

引用格式: WANG Shuang, CUI Zhiying, FENG Huajun, et al. Waveplate Parameter Measurement Based on Dual Photoelastic Modulators Cascade Differential Frequency Modulation[J]. Acta Photonica Sinica, 2023, 52(11):1112002

王爽, 崔志英, 冯华君, 等. 基于双弹光级联差频调制的波片参数测量研究[J]. 光子学报, 2023, 52(11):1112002

# 基于双弹光级联差频调制的波片参数测量研究

王爽<sup>1,2,3,4</sup>, 崔志英<sup>2,4</sup>, 冯华君<sup>2,4</sup>, 李克武<sup>1,2,3,4</sup>, 王志斌<sup>3</sup>

(1 中北大学 计算机科学与技术学院, 太原 030051)

(2 宁波永新光学股份有限公司, 宁波 315040)

(3 中北大学 山西省光电信息与仪器工程技术研究中心, 太原 030051)

(4 浙江大学 光电科学与工程学院, 杭州 310041)

**摘要:**为了实现对波片快轴方位角和延迟量参数快速、高精度测试,提出了一种基于双弹光级联差频调制的波片参数测量方案。选用两个工作频率不相同的弹光调制器级联,构成偏振分析测量装置。波片的两个参数被加载到偏振分析装置的调制信号中,采用数字锁相技术同时提取调制信号的基频项和差频项,然后完成波片全部参数求解。按照原理分析,搭建了实验系统,并完成了系统初始偏移值定标,完成了 632.8 nm 的 1/4 波片,532 nm 的 1/4 波片和 1/2 波片实验测量。实验结果表明,本文方案的快轴方位角测量最大偏差为 0.2°,角度测量标准偏差为 0.02°;波片的相位延迟量标准偏差优于  $5.64 \times 10^{-4}$  rad,单点数据测量时间仅为 200 ms。考虑到波片材料的双折射色散,根据检测激光波长下测量的相位延迟量,进一步计算出应用波长的波片延迟量。测量值与理论值最大偏差不超过 1.17 nm,延迟精度优于  $\lambda/300$ 。本文方案实现了高速、高精度和高灵敏的波片参数测量,可为波片加工测试和实验定标提供有效手段。

**关键词:**弹光调制;差频调制;波片;快轴方位角;延迟量

中图分类号:O436.3

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20235211.1112002

## 0 引言

波片是利用双折射研制的基础光学元件,通常采用具有数十微米厚度的石英晶体、MgF<sub>2</sub>晶体或聚合物制成<sup>[1]</sup>。波片能够改变光偏振状态,主要用于偏振发生装置和偏振分析装置中,在通信、传感和光存储等领域发挥着重要作用<sup>[2-4]</sup>。相位延迟和快轴方位角是波片的两个关键参数。对波片参数的精确测量和标定是波片制备中的关键步骤,直接决定了应用波片的偏振光学系统性能。

目前,国内外均开展了波片参数测量的研究工作,主要有光强法、偏振补偿法、干涉法、激光回馈法和偏振调制法等波片参数测量方法。光强法是将波片放置在正交偏振片之间,通过旋转波片,在不同角度下测量检测光强,然后计算出波片的延迟量<sup>[5]</sup>。偏振补偿法是基于 Senarmont 补偿原理,在光强法基础上,在波片和检偏器之间加入一个已知延迟量的补偿器。通过旋转补偿器或检偏器,观测出射光极小时的偏振角度来实现波片延迟量测量<sup>[6]</sup>。光强法和偏振补偿法具有仪器结构简单、成本低等优势。但上述两种方法,需要机械旋转波片、补偿器或检偏器,多次测量实现波片参数测量,测量精度有限。此外,多次测量耗时,不适用于快速测量。干涉法运用迈克尔逊干涉、马赫泽德等干涉方法,将波片插入测量光路,根据测量光路和参考光路光程差计算出波片延迟量,该测量方法测量精度较高,但容易受温度、环境振动等环境因素干扰<sup>[7]</sup>。激光回馈法是将待测波片加入激光回馈腔,通过压电陶瓷驱动反射镜扫描回馈腔长,检测输出激光光强的偏振跳变来实现待测波片延迟量测量<sup>[8-9]</sup>。测量精度取决于光强稳定性,测量精度和重复性也容易受环境温度

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 62205309, 62205310)

第一作者:王爽,20200150@nuc.edu.cn

通讯作者:李克武,kewuli@nuc.edu.cn;王志斌,wangzhibin@nuc.edu.cn

收稿日期:2023-04-18;录用日期:2023-05-25

<http://www.photon.ac.cn>

和振动干扰,而且需要对样品镀膜处理来消除杂散光干扰。

偏振调制法将电光调制、磁光调制和弹光调制等技术应用于波片参数测量。利用偏振调制实现调制交流光强信号,波片待测参量被加载在交流信号中,通过交流信号分析完成波片参数测量<sup>[10]</sup>。调制信号的分析提高了信噪比,实现了较高精度的测量。相较于法拉第旋光器、电光调制器,弹光调制技术具有高调制频率、大通光孔径、高调制纯度、工作稳定等应用优势<sup>[11]</sup>。ZENG A等相继开发了基于弹光调制的波片测量系统,测量光路中采用单个弹光调制器(Photoelastic Modulator, PEM),通过测量弹光调制的直流、1倍频和2倍频信号完成波片参数测量<sup>[12]</sup>。但目前调制方法单次测量大多不能同时实现波片延迟量和快轴方位角两个参数的同时测量。

本文基于弹光调制技术优势,开展双弹光级联差频调制,及其波片延迟量和快轴方位角同时测量研究,结合数字锁相数据处理技术,实现高速、高精度的波片参数实时测量。

## 1 原理

波片采用具有双折射特性的石英晶体、 $MgF_2$ 晶体或聚合物薄膜制备而成。入射光沿两个折射率主轴方向分解为振动方向相互垂直、传播速度不同的寻常光和非寻常光<sup>[1]</sup>。两个偏振光分量通过波片后产生一个相位延迟量,表示为

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \quad (1)$$

式中, $d$ 为波片的厚度, $n_o$ 和 $n_e$ 分别为寻常光和非寻常光的折射率。波片通常有1/4波片、1/2波片等,相位延迟量分别对应 $90^\circ$ 和 $180^\circ$ 。通常将波片的寻常光折射率主轴定义为波片快轴,快轴方位角设置为 $\theta$ 。相位延迟量 $\phi$ 和快轴方位角 $\theta$ 是波片的关键物理参数。波片生产和使用时均需要严格测量和标定。利用弹光调制技术的高调制频率、大通光孔径、高调制纯度等应用优势将弹光调制技术和数字锁相数据处理技术,建立应用双弹光级联差频调制的波片参数实时测量方法。该测量方法基本原理如图1所示。

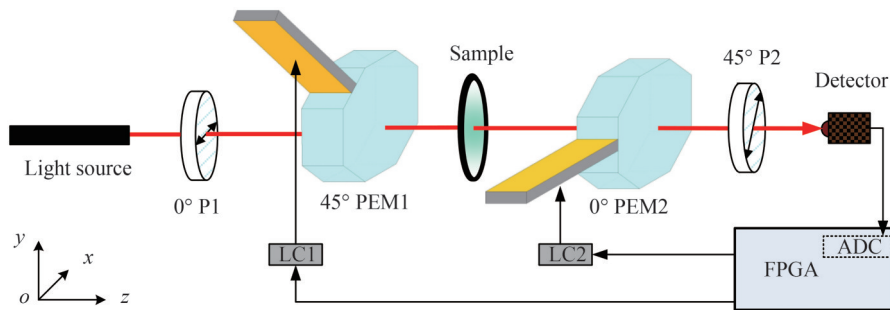


图1 波片参数测量方案原理图

Fig.1 Schematic diagram of the measurement of wave plate parameter

如图1所示,以弹光调制器1(PEM1)和弹光调制器2(PEM2)为核心构建偏振分析装置,检测光源依次经过起偏器,两个弹光调制器(Photoelastic Modulator, PEM),再经过检偏器被探测器探测。起偏器和检偏器的透光轴方向分别设置为 $0^\circ$ 和 $45^\circ$ ,两个弹光调制器的调制快轴方向分别设置为 $45^\circ$ 和 $0^\circ$ ,使整个偏振分析装置中起偏器和检偏器的透光轴方向和弹光调制快轴方向依次成 $45^\circ$ 。

为了实现波片相位延迟量和快轴方位角两个参数同时测量,本文方案选用两个谐振工作频率不相同的PEM,并且两个PEM级联工作,构成差频调制偏振分析测量系统。待测样品设置在系统的中部。整个系统检测光信号采用Stokes矢量描述,起偏器、检偏器、PEM和样品的偏振传输特性采用Muller矩阵描述<sup>[13]</sup>。检测光经过整个系统的偏振传输采用Stokes矢量和Muller矩阵描述为

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M}_A \mathbf{M}_{PEM2} \mathbf{M}_S \mathbf{M}_{PEM1} \mathbf{S}_{in} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{S}_{out}$ 表示出射光的Stokes矢量, $\mathbf{S}_{in}$ 表示经 $0^\circ$ 起偏器后的入射光Stokes矢量,通常表示为 $\mathbf{S}_{in} = I_0 [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ ,其中 $I_0$ 为入射光经起偏器透射的总光强。 $\mathbf{M}_{PEM1}$ 和 $\mathbf{M}_{PEM2}$ 分别表示PEM1和PEM2的Muller矩阵,且PEM1调制快轴方位角设置在 $45^\circ$ ,PEM2的调制快轴方位角设置在 $0^\circ$ ,所以两个PEM的Muller矩阵可以描述为<sup>[11,13]</sup>

$$\mathbf{M}_{\text{PEM1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_1 & 0 & -\sin \delta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta_1 & 0 & \cos \delta_1 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{\text{PEM2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_2 & \sin \delta_2 \\ 0 & 0 & -\sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  表示 PEM1 和 PEM2 的调制相位, 且 PEM 的调制相位可以进一步表示为  $\delta_1 = \delta_{10} \sin \omega_1 t$  和  $\delta_2 = \delta_{20} \sin \omega_2 t$ , 其中  $\delta_{10}$  和  $\delta_{20}$  分别表示两个 PEM 的相位调制幅值,  $\omega_1$  和  $\omega_2$  分别表示两个 PEM 的谐振工作频率。为了同时实现波片相位延迟量和快轴方位角测量, 本文方案的关键在于两个 PEM 谐振工作频率不相同 ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ), 构成双弹光级联差频调制的偏振分析测量系统。

波片的偏振传输特性用 Muller 矩阵描述为<sup>[6,12]</sup>

$$\mathbf{M}_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) + \sin^2(2\theta) \cdot \cos(\phi) & \sin(4\theta) \cdot \sin^2(\phi/2) & -\sin(2\theta) \sin(\phi) \\ 0 & \sin(4\theta) \cdot \sin^2(\phi/2) & \sin^2(2\theta) + \cos^2(2\theta) \cdot \cos(\phi) & \cos(2\theta) \sin(\phi) \\ 0 & \sin(2\theta) \sin(\phi) & -\cos(2\theta) \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式(4)能够看出, 波片的相位延迟量和快轴方位角两个参数决定了其偏振特性。

检偏器的透光轴设置在  $45^\circ$  方向, 其 Muller 矩阵表示为

$$\mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

将式(3)、(4)和(5)表示 PEM、波片和检偏器的 Muller 矩阵, 连同入射光的 Stokes 矢量带入式(2), 并考虑探测器能够探测到的光强为 Stokes 矢量的第一个分量, 求解获得探测器探测到测量系统的输出光强为

$$I = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \sin(4\theta) \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + \sin \delta_1 \sin \delta_2 \cos \phi + \cos \delta_1 \sin \delta_2 \cos(2\theta) \sin \phi + \sin \delta_1 \cos \delta_2 \sin(2\theta) \sin \phi \right) \quad (6)$$

式中, 两个 PEM 调制项  $\sin \delta_i = \sin(\delta_{i0} \sin \omega_i t)$  和  $\cos \delta_i = \cos(\delta_{i0} \sin \omega_i t)$  采用第一类贝塞尔函数展开得  $\sin \delta_i = 2 \sum_{2k-1} J_{2k-1}(\delta_{i0}) \sin((2k-1)\omega_i t)$  和  $\cos \delta_i = J_0(\delta_{i0}) + \sum_{2k} 2J_{2k}(\delta_{i0}) \cos(2k\omega_i t)$ ,  $k=1, 2, \dots$  为正整数,  $J_0, J_{2k-1}$  和  $J_{2k}$  分别代表第 0 阶, 第  $2k-1$  阶, 第  $2k$  阶贝塞尔级数, PEM1 和 PEM2 分别对应取  $i=1$  和  $2$ 。取  $k=1$  时考虑低阶贝塞尔级数, 式(6)进一步改写为

$$I = \frac{I_0}{2} \left( 1 + (J_0(\delta_{10}) + 2J_2(\delta_{10}) \cos(2\omega_1 t)) \cdot (J_0(\delta_{20}) + 2J_2(\delta_{20}) \cos(2\omega_2 t)) \sin(4\theta) \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + 4J_1(\delta_{10}) J_1(\delta_{20}) \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) \cos \phi + (J_0(\delta_{10}) + 2J_2(\delta_{10}) \cos(2\omega_1 t)) \cdot (2J_1(\delta_{20}) \sin(\omega_2 t)) \cdot \cos(2\theta) \sin \phi + (J_0(\delta_{20}) + 2J_2(\delta_{20}) \cos(2\omega_2 t)) \cdot (2J_1(\delta_{10}) \sin(\omega_1 t)) \sin(2\theta) \sin \phi \right) \quad (7)$$

由式(7)分析可知, 波片相位延迟量和快轴方位角的相关项  $\sin(4\theta) \sin^2(\phi/2)$  被加载在频率为  $2\omega_1, 2\omega_2, 2\omega_1 + 2\omega_2$  和  $2\omega_2 - 2\omega_1$  等交流项信号中, 相关项  $\cos \phi$  被加载在频率为  $\omega_1 + \omega_2$  和  $\omega_2 - \omega_1$  等交流项信号中, 相关项  $\cos(2\theta) \sin \phi$  被加载在频率为  $\omega_2, 2\omega_1 + \omega_2$  和  $2\omega_1 - \omega_2$  等交流项信号中, 相关项  $\sin(2\theta) \sin \phi$  被加载在频率为  $\omega_1, 2\omega_2 + \omega_1$  和  $2\omega_2 - \omega_1$  等交流项信号中。通过求解双弹光级联差频调制的不同频率成份, 便能够实现波片相位延迟量和快轴方位角的同时测量。采用数字锁相技术通过 FPGA 控制 ADC 采样频率, 将 ADC 转换后的检测光强数字信号序列输入 FPGA 中<sup>[14-17]</sup>, 同时解调出两个 PEM 的基频信号幅值  $V_{\omega_1}$  和  $V_{\omega_2}$ , 和差频信号幅值  $V_{\omega_2 - \omega_1}$ , 即

$$\begin{cases} V_{\omega_1} = I_0 J_0(\delta_{20}) J_1(\delta_{10}) \sin(2\theta) \sin \phi \\ V_{\omega_2} = I_0 J_0(\delta_{10}) J_1(\delta_{20}) \cos(2\theta) \sin \phi \\ V_{\omega_2 - \omega_1} = I_0 J_1(\delta_{10}) J_1(\delta_{20}) \cos \phi \end{cases} \quad (8)$$

为了数据求解方便,将两个PEM的基频信号幅值( $V_{\omega_1}$ 和 $V_{\omega_2}$ )和差频信号幅值 $V_{\omega_2-\omega_1}$ 求比值,定义两个通道的比值为 $R_I$ 和 $R_{II}$ ,即

$$\begin{cases} R_I = \frac{V_{\omega_1} J_1(\delta_{20})}{V_{\omega_2-\omega_1} J_0(\delta_{20})} = \sin(2\theta) \tan \phi \\ R_{II} = \frac{V_{\omega_2} J_1(\delta_{10})}{V_{\omega_2-\omega_1} J_0(\delta_{10})} = \cos(2\theta) \tan \phi \end{cases} \quad (9)$$

利用式(9),同时求解出待测波片的相位延迟量 $\phi$ 与快轴方位角 $\theta$ 为

$$\begin{cases} \theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{R_I}{R_{II}}\right) \\ \phi = \arctan\left(\sqrt{R_I^2 + R_{II}^2}\right) \end{cases} \quad (10)$$

通过双弹光级联差频调制的偏振分析系统单次测量便能同时实现波片相位延迟量 $\phi$ 与快轴方位角 $\theta$ 测量。通常波片的相位延迟量参数又可采用延迟量描述为

$$\Delta = (n_e - n_o)d = \frac{\lambda}{2\pi} \phi \quad (11)$$

## 2 实验

按照原理图1搭建了实验系统,检测光源选用杭州新势力光电技术有限公司NewOpto-633-2-P型氩氦激光器,波长632.8 nm,光功率2 mW,光斑直径为2 mm;起偏器和检偏器选用格兰泰勒偏振棱镜,消光比优于 $10^5:1$ ;PEM1和PEM2为作者自行研制的单驱动八角对称状结构PEM,压电驱动器为压电石英晶体,通光晶体选用熔融石英晶体。PEM1和PEM2的熔融石英晶体尺寸分别为60 mm×60 mm×16 mm和54.2 mm×54.2 mm×16 mm,加工装调好的两个PEM谐振频率分别为44.91 kHz和49.95 kHz。探测器选用大恒光电DH-GDT-D020V硅光电探测器,响应时间20 ns,波长范围400~1100 nm,灵敏度为2.75 mV/ $\mu$ W。PEM驱动控制及数据处理电路以Altera EPC IV FPGA芯片为核心加工制作。两个PEM驱动信号源采用FPGA的DDS模块提供驱动方波信号,经LC谐振电路放大后驱动PEM工作。调制光信号经光电探测器探测转换,采用12位高精度ADC采集输入FPGA,采用数字锁相数据处理<sup>[14-16]</sup>,同时完成基频信号幅值 $V_{\omega_1}$ 和 $V_{\omega_2}$ ,和差频信号幅值 $V_{\omega_2-\omega_1}$ 信号数据处理。

### 2.1 PEM相位调制幅值设置及系统初始偏移值定标

PEM是通过信号源经LC谐振放大后,驱动压电晶体做长度伸缩振动,最后驱动熔融石英晶体振动。熔融石英晶体根据振动而引起的周期性双折射实现对入射光调制。对于加工制作好的PEM,其相位调制幅值与驱动电压峰值成正比,相位调制幅值可通过驱动电压进行精确调节。由式(7)和(8)分析可以看出,为了实现检测光调制信号中基频信号幅值 $V_{\omega_1}$ 和 $V_{\omega_2}$ ,和差频信号幅值 $V_{\omega_2-\omega_1}$ 较大,获得较好的信号数据处理信噪比,需合理设置弹光调制器相位调制幅值使第0阶和第1阶贝塞尔级数 $J_0$ 和 $J_1$ 取极大值。贝塞尔级数随PEM相位调制幅值变化情况,如图2所示。

依据图2可知,将两个PEM的相位调制幅值 $\delta_{10}$ 和 $\delta_{20}$ 设置在1.435 rad附近时,式(7)和(8)中贝塞尔

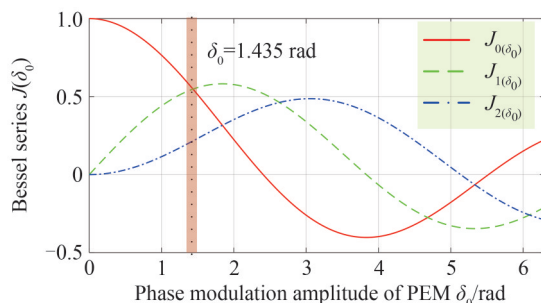


图2 贝塞尔级数  
Fig.2 Bessel series

系数  $J_0 J_1, J_1 J_1$  取得极大值。本文将两个 PEM1 和 PEM2 的驱动电压峰峰值分别设置为 190.4 V 和 189.1 V 时,它们相位调制幅值均达到 1.435 rad。

首先,考虑到格兰泰勒偏振棱镜在实验系统中的角度误差,PEM1 和 PEM2 等角度误差和剩余双折射等误差造成的测量误差,需要完成系统的初始偏移值定标。不放置任何样品时,检测激光受到两个 PEM 调制,将调制光强信号进行数字锁相数据处理,获得系统初始值。数字锁相周期设置为差频信号  $\omega_2 - \omega_1 = 5.04$  kHz 的 1 008 个周期,每间隔 200 ms 测量一个数据点,记录了约 1 min,300 组数据,基频信号幅值  $V_{\omega_1}$  和  $V_{\omega_2}$ ,和差频信号幅值  $V_{\omega_2 - \omega_1}$ ,如图 3 所示。

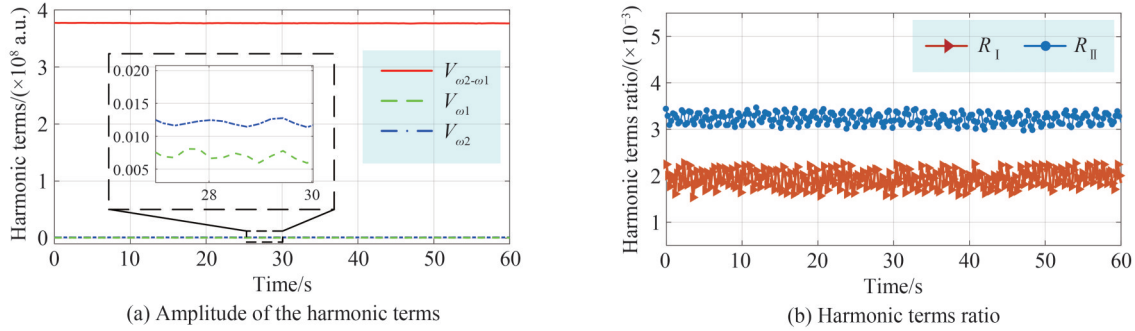


图3 调制光信号数字锁相结果

Fig.3 Digital phase lock result of modulation light signals.

不放置任何样品时,测量 300 次数据,数字锁相获取的差频信号幅值 ( $\bar{V}_{\omega_2 - \omega_1} = 3.767 \times 10^8$  a.u.) 远大于两个弹光调制的基频信号幅值 ( $\bar{V}_{\omega_1} = 2.781 \times 10^5$  a.u.) 和 ( $\bar{V}_{\omega_2} = 1.212 \times 10^6$  a.u.), 并且计算得出两个基频信号与差频信号的比值分别为  $\bar{R}_I = 1.941 \times 10^{-3}$  和  $\bar{R}_{II} = 3.220 \times 10^{-3}$ , 标准偏差分别为  $\sigma_{R_I} = 1.19 \times 10^{-4}$  和  $\sigma_{R_{II}} = 1.86 \times 10^{-4}$ , 信号比值较小。实际上,无样品时,两个比值应接近于 0, 但两个 PEM 自身存在微小剩余双折射造成比值不为 0。本文优选设计 PEM 来搭建测试系统,在无样品时,基频信号与差频信号的比值较小,不超过  $10^{-3}$  量级。此外,为了能够实现高精度的波片参数测量,本文将上述两个非零比值视为系统初始偏移值,在实际测量时,获得的信号比值都需要减去系统初始偏移值,尽可能减小,甚至消除 PEM 微小双折射造成系统的测量误差。

## 2.2 波片参数测量实验

为了确定本文方案的测量精度和重复度,首先选用一个 632.8 nm 波长的 1/4 波片样品,测试过程中实验室的温度设置为 23 °C,整个实验过程实验室温度波动不超过 0.1 °C。1/4 波片为北京大恒光电的 GCL-060402 型胶合石英零级波片,延迟精度为  $\lambda/300$ 。波片安装在大恒光电 GCM-1109M 型可旋转镜架中,角度旋转精度为 5'。将波片放置在系统中部位置,让检测激光通过波片的中心位置,波片快轴方位角一开始旋转调节至 0° 方位角上。为了完成波片快轴方位角和相位延迟量两个参数的测量验证,将从 0° 每间隔 10° 旋转至 180°,每个角度下记录约 30 s 时长的数据。数字锁相获得的信号记录,如图 4 所示。

图 4(a) 可以看出,差频信号幅值几乎为 0,两个基频信号幅值随波片快轴方位角旋转角度变化而变化。将数字锁相获得的信号幅值连同贝塞尔级数带入式(9)求解得到基频信号和差频信号比值,如图 4(b),将信号比值带入式(10)进一步求解获得波片的快轴方位角和相位延迟量两个参数,如图 4(c)和(d)所示。每个快轴方位角调节的角度下测试记录约 30 s 数据,约 150 组测试数据点。测量结果显示,波片的快轴方位角测量值和实际值一致性较好,当角度旋转至  $140^\circ \pm 5'$  时,测量数据波动较大,测量获得的角度均值为  $\bar{\theta} = 140.11^\circ$ , 偏差为 0.11°, 角度测量标准偏差为  $\sigma_\theta = 0.02^\circ$ 。整个过程,所有快轴方位角下波片的相位延迟量测量数据波动较小,均值为  $\bar{\phi} = 1.5727$  rad, 标准偏差为  $\sigma_\phi = 5.57 \times 10^{-4}$  rad, 表明本文测量系统具有较好的稳定性和重复性,且能够同时实现快轴方位角和相位延迟量两个参数实时测量。

为了进一步测试本文方案的波片参数测量能力,分别测试了大恒光电生产的 532 nm 波长的 1/4 波片和 1/2 波片样品,型号分别为 GCL-060401 和 GCL-060411,延迟精度为  $\lambda/300$ 。波片同样安装在大恒光电

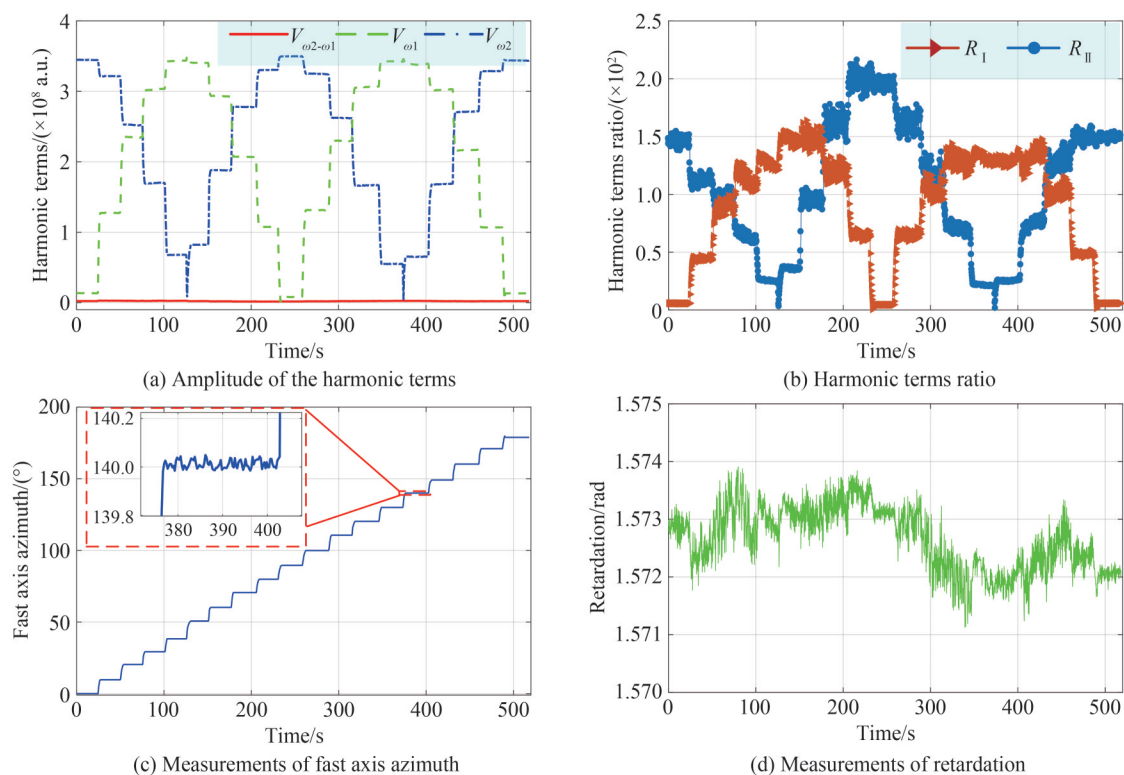


图4 1/4波片测试结果

Fig.4 Measurement results of 1/4 wave plate

GCM-1109M型可旋转镜架中,角度旋转精度为5'。将波片的快轴方位角调节从0°,每间隔10°步进旋转至180°,每个角度下测量记录1次数据,总共19个测量结果记录图5中。

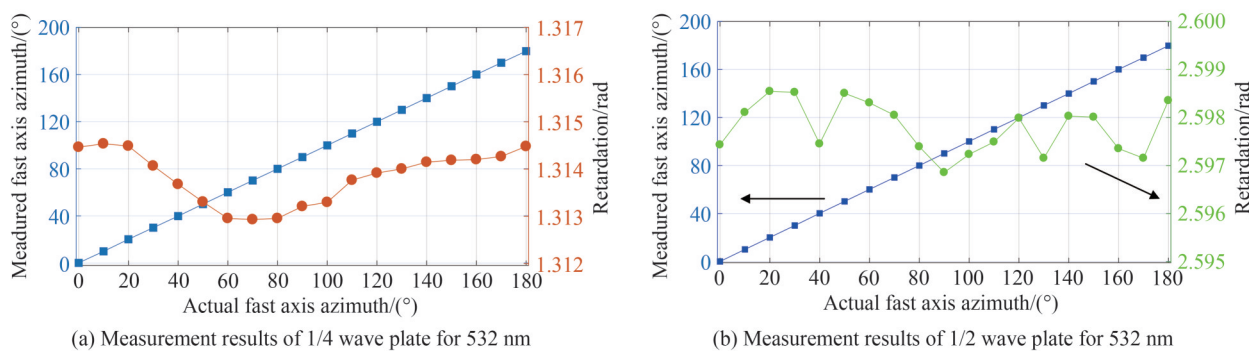


图5 532 nm波片参数测量结果

Fig.5 Measurement results of wave plate for 532 nm

由图5实验结果能够看出,快轴方位角测试结果与实际值吻合很好,且快轴方位角从0°旋转至180°测量过程中,波片相位延迟量测量值波动很小。图5(a)1/4波片测试结果显示,快轴方位角从0°每间隔10°步进旋转至180°,总共19个测量结果的相位延迟量平均值为1.313 8 rad,标准偏差为 $5.64 \times 10^{-4}$  rad。当快轴方位角旋转至 $40^\circ \pm 5'$ 时,快轴方位角测量值为 $40.16^\circ$ ,和最大测量偏差为 $0.16^\circ$ 。图5(b)1/2波片测试结果显示,相位延迟量平均值为2.597 8 rad,标准偏差为 $5.37 \times 10^{-4}$  rad。当快轴方位角旋转至 $180^\circ \pm 5'$ 时,快轴方位角测量值为 $179.80^\circ$ ,存在最大角度测量偏差为 $0.2^\circ$ 。

### 3 分析与讨论

基于双弹光级联差频调制技术实现了波片延迟量和快轴方位角两个参数的同步实时测量。对632.8 nm的1/4波片,532 nm的1/4波片和1/2波片进行了实验测量。结果显示:波片的快轴方位角测量最大偏差为

0.2°,角度测量标准偏差为 $\sigma_\theta=0.02^\circ$ ;波片的相位延迟量标准偏差最大值为 $5.64\times 10^{-4}$  rad,表明了本文方案及测量系统具有较好的稳定性和重复性,能够实现较高灵敏度和较高精度的波片参数测量。将本文测试结果与其他常用的波片测量方法进行对比分析,见表1。此外,本文系统数据处理基于FPGA数字锁相技术实现,能够同时消除检测激光光强波动等测量影响,实现的单点数据测量时间仅为200 ms,适用于快速实时测量。

表1 波片参数测量方法比较  
Table 1 Comparison with reported measurement methods of waveplate parameters

Methods	Standard deviation of fast-axis azimuth $\sigma_\theta$	Standard deviation of retardation	Measurement time	References
Polarization compensation	0.1°	$\pm 5$ nm ( $\pm 4.96\times 10^{-2}$ rad @632.8 nm)	1 min	[6]
Interferometry	0.22°	0.37° ( $6.48\times 10^{-3}$ rad)	1 s	[7]
Laser feedback	—	0.12° ( $2.09\times 10^{-3}$ rad)	—	[8-9]
Dual photoelastic modulators cascade differential frequency modulation	0.02°	$5.64\times 10^{-4}$ rad	200 ms	This work

然而,值得指出并探讨的是,本文方案采用氦氖激光作为检测光源,光源波长为632.8 nm,光谱带宽小于 $2\times 10^{-3}$  nm,能够实现所有波片在该波长下的精确延迟量测量。但是拓展应用于其他波长时,为了保证波片参数测量的精确性,应将波片材料的双折射光谱色散加予考虑讨论。且波片的快慢轴方向不会随着入射光波长的变化而变化。根据式(11)将波片的延迟参数由相位延迟采用延迟量描述,能够看出波片延迟量是随入射波长变化而变化的。波片材料的双折射色散( $n_e(\lambda)$ 和 $n_o(\lambda)$ )采用Sellmeier公式可以描述为<sup>[17]</sup>

$$n_{o,e}^2(\lambda) = A_{o,e} + \frac{B_{o,e}\lambda^2}{\lambda^2 - C_{o,e}} + \frac{D_{o,e}\lambda^2}{\lambda^2 - F_{o,e}} \quad (12)$$

入射光波长以 $\mu\text{m}$ 为单位,石英波片的双折射折射率系数为: $A_o=1.286\ 041\ 41$ , $B_o=1.070\ 440\ 83$ , $C_o=1.005\ 859\ 97\times 10^{-2}$ , $D_o=1.102\ 022\ 42$ 和 $F_o=100$ ;  $A_e=1.288\ 518\ 04$ , $B_e=1.095\ 099\ 24$ , $C_e=1.021\ 018\ 64\times 10^{-2}$ , $D_e=1.156\ 624\ 75$ 和 $F_e=100$ 。将上述系数分别带入式(12),求解获得石英波片对0.632 8  $\mu\text{m}$ 和0.532  $\mu\text{m}$ 的入射光波长的双折射( $n_e - n_o$ )分别为 $9.272\times 10^{-3}$ 和 $9.144\times 10^{-3}$ 。考虑双折射色散,利用检测激光波长 $\lambda_0$ 下测量获得波片相位延迟,可以推广到针对实际应用波长 $\lambda$ 下的延迟量参数,且描述更方便合理。结合式(11)和式(12),波片延迟量可以描述为 $\Delta = \frac{(n_e(\lambda) - n_o(\lambda))\lambda_0\phi_0}{2\pi(n_e(\lambda_0) - n_o(\lambda_0))}$ ,其中 $\lambda_0$ 和 $\lambda$ 分别代表检测激光波长和波片实际应用波长, $\phi_0$ 为波片在检测激光波长下测量获得的相位延迟量。结合图4和5几个波片样品测试结果,并将双折射带入上式,计算获得波片样品的延迟量参数见表2。

表2 波片样品延迟量参数  
Table 2 Wave plate retardance parameter

Wave plate specimens	Measurements of phase retardation (@632.8 nm)/rad	Measurements of retardance $\Delta = \frac{(n_e(\lambda) - n_o(\lambda))\lambda_0\phi_0}{2\pi(n_e(\lambda_0) - n_o(\lambda_0))}$ /nm	Theoretical value of retardance/nm	Deviation/nm
632.8 nm 1/4 wave plate	1.572 7	158.39 (@ $\lambda=632.8$ nm)	158.2	0.19
532 nm 1/4 wave plate	1.313 8	134.17 (@ $\lambda=532$ nm)	133	1.17
532 nm 1/2 wave plate	2.597 8	265.30 (@ $\lambda=532$ nm)	266	-0.7

波片测试值与理论值最大偏差为1.17 nm,满足波片出厂延迟精度为 $\lambda/300$ (约2.1 nm@ $\lambda=632.8$  nm波片和1.8 nm@ $\lambda=532$  nm波片)要求。本文采用氦氖激光作为检测光源,并结合波片材料双折射色散能够准确测量任何波长应用的波片快轴方位角和延迟量参数,能够为波片加工测试和实验定标提供可靠方法和手段。

## 4 结论

本文开展了基于双弹光级联差频调制的波片参数测量研究。两个PEM选择工作在不同的谐振频率,以两个PEM为核心构建偏振分析装置。波片的快轴方位角和相位延迟量两个参量被加载到弹光调制信号中。采用数字锁相技术同时提取双弹光级联差频调制的差频信号和基频信号幅值,进一步求解出波片的快轴方位角和相位延迟量。本文给出了详细的理论分析,并按照原理搭建了实验验证装置,完成了系统初始偏移值定标实验,有效地消除了PEM自身微小剩余双折射对测量的影响;完成了632.8 nm的1/4波片,532 nm的1/4波片和1/2波片实验测量。实验结果显示,快轴方位角测量最大偏差为 $0.2^\circ$ ,角度测量标准偏差为 $\sigma_\theta = 0.02^\circ$ ;波片的相位延迟量标准偏差优于 $5.64 \times 10^{-4}$  rad,表明本文方案及测量系统具有较好的稳定性和重复性。将波片材料的双折射色散加以考虑,根据检测激光波长下测量获得的相位延迟量,能够进一步计算出应用波长下波片延迟量值。实验测试值与理论值最大偏差不超过1.17 nm,延迟精度优于 $\lambda/300$ ,本文实现了较高精度的波片参数测量。此外,本文实现的单点数据测量时间仅为200 ms,适用于快速实时测量。本方案实现了高速、高精度和高灵敏的波片参数测量,可为波片加工测试和实验定标提供有效手段。

### 参考文献

- [1] KLIGER S, LEWIS J W, RANDALL C E. Polarized light in optics and spectroscopy[J]. Boston: Academic Press, 1990: 39-52.
- [2] MU S Q, SHI Y T, SONG Y T, et al. Multislice computational model for birefringent scattering[J]. Optica, 2023, 10: 81-89.
- [3] CHEN K H, CHU Y C, CHEN J H. Applying the phase difference property of polarization angle for measuring the concentration of solutions[J]. Optics & Laser Technology, 2012, 44: 251-254.
- [4] MARIA S, BERNARDIS P D, MASI S. Modeling transmission and reflection Mueller matrices of dielectric half-wave plates[J]. Journal of Infrared Millimeter and Terahertz Waves, 2016, 38: 1-14.
- [5] WANG W, CHEN J. Simple method for simultaneous determination of the phase retardation and fast axis of a wave plate[J]. Optik, 2013, 124: 4359-4363.
- [6] MONTAROU C C, GAYLORD T K. Two-wave-plate compensator method for single-point retardation measurements[J]. Applied Optics, 2004, 43: 6580-6595.
- [7] CHEN K, LIN C, LIU P. An interferometric method for simultaneously determination the phase retardation and fast-axis azimuth angle of a wave plate[J]. Journal of Modern Optics, 2020, 67: 992-997.
- [8] CHEN W, LONG X, ZHANG S, et al. Phase retardation measurement by analyzing flipping points of polarization states in laser with an anisotropy feedback cavity[J]. Optics & Laser Technology, 2012, 44: 2427-2431.
- [9] LI Hao hao, ZHANG Shulian, TAN Yidong, et al. Wave plate phase retardation measurement on contact block based on optical feedback[J]. Journal of Applied Optics, 2011, 32(5): 1003-1008.  
李浩昊, 张书练, 谈宜东, 等. 基于激光回馈的波片在盘位相延迟测量系统[J]. 应用光学, 2011, 32(5): 1003-1008.
- [10] ZHANG P, TAN Y D, LIU W X, et al. Methods for optical phase retardation measurement: a review[J]. Science China: Technological Sciences, 2013, 56: 1155-1163.
- [11] WANG S, HAN X, WANG Y, et al. Dispersion of the retardation of a photoelastic modulator[J]. Applied Sciences, 2019, 9: 341.
- [12] ZENG A, HUANG L, DONG Z, et al. Calibration method for a photoelastic modulator with a peak retardation of less than a half-wavelength[J]. Applied Optics, 2007, 46: 699-703.
- [13] LIU Y W, JONES G A, PENG Y, et al. Generalized theory and application of Stokes parameter measurements made with a single photoelastic modulator[J]. Applied Physics, 2006, 100: 063537.
- [14] LI K W, ZHANG R, NING J, et al. Fast and full range measurements of ellipsometric parameters using a  $45^\circ$  dual-drive symmetric photoelastic modulator[J]. Optics Express, 2017, 25: 5725-5733.
- [15] WANG Shuang, HAN Xie, LI Xiao, et al. Digital phase-locked data processing for ellipsometric parameter measurements based on photoelastic modulation[J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(6): 1314-1321.  
王爽, 韩燮, 李晓, 等. 弹光调制测椭圆偏参量的数字锁相数据处理[J]. 光学精密工程, 2018, 26(6): 1314-1321.
- [16] WANG Shuang, WANG Zhibin, LI Xiao, et al. Realizing the measurement of the crystal electro-optic coefficient by photoelastic modulation with digital phase locking[J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(10): 1012001.  
王爽, 王志斌, 李晓, 等. 弹光调制测晶体电光系数的数字锁相实现[J]. 光子学报, 2017, 46(10): 1012001.
- [17] HLUBINA P, CIPRIAN D. Birefringence dispersion in a quartz crystal retrieved from a channeled spectrum resolved by a fiber-optic spectrometer[J]. Optics Communications, 2011, 284(12): 2683-2686.



## Waveplate Parameter Measurement Based on Dual Photoelastic Modulators Cascade Differential Frequency Modulation

WANG Shuang<sup>1,2,3,4</sup>, CUI Zhiying<sup>2,4</sup>, FENG Huajun<sup>2,4</sup>, LI Kewu<sup>1,2,3,4</sup>, WANG Zhibin<sup>3</sup>

(1 School of Data Science and Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

(2 Ningbo Yongxin Optics Co., Ltd, Ningbo 315040, China)

(3 Engineering and Technology Research Center of Shanxi Province for Opto-electric Information and Instrument, North University of China, Taiyuan 030051, China)

(4 College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** A waveplate is a basic optical component manufactured based on birefringence. It is typically made of quartz crystals, MgF<sub>2</sub> crystals, or polymers with tens of micrometers thickness. A waveplate is used to change the polarization state. It is mainly employed in polarization generating devices and polarization analysis devices. It plays an important role in the fields of communication, sensing, and optical storage. The fast-axis azimuth and retardance are the key parameters of the waveplate. Accurate measurement and calibration of the two parameters are key steps in the manufacturing process of the wave plate. These steps directly determine the performance of the polarization optical system using the waveplate. Now, methods such as light intensity, polarization compensation, interferometry, laser feedback, and polarization modulation techniques, are applied to research the measurement of parameters of waveplate. Nevertheless, measurement speed and accuracy still need to be further improved. For the needs of rapid and high-precision parameter measurement of waveplate, a measurement scheme based on dual photoelastic modulators cascade difference frequency modulation is proposed in this paper.

Considering the application advantages of photoelastic modulation, such as high modulation frequency, large optical aperture, high modulation purity and stable operation et al., a novel measurement method using photoelastic modulation is proposed. A simple polarimetry is constructed based on two photoelastic modulators with differential modulation frequencies. The phase retardation and fast axis azimuth angle are loaded into the differential frequency photoelastic modulation signals, and the digital phase-locked technology is used to extract the differential frequency harmonic terms and fundamental frequency harmonic terms of photoelastic modulation at the same time, so as to further solve the phase retardation and fast axis azimuth angle. The principle of the new scheme is analyzed, and an experimental system is built. The initial offset value of the system is calibrated experimentally without any sample. After that, the measurement accuracy and repeatability are measured by using a quarter wave plate for 632.8 nm, a quarter wave plate for 53 nm, and a half wave plate for 532 nm.

After the system is built and the initial calibration is completed. A quarter wave plate for 632.8 nm is the first to be determined at different azimuth angles. The fast axis azimuth of the wave plate is adjusted from 0° to 180° at intervals of 10°, the signal amplitudes are obtained by digital phase-locked technique, and the phase retardation and fast axis azimuth angle of the waveplate is further solved. The fast-axis azimuth angle measurements and actual values are in good agreement, as shown in Fig.4, and there is a maximum deviation of 0.11° between the measured value and the actual value, and the standard deviation of angle is 0.02°; throughout the entire process, the measurements of the phase retardation of the waveplate under all fast axis azimuths fluctuated less, the mean value is 1.572 7 rad and a standard deviation is  $5.57 \times 10^{-4}$  rad, which indicates that the measurement system in this paper has good stability and repeatability, and the two parameters of fast axis azimuth and phase retardation can be simultaneously determined. A quarter wave plate for 532 nm and a half wave plate for 532 nm are also measured. The time interval of data measurement in the above experiments is only 200 ms. This method is suitable for fast measurement. Moreover, this method adopts a helium neon laser as the detection light source, with a wavelength of 632.8 nm and a spectral bandwidth of less than  $2 \times 10^{-3}$  nm, which can achieve accurate phase retardation measurements of any wave plates for any wavelength. Taking into account the birefringence dispersion of the waveplate material, the phase retardation at the detection laser wavelength is further calculated to the retardance at the application wavelength. The experimental results show that the maximum deviation between the experimental test value and the theoretical value does not exceed 1.17 nm, and the retardance accuracy is better than  $\lambda/300$ .

In present study, a novel waveplate parameters measurement method based on dual photoelastic modulators cascade difference frequency modulation is demonstrated. The principle of the new scheme is analyzed, and an experimental system is built. The initial offset value of the system is calibrated experimentally. And the measurements of a quarter wave plate for 632.8 nm, a quarter wave plate for 532 nm, and a half wave plate for 532 nm specimens are carried out. The experimental results show that the accuracy of fast axis azimuth measurement is less than  $0.2^\circ$ , the repeatability of fast axis azimuth is  $0.02^\circ$ ; the repeatability of phase retardation measurement is  $5.64 \times 10^{-4}$  rad, and the accuracy of retardance is less than 1.17 nm. In addition, the measurement time of single data does not exceed 200 ms. Our study realizes simultaneous measurement of retardation and fast axis azimuth angle for waveplate. This method will be an effective means of processing testing or experimental calibration for waveplate.

**Key words:** Photoelastic modulation; Differential frequency modulation; Waveplate; Fast axis azimuth; Retardation

**OCIS Codes:** 120.2130; 120.5410; 260.5430