

引用格式: HAO Sanfeng, ZHANG Jian, YANG Jianfeng. F/0.78 High Order Aspheric Surface Testing with Null Compensator and Mapping Distortion Correction[J]. Acta Photonica Sinica, 2023, 52(2):0212004

郝三峰, 张建, 杨建峰. F/0.78 高次非球面零位补偿检测与投影畸变校正[J]. 光子学报, 2023, 52(2):0212004

# F/0.78 高次非球面零位补偿检测与投影畸变校正

郝三峰<sup>1,2</sup>, 张建<sup>1,3</sup>, 杨建峰<sup>1</sup>

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710119)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

(3 西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071)

**摘要:**为实现高次非球面的高精度检测与确定性加工,从高次非球面检测的零位补偿器设计和干涉检测图的投影畸变校正两方面出发提出了具体的解决方案。首先,基于三级像差理论与PW法推导了高次非球面三片式补偿器初始结构参数计算公式。针对有效口径314 mm、F/0.78的8阶偶次非球面,将基于公式获得的初始结构参数代入光学设计软件进行缩放、优化后获得PV=0.009 6 $\lambda$ 、RMS=0.001 2 $\lambda$ ( $\lambda=632.8$  nm)的补偿器设计结果,公差分析结果表明此设计满足高次非球面 $\lambda/50$ 的检测精度要求。进一步地,针对基于零位补偿器的干涉检测图存在畸变的问题提出了一种校正方法,该方法采用零位补偿器的成像畸变曲线数据确定干涉图的畸变规律,利用畸变零点求解算法确定畸变中心,结合畸变规律与畸变中心点坐标进行逆向求解实现干涉检测图畸变的快速校正。采用本文所提方法对零位补偿检测结果进行畸变校正,基于畸变校正结果对非球面进行了6次磁流变抛光后,面形RMS由0.270 $\lambda$ 收敛至0.019 $\lambda$ ,验证了该畸变校正方法的有效性。

**关键词:**高次非球面;零位检测;补偿器设计;投影畸变校正;确定性抛光

中图分类号:O439

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20235202.0212004

## 0 引言

非球面一般指偏离传统球面的一类面形,从非球面数学表征形式上看,常用的二次非球面的表征需要曲率半径 $R$ 和二次系数 $K$ ,对于高次非球面还将进一步增添高阶项,因此,非球面拥有更多的设计自由度,有利于光学系统的像差校正、轻量化、集成化以及综合性能的提升<sup>[1-2]</sup>。近年来,随着光学精密加工技术的发展与进步,非球面凭借其优势在航空航天、空间望远等领域的光学系统设计中取得了重要应用<sup>[3]</sup>。与此同时,相比于传统球面,非球面的高精度加工检测也更加复杂困难,其中,高精度的非球面检测是高精度加工的反馈与指导,也是保证非球面光学系统指标实现的重要保证,因此有必要对其做进一步的研究。

在非球面检测方面,目前常用非球面零位干涉检测方法包括无像差点法、零位补偿透镜法、计算机全息法(Computer Generated Hologram, CGH)<sup>[3]</sup>。其中,对于较大口径非球面检测,无像差点法需要更大口径的辅助平面镜或球面镜,而大口径辅助镜本身加工成本较高、加工困难、周期较长,且该方法仅适用于二次非球面的检测;CGH元件加工制造成本较高,且加工精度和定位精度都会对测量精度产生一定影响<sup>[4]</sup>;零位补偿透镜法一般采用小口径的球面透镜构建补偿系统,很容易加工到很高的精度,且其结构简单、元件数少、易于控制。综合考虑现阶段的光学加工与装配技术能力,零位补偿透镜法能够实现高次非球面的高精度检测。其中,对于参数指标严苛的高次非球面,传统的两片式补偿器不能满足高检测精度需求,因此需要进一步优化设计补偿透镜的结构。

基金项目:中科院西部之光人才项目(No. XAB2016A10),陕西省重点研发计划(No. 2018ZDXM-GY-105)

第一作者:郝三峰, haosanfeng3@163.com

通讯作者:张建, zj@opt.ac.cn

收稿日期:2022-09-16;录用日期:2022-09-28

<http://www.photon.ac.cn>

对于非球面的检测,不仅需要设计满足非球面检测精度需求的补偿透镜,同时还需要将检测结果用于指导非球面的加工。在零位补偿检测过程中,零位补偿透镜起到补偿非球面法线像差的作用,即:通过零位补偿器将由干涉仪出射的球面波转化为沿被测镜法线方向的非球面波,经反射后再次通过补偿器与干涉仪标准波前产生干涉,实现被测非球面的高精度检测<sup>[5]</sup>。因被测非球面镜曲率随镜面坐标变化而变化,非球面镜面坐标与干涉仪 CCD 测量坐标将产生复杂的非线性关系,即检测数据与被测镜坐标之间存在投影畸变<sup>[6]</sup>。对于高精度的非球面确定性加工技术如磁流变抛光(Magnetorheological Finishing, MRF)<sup>[7]</sup>、离子束抛光(Ion Beam Figuring, IBF)<sup>[8]</sup>,投影畸变将会给非球面抛光反馈错误修正信息,严重影响确定性抛光效率与精度,因此必须予以校正。

目前,常用的非球面检测投影畸变校正方法大多基于图像校正原理<sup>[9]</sup>,主要包括两类方法:1)标定法,该方法通过使用 Fiducial 标定<sup>[6]</sup>、基准蒙片<sup>[10]</sup>以及被测镜面上实物标记等<sup>[11]</sup>方式获得多个等间距标记点,经测量后可获得对应标记点的畸变位置分布,结合正交多项式<sup>[12-13]</sup>拟合畸变规律可实现畸变校正;2)光线追迹法,通过对检测光路光线追迹获得补偿器出射端波前与被测镜对应点的多个坐标数据点,并根据数据点拟合投影畸变函数,然后通过仿射变换<sup>[14]</sup>、畸变中心求解<sup>[15-16]</sup>等方式实现畸变校正。其中,标定法若想实现高精度的畸变校正,需要足够多的标定点,且工程实际操作较为费时;光线追迹法能够较为方便地获得投影畸变函数,但畸变中心点求解与后续数据处理仍较为复杂。因此,需要有更加方便、快速的畸变校正方法来实现补偿检测的畸变校正。

综合考虑高次非球面的检测与确定性加工需求,本文针对有效口径 314 mm、F/0.78 的 8 阶偶次非球面的零位补偿检测与投影畸变校正进行了系统研究。一方面,基于三级像差理论与 PW 法推导了高次非球面三片式补偿器初始结构的计算公式,并根据初始结构进行缩放、优化后获得了  $PV=0.0096\lambda$ ,  $RMS=0.0012\lambda$  的补偿器设计结果,公差分析表明,此设计可满足高次非球面面形检测精度需求。另一方面,为满足高次非球面确定性加工的需求提出了一种投影畸变校正方法,结合补偿透镜的成像畸变规律与畸变零点求解算法,可方便地实现投影畸变的快速校正。基于畸变校正结果指导磁流变确定性加工,经过 6 次抛光后实现了  $RMS\leq\lambda/50$  的面形加工结果,验证了所提畸变校正方法的有效性。

## 1 高次非球面零位补偿检测

### 1.1 高次非球面参数

一光学系统的主镜采用有效口径为 314 mm 的 8 阶高次非球面,其数学表达式为

$$Z(\rho) = \frac{\rho^2}{R + \sqrt{R^2 - (1+K)\rho^2}} + A_4\rho^4 + A_6\rho^6 + A_8\rho^8 \quad (1)$$

式中, $\rho$  为非球面径向半径, $Z(\rho)$  为非球面矢高, $R$  为非球面中心曲率半径, $K$  为二次非球面系数, $A_4$ 、 $A_6$ 、 $A_8$  分别为 4 阶、6 阶和 8 阶非球面系数,具体参数如表 1 所示。

表 1 高次非球面参数

Table 1 Parameters of high-order aspheric surface

Parameters	Value
Vertex curvature radius $R$ /mm	-491.14
Conic constant $K$	1.43
4th coefficient $A_4$	$9.09 \times 10^{-10}$
6th coefficient $A_6$	$4.73 \times 10^{-15}$
8th coefficient $A_8$	$8.46 \times 10^{-20}$

非球面的检测与加工难度主要与非球面度、非球面度梯度、被测镜的  $F$  数等因素有关<sup>[17-18]</sup>,根据表 1 主镜参数绘制非球面度和非球面度梯度曲线,如图 1 所示。其中非球面度最大值为 0.139 mm,非球面梯度最大值为 0.007 5,对于口径 314 mm 的高次非球面,其非球面度与非球面梯度都较大,同时考虑到被测镜  $F$  数约为 0.78,一般的两片式补偿透镜无法实现高精度的检测需求。综合考虑非球面法线像差补偿与加工装配水平,三片式补偿透镜结构能够提供有效的解决方案。

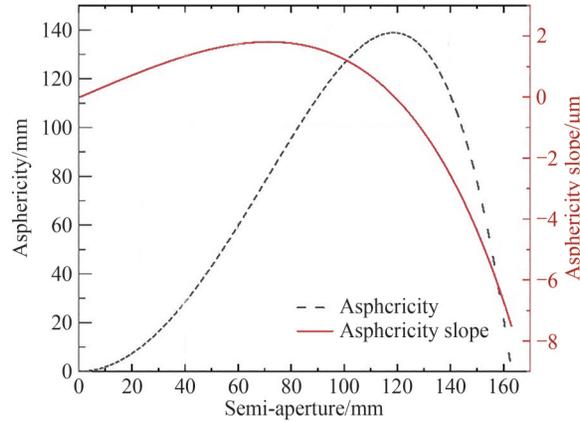


图1 非球面度和非球面陡度

Fig. 1 Plot of the asphericity and asphericity slope

## 1.2 三片式补偿器初始结构设计方法

三片式补偿器的一种结构形式如图2所示。图中4为待检高次非球面,补偿透镜1、补偿透镜2与补偿透镜3共同起到补偿非球面法线像差的作用。在检测过程中,光线由点O出发,经过补偿透镜1、2、3折射后沿非球面法线入射,经非球面反射后沿原路返回至点O。由于非球面补偿器检测系统仅涉及轴上点球差的校正,因此,基于三级像差理论和PW法可以较为方便地求解补偿器初始结构参数<sup>[19]</sup>,然后将初始结构参数带入光学设计软件进行缩放、优化后可得到最终设计结果。

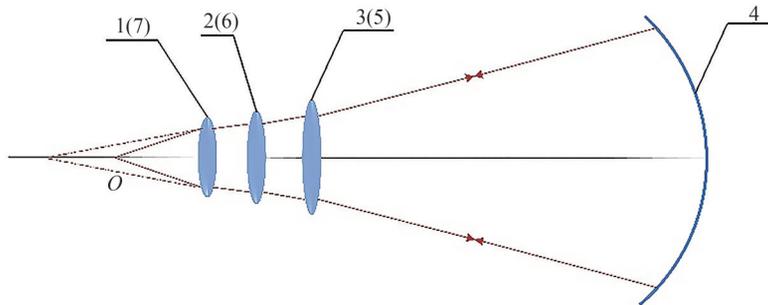


图2 基于三片式补偿器的高次非球面检测

Fig. 2 High order aspheric surface testing with three-piece lens null compensator

根据三级像差理论,令高次非球面补偿检测系统球差系数 $S_1 = 0$ ,则有

$$S_1 = h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_3 + h_4^4 K_b + h_5 P_5 + h_6 P_6 + h_7 P_7 = 0 \quad (2)$$

式中, $K_b$ 为高次非球面的二次比较面的二次系数,计算公式为

$$K_b = -\frac{n_4' - n_4}{r_4} e_b^2 = -\frac{\rho_{\max}^2 - 2RZ(\rho_{\max}) + Z(\rho_{\max})^2}{Z(\rho_{\max})^2} \quad (3)$$

式中, $n_4, n_4'$ 分别为光线入射和出射高次非球面材料的折射率, $r_4 = R$ 为高次非球面顶点曲率半径, $e_b^2$ 为 $K_b$ 所对应的非球面偏心率平方, $\rho_{\max}$ 为高次非球面径向半径的最大值, $Z(\rho_{\max})$ 为径向半径 $\rho_{\max}$ 处对应的非球面矢高。 $h_1, h_2, h_3$ 分别为补偿透镜1、2、3的正向光线入射高度, $h_7, h_6, h_5$ 分别为补偿透镜1、2、3的反向光线入射高度, $h_4$ 为被测镜的光线入射高度,由图2可知光线入射高度应满足条件

$$\begin{cases} h_1 = h_7 \\ h_2 = h_6 \\ h_3 = h_5 \end{cases} \quad (4)$$

$P_1, P_2, P_3$ 为补偿透镜1、2、3的正向初级球差系数, $P_7, P_6, P_5$ 为补偿透镜1、2、3的反向初级球差系数,初级球差系数的定义为

$$P = ni(i - i')(i' - u) = \left[ \frac{n_i n_i' (u_i' - u_i)}{n_i' - n_i} \right]^2 \left( \frac{u_i'}{n_i'} - \frac{u_i}{n_i} \right) \quad (5)$$

式中,  $u_i$  与  $u_i'$  表示对应光线的人射角和出射角,  $n_i$  与  $n_i'$  表示对应材料的折射率。由式(5)可知, 任一补偿透镜的正向与反向初级球差系数相等, 即满足以下条件

$$\begin{cases} P_1 = P_7 \\ P_2 = P_6 \\ P_3 = P_5 \end{cases} \quad (6)$$

将条件(4)与(6)以及  $-n_4' = n_4 = 1$  带入式(2)化简可得

$$h_1 P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_3 = -\frac{h_4^4 e_b^2}{r_4} \quad (7)$$

为便于计算, 对补偿器检测系统进行如下规划

$$\begin{cases} u_3' = u_4 = u_4' = u_5 = u_0 = 1 \\ h_4 = h_0 = -1 \\ r_4 = r_0 = -1 \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $h_0, r_0$  分别为被测非球面的归一化光线入射高度和归一化半径。定义补偿透镜1、2、3与被检高次非球面的光束孔径高度之比为  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , 垂轴放大率分别为  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , 公式为

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{h_1}{h_4} \\ \alpha_2 = \frac{h_2}{h_0} = \frac{h_2}{h_4} \\ \alpha_3 = \frac{h_3}{h_0} = \frac{h_3}{h_4} \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 = \frac{u_1}{u_1'} \\ \beta_2 = \frac{u_2}{u_2'} \\ \beta_3 = \frac{u_3}{u_3'} \\ \beta = \frac{u_1}{u_3'} = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \end{cases} \quad (9)$$

根据式(8)、(9)进一步化简式(7)可得

$$\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 = -e_b^2 \quad (10)$$

引入非球面像差分担因子  $m_1, m_2, m_3$ , 令  $\alpha_1 P_1 = -m_1 e_b^2, \alpha_2 P_2 = -m_2 e_b^2, \alpha_3 P_3 = -m_3 e_b^2$ , 则有

$$\begin{cases} m_1 + m_2 + m_3 = 1 \\ P_1 = \frac{-m_1 e_b^2}{\alpha_1}, P_2 = \frac{-m_2 e_b^2}{\alpha_2}, P_3 = \frac{-m_3 e_b^2}{\alpha_3} \end{cases} \quad (11)$$

在补偿检测系统中, 补偿器的总偏转角等于每个透镜产生的偏角之和, 关系可以表示为

$$\begin{cases} h\varphi = h_1 \varphi_1 + h_2 \varphi_2 + h_3 \varphi_3 = u_3' - u_1 = u_3' (1 - \beta) = 1 - \beta \\ h_1 \varphi_1 = u_1' - u_1 = u_1' (1 - \beta_1) = u_2' \beta_2 (1 - \beta_1) = \beta_3 \beta_2 (1 - \beta_1) \\ h_2 \varphi_2 = u_2' - u_2 = u_2' (1 - \beta_2) = \beta_3 (1 - \beta_2) \\ h_3 \varphi_3 = u_3' - u_3 = 1 - \beta_3 \end{cases} \quad (12)$$

通过以上公式可知, 补偿器初始结构与非球面像差分担因子、光束孔径高度比、垂轴放大率三类参数的设定相关, 具体参数设定值可依据实际情况而定。

进一步地, 为求解补偿透镜的具体结构参数, 分别对补偿透镜初级球差系数  $P_j$  和角度  $u_j$  进行规化, 有

$$\begin{cases} \bar{P}_j = \frac{P_j}{(h_j \varphi_j)^3} \quad j = 1, 2, 3 \\ \bar{u}_j = \frac{u_j}{h_j \varphi_j} \quad j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\bar{P}_j$  与  $\bar{u}_j$  为规划后的初级球差系数和角度。根据式(11)~(13)则有规划后的初级球差系数为

$$\begin{cases} \bar{P}_1 = \frac{P_1}{(h_1\varphi_1)^3} = \frac{-m_1e_b^2}{\alpha_1\beta_3^3\beta_2^3(1-\beta_1)^3} \\ \bar{P}_2 = \frac{P_2}{(h_2\varphi_2)^3} = \frac{-m_2e_b^2}{\alpha_2\beta_3^3(1-\beta_2)^3} \\ \bar{P}_3 = \frac{P_3}{(h_3\varphi_3)^3} = \frac{-m_3e_b^2}{\alpha_3(1-\beta_3)^3} \end{cases} \quad (14)$$

规划后角度为

$$\begin{cases} \bar{u}_1 = \frac{u_1}{h_1\varphi_1} = \frac{u_1}{u_1' - u_1} = \frac{\beta_1}{1 - \beta_1} \\ \bar{u}_2 = \frac{u_2}{h_2\varphi_2} = \frac{u_2}{u_2' - u_2} = \frac{\beta_2}{1 - \beta_2} \\ \bar{u}_3 = \frac{u_3}{h_3\varphi_3} = \frac{u_3}{u_3' - u_3} = \frac{\beta_3}{1 - \beta_3} \end{cases} \quad (15)$$

假设补偿透镜1、2、3的材料折射率为 $n$ ,透镜弯曲系数 $Q_j$  ( $j=1,2,3$ )和 $\bar{P}_j$  ( $j=1,2,3$ )关系式为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{2n+2}{n+2}\bar{u}_1 - \frac{3n}{2(n-1)(n+2)} \pm \sqrt{\left[\bar{P}_1 - P_0^\infty + \frac{n}{n+2}(u_1 + \bar{u}_1)\right] \frac{n}{n+2}} \\ Q_2 = \frac{2n+2}{n+2}\bar{u}_2 - \frac{3n}{2(n-1)(n+2)} \pm \sqrt{\left[\bar{P}_2 - P_0^\infty + \frac{n}{n+2}(u_2 + \bar{u}_2)\right] \frac{n}{n+2}} \\ Q_3 = \frac{2n+2}{n+2}\bar{u}_3 - \frac{3n}{2(n-1)(n+2)} \pm \sqrt{\left[\bar{P}_3 - P_0^\infty + \frac{n}{n+2}(u_3 + \bar{u}_3)\right] \frac{n}{n+2}} \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$P_0^\infty = \frac{n}{(n-1)^2} \left[ 1 - \frac{9}{4(n+2)} \right] \quad (17)$$

由式(12)可知补偿透镜的光焦度 $\varphi_j$  ( $j=1,2,3$ )关系为

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{\beta_3\beta_2(1-\beta_1)}{h_1} \\ \varphi_2 = \frac{\beta_3(1-\beta_2)}{h_2} \\ \varphi_3 = \frac{1-\beta_3}{h_3} \end{cases} \quad (18)$$

由透镜弯曲系数 $Q_j$  ( $j=1,2,3$ )和光焦度 $\varphi_j$  ( $j=1,2,3$ )可计算补偿透镜的曲率半径为

$$\begin{cases} \text{Lens 1} \begin{cases} c_{11} = Q_1 + \frac{n}{n-1}, r_{11} = \frac{1}{c_{11}\varphi_1} \\ c_{12} = Q_1 + 1, r_{12} = \frac{1}{c_{12}\varphi_1} \end{cases} & \text{Lens 2} \begin{cases} c_{21} = Q_2 + \frac{n}{n-1}, r_{21} = \frac{1}{c_{21}\varphi_2} \\ c_{22} = Q_2 + 1, r_{22} = \frac{1}{c_{22}\varphi_2} \end{cases} \\ \text{Lens 3} \begin{cases} c_{31} = Q_3 + \frac{n}{n-1}, r_{31} = \frac{1}{c_{31}\varphi_3} \\ c_{32} = Q_3 + 1, r_{32} = \frac{1}{c_{32}\varphi_3} \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

补偿透镜之间距离的规划值为

$$\begin{cases} d_{01} = -\frac{h_1}{u_1} = \frac{\alpha_1}{\beta_1}, \quad d_{12} = 0, \quad d_{23} = \frac{h_1 - h_2}{u_1'} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\beta_2\beta_3}, \quad d_{34} = 0 \\ d_{45} = \frac{h_2 - h_3}{u_2'} = \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\beta_3}, \quad d_{56} = 0, \quad d_{67} = \frac{h_3 - h_4}{u_4'} = 1 - \alpha_3 \end{cases} \quad (20)$$

将基于上述公式计算获得的规划条件下的补偿透镜曲率半径和透镜间隔代入光学设计软件,再通过缩放、加厚优化的可获得三片式补偿器的设计结果。

### 1.3 三片式补偿器设计实例

根据表1高次非球面参数和式(3)计算可知二次比较面的二次系数 $K_0 \approx 0.6218$ ,同时,为便于补偿器初始结构参数求解,对以上公式进行编程设计,程序界面如图3所示。综合考虑补偿镜口径、非球面像差分担比例,分别设定初始结构参数 $\alpha_1 = 0.08, \alpha_2 = 0.1, \alpha_3 = 0.12, \beta = 0.08, \beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.5, m_1 = 0.2, m_2 = 0.35$ ,补偿透镜材料为HK9L,将计算结果代入ZEMAX软件,获得初始结构光路如图4所示。验证检测系统 $S_1 = 0$ ,然后根据初始结构进行缩放、改二次比较面非球面系数为实际高次非球面系数、加厚优化后获得最终补偿器设计结果,其详细结构参数如表2所示。最终系统的光路图与残余波像差如图5所示,其中残余波像差为 $0.0012\lambda$ ,远小于高次非球面 $\lambda/50$ 的面形精度要求。

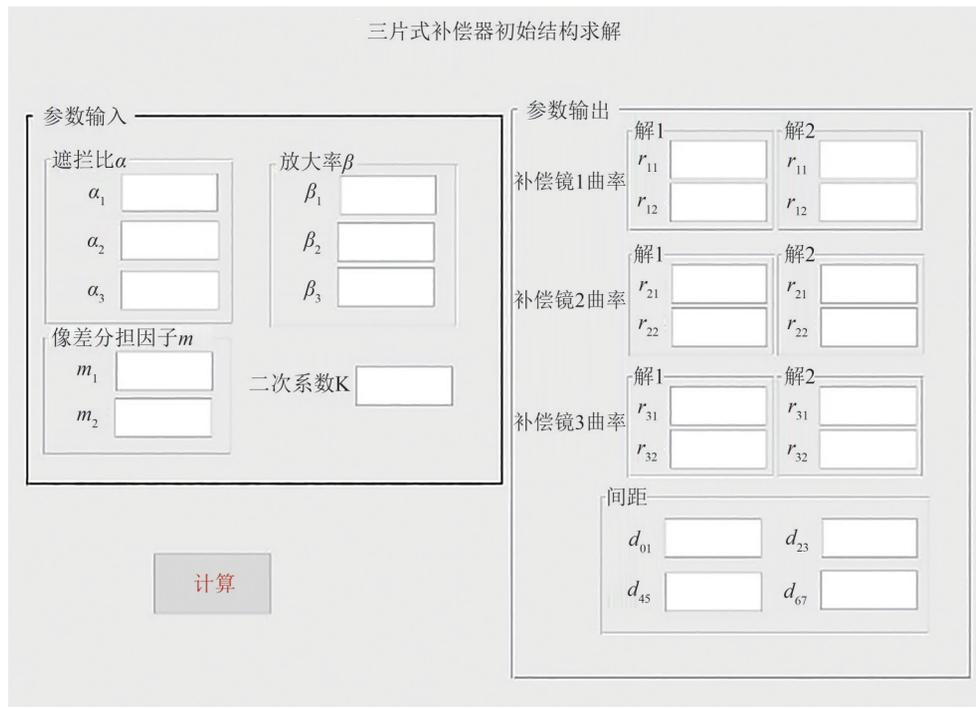


图3 初始结构计算程序界面

Fig. 3 The interactive interface of initial structural parameters calculation program

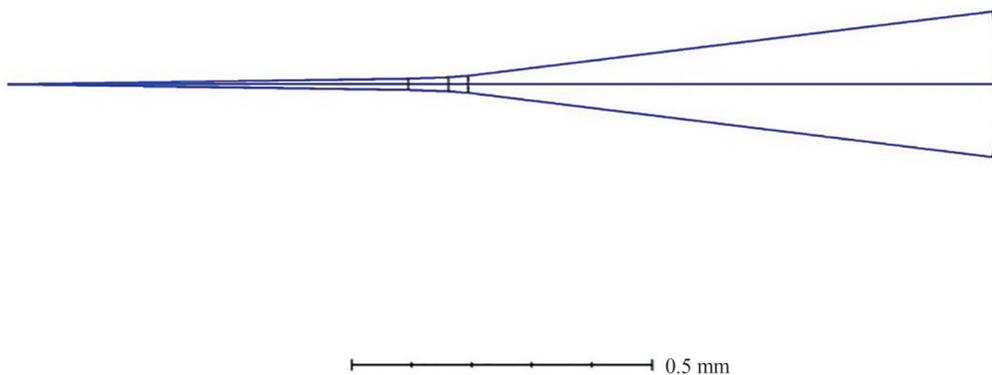


图4 初始结构光路图

Fig. 4 Optical layout with initial structure parameters

表2 补偿器结构参数  
Table 2 Structure data of null lens compensator

Surface No.	Radius/mm	Thickness/mm	Material	Semi-diameters/mm	Focal length/mm
0	Infinity	59.89	—	—	—
1	16.225	5.65	HK9L	9.08	-272.70
2	12.823	75.52		8.28	
3	-106.66	8.16	HK9L	26.07	-448.74
4	-203.2	0.54		28.47	
5	58.08	9.00	HK9L	32.40	-7450.73
6	54.20	396.18		31.93	

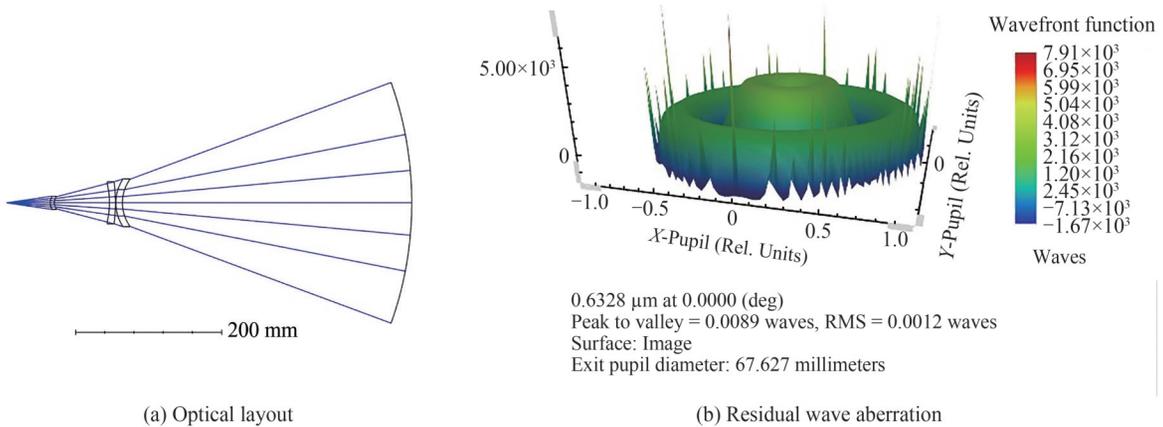


图5 补偿器最终设计结果

Fig. 5 The final design results of three-piece lens compensator

#### 1.4 公差分析

为保证高次非球面面形检测精度的可靠性,采用统计平方公差法(Root Sum Squares, RSS)<sup>[21]</sup>对补偿器进行公差分析。已知基于补偿器检测非球面的误差源主要包括补偿器元件的加工、装配、材料、干涉仪标准面参考面误差等,其中元件装配偏心与倾斜引入的是非对称误差,在轴对称非球面加工过程中通常不会存在非对称像差,可通过干涉仪软件将其剔除以最大程度消除偏心与倾斜的影响;元件加工误差包括曲率半径、厚度与面形误差,其中面形误差属于补偿器的随机误差,对于非球面检测的影响较大,假设透镜面形误差为 $\delta$ ,透镜面形误差对被测非球面面形误差的影响表示为

$$\Delta W = 2(n-1)\delta \quad (21)$$

另一方面,材料折射率非均匀性也属于随机误差,对非球面面形检测的影响也较大,设材料折射率非均匀性为 $\Delta n$ ,厚度为 $t$ ,材料非均匀性引起的检测波前PV值变化为 $n_{PV}$ ,根据经验公式,PV值约为RMS值的5~10倍,按照保守原则取6倍,则由材料非均匀引入的波像差可表示为

$$\Delta W_n = \frac{n_{PV}}{6} = \frac{2t\Delta n}{6} \quad (22)$$

进一步地,结合光学设计软件分析其余不同参数的公差对非球面面形检测的影响,其RSS计算值约为 $0.017\lambda$ ,对应公差灵敏度分析结果如表3所示。在单项公差符合正态分布的合理假设下,上述统计公差法计算值符合 $3\sigma$ 原则<sup>[22]</sup>,即在99.73%概率下补偿器能够实现优于 $0.017\lambda$ 的检测精度,因此,在现有光学加工与装配能力条件下可以保证非球面的检测精度,其补偿器公差值汇总如表4所示。其中,补偿器元件面形精度要求较高,采用4英寸ZYGO VeriFire™干涉仪测量,所使用的干涉仪标准球面镜头的F数以及有效口径如表5所示。

表3 零位补偿器公差灵敏度分析  
Table 3 Tolerances and error budget for null lens compensator

Parameter	Units	Design value	Tolerance	Wavefront(RMS@632.8 nm)
Reference surface irregularity of interferometer(RMS)	$\lambda$	—	0.009	0.009
Airspace	mm	59.89	0.01	$3.92 \times 10^{-7}$
<b>Lens 1:</b>				
Radius 1	Fringe	16.225	1	$2.24 \times 10^{-6}$
Thickness	mm	5.65	0.01	$4.37 \times 10^{-6}$
Radius 2	Fringe	12.823	1	$2.97 \times 10^{-6}$
Surface 1 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Surface 2 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Index of refraction	—	1.516 85	0.000 1	$6.31 \times 10^{-7}$
Index inhomogeneity	—	—	$2 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-3}$
Airspace 1	mm	75.52	0.01	$7.22 \times 10^{-7}$
<b>Lens 2:</b>				
Radius 1	Fringe	-106.66	1	$1.43 \times 10^{-6}$
Thickness	mm	8.16	0.01	$2.31 \times 10^{-7}$
Radius 2	Fringe	-203.2	1	$1.27 \times 10^{-6}$
Surface 1 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Surface 2 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Index of refraction	—	1.516 85	0.000 1	$1.3 \times 10^{-6}$
Index inhomogeneity	—	—	$2 \times 10^{-6}$	$4.5 \times 10^{-3}$
Airspace 2	mm	0.54	0.01	$1.75 \times 10^{-6}$
<b>Lens 3:</b>				
Radius 1	Fringe	58.08	1	$2.83 \times 10^{-8}$
Thickness	mm	9	0.01	$3.69 \times 10^{-6}$
Radius 2	Fringe	54.2	1	$3.44 \times 10^{-7}$
Surface 1 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Surface 2 irregularity(RMS)	$\lambda$	—	1/80	$1.29 \times 10^{-2}$
Index of refraction	—	1.516 85	0.000 1	$3.4 \times 10^{-7}$
Index inhomogeneity	—	—	$2 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-3}$
Airspace 3	mm	396.18	0.02	$8.44 \times 10^{-8}$
Residual Wavefront	$\lambda$	—	—	0.001 2
RSS				0.017

表4 补偿器公差值  
Table 4 Tolerances of null lens compensator

Parameters	Tolerance
Radius of curvature/ Fringe	$\pm 1$
Surface irregularity (RMS)/ $\lambda$	1/80
Lens thickness/mm	$\pm 0.01$
Airspace/mm	$\pm 0.01$
Index of refraction	$\pm 0.000 1$
Index inhomogeneity	$2 \times 10^{-6}$
Decenter/mm	$\pm 0.01$
Tilt/(°)	$\pm 0.005$

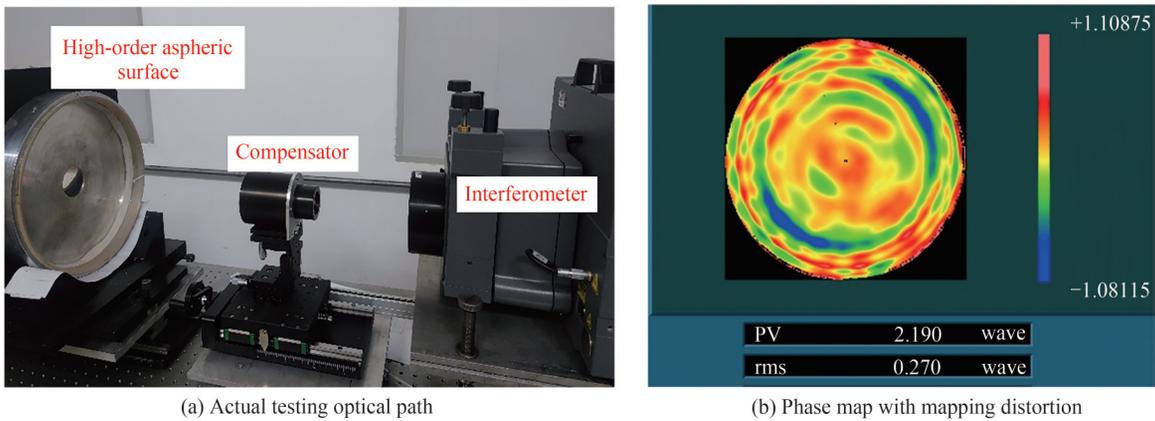
表 5 用于零位补偿器元件面形测量的 ZYGO 标准镜头参数

Table 5 Parameters of ZYGO transmission spheres for testing surface irregularity of null lens compensator

Surface No.	Radius/mm	F number	Clear aperture diameter/mm
1	16.225	0.75	64.0
2	12.823	0.75	64.0
3	-106.66	1.5	82.0
4	-203.2	3.3	91.0
5	58.08	1.5	82.0
6	54.20	0.75	64.0

## 2 基于补偿器的畸变校正

基于三片式补偿器设计结果进行元件加工与装配,构建实际检测系统如图 6(a)所示,由此检测系统获得高次非球面的面形检测结果如图 6(b)所示,其  $PV=2.190\lambda$ ,  $RMS=0.270\lambda$ ,与目标面形精度有一定差距,因此需要根据此面形误差分布图进行光学抛光以进一步提高面形精度。但由于补偿器检测结果存在投影畸变,即实际面形误差分布与检测结果存在位置偏移,因此直接获得的检测结果无法直接用于指导高次非球面的确定性抛光,必须对映射畸变进行校正。基于补偿器的成像畸变和畸变零点求解算法,本文提出了一种快速畸变校正方法,以下将对此方法做进一步描述。



(a) Actual testing optical path

(b) Phase map with mapping distortion

图 6 三片式零位补偿透镜检测高次非球面

Fig. 6 High-order aspheric surfaces testing with three-piece lens compensator

### 2.1 补偿器的成像畸变

干涉仪内部畸变相比于零位补偿器引入的畸变非常小<sup>[23]</sup>,因此,可认为补偿器出射端波前面形  $f_r(x_r, y_r)$  与干涉仪 CCD 测量波前面形  $f_{\text{CCD}}(x_{\text{CCD}}, y_{\text{CCD}})$  成线性关系,则投影畸变函数可表示为出射端波前面形  $f_r(x_r, y_r)$  和被测非球面镜波前面形  $f_{\text{mirror}}(x_m, y_m)$  中坐标的映射关系,表示为

$$\rho_r = M(\rho_m) \quad (23)$$

其中  $\rho_r = \sqrt{x_r^2 + y_r^2}$  为补偿器出射端波前面形中坐标为  $(x_r, y_r)$  的任意一点相对中心点径向距离,  $\rho_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2}$  为被测镜波前面形中对应点坐标  $(x_m, y_m)$  相对于中心点径向距离。 $M$  为  $\rho_r$  关于  $\rho_m$  的投影畸变函数,通过传统光线追迹法可对  $M$  进行拟合求解。

考虑到补偿器不仅起到补偿非球面法线的作用,同时其还具有成像功能的作用<sup>[24]</sup>,为了能够更加快速直接获得投影畸变规律,本文中采用成像分析的方式确定投影畸变。通过对检测光路进行逆向翻转,并将光阑设定于干涉仪焦点上,使系统成为以被测镜为物面的成像系统,如图 7(a)所示。由此可直接获得关于像面中心对称的畸变函数

$$\delta_{\text{dis}} = G(\rho_k) = \frac{\rho_k - \rho_{\text{ideal}}}{\rho_{\text{ideal}}} \times 100\% \quad (24)$$

式中,  $\rho_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$  为像面点坐标  $(x_k, y_k)$  相对于像面中心点的径向距离,  $\rho_{\text{ideal}}$  为理想成像坐标点径向距

离,  $G$ 为像面畸变函数关系,  $\delta_{\text{dis}}$ 为点  $(x_k, y_k)$ 坐标处的相对畸变大小。图7(b)为补偿器成像系统畸变曲线图,其中高次非球面中心无畸变,随着高次非球面相对于中心点径向距离的增加畸变量也不断增大,边缘处最大畸变量约为 $-19.1\%$ ,此畸变规律与补偿器检测结果投影畸变规律一致,因此,可利用拟合的  $\delta_{\text{dis}} = G(\rho_k)$ 畸变函数表征零位补偿投影畸变规律。

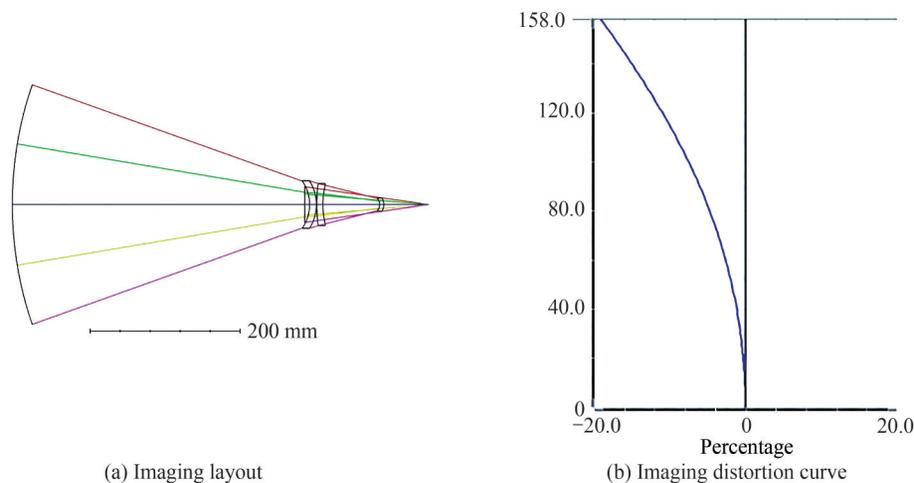


图7 基于补偿器的成像系统

Fig. 7 High-order aspheric surface imaging with null lens compensator

## 2.2 畸变对称中心求解

由补偿器成像畸变分析可知,投影畸变关于非球面中心对称,畸变原理示意图如图8所示。其中蓝色实体部分代表包含投影畸变的实际检测图大小,蓝色虚线内部区域代表无畸变的检测图大小,畸变中心点  $O$ 坐标为  $(x_o, y_o)$ ,实际检测图中任意一点  $P$ 的坐标为  $(x_k, y_k)$ ,与点  $P$ 对应的无畸变点  $Q$ 的坐标为  $(x_c, y_c)$ ,则由式(24)可知

$$\begin{cases} \delta_{\text{dis}} = G(x_k, y_k) = \frac{\sqrt{(x_k - x_o)^2 + (y_k - y_o)^2} - \sqrt{(x_c - x_o)^2 + (y_c - y_o)^2}}{\sqrt{(x_c - x_o)^2 + (y_c - y_o)^2}} \\ \theta = \arctan\left(\frac{y_k - y_o}{x_k - x_o}\right) \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi) \end{cases} \quad (25)$$

式中,  $\theta$ 为  $P$ 点  $(x_k, y_k)$ 相对于畸变中心点  $O$ 的极角值。

对于式(25),投影畸变函数可以通过补偿器成像畸变曲线确定,实际检测结果任一点坐标  $(x_k, y_k)$ 也方便获得,若畸变中心点坐标  $(x_o, y_o)$ 已知,则可获得任一点对应的无畸变点坐标,公式为

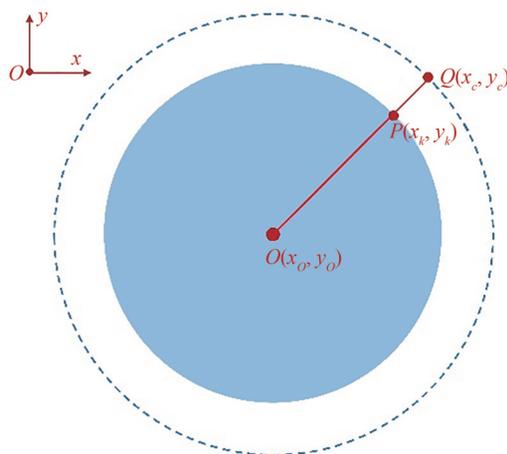


图8 畸变原理示意图

Fig. 8 Schematic diagram of distortion principle

$$\begin{cases} x_c = \sqrt{(x_c - x_o)^2 + (y_c - y_o)^2} \cdot \cos \theta + x_o \\ y_c = \sqrt{(x_c - x_o)^2 + (y_c - y_o)^2} \cdot \sin \theta + y_o \end{cases} \quad (26)$$

根据畸变原理可知,畸变中心也是干涉图的几何中心,因此,求出干涉图的几何中心点坐标即可利用式(26)实现干涉图的畸变校正。理想情况下,干涉图边界应为标准圆形,根据干涉图的半径值便可方便求解中心点坐标,但实际干涉图的边界数据并不为连续光滑,不能仅通过半径值准确确定畸变中心坐标。为此,本文采用基于边界数据二维圆拟合算法来求解畸变中心。

假设已知干涉图边界 $N$ 个点的坐标 $(x_k, y_k)(k=1, 2, \dots, N)$ ,待求解畸变中心坐标为 $(x_o, y_o)$ ,理论干涉图半径为 $r$ ,任意边界点 $(x_k, y_k)$ 距畸变中心距离与理论半径的差表示为

$$\Delta r_k = \sqrt{(x_k - x_o)^2 + (y_k - y_o)^2} - r \quad (27)$$

由最小二乘法原理可知,最优化参数组 $(x_o, y_o, r)$ 应满足最小二乘条件使残余误差和最小,即

$$\Delta r_1 + \Delta r_2 + \dots + \Delta r_N = \min \left( \sum_{k=1}^N \Delta r_k^2 \right) \quad (28)$$

进一步由极值条件可将式(28)转化为方程组

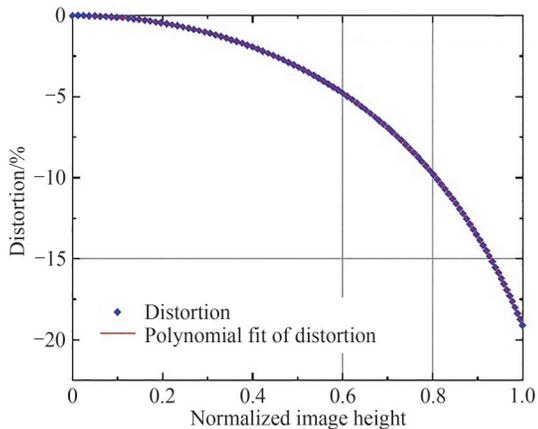
$$\frac{\partial \left( \sum_{k=1}^N \Delta r_k^2 \right)}{\partial x_o} = 0, \quad \frac{\partial \left( \sum_{k=1}^N \Delta r_k^2 \right)}{\partial y_o} = 0, \quad \frac{\partial \left( \sum_{k=1}^N \Delta r_k^2 \right)}{\partial r} = 0 \quad (29)$$

求解方程组(29)便可求解最优化拟合圆参数组,进而可实现基于零位补偿透镜检测的畸变校正。

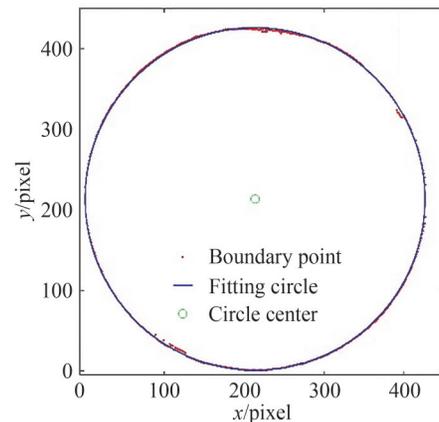
### 2.3 畸变校正实例

首先,基于补偿器成像畸变曲线数据采用8阶多项式拟合畸变函数,如图9(a)所示。拟合曲线与畸变点数据一致,最大拟合误差不超过 $3.4 \times 10^{-5}$ ,对于畸变校正的影响可以忽略不计。进一步地,提取干涉检测图的边界点坐标数据,根据畸变中心求解算法拟合干涉图边界几何圆并确定中心坐标,如图9(b)所示。基于畸变函数与中心点坐标数据,利用上述畸变校正方法流程对干涉图中任一点坐标进行畸变校正,经过数据插值后可获得畸变校正后的干涉图,如图9(c)所示。为对比畸变校正效果,在校正前的干涉图中选取面形误差 $Z$ 值为 $0.169\lambda$ 的一点,其坐标值为 $(19, 212)$ ,如图9(d)所示,同时在校正后的干涉图中选取同一 $Z$ 值的对应点,其坐标值为 $(36, 260)$ 。考虑到校正前后干涉图半径对应的像素数不同的线性缩放比例,则校正前后两点相对于干涉图边界的距离差值约为 $36 - 19 \times 260 / 212 \approx 12.7$ 个像素,因此,校正后的干涉图沿径向对原先压缩的数据进行了有效的拉伸,特别是畸变量较大的图像边界,拉伸效果更加明显。

进一步地,利用畸变校正数据指导磁流变对高次非球面进行确定性抛光,如图10(a)所示。同时,为验证畸变校正方法有效性,记录了根据畸变校正抛光后面形精度随抛光次数的变化,如图10(b)所示。经过6次抛光后,高次非球面有效孔径内面形的PV和RMS分别由 $2.117\lambda$ 和 $0.270\lambda$ 收敛至 $0.190\lambda$ 和 $0.019\lambda$ ,面形误差的收敛效果较好,说明畸变校正结果能够有效指导高次非球面的加工,最终检测结果如图10(c)所示。



(a) Polynomial fitting of distortion data



(b) Circle fitting with interferometric map boundary data

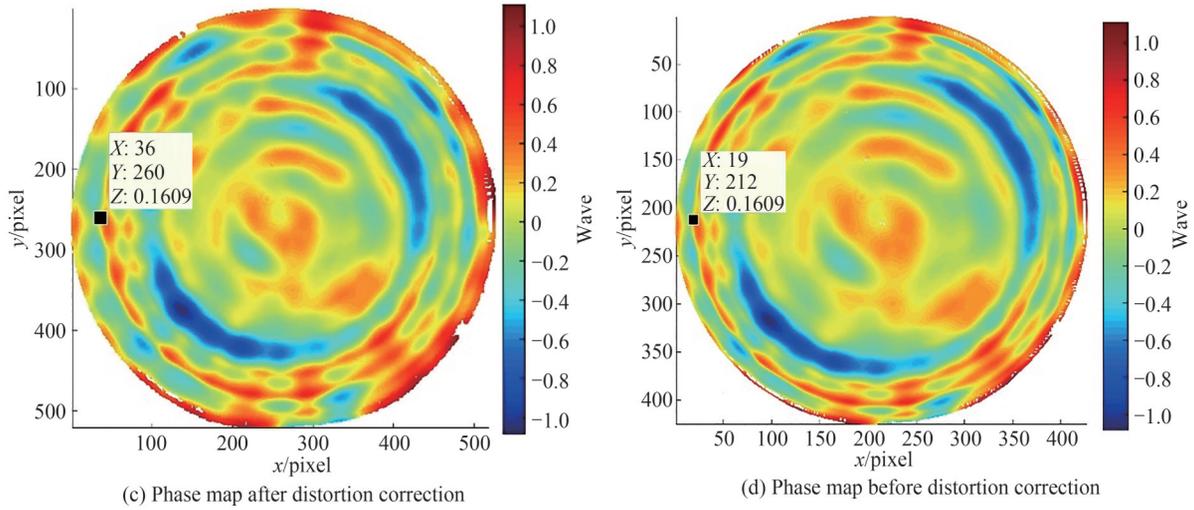
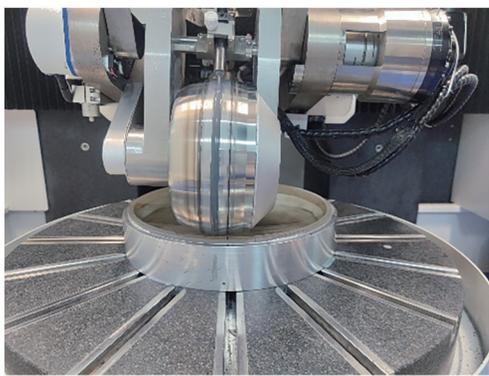
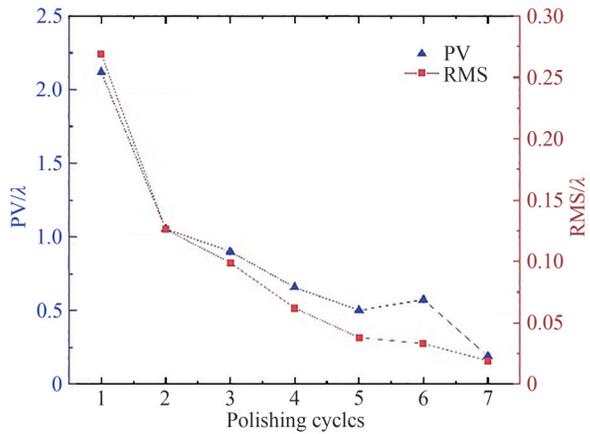


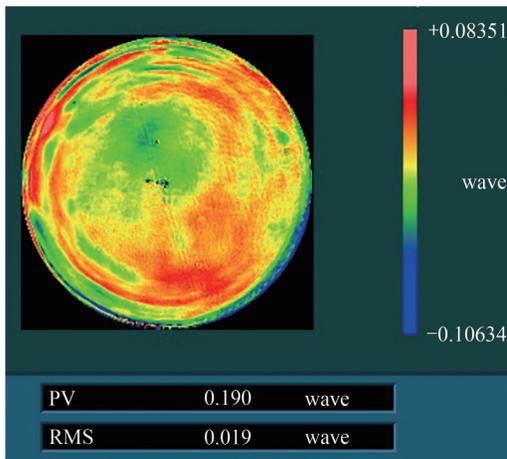
图9 干涉检测图的畸变校正  
Fig. 9 Mapping distortion correction of interferometric map



(a) Polishing with magnetorheological machine



(b) Surface error change with polishing cycles



(c) Phase map after 6 times polishing

图10 基于畸变校正的确定性加工  
Fig. 10 Optical deterministic polishing based on distortion correction map

### 3 结论

针对高次非球面零位补偿检测以及干涉检测图指导确定性加工的实际需要,提出了高次非球面三片式零位补偿器初始结构设计方法和零位补偿检测的投影畸变校正方法。基于三级像差理论与PW法推导了

三片式补偿器初始结构计算公式,并利用MATLAB对公式进行了编程。针对口径314 mm、F/0.78的8阶高次非球面计算了初始结构,基于初始结构优化获得了 $PV=0.0096\lambda$ , $RMS=0.0012\lambda$ 的补偿器设计结果,公差分析表明设计结果满足高次非球面的检测精度要求。另外,利用补偿器成像畸变曲线数据与畸变零点求解算法实现了零位补偿检测图的快速畸变校正,基于畸变校正结果指导磁流变抛光机对高次非球面进行确定性加工,经过6次抛光后非球面面形的RMS由 $0.270\lambda$ 收敛至 $0.019\lambda$ ,表明了畸变校正结果对于指导确定性加工的有效性。本文研究对于高次非球面的零位检测以及确定性加工具有参考意义。

#### 参考文献

- [1] HAO Qun, NING Yan, HU Yao. Interferometric testing of aspheric surface[J]. Metrology and Measurement Technology, 2018,38(1):1-8.  
郝群,宁妍,胡瑶.基于干涉法的非球面测量技术[J].计测技术,2018,38(1):1-8.
- [2] SHI Tu, YANG Yongying, ZHANG Lei, et al. Surface testing methods of aspheric optical elements[J]. Chinese Optics, 2014,7(1):26-46.  
师途,杨甬英,张磊,等.非球面光学元件的面形检测技术[J].中国光学,2014,7(1):26-46.
- [3] LIANG Zijian, YANG Yongying, ZHAO Hongyang, et al. Advances in research and applications of optical aspheric surface metrology[J]. Chinese Optics, 2022,15(2):161-186.  
梁子健,杨甬英,赵宏洋,等.非球面光学元件面型检测技术研究进展与最新应用[J].中国光学,2022,15(2):161-186.
- [4] ZHANG Lei. Optical free-form surface subaperture stitching interferometry [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.  
张磊.光学自由曲面子孔径拼接干涉检测技术[D].杭州:浙江大学,2016.
- [5] MALACARA D. Optical shop testing[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007
- [6] LI Ruigang, ZHENG Ligong, XUE Donglin, et al. Calibration method for projection distortion in interferometric testing high order and off-axis aspheric surface with big aperture[J]. Optics and Precision Engineering, 2006,14(4): 533-538.  
李锐钢,郑立功,薛栋林,等.大口径高次、离轴非球面干涉测量中投影畸变的标定方法[J].光学精密工程,2006,14(4): 533-538.
- [7] WANG Tianyi, HUANG Lei, VESCOVI M, et al. Study on an effective one-dimensional ion-beam figuring method [J]. Optics Express,2019, 27:15368-15381.
- [8] SIDPARA M A. Magnetorheological finishing: a perfect solution to nanofinishing requirements [J]. Optical Engineering. 2014,53(9):092002.
- [9] CHEN Zhe, ZHANG Xingxiang, CHEN Changzheng, et al. Distortion mapping correction in testing of large off-axis aspherical mirrors with null lens[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015,42(10): 205-211.  
陈哲,张星祥,陈长征,等.大口径离轴非球面补偿检测的畸变校正[J].中国激光,2015,42(10): 205-211.
- [10] NOVAK M, ZHAO Chunyu, BURGE J H. Distortion mapping correction in aspheric null testing[C]. SPIE, 2008,7063: 706313.
- [11] E Kewei, ZHAO Jianke, WANG Bo, et al. Distortion mapping correction in AIMS primary mirror testing by computer-generated hologram [J]. Research in Astronomy and Astrophysics, 2021, 21(7): 1-11.
- [12] ZHAO Chunyu, BURGE J H. Orthonormal vector polynomials in a unit circle, Part I: basis set derived from gradients of Zernike polynomials [J]. Optics Express, 2007,15(26): 18014-18024.
- [13] ZHAO Chunyu, BURGE J H. Orthonormal vector polynomials in a unit circle, Part II: completing the basis set [J]. Optics Express, 2008,16(9): 6586-6591.
- [14] LI Honglan, YUAN Lvjun, XU Jiesu, et al. nonlinear distortion correction in off-axis aspheric null compensation tests [J]. Journal of Applied Optics, 2019,40(4): 638-644.  
厉宏兰,袁吕军,徐节速,等.离轴非球面零位补偿检验的非线性畸变校正[J].应用光学,2019,40(4): 638-644.
- [15] ZENG Xuefeng, ZHANG Xuejun, XUE Donglin, et al. Mapping distortion correction in freeform mirror testing by computer-generated hologram [J]. Applied Optics, 2018,57(34): F56-F61.
- [16] ZENG Xuefeng, YANG Feng, XUE Donglin, et al. Distortion correction in testing of off-axis asphere with computer-generated hologram [J]. Chinese Journal of Lasers, 2013,40(11):237-241.  
曾雪锋,闫锋,薛栋林,等.计算全息图补偿检测离轴非球面中的投影畸变校正技术[J].中国激光,2013,40(11): 237-241.
- [17] ZHANG Long, HU Wenqi, ZHENG Liehua, et al. Catadioptric null compensating test[J]. Acta Photonica Sinica,2016, 45(7):0722002.  
张珑,胡文琦,郑列华,等.折反射式零位补偿检验[J].光子学报,2016,45(7):0722002.
- [18] ZHANG Long, HU Wenqi, ZHENG Liehua, et al. Catadioptric null compensating test(continued)[J]. Acta Photonica Sinica, 2016,45(12):1222001.  
张珑,胡文琦,郑列华,等.折反射式零位补偿检验(续)[J].光子学报,2016,45(12):1222001.

- [19] PAN Junhua. Optical aspheric design, processing and testing [M]. Suzhou: Suzhou University Press, 2004.  
潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检测[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004.
- [20] HAO Peiming. Design of auxiliary optical system for aspheric surface testing[M]. Beijing: Science Press, 2017.  
郝沛明. 非球面检验的辅助光学系统设计[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [21] BURGE J H. Advanced techniques for measuring primary mirrors for astronomical telescopes [D]. The University of Arizona, 1993.
- [22] FISCHER B R. Mechanical tolerance stackup and analysis[M]. CRC Press, 2004.
- [23] GAO Songtao, WU Dongcheng, MIAO Erlong. Distortion correcting method when testing large-departure asphere [J]. Chinese Optics, 2017, 10(3): 383-390.  
高松涛, 武东城, 苗二龙. 大偏离度非球面检测畸变校正方法[J]. 中国光学, 2017, 10(3): 383-390.
- [24] ZHAO Chunyu, BURGE J H. Imaging aberrations from null correctors[C]. SPIE, 2007, 6723:67230L.

## F/0.78 High Order Aspheric Surface Testing with Null Compensator and Mapping Distortion Correction

HAO Sanfeng<sup>1,2</sup>, ZHANG Jian<sup>1,3</sup>, YANG Jianfeng<sup>1</sup>

(1 *Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Science, Xi'an 710119, China*)

(2 *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(3 *Xidian University, School of Mechano-electronic Engineering, Xi'an 710071, China*)

**Abstract:** Compared with traditional spherical surfaces, aspheric surfaces own more degrees of freedom, which is beneficial to the light weight, integration and aberration correction of an optical system. In recent years, with the development and progress of high-precision optical manufacturing technology, aspheric surfaces have been widely used in the optical systems design in aerospace, space telephoto and other fields. Meanwhile, the testing of aspheric surfaces, especially high-order aspheric surfaces, is more difficult and is a prerequisite for guiding optical deterministic manufacturing. That is to say, it is not only necessary to realize the testing of aspheric surfaces, but also to be able to give correct guidance for manufacturing based on the testing results. At present, aspheric surfaces testing can be achieved with null lens compensator, but for high-order aspheric surfaces with a small F-number, traditional two-piece lens compensator cannot meet the testing accuracy requirements, and the structure of null lens needs to be further optimized. What's more, the shape of interferometric image obtained with null lens compensator is inconsistent with that of the mirror under test, that is, mapping distortion. It is worth noting that deterministic manufacturing techniques such as Computer-Controlled Optical Surfacing (CCOS), Magnetorheological Finishing (MRF), and Ion Beam Figuring (IBF) all require accurate guidance and feedback from interferometric image, position errors caused by mapping distortion will seriously affect manufacturing efficiency, and even lead to a failure. Therefore, the mapping distortion correction is crucial for the interferometric image to correctly guide deterministic manufacturing. In this paper, not only the design method of high-order aspheric null lens compensator is discussed, but also the mapping distortion correction of interferometric image. Firstly, based on third-order aberration theory and PW method, the initial structure calculation formula of the high-order aspheric three-piece lens compensator is deduced, and the above formula is programmed, which facilitates the null lens compensator design. For an 8th-order even-order aspheric surface with an effective diameter of 314 mm and F/0.78, the initial structural parameters of null lens compensator were obtained by using the calculation formula. Then, it is substituted into the optical design software for scaling and optimization, and finally the design result with  $PV=0.0096\lambda$ ,  $RMS=0.0012\lambda$  ( $\lambda=632.8$  nm) can be obtained, which can meet the high-precision testing requirements. Furthermore, a correction method is proposed to solve the problem of mapping distortion in the interferometric image obtained with null lens compensator. This method combines imaging distortion of null lens and an algorithm for solving null distortion point coordinates, which can conveniently realize the rapid mapping distortion correction. On the one hand, null lens imaging system with high-order aspheric surfaces as object can be obtained by reversing the testing light path, and the imaging distortion is consistent with the mapping distortion, which can be used for mapping distortion correction. On the other hand, since the null distortion

point is also the geometric center of the interferometric image, the least squares method is used to fit the circle boundary in combination with the boundary data of interferometric image, and then the null distortion point can be obtained. Then, The correction method is used to correct the mapping distortion of the interferometric image obtained by null lens compensator. After 6 times of magnetorheological finishing based correction results, the surface RMS reduced from  $0.270\lambda$  to  $0.019\lambda$ , which verifies the validity and efficiency of this correction method.

**Key words:** High order aspheric surface; Null testing; Compensator design; Mapping distortion correction; Optical deterministic polishing

**OCIS Codes:** 220.1250; 220.4840; 100.2000; 080.2468