

引用格式: WU Qi, WANG Juanfen, DU Chenrui, et al. Transmission and Control of Solitons with Saturable Nonlinear in Linear Defocusing PT-symmetric Waveguide[J]. Acta Photonica Sinica, 2023, 52(6):0619001

武琦,王娟芬,杜晨锐,等. 线性散焦 PT 对称波导中饱和非线性孤子传输与控制[J]. 光子学报, 2023, 52(6):0619001

# 线性散焦 PT 对称波导中饱和非线性孤子 传输与控制

武琦,王娟芬,杜晨锐,杨玲珍,薛萍萍,樊林林

(太原理工大学 光电工程学院,太原 030600)

**摘要:**为了研究线性散焦宇称-时间对称双通道波导中分数阶衍射饱和非线性下孤子的模式以及孤子的传输与控制,通过改进的平方算子迭代法对含有线性势的分数阶饱和非线性薛定谔方程进行数值计算得到孤子模式,傅里叶配置法判断孤子线性稳定性,并利用分步傅里叶法模拟仿真孤子的传输。研究表明:在散焦饱和非线性中,该宇称-时间对称波导可支持稳定的双峰灰孤子模式。随着饱和非线性系数和传播常数绝对值的增大,双峰灰孤子的背景强度增大,灰度值减小,功率增大。Lévy 指数、增益/损耗系数和饱和非线性系数的增加会导致孤子的横向能流密度变化增大,但在波导通道位置处接近于 0。在聚焦饱和非线性下,线性散焦宇称-时间对称波导对亮孤子光束具有控制作用。当光束在波导中心输入,孤子以呼吸子的形式长距离传输;在非波导中心输入,光束以初始输入位置为边界振荡传输。随着饱和非线性系数的增大,光束的振荡频率增加,光束宽度变宽,峰值强度减小。宇称-时间对称波导势阱深度的增加会导致光束的振荡频率增加,峰值强度增加。该研究结果可为宇称-时间对称波导对光束的控制提供一定的理论参考。

**关键词:**非线性光学;宇称-时间对称光波导;灰孤子;光束控制;饱和非线性;分数阶薛定谔方程

中图分类号:O437

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20235206.0619001

## 0 引言

宇称-时间(Parity-Time, PT)对称的概念起源于量子力学,它表示系统在宇称变换和时间反演变换下的对称性。1998年,BENDER C M等发现非厄米哈密顿量如果满足PT对称且势函数虚部不超过对称破缺点,则其具有实的本征值谱<sup>[1-2]</sup>。一个PT对称的哈密顿量 $\hat{H}$ 满足 $PT\hat{H} = \hat{H}PT$ ,其中 $P$ 为空间反演算符, $T$ 为时间反演算符,则要求势函数 $V(x)$ 满足 $V(x) = V^*(-x)$ 。由于光学中的波动方程与量子力学中的薛定谔方程具有相似形式,2007年,PT对称首次被引入到光学领域中<sup>[3]</sup>。在实际光学系统中,PT对称可以通过对称分布的折射率和反对称分布的增益/损耗耦合波导结构来实现。2010年,研究人员在LiNbO<sub>3</sub>光折变晶体实验中观察到了PT对称<sup>[4]</sup>。PT对称波导具有功率振荡和非互易传输的特性,在光开关<sup>[5]</sup>、光放大器<sup>[6]</sup>、光隔离器<sup>[7]</sup>等光学器件中具有重要的应用价值,因此引起了人们的广泛关注<sup>[8-13]</sup>。

理论上,光在非线性波导中传输,当衍射效应与非线性效应达到平衡时,光束在传输过程中保持不变,形成空间光孤子。孤子的传输动力学可以用非线性薛定谔方程(Nonlinear Schrödinger Equation, NLSE)描述。2000年,LASKIN N提出分数阶量子力学,将费曼路径积分中的布朗轨迹替换为Lévy轨迹,薛定谔方程(Schrödinger Equation, SE)扩展为分数阶薛定谔方程(Fractional Schrödinger Equation, FSE)<sup>[14-16]</sup>。2015年, LONGHI S通过SE与近轴波动方程的相似性,在光学中提出了基于非球面光学腔的FSE实现方案<sup>[17]</sup>。

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61675144, 61975141)

第一作者:武琦, WQ57youxiang@163.com

通讯作者:王娟芬, wangjuanfen@126.com

收稿日期:2023-01-12;录用日期:2023-02-20

<http://www.photon.ac.cn>

近年来,PT对称基于线性和非线性FSE的光束传输动力学成为一个新的研究热点。在线性结构中,ZHANG Yiqi等报道了PT对称晶格势调制的FSE中光束的传输动力学<sup>[18]</sup>。在含有克尔非线性的FSE中,人们研究了PT对称局域势<sup>[19]</sup>和PT对称晶格势<sup>[20]</sup>支持的基态亮孤子。随后,PT对称局域势克尔非线性FSE中的双峰孤子<sup>[21]</sup>、矢量亮孤子<sup>[22]</sup>、三极孤子和四极孤子<sup>[23]</sup>、对称和反对称孤子<sup>[24]</sup>和PT对称非线性局域势中的基孤子<sup>[25]</sup>先后被证明。此外,研究者还讨论了PT对称势饱和非线性FSE中亮孤子的传输动力学<sup>[26-27]</sup>。最近,PT对称局域势非线性FSE中灰孤子的存在性和稳定性被报道<sup>[28]</sup>。同时,非局域非线性薛定谔方程中的多极孤子和涡旋孤子的传输控制也取得了新的进展<sup>[29-30]</sup>。

本文主要研究线性散焦双通道PT对称波导中饱和非线性FSE中的灰孤子模式及其孤子传输与控制。在散焦饱和非线性下,研究具有分数阶衍射的线性散焦双通道PT对称波导中双峰灰孤子的存在性和稳定性。详细研究Lévy指数、增益/损耗系数、饱和非线性系数和传播常数对双峰灰孤子模式、孤子横向能流密度和功率的影响。最后讨论在聚焦饱和非线性下,不同饱和非线性系数对PT对称波导控制亮孤子光束传输的影响。

## 1 理论模型

在慢变振幅包络近似下,进行无量纲归一化处理,含有线性势的分数阶饱和非线性薛定谔方程可写成<sup>[26-27]</sup>

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial X^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} U + V(X)U + \sigma \frac{|U|^2 U}{1 + s|U|^2} = 0 \quad (1)$$

式(1)可以描述光束在分数阶衍射饱和非线性介质中的传输。 $U(X, Z)$ 为归一化的慢变光场包络, $X$ 是归一化的横向坐标, $Z$ 是归一化的传输距离; $(-\partial^2/\partial X^2)^{\alpha/2}$ 是描述光束衍射效应的分数阶拉普拉斯算子,参数 $\alpha(1 < \alpha \leq 2)$ 称为Lévy指数; $V(X)$ 为归一化的势函数,描述波导介质的线性折射率分布,PT对称要求势函数 $V(X) = V_R(X) + iV_I(X)$ ;  $\sigma|U|^2 U/(1 + s|U|^2)$ 表示饱和非线性效应,其中 $s$ 是饱和非线性参数, $\sigma = \pm 1$ 分别对应自聚焦(+)和自散焦(-)非线性。

式(1)采用归一化变换关系 $U(X, Z) = (k_0 |\delta n| L_d)^{1/2} A(x, z)$ ,  $X = x/\omega_0$ 和 $Z = z/L_d$ 。其中, $A(x, z)$ 为慢变光场包络,波数 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ , $\lambda_0$ 为光束在真空中的波长, $|\delta n|$ 表示由饱和非线性引起的折射率变化, $L_d = k_0 n_0 \omega_0^\alpha$ 表示衍射长度, $n_0$ 为介质的基底折射率, $\omega_0$ 为光束宽度。PT对称势函数实部 $V_R(X) = k_0^2 n_0 \omega_0^\alpha (n_R(x) - n_0)$ ,虚部 $V_I(X) = k_0^2 n_0 \omega_0^\alpha (n_I(x) - n_0)$ 。其中, $n_R(x)$ 和 $n_I(x)$ 分别表示介质实际的线性折射率和增益/损耗分布。

考虑一种PT对称波导,其势函数的实部 $V_R(X)$ 和虚部 $V_I(X)$ 分别为

$$V_R(X) = V_0 [\operatorname{sech}(X + X_{\text{pt}}) + \operatorname{sech}(X - X_{\text{pt}})] \quad (2)$$

$$V_I(X) = W_0 [\operatorname{sech}(X + X_{\text{pt}}) - \operatorname{sech}(X - X_{\text{pt}})] \quad (3)$$

式中, $V_0$ 表示线性折射率的势深, $W_0$ 表示增益/损耗系数, $X_{\text{pt}}$ 表示PT对称波导的通道位置,同时影响通道之间的间隔,本文基于通道位置 $X_{\text{pt}} = 7$ 进行讨论。

图1给出当 $V_0 = -1$ 、 $W_0 = 0.2$ 时PT对称势分布。蓝色实线为PT对称势的实部 $V_R(X)$ ,红色虚线为PT对称势的虚部 $V_I(X)$ 。由图可知,PT对称势的实部呈偶对称,而虚部呈奇对称。另外,通道位置处实部 $V_R < 0$ ,说明通道位置处折射率小于波导基底折射率,具有散焦特性。而虚部 $V_I > 0$ 对应于PT对称波导的损耗通道, $V_I < 0$ 对应PT对称波导的增益通道。

文献[19]研究结果表明,无论对于自聚焦还是自散焦非线性,非线性孤子可以起源于相同的线性本征模。因此,当 $\sigma \neq 0$ 时,考虑式(1)定态解的存在性问题。假设定态解的形式为 $U(X, Z) = \varphi(X)e^{i\mu Z}$ ,其中 $\mu$ 为光束的传播常数, $\varphi(X) = \varphi_R(X) + i\varphi_I(X)$ 是一个复本征函数,表示非线性情况下的光学模式。将定态解代入式(1)中,可以得到

$$-\left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} \varphi + V(X)\varphi + \sigma \frac{|\varphi|^2 \varphi}{1 + s|\varphi|^2} - \mu\varphi = 0 \quad (4)$$

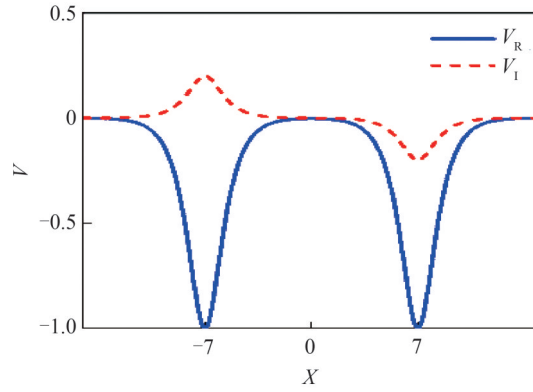


图1 当  $V_0 = -1$  和  $W_0 = 0.2$  时,PT 对称势  $V(X)$  的实部  $V_R$  和虚部  $V_I$

Fig.1 The real part  $V_R$  and imaginary part  $V_I$  of the PT-symmetric potential  $V(X)$  with  $V_0 = -1$  and  $W_0 = 0.2$

采用改进的平方算子迭代法<sup>[31-32]</sup>可以对式(4)进行数值求解得到孤子解  $\varphi(X)$ 。假设初始迭代光束为灰孤子  $\varphi_0(X) = 1 - \epsilon \operatorname{sech}(X)$ , 其中  $\epsilon$  为常数, 经过迭代后可得到稳定的孤子模式。

为了研究 NLFSE 系统中孤子的线性稳定性, 证明其传输的鲁棒性, 考虑将稳态解加上小扰动, 其形式为  $U(X, Z) = e^{i\mu Z} [\varphi(X) + t(X)e^{\lambda Z} + g^*(X)e^{\lambda^* Z}]$ , 其中小扰动  $t, g \ll 1, \lambda$  是小扰动的增长速率。将此形式代入式(4)中并对小扰动进行线性化, 可得到一个线性稳定的特征值问题, 即

$$\lambda t = i \left[ -\mu t - \left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} t + Vt + \sigma \frac{2|\varphi|^2}{1 + s|\varphi|^2} t - \sigma \frac{s|\varphi|^4}{(1 + s|\varphi|^2)^2} t + \sigma \frac{\varphi^2}{1 + s|\varphi|^2} g - \sigma \frac{s\varphi^2|\varphi|^2}{(1 + s|\varphi|^2)^2} g \right] \quad (5)$$

$$\lambda g = i \left[ \mu g + \left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} g - V^* g - \sigma \frac{2|\varphi|^2}{1 + s|\varphi|^2} g + \sigma \frac{s|\varphi|^4}{(1 + s|\varphi|^2)^2} g - \sigma \frac{(\varphi^2)^*}{1 + s|\varphi|^2} t + \sigma \frac{s(\varphi^2)^*|\varphi|^2}{(1 + s|\varphi|^2)^2} t \right] \quad (6)$$

式(5)和(6)可以采用傅里叶配置法数值求解<sup>[31]</sup>, 当  $\operatorname{Re}(\lambda) = 0$  时表示孤子解是线性稳定的, 否则是不稳定的。

## 2 结果与讨论

### 2.1 散焦饱和非线性下的双峰灰孤子

当介质的非线性效应为散焦饱和和非线性时, 即  $\sigma = -1$ , 研究式(1)中双峰灰孤子解的存在性。取传播常数  $\mu = -1$ , 可得到式(4)的双峰灰孤子模式, 如图 2(a)~(c) 所示, 其中实线表示灰孤子的实部, 虚线表示虚部。从图中可以看出, 由于 PT 对称波导的影响, 双峰灰孤子的实部为偶对称, 虚部为奇对称。由图 2(a) 可知, 随着 Lévy 指数  $\alpha$  的增大, 双峰灰孤子的虚部强度会略微增大, 而实部几乎没有变化。增益/损耗系数  $W_0$  对孤子模式的影响与  $\alpha$  的作用一致, 如图 2(b) 所示, 说明 Lévy 指数  $\alpha$  和增益/损耗系数  $W_0$  对灰孤子模式的形状影响较小。从图 2(c) 中可以看出, 饱和非线性参数  $s$  会对孤子模式产生较大影响。当  $s = 0$  时, 对应于克尔非线性情况, 随着  $s$  的增大, 双峰灰孤子实部的背景强度逐渐增大, 与此同时, 孤子虚部几乎没有变化。孤子的横向能流密度定义为  $S = i/2(\varphi\varphi_x^* - \varphi^*\varphi_x)$ <sup>[10]</sup>,  $S$  的大小代表孤子能量流动的速度,  $S$  的符号代表能量流动的方向,  $S > 0$  表示能量从左向右流动,  $S < 0$  表示能量从右向左流动,  $S = 0$  表示在此处能量左右达到平衡。图 2(d)~(f) 分别为图 2(a)~(c) 中孤子模式所对应的孤子的横向能流密度。由图 2(d)~(f) 可知, 随着  $\alpha, W_0$  和  $s$  的增大, 双峰灰孤子的横向能流密度变大, 能量流动变得更加剧烈。但在波导通道位置  $X = \pm 7$  处,  $S$  无限接近于 0, 说明在通道位置左右两侧的能量达到平衡, 从而在此处形成灰孤子。

从文献[33]中可知, 孤子的强度分布定义为  $I = \varphi_R^2 + \varphi_I^2$ , 同时灰孤子的灰度值可用  $I_{\min}$  来表示。当  $\mu = -1, W_0 = 0.01, \alpha = 1.2$  时, 双峰灰孤子的强度分布  $I$  如图 3(a) 所示, 随着饱和非线性参数  $s$  的增大, 双峰灰孤子的背景强度增大, 孤子灰度值减小。当  $s = 0.5, W_0 = 0.01, \alpha = 1.2$  时, 在不同传播常数下孤子强度分布  $I$  如图 3(b) 所示。随着传播常数  $\mu$  绝对值的增大, 孤子的背景强度增大, 孤子灰度值减小, 孤子宽度变窄。

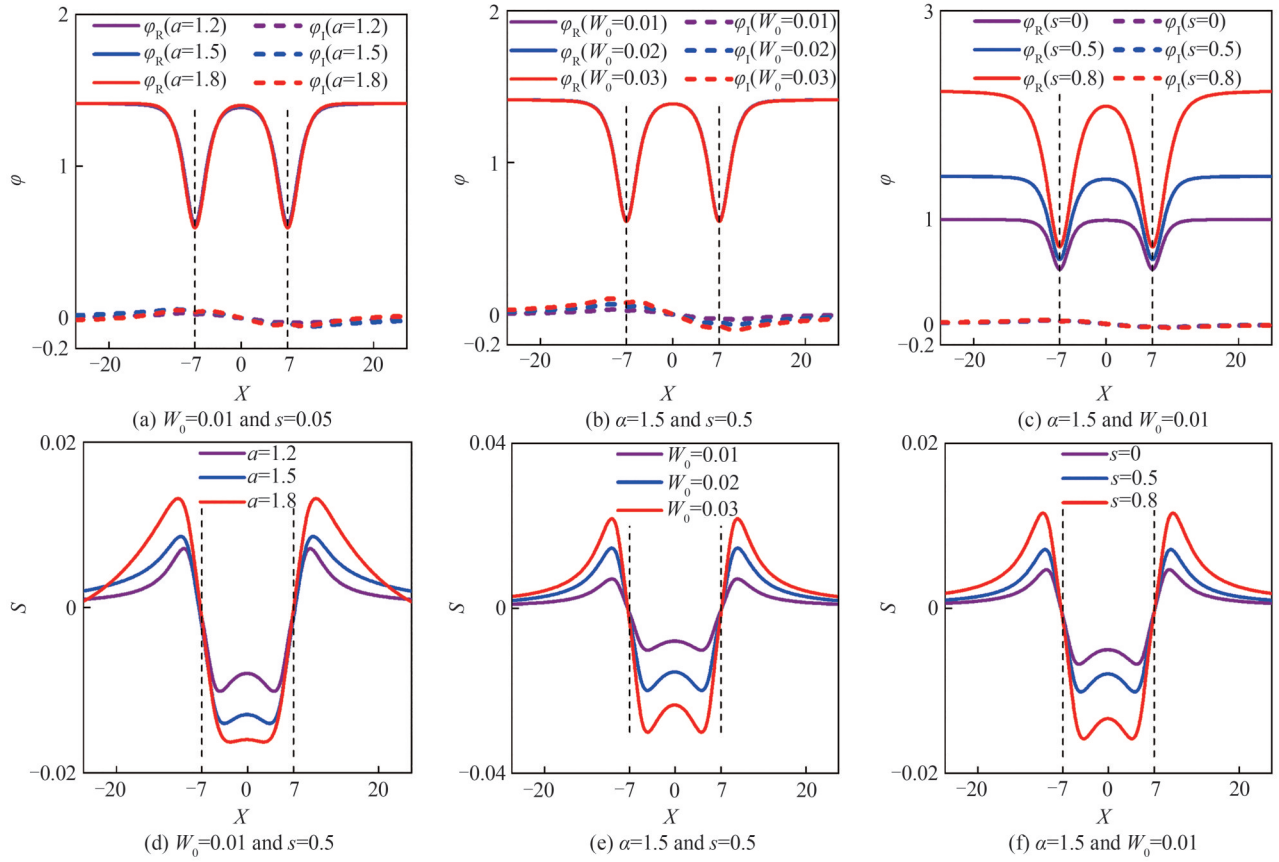


图2 当 $\mu = -1$ 和 $\sigma = -1$ 时,双峰灰孤子的孤子模式 $\varphi$ 和横向能流密度 $S$   
 Fig.2 The modes  $\varphi$  and transverse energy density  $S$  of double gray solitons with  $\mu = -1$  and  $\sigma = -1$

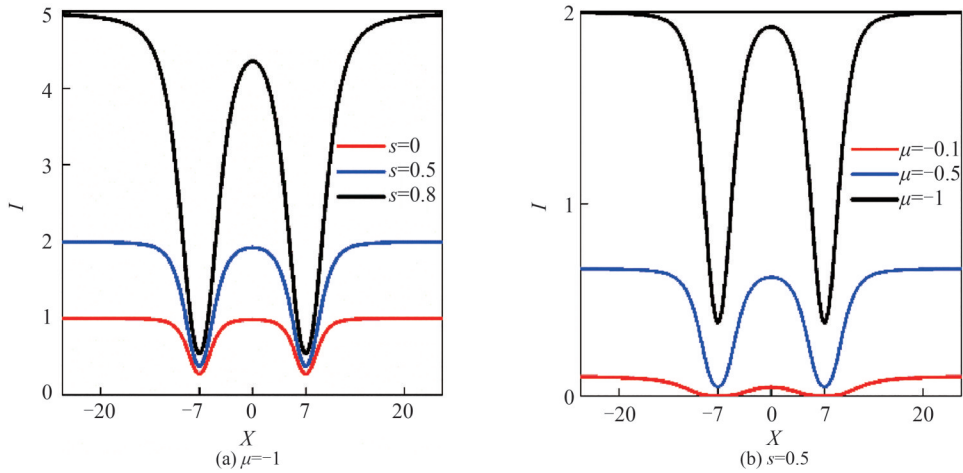


图3 当 $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01$ 和 $\sigma = -1$ 时双峰灰孤子的强度分布 $I$   
 Fig.3 The intensity distribution  $I$  of double gray solitons with  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01$  and  $\sigma = -1$

背景强度不变的灰孤子的功率定义为 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} [-\mu - |\varphi(X)|^2] dX^{[33]}$ ,图3(b)表明传播常数 $\mu$ 的改变会影响灰孤子背景强度的大小,因此,在本文中灰孤子功率定义为 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} [-I_{\max} - |\varphi(X)|^2] dX$ .饱和非线性参数 $s$ 和传播常数 $\mu$ 对孤子功率有较大的影响,如图4所示。当 $\mu = -1$ 时,随着 $s$ 的增大,孤子功率会逐渐增大,并且增加的速率逐渐变快,如图4(a)所示。由图4(b)可知,当 $s = 0.5$ 时,随着 $\mu$ 绝对值的减小,孤子功率逐渐减小,且减小的速率逐渐减慢。

图5给出了在不同饱和非线性下图3(a)中的双峰灰孤子在PT对称波导中的传输演化,插图表示由

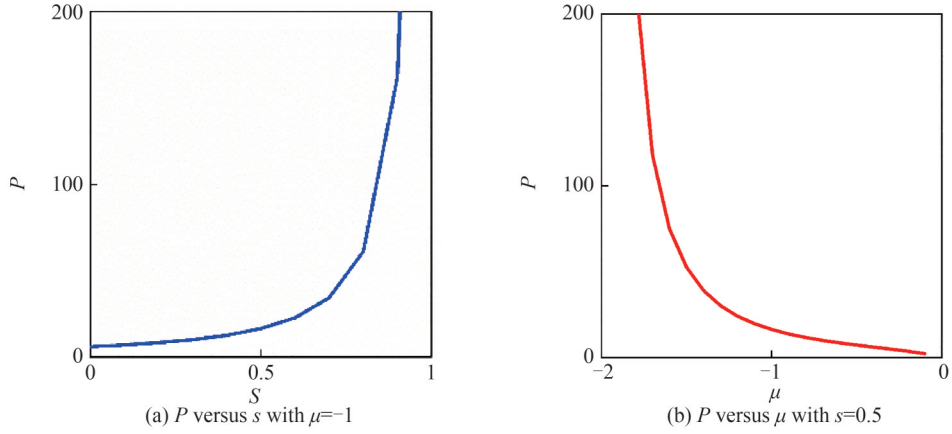


图4 当  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01$  和  $\sigma = -1$  时双峰灰孤子的功率  $P$   
 Fig.4 The power  $P$  of double gray solitons with  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01$  and  $\sigma = -1$

式(5)和(6)数值求解得到的相应线性稳定谱,其中  $\mu = -1, W_0 = 0.01$  和  $\alpha = 1.2$ 。在  $s = 0.2, s = 0.5$  和  $s = 0.8$  三种情况下,双峰灰孤子都可以沿PT对称波导通道长距离稳定传输,插图中  $\text{Re}(\lambda) = 0$  也证实传输具有鲁棒性。此外,由图可知,随着饱和参数  $s$  的增加,背景强度逐渐增加,孤子宽度也在增加。当  $s = 0.5, W_0 = 0.01$  和  $\alpha = 1.2$  时,图6表示图3(b)中的双峰灰孤子在不同传播常数  $\mu$  时的传输演化和线性稳定谱。可以看出,双峰灰孤子保持最初模式的宽度和强度不变稳定向前传输,相对应的线性稳定性值谱如插图所示,小扰动的增长速率实部全部为0。且随着传播常数  $\mu$  绝对值的增加,背景强度逐渐增加,孤子宽度逐渐减小。

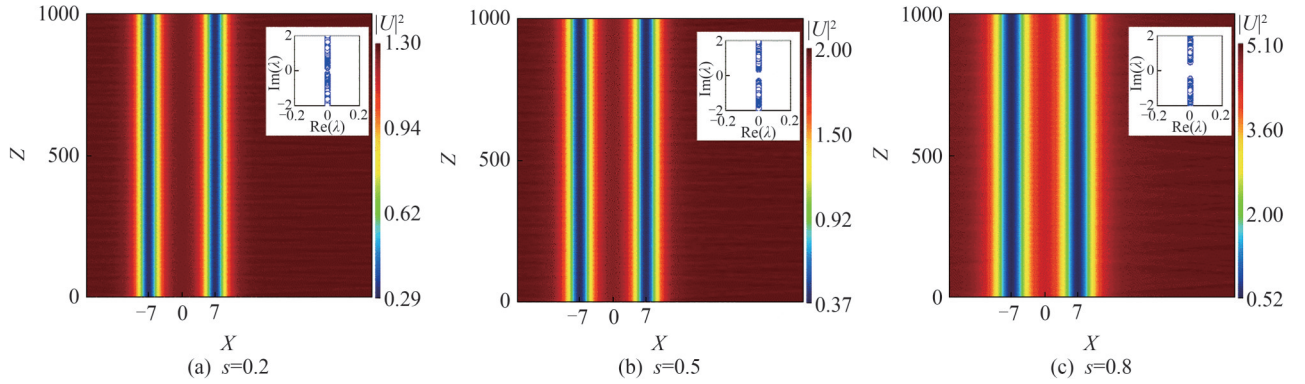


图5 当  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01, \mu = -1$  和  $\sigma = -1$  时,不同饱和非线性参数  $s$  下双峰灰孤子在PT对称波导中的传输及其对应的线性稳定值谱

Fig.5 The transmission of double gray solitons in PT-symmetric waveguide with different  $s$  and the corresponding stable spectrum with  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01, \mu = -1$  and  $\sigma = -1$

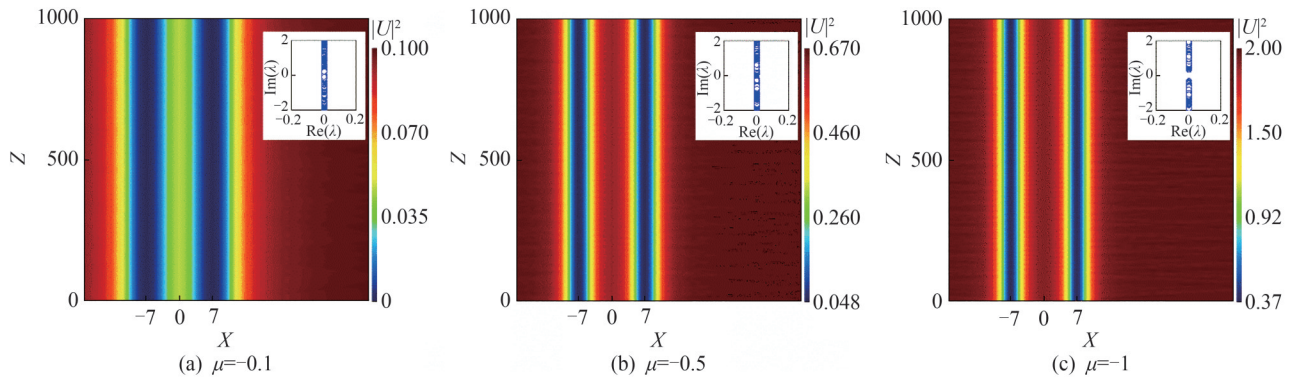


图6 当  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01, s = 0.5$  和  $\sigma = -1$  时,不同传播常数  $\mu$  下双峰灰孤子在PT对称波导中的传输及其对应的线性稳定值谱  
 Fig.6 The transmission of double gray solitons in PT-symmetric waveguide with different  $\mu$  and the corresponding stable spectrum with  $\alpha = 1.2, W_0 = 0.01, s = 0.5$  and  $\sigma = -1$

## 2.2 聚焦饱和和非线性下的孤子控制

考虑PT对称波导的非线性效应为聚焦饱和和非线性时,即 $\sigma=1$ ,讨论该波导对孤子光束的控制作用。将基态亮孤子 $U(X)=\text{sech}(X-X_0)$ 作为式(1)的初始输入光束,采用分步傅里叶法<sup>[31]</sup>数值模拟光束在图1所示的PT对称波导介质中的传输演化,根据归一化的关系,孤子的横向尺寸远小于波导尺寸,其中 $X_0$ 表示输入光束的初始位置, $X_0=0$ 代表光束从波导中心输入, $X_0\neq 0$ 代表光束从非波导中心输入。当 $X_0=0$ , $\alpha=1.2$ 和 $W_0=0.1$ 时,在不同饱和和非线性参数 $s$ 下亮孤子光束在波导中的传输演化如图7所示。由于波导中心的折射率高于两侧且分布对称,在衍射效应和聚焦饱和非线性效应共同作用下,孤子会在波导中心以呼吸子的形式向前传输。随着 $s$ 的增大,呼吸子的变化频率变小,光束宽度变宽,同时峰值强度减小。

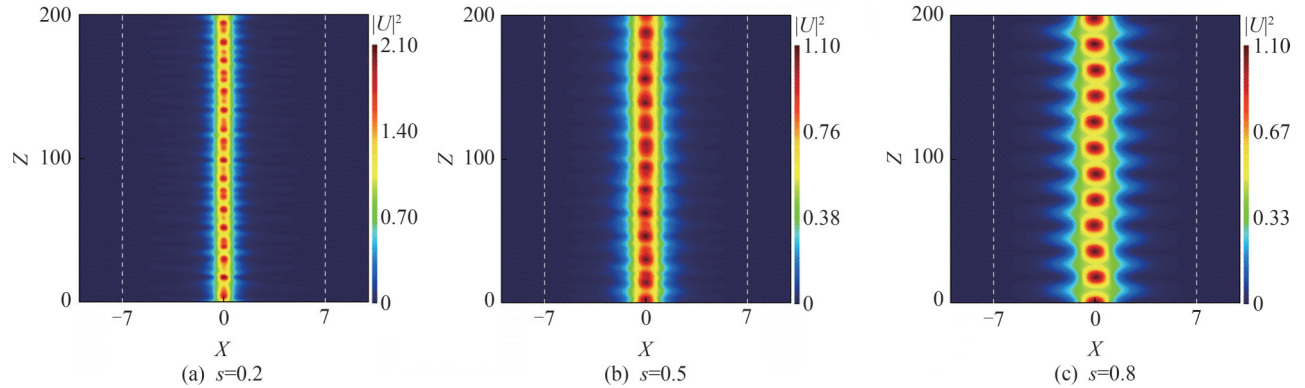


图7 当 $X_0=0$ , $\alpha=1.2$ , $W_0=0.1$ 和 $\sigma=1$ 时,不同饱和和非线性参数 $s$ 下亮孤子光束在PT对称波导中的传输  
Fig.7 The transmission of bright soliton beam in PT-symmetric waveguide with different  $s$  when  $X_0=0$ ,  $\alpha=1.2$ ,  $W_0=0.1$  and  $\sigma=1$

当亮孤子从非波导中心输入时,取 $X_0=3$ ,图8给出了在不同饱和和非线性参数 $s$ 下,亮孤子光束在PT对称波导中的传输。孤子光束在以初始输入位置为界限的 $X=\pm 3$ 之间以呼吸子的形式振荡传输。这是因为图1所示的PT对称波导中,波导中心处的折射率最大,远离中心处折射率逐渐减小,该结构类似于梯度折射率光纤,因此波导中心对光具有线性聚焦作用。当 $X_0\neq 0$ 时,在波导聚焦的作用下,光束首先向折射率高的波导中心传输,通过波导中心到达另一边,当介质的折射率和初始位置处的折射率一样时,光束发生反射,如此循环,形成振荡传输的轨迹。并且由于增益/损耗作用的存在,光束在振荡传输过程中会出现能量交替变化的现象。由图8可以看出,随着 $s$ 的增大,光束的振荡频率变大,光束宽度变宽,峰值强度减小。最后发现PT对称波导通道的势阱深度 $V_0$ 也会对光束传输控制产生影响。在不同势阱深度 $V_0$ 下亮孤子光束在PT对称波导中的传输演化如图9所示,孤子会在初始输入位置之间以呼吸子的形式振荡传输,并且随着 $V_0$ 绝对值的增大,光束的振荡频率变大,光束宽度减小,峰值强度增加。

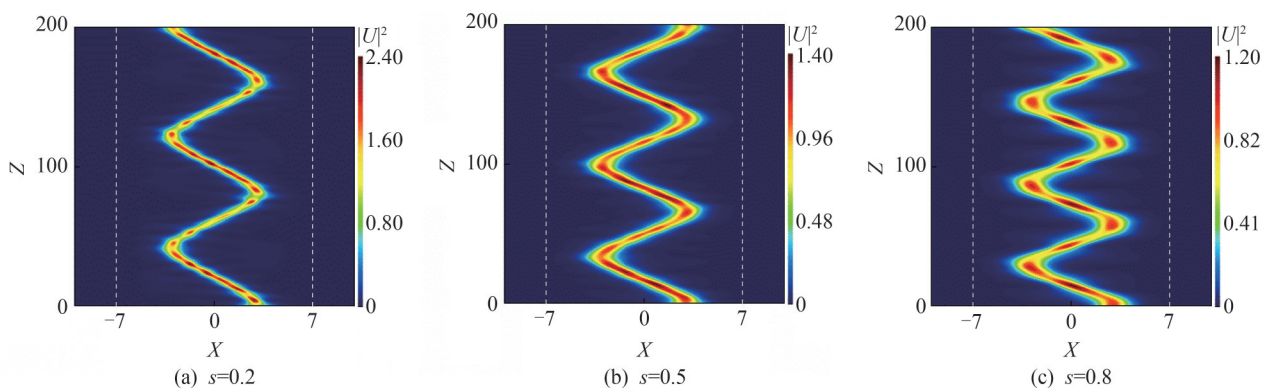


图8 当 $X_0=3$ , $\alpha=1.2$ , $W_0=0.1$ 和 $\sigma=1$ 时,不同饱和和非线性参数 $s$ 下亮孤子光束在PT对称波导中的传输  
Fig.8 The transmission of bright soliton beam in PT-symmetric waveguide with different  $s$  when  $X_0=3$ ,  $\alpha=1.2$ ,  $W_0=0.1$  and  $\sigma=1$

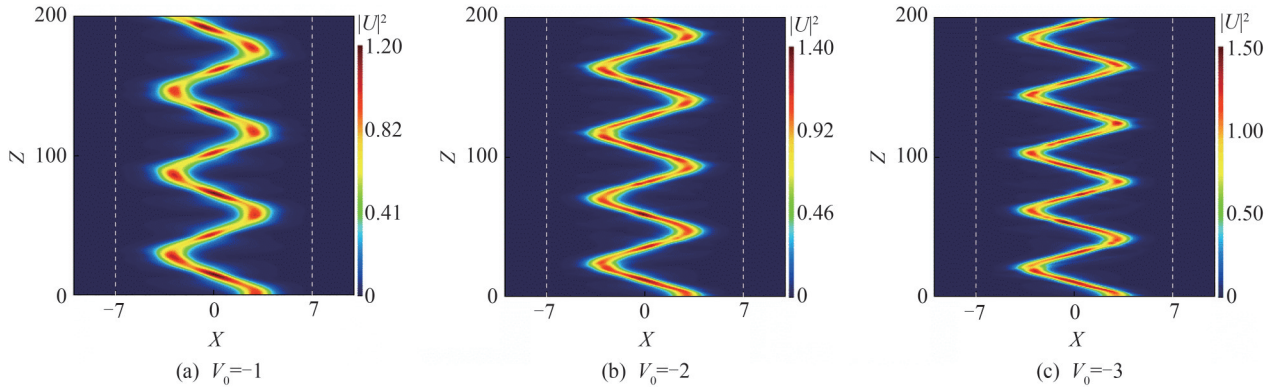


图9 当  $X_0 = 3, \alpha = 1.2, W_0 = 0.1, s = 0.8$  和  $\sigma = 1$  时,不同折射率势深参数  $V_0$  下亮孤子光束在PT对称波导中的传输  
 Fig.9 The transmission of bright soliton beam in PT-symmetric waveguide with different  $V_0$  when  $X_0 = 3, \alpha = 1.2, W_0 = 0.1, s = 0.8$  and  $\sigma = 1$

### 3 结论

本文研究了线性散焦双通道PT对称波导中具有分数阶衍射效应饱和非线性下支持的灰孤子模式及孤子光束的传输与控制。在散焦饱和非线性效应下,该PT对称波导可支持稳定的双峰灰孤子模式。双峰灰孤子的实部为偶对称,虚部为奇对称。Lévy指数 $\alpha$ 和增益/损耗系数 $W_0$ 对灰孤子模式的波形影响较小,但饱和非线性系数 $s$ 对灰孤子模式的波形影响较大。随着饱和非线性系数 $s$ 的增大,双峰灰孤子实部的背景强度增大。随着 $\alpha, W_0$ 或 $s$ 的增大,孤子的横向能流密度变大,能量流动变得剧烈,但在波导通道位置处 $S$ 无限接近0。随着饱和非线性系数 $s$ 和传播常数 $\mu$ 绝对值的增大,双峰灰孤子的背景强度增大,灰度值减小,功率增大。在较低的增益/损耗水平上,通过数值模拟和线性稳定性分析,得到了稳定传输的双峰灰孤子。另外,在聚焦饱和非线性效应下,PT对称波导可以控制亮孤子光束的传输。当光束在波导中心输入,孤子以呼吸子的形式向前传输;在非波导中心输入,光束以初始输入位置为界限以呼吸子的形式振荡传输。随着 $s$ 的增大,光束的振荡频率变大,光束宽度变宽,峰值强度减小。另外随着PT对称波导通道势阱深度 $V_0$ 绝对值的增大,光束的振荡频率变大,峰值强度增加。

#### 参考文献

- [1] BENDER C M, BOETTCHER S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry[J]. Physical Review Letters, 1998, 80(24): 5243-5246.
- [2] BENDER C M. Making sense of non-Hermitian Hamiltonians[J]. Reports on Progress in Physics, 2007, 70(6): 947-1018.
- [3] EI-GANAINY R, MAKRIS K G, CHRISTODOULIDES D N, et al. Theory of coupled optical PT-symmetric structures[J]. Optics Letters, 2007, 32(17): 2632-2634.
- [4] RÜTER C E, MAKRIS K G, EI-GANAINY R, et al. Observation of parity-time symmetry in optics[J]. Nature Physics, 2010, 6(3): 192-195.
- [5] GOVINDARAJAN A, SARMA AK, LAKSHMANAN M. Tailoring PT-symmetric soliton switch[J]. Optics Letters, 2019, 44(3): 663-666.
- [6] MIRI M A, LIKAMWA P, CHRISTODOULIDES D N. Large area single-mode parity-time-symmetric laser amplifiers[J]. Optics Letters, 2012, 37(5): 764-766.
- [7] CHANG Long, JIANG Xiaoshun, HUA Shiyue, et al. Parity-time symmetry and variable optical isolation in active-passive-coupled microresonators[J]. Nature Photonics, 2014, 8(7): 524-529.
- [8] MAKRIS K G, EI-GANAINY R, CHRISTODOULIDES D N, et al. Beam dynamics in PT symmetric optical lattices[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(10): 103904.
- [9] REGENSBURGER A, BERSCH C, MIRI M A, et al. Parity-time synthetic photonic lattices [J]. Nature, 2012, 488(7410): 167-171.
- [10] MUSSLIMANI Z H, MAKRIS K G, EL-GANAINY R, et al. Optical solitons in PT periodic potentials[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(3): 030402.
- [11] ZHU Xing, WANG Hong, LI Huagang, et al. Two-dimensional multipole gap solitons supported by parity-time-symmetric periodic potentials[J]. Optics Letters, 2013, 38(15): 2723-2725.

- [12] LI Pengfei, DAI Chaoqing, LI Rujiang, et al. Symmetric and asymmetric solitons supported by a PT-symmetric potential with saturable nonlinearity: bifurcation, stability and dynamics[J]. *Optics Express*, 2018, 26(6): 6949-6961.
- [13] HU Sumei, ZHONG Tingting, WU Hongmei, et al. Transmission of multipole solitons in Parity-Time symmetric Scarff potentials[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(9): 0919001.  
胡素梅, 钟婷婷, 吴红梅, 等. Parity-Time 对称 Scarff 势中多级孤子的传输特性[J]. *光子学报*, 2018, 47(9): 0919001.
- [14] LASKIN N. Fractional quantum mechanics and Lévy path integrals[J]. *Physics Letters A*, 2000, 268: 298-305.
- [15] LASKIN N. Fractional quantum mechanics[J]. *Physical Review E*, 2000, 62: 3135-3145.
- [16] LASKIN N. Fractional Schrödinger equation[J]. *Physical Review E*, 2002, 66: 056108.
- [17] LONGHI S. Fractional Schrödinger equation in optics[J]. *Optics Letters*, 2015, 40: 1117-1120.
- [18] ZHANG Yiqi, ZHONG Hua, BELIĆ MR, et al. PT symmetry in a fractional Schrödinger equation[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2016, 10(3): 526-531.
- [19] HUANG Changming, DENG Hanying, ZHANG Weifeng, et al. Fundamental solitons in the nonlinear fractional Schrödinger equation with a PT-symmetric potential[J]. *EPL*, 2018, 122(2): 24002.
- [20] YAO Xiankun, LIU Xueming. Solitons in the fractional Schrödinger equation with parity-time-symmetric lattice potential[J]. *Photonics Research*, 2018, 6(9): 875-879.
- [21] DONG Liangwei, HUANG Changming. Double-hump solitons in fractional dimensions with a PT-symmetric potential[J]. *Optics Express*, 2018, 26(8): 10509-10518.
- [22] XIE Jiaquan, ZHU Xing, HE Yingji. Vector solitons in nonlinear fractional Schrödinger equations with parity-time-symmetric optical lattices[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 97(2): 1287-1294.
- [23] ZHU Xing, YANG Feiwen, CAO Shulei, et al. Multipole gap solitons in fractional Schrödinger equation with parity-time-symmetric optical lattices[J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1631-1639.
- [24] CAO Qihao, DAI Chaoqing. Symmetric and anti-symmetric solitons of the fractional second-and third-order nonlinear Schrödinger equation[J]. *Chinese Physics Letters*, 2021, 38(9): 090501.
- [25] SU Weiwei, DENG Hanying, DONG Liangwei, et al. Stabilization of fundamental solitons in the nonlinear fractional Schrödinger equation with PT-symmetric nonlinear lattices[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2020, 141: 110427.
- [26] WU Zhongli, CAO Shulei, CHE Wanwei, et al. Solitons supported by parity-time-symmetric optical lattices with saturable nonlinearity in fractional Schrödinger equation[J]. *Results in Physics*, 2020, 19: 103381.
- [27] TEHRANI DHT, SOLAIMANI M, GHALANDARI M, et al. Solitons propagation dynamics in a saturable PT-symmetric fractional medium[J]. *Physica Scripta*, 2021, 96(12): 125531.
- [28] CHE Wanwei, YANG Feiwen, CAO Shulei, et al. Gray solitons in parity-time-symmetric localized potentials with fractional-order diffraction[J]. *Physics Letters A*, 2021, 413: 127606.
- [29] WANG Qing, ZHANG Lingling, MALOMED B A, et al. Transformation of multipole and vortex solitons in the nonlocal nonlinear fractional Schrödinger equation by means of Lévy-index management[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2022, 157: 111995.
- [30] WANG Qing, MIHALACHE D, BELIĆ MR, et al. Soliton transformation between different potential wells[J]. *Optics Letters*, 2023, 48(3): 747-750.
- [31] YANG Jianke. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [32] YANG Jianke, LAKOBA T I. Universally-convergent squared-operator iteration methods for solitary waves in general nonlinear wave equations[J]. *Studies in Applied Mathematics*, 2007, 118(2): 153-197.
- [33] KARTASHOV Y V, TORNER L. Gray spatial solitons in nonlocal nonlinear media[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(8): 946-948.

## Transmission and Control of Solitons with Saturable Nonlinear in Linear Defocusing PT-symmetric Waveguide

WU Qi, WANG Juanfen, DU Chenrui, YANG Lingzhen, XUE Pingping, FAN Linlin  
(College of Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030600, China)

**Abstract:** In this paper, based on the normalized saturable nonlinear fractional Schrödinger equation with linear potential, the transmission and control of solitons in linear defocusing two-channels PT-symmetric waveguide with fractional diffraction and saturable nonlinearity are studied. The equation can be



numerically solved by the modified squared-operator iteration method to obtain soliton modes. The Fourier collocation method is used to judge the linear stability of soliton, and the split-step Fourier method is used to simulate the transmission of soliton in the PT (Parity-Time) -symmetric waveguide. According to the requirements of PT-symmetric, the refractive index distribution of two-channels PT-symmetric waveguide is even symmetric and the gain/loss distribution is odd symmetric. In addition, the refractive index of two channels is smaller than that of substrate, so it has the defocusing property. The results show that the PT-symmetric waveguide can support the stable double gray solitons modes in the defocusing saturable nonlinearity. The real part of double gray solitons is even symmetric and the imaginary part is odd symmetric due to the effect of PT-symmetric waveguide. The Lévy index and gain/loss coefficient of PT-symmetric waveguide have little effect on the shape of double gray solitons modes. But the saturable nonlinear coefficient has a great influence on the soliton modes. With the increase of saturable nonlinear coefficient, the background intensity of double gray solitons increases. The Lévy index, gain/loss coefficient, and saturable nonlinear coefficient can affect the transverse energy flow density of solitons. With the increase of Lévy index, gain/loss coefficient, and saturable nonlinear coefficient, the transverse energy flow density of solitons changes more sharply, but it is close to 0 infinitely at the position of waveguide channel. This means that the energies on the left and right of channels reach a balance, thus the double gray solitons are formed. At the same time, the propagation constant also has an effect on the double gray solitons. With the increase of the absolute value of propagation constant, the background intensity of the solitons increases, the gray value decreases and the power increases. Through linear stability analysis, the stable double gray solitons can be obtained at a low gain/loss level. The double gray solitons can transmit stably forward in the waveguide, keeping the width and intensity of original mode unchanged. The width of solitons increases with the increase of saturable nonlinear coefficient and propagation constant.

In the focusing saturable nonlinearity, the two-channels PT-symmetric waveguide can control the transmission of bright soliton beams. When it inputs from the center of waveguide, the beam is transmitted as a respirator. With the increase of saturable nonlinear coefficient, the frequency of respirator decreases, the width of beam widens, and the peak intensity decreases. When it doesn't input from the center of waveguide, the beam occurs oscillation with the initial input position as the boundary. This is because the refractive index in the center is the largest, decreasing gradually away from the center between the two-channels PT-symmetric waveguide. This structure is similar to that of gradient index fiber, which has linear focusing effect on beam. When the input is not in the center, under the focusing effect of waveguide, the beams propagate toward the center, through the center to the other, and then reflect back. Thus, the propagation of beam occurs oscillation between two channels. With the increase of saturable nonlinear coefficient, the oscillation frequency of beam increases and the width widens. In addition, the increase of the absolute value of potential good depth in PT-symmetric waveguide will lead to the increase of oscillation frequency and peak intensity of beam. These results can provide some theoretical reference for the application of two-channels PT-symmetric waveguide in all optical control.

**Key words:** Nonlinear optics; Parity-time symmetric optical waveguide; Gray soliton; Beam control; Saturation nonlinearity; Fractional Schrödinger equation

**OCIS Codes:** 190.6135; 000.4430; 190.4410