 API 接口获取光线在镜面上坐标点位置,并根据点线之间的位置进一步判断此时是否存在遮拦的情况。图 5 是某一视场偏置条件下得到的离轴四反的初始结构,为了清楚说明结构约束的边界条件,只给出了上、下边缘光线的光束。当系统完全无遮拦时,应当满足式(10)6 个约束条件。需要强调的是这 6 个约束条件只针对图 5 的结构布局才成立,针对其他构型的离轴四反结构形式则需要满足其他类型的结构约束条件,不再一一列举。

$$\begin{cases} y_B - L_1(z_B) > 0 \\ y_C - L_2(z_C) > 0 \\ L_3(z_A) - y_A > 0 \\ y_F - L_4(z_4) > 0 \\ L_5(z_5) - y_5 > 0 \\ y_G - L_6(z_G) > 0 \end{cases} \quad (10)$$

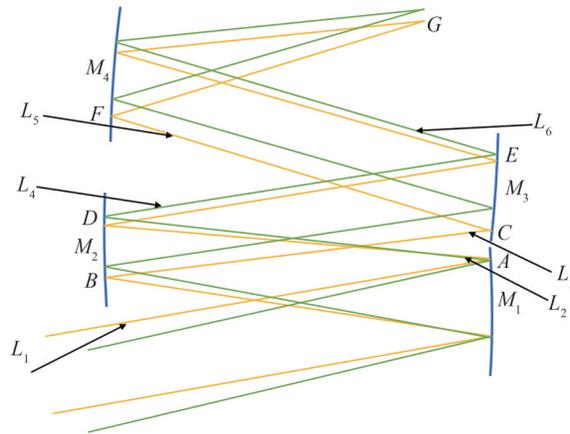


图5 离轴四反初始结构示意图  
Fig. 5 Off-axis four-mirror initial configuration layout

如果得到的点线之间的距离满足式(10)的约束条件,说明此时系统的结构满足无遮拦的条件,就将当前的解保存下来;如果不满足其中一个约束条件,则将当前的解舍弃。通过此方法,可以挑选出多种光焦度分配以及不同结构类型的无遮拦离轴四反初始结构方案。图6给出了4种不同结构类型的离轴四反示意图,可以看出不同解所得到的离轴四反初始结构的体积也完全不同,可以从中挑选出合适的尺寸进行下一步优化。

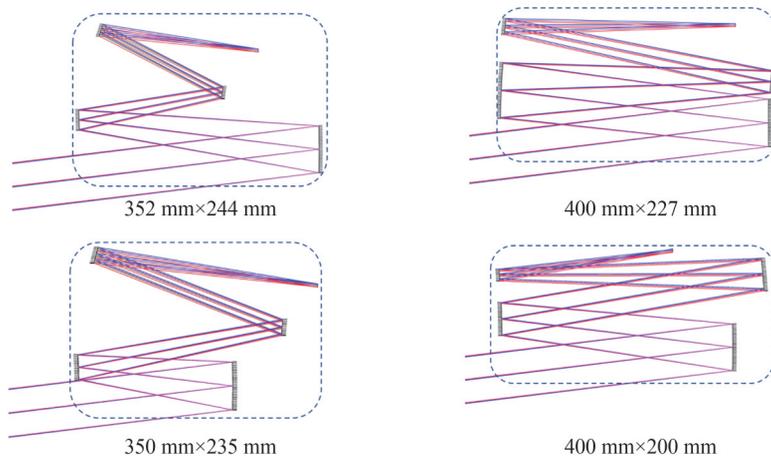


图6 不同解对应的离轴四反初始结构  
Fig. 6 Off-axis four-mirror initial structures corresponding to different solutions

### 2.3 利用光学设计软件进行优化

在获得离轴四反初始结构的基础上,利用光学设计软件进一步优化。为了增加优化的自由度,在优化过程中往往会加入偏心和倾斜作为优化变量矫正像差。但是在优化过程中如果不限制让其自动优化,优化的趋势往往趋于共轴,使得光线发生遮挡。如图7所示,次镜的下边缘有可能在优化过程中与三镜和四镜之

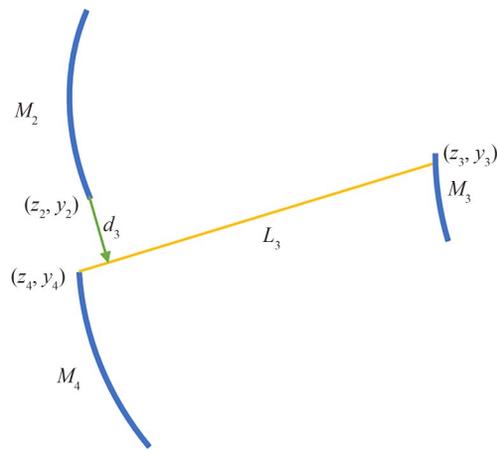


图7 边缘光线位置控制示意图  
Fig. 7 Layout of edge ray position control

间的光线发生遮挡。因此,为了避免光线遮挡,需要在优化过程中仍然满足式(10)中提到的约束条件。利用CODE V自带的宏函数实现自动求解点线之间的距离,并以此作为约束条件加入到优化宏之中,这样在优化过程中可以避免遮挡的情况。

由于在构建初始结构时设置的入瞳直径和视场较小,因此在优化阶段需要逐步扩展入瞳直径以及视场角大小来满足设计指标要求。一般来说,若初始的入瞳直径和视场与最终的设计指标之间存在较大差异,采取手动改变入瞳直径和增加视场再逐步优化的方法会耗费大量的时间;如果选择每次增加较大的入瞳直径和视场则会容易导致陷入局部最优解或者光线追迹出现错误。

为了解决手动增加入瞳直径和视场过于繁琐的问题,联合使用MATLAB与CODE V软件,避免大量重复性的优化过程。通过MATLAB调用CODE V底层API实现两个软件之间的数据交互,可以修改系统参数(入瞳直径、视场角等)。同时,将优化离轴四反的程序以宏文件的形式进行保存,方便在MATLAB中通过宏文件来实现离轴四反的优化。通过此方法,可以更快速更高效地实现系统从小入瞳、小视场到大入瞳、大视场的扩展。

优化过程如图8所示,同时利用优化宏着重控制光线和镜面之间不发生遮挡;在此基础上,利用非球面和自由曲面来达到所需要的性能指标要求。

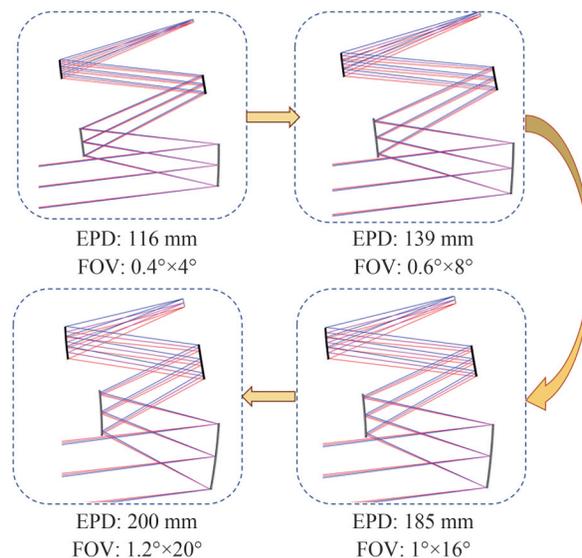


图8 逐步扩展入瞳直径和视场角的优化过程  
Fig. 8 The optimization process of gradually expanding entrance pupil diameter and field angle

将优化的面型由球面优化为非球面,再从非球面优化为 $XY$ 多项式自由曲面,通过不断的迭代优化,最终得到焦距为1200 mm、 $F$ 数为6、子午方向为 $\pm 0.6^\circ$ 和弧矢方向为 $\pm 10^\circ$ 的离轴四反光学系统,如图9所示。由图可知,系统结构布局紧凑,成像质量良好,各视场的调制传递函数(Modulation Transfer Function, MTF)在60 lp/mm处均大于0.5。

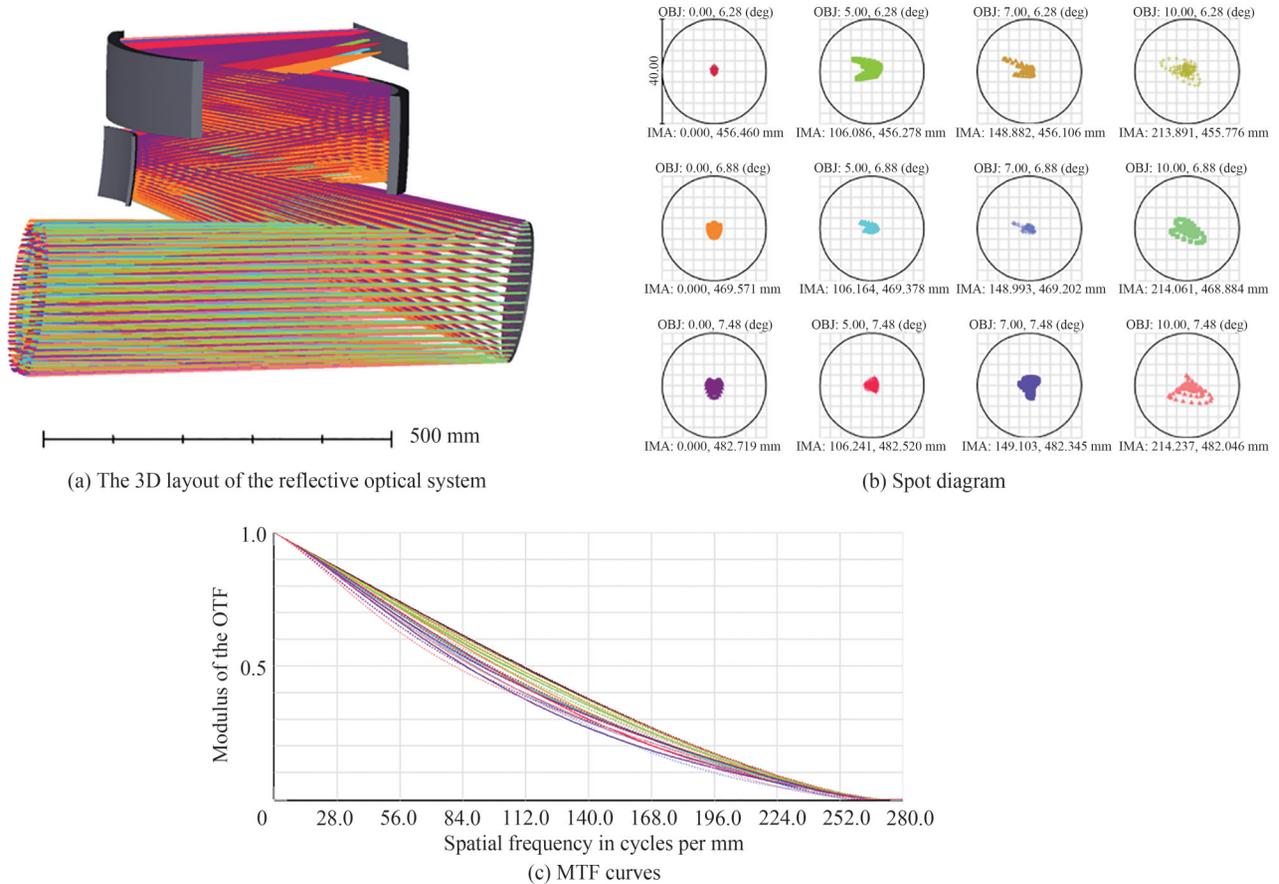


图9 优化后的离轴四反结构  
Fig. 9 Optimized off-axis four-mirror structure

### 3 结论

本文基于Seidel像差理论,利用近轴光线追迹方法,推导出同轴四反结构的Seidel像差公式。将求解同轴四反初始结构问题转化为求解非线性单目标函数的优化问题,利用粒子群优化算法对目标函数求解,获得多组不同光焦度分配的初始结构。在此基础上联合使用CODE V和MATLAB软件,通过视场偏置挑选出无遮挡的离轴四反结构,并在此基础上逐步增大入瞳以及拓宽视场角,同时引入 $XY$ 多项式完成最终的优化设计,成像系统MTF接近衍射极限。该方法可以快速获得不同光焦度分配以及体积大小的离轴反射式初始结构,可为后续的优化提供良好的设计起点。

#### 参考文献

- [1] YANG Tong, DUAN Yingzhe, CHENG Dewen. Design methods and applications of freeform imaging optical systems[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 115-143.  
杨通, 段瓌哲, 程德文, 王涌天. 自由曲面成像光学系统的设计方法及其应用:理论、发展与应用[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 115-143.
- [2] LI Jianlin, LEI Guangzhi, BAI Yang, et al. Optical path design for catadioptric star sensor with large aperture[J]. Acta Photonica Sinica, 2020, 49(6): 0611002.  
李建林, 雷广智, 白杨, 等. 大口径折反式星敏感器光学系统的光路设计[J]. 光子学报, 2020, 49(6): 0611002.
- [3] SUN Yuanqi, SUN Yuanhe, CHEN Xiaoyu, et al. Free-form off-axis three-mirror optical antenna design with an integrated primary/tertiary-mirror structure[J]. Applied Optics, 2021, 60(32): 10132-10139.

- [4] ZHANG Jialun, ZHENG Yuquan, LIN Chao, et al. Large numerical aperture off-axis reflective telescope design with a freeform mirror based on aperture expansion strategy[J]. *Applied Optics*, 2023, 62(6): 1510-1520.
- [5] MENG Qingyu, FU Zhongliang, DONG Jihong, et al. The optical system design of the high-resolution visible spectral camera for China Mars exploration[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2018, 5(5): 458-464.  
孟庆宇, 付中梁, 董吉洪, 等. 火星探测高分辨率可见光相机光学系统设计[J]. *深空探测学报*, 2018, 5(5): 458-464.
- [6] MENG Qingyu, WANG Hongyuan, WANG Yan, et al. Off-axis three-mirror freeform optical system with large linear field of view[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(10): 156-163.  
孟庆宇, 汪洪源, 王严, 等. 大线视场自由曲面离轴三反光学系统设计[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(10): 156-163.
- [7] CAO Yiqing, SHEN Zhijuan. Design of off-axis four-mirror reflective optical system for visible and infrared dual-band[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2022, 39(3): 324-333.  
曹一青, 沈志娟. 可见光/红外双波段离轴四反光学系统设计[J]. *量子电子学报*, 2022, 39(3): 324-333.
- [8] LIU Lu, HU Bin, ZHOU Feng, et al. Design of compact off-axis four-mirror optical system with two-dimensional large field of view[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2020, 41(1): 73-84.  
刘璐, 胡斌, 周峰, 等. 二维大视场紧凑型离轴四反光学系统设计[J]. *航天返回与遥感*, 2020, 41(1): 73-84.
- [9] MENG Qingyu, WANG Wei, JI Zhenhua, et al. Design of off-axis three-mirror system based on integration of primary and tertiary mirrors[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(2): 578-582.  
孟庆宇, 王维, 纪振华, 等. 主三镜一体化离轴三反光学系统设计[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(2): 578-582.
- [10] DING Xuezhuan, WANG Xin, LAN Weihua, et al. Design of four-mirror reflective anastigmat optic system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(2): 319-321.  
丁学专, 王欣, 兰卫华, 等. 离轴四反射镜光学系统设计[J]. *红外与激光工程*, 2008, 37(2): 319-321.
- [11] JI Huiru, ZHU Zhengbo, TAN Hao, et al. Design of a high-throughput telescope based on scanning an off-axis three-mirror anastigmat system[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(10): 2817-2823.
- [12] SUN Yuanhe, SUN Yuanqi, CHEN Xiaoyu, et al. Design of a free-form off-axis three-mirror optical system with a low f-number based on the same substrate[J]. *Applied Optics*, 2022, 61(24): 7033-7040.
- [13] QU Zheng, ZHONG Xing, ZHANG Kun, et al. Automatic compact-volume design strategy for unobscured reflective optical systems based on conicoid surfaces[J]. *Optics Communications*, 2023, 533: 129304.
- [14] XU Fenggang, HUANG Wei. Application of genetic algorithm in the design of off-axis four-mirror optical system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(8): 2076-2082.  
徐奉刚, 黄玮. 遗传算法在离轴四反光学系统设计中的应用[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(8): 2076-2082.
- [15] YANG Tong, CHENG Dewen, WANG Yongtian. Direct generation of starting points for freeform off-axis three-mirror imaging system design using neural network based deep-learning[J]. *Optics Express*, 2019, 27(12): 17228-17238.
- [16] YANG Wei, LI Qiqiang. Survey on particle swarm optimization algorithm[J]. *Engineering Science*, 2004, (5): 87-94.  
杨维, 李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. *中国工程科学*, 2004, (5): 87-94.

## Automatic Design Method for the Off-axis Four-mirror Initial Arrangement Using Seidel Aberration Theory

ZHU Liwei<sup>1</sup>, YANG Lei<sup>1</sup>, CHEN Jie<sup>1</sup>, ZHANG Wenping<sup>2,3</sup>, GUO Shiliang<sup>1,2</sup>, XIE Hongbo<sup>1</sup>

(1 Key Laboratory of Optoelectronics Information Technology (Ministry of Education), School of Precision Instruments and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(2 Tianjin University-Cspace Aerospace Optoelectronics System Engineering Joint Laboratory, Tianjin 300072, China)

(3 Cspace (Shaoxing) Intelligent Technology Co Ltd, Shaoxing 311899, China)

**Abstract:** Reflective optical systems are normally divided into two types: coaxial reflective module and off-axis reflective module. Although the coaxial reflective module is capable of achieving a long focal length, it also has several obvious drawbacks such limited field of view and low utilization efficiency of propagating light due to obscuration. On the contrary, the off-axis reflective module has the particular capabilities of long focal length, wide field of view and high spatial resolution in diverse applications. Generally, an off-axis reflective systems are normally created from a coaxial reflective system based on the Seidel aberration theory. What is more, an unobscured off-axis system is obtained by using an offset aperture stop, a biased field, or combining both. However, the coaxial reflective systems are often far from

the final off-axis reflective systems. Therefore, optimizing the coaxial reflective system without particularly constructing often costs much calculation time, and it is easy to fall into a local optimal solution during the optimization process.

This paper proposes a new method for establishing the initial structure of an off-axis four-mirror optical system. At the beginning of the design, we chose a reasonably biased field to obtain off-axis reflective systems. Introduce the ray transmission matrix to simplify the paraxial ray tracing and calculate the Seidel aberration by tracing the chief and marginal ray. The Seidel aberration we obtained is a function including the radius of curvature and the mirror spacing. The traditional method of solving the initial structure is to make the Seidel aberration zero. When many constraints are defined, there may be no solution for all Seidel aberrations to be zero. This problem can be transformed into an optimization problem for solving the objective function. The objective function is to minimize the sum of the absolute values of the five primary aberration coefficients while adding some constraints, such as the back focal length and focal length requirement. Particle Swarm Optimization (PSO) suits high-dimensional nonlinear optimization problems. Therefore, the PSO algorithm is used in this paper to optimize the objective function. However, the PSO algorithm is affected by many factors, among which the initial particle value greatly influences the final result. Therefore, generating many random initial points is adopted to analyze and compare the results and select the solution results with a small objective function value. After that, we use a biased field to select the unobscured system through the data interaction of MATLAB and CODE V.

The specific algorithm process is as follows: an initial biased field is given in advance, and the particle swarm optimization algorithm solves the objective function to find multiple sets of feasible solutions. The calculated radius of curvature and mirror spacing are imported into CODE V. Then, we call the CODE V API through MATLAB to obtain the data of the corresponding point. Judging whether the initial structure satisfies the unobscured condition by calculating the distance between points and lines. If a suitable unobscured structure is not found, change the biased field, re-find the optimal solution, and re-judge whether the corresponding point-line position relationship is satisfied. Since the diameter of the entrance pupil and the field of view is small when constructing the initial structure, it is necessary to gradually expand the diameter of the entrance pupil and the view in the optimization stage to meet the requirements of the design parameters.

Generally speaking, if there is a large difference between the initial and final design parameters, increasing the entrance pupil diameter and view manually will take much time. However, if the entrance pupil diameter and view are too large for each iteration, it will lead to falling into a local optimal solution or being unable to realize ray tracing. To solve the time-consuming problem of manually increasing the entrance pupil diameter and field of view, this paper combines MATLAB and CODE V software to avoid repetitive optimization processes. By calling CODE V API through MATLAB to achieve data interaction between the two software, MATLAB can modify system parameters (entrance pupil diameter, the field of view, etc.). At the same time, the program for optimizing the off-axis four-mirror is saved in the form of a macro file, which is convenient for realizing the optimization of the off-axis four-mirror by calling the macro file in MATLAB. Through this method, the system's expansion from a small entrance pupil and a small field of view to a large entrance pupil and a large field can be realized more quickly and efficiently. At the same time,  $XY$  polynomials and high-order aspheric surfaces are introduced to correct high-order aberrations. The proposed automatic design method studied has certain theoretical and practical value in designing off-axis reflective systems.

**Key words:** Optical design; Off-axis four-mirrors structure; Seidel aberration; Particle swarm optimization; Telescope

**OCIS Codes:** 080.3630; 080.3620; 080.4035; 080.2730; 080.2720