

引用格式: YANG Jun, HUANG Jianheng, SHAN Yuzheng, et al. Sensitivity Calculation for the Dual Phase Grating Interferometer by Lau Condition[J]. Acta Photonica Sinica, 2023, 52(1):0105001

杨君, 黄建衡, 单雨征, 等. 利用劳条件求取双相位光栅干涉仪灵敏度[J]. 光子学报, 2023, 52(1):0105001

# 利用劳条件求取双相位光栅干涉仪灵敏度

杨君, 黄建衡, 单雨征, 雷耀虎, 宗方轲, 郭金川

(深圳大学 物理与光电工程学院 光电子器件与系统教育部/广东省重点实验室, 深圳 518060)

**摘要:** 目前针对双相位光栅干涉仪灵敏度的分析存在着灵敏度模型不合理、理论结果不完整等问题, 制约着系统灵敏度的提高。对此, 提出了新的灵敏度模型, 即物体所产生的条纹移动与光源位置变化产生的条纹移动是等效的。该灵敏度模型将物体对 X 射线的折射作用转化成了光源的移动, 同时巧妙地利用了系统的劳条件将光源移动与成像条纹移动联系起来。利用新的灵敏度模型, 成功获取了双相位光栅干涉仪和 Talbot-Lau 干涉仪的灵敏度, 为优化系统灵敏度提供了理论指导。

**关键词:** X 射线相衬成像; Talbot-Lau 干涉仪; 双相位光栅干涉仪; 灵敏度; 劳条件

中图分类号: O434.1

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20235201.0105001

## 0 引言

在过去的二十年间, 基于光栅的 X 射线干涉仪获得了大量的关注, 在成像方法<sup>[1-9]</sup>、器件制作<sup>[10-13]</sup>和实际应用<sup>[14-17]</sup>等方面取得了一系列的研究成果。双相位光栅干涉仪由于无需分析光栅, 能够实现大视场、高剂量利用率的 X 射线相衬和暗场成像<sup>[18-24]</sup>。双相位光栅干涉仪的劳条件(Lau condition)影响着成像条纹的对比度, 而条纹对比度又影响了系统的信噪比。对于双相位光栅干涉仪的劳条件, 有学者利用直观的几何关系<sup>[20]</sup>, 分别求出光源移动对两块相位光栅产生的条纹移动量, 再将两个条纹移动量相减获取劳条件。他们认为对于双  $\pi$  相位光栅干涉仪, 在多色光照明下的源光栅周期为单色光照明下的源光栅周期的两倍。其理由则是在多色光照明下, 相位光栅的零级衍射不为零。但这无法解释对于  $\pi$  相位光栅的 Talbot-Lau 干涉仪, 其源光栅周期无论在单色光照明时还是多色光照明时均是相同的。对于双相位光栅干涉仪灵敏度, 大多数研究人员都是直接在 DONATH T 等<sup>[25]</sup>建立的 Talbot-Lau 干涉仪灵敏度模型上进行推导<sup>[21, 26]</sup>。但 DONATH T 等建立的灵敏度模型本身存在一定程度的不合理, 因此在该模型上获取的双相位光栅干涉仪灵敏度也存在着一定的问题。本文将给出新的灵敏度模型, 该模型巧妙地利用了系统的劳条件求取双相位光栅干涉仪的灵敏度。

## 1 理论计算与数值模拟

### 1.1 双相位光栅干涉仪的劳条件

一般而言, 双相位光栅干涉仪的劳条件指的是源光栅的周期。从 Talbot-Lau 干涉仪劳条件的获取过程中可知, 劳条件可以利用波动光学进行推导。因此, 对于双相位光栅干涉仪劳条件的获取, 也可以尝试从波动光学的角度出发。在单色光照明时, 利用菲涅耳衍射可以得到当点光源从光轴上的位置  $G_0$  移动到  $G_0'$  时(如图 1), 双相位光栅干涉仪在成像平面上的复振幅分布可表示为

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 62075141, 12075156), 广东省基础与应用基础研究基金(No. 2021A1515010048)

第一作者: 杨君, 1006907716@qq.com

通讯作者: 郭金川, jcguo@szu.edu.cn

收稿日期: 2022-05-13; 录用日期: 2022-08-31

<http://www.photon.ac.cn>

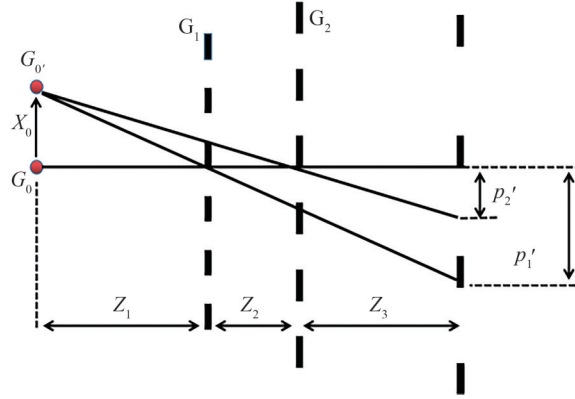


图1 双相位光栅干涉仪中的劳条件示意

Fig.1 Illustration of the Lau condition of the dual phase grating interferometer

$$U(x_3) = A_5 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_n b_m \exp(-j\pi p n^2) \exp \left[ -j\pi \frac{\lambda z_3}{M_2} \left( \frac{n}{M_1 p_1} + \frac{m}{p_2} \right)^2 \right] \times \exp \left[ \frac{j2\pi}{M_2} \left( x_3 + \frac{z_2 + z_3}{z_1} x_0 \right) \frac{n}{M_1 p_1} \right] \exp \left[ \frac{j2\pi}{M_2} \left( x_3 + \frac{z_3}{z_1 + z_2} x_0 \right) \frac{m}{p_2} \right] \quad (1)$$

式中,  $A_5$  为相位常数, 在考虑相对光强时可以忽略。  $a_n$ 、 $b_m$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  分别为相位光栅  $G_1$  和  $G_2$  的傅里叶系数和周期。  $z_1$ 、 $z_2$  和  $z_3$  分别为  $G_0$  到  $G_1$ 、 $G_1$  到  $G_2$  和  $G_2$  到成像平面的距离,  $x_3$  为成像平面上的坐标。  $p$ 、 $M_1$  和  $M_2$  则分别表示为

$$p = \frac{z_2 \lambda}{M_1 p_1^2} \quad (2)$$

$$M_1 = \frac{z_1 + z_2}{z_1} \quad (3)$$

$$M_2 = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{z_1 + z_2} \quad (4)$$

从式(1)可以看出, 当光源移动  $x_0$  距离后, 光栅  $G_1$  的“像”移动了  $\frac{z_2 + z_3}{z_1} x_0$ , 光栅  $G_2$  的“像”移动了  $\frac{z_3}{z_1 + z_2} x_0$ 。 和分析双相位光栅干涉仪成像条纹周期时类似<sup>[27]</sup>, 考虑振幅最大的条纹移动量, 即可将问题极大简化。 对此, 同样分两种情况进行考虑, 即双  $\pi$  相位光栅干涉仪和双  $\pi/2$  相位光栅干涉仪。

#### 1) 双 $\pi$ 相位光栅干涉仪

一般而言, 单色光照明时双  $\pi$  相位光栅干涉仪中相位光栅正负一级衍射形成的干涉条纹振幅最大。 该条纹在光源有偏移量  $x_0$  情形下的表达式为

$$I_{-1,1} = \frac{32}{\pi^4} \cos \left[ \frac{2\pi}{M_2} \left( x_3 + \frac{z_2 + z_3}{z_1} x_0 \right) \frac{-2}{M_1 p_1} + \frac{2\pi}{M_2} \left( x_3 + \frac{z_3}{z_1 + z_2} x_0 \right) \frac{2}{p_2} \right] \quad (5)$$

式(5)化简后可得

$$I_{-1,1} = \frac{32}{\pi^4} \cos \left[ \frac{2\pi}{M_2} \left( \frac{2}{p_2} - \frac{2}{M_1 p_1} \right) \left( x_3 + \frac{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} x_0 \right) \right] \quad (6)$$

为了使点光源  $G_0$  形成的条纹(式(6))和光轴上  $G_0$  点形成的条纹能够相互加强, 应使二者的相位差为  $2\pi$  的整数倍, 即

$$\frac{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} x_0 = p_3 \quad (7)$$

式中,  $p_3$  是条纹周期, 将条纹周期<sup>[22]</sup>代入式(7), 化简后可得

$$x_0 = \frac{1}{2} \frac{L p_1 p_2}{(z_2 + z_3) p_2 - p_1 z_3} \quad (8)$$

式中,  $x_0$ 既可取正值,也可取负值,其物理意义为  $G_0'$ 可以在  $G_0$ 的上下两边分布。式(8)即为两个不同位置的点源所成像的条纹能够互相加强的条件,此时  $x_0$ 即是源光栅的周期  $p_0$ 。因此,双  $\pi$ 相位光栅干涉仪的劳条件为

$$p_0 = \frac{1}{2} \frac{L p_1 p_2}{(z_2 + z_3) p_2 - p_1 z_3} \quad (9)$$

式(9)的正确性已由文献[22]中的实验所验证。需要强调的是,在多色光照明下,双  $\pi$ 相位光栅干涉仪的源光栅周期既可能由式(9)决定,也可能由式(12)决定。因为从式(7)可知,双相位光栅干涉仪的源光栅周期与成像条纹周期紧密相连。而在多色光照明时,双  $\pi$ 相位光栅干涉仪的成像条纹周期既可能由相位光栅正负一级衍射形成的干涉条纹决定<sup>[22]</sup>,也可能由相位光栅的零级和正负一级衍射形成的干涉条纹所决定<sup>[27]</sup>。有学者认为,双  $\pi$ 相位光栅干涉仪在多色光照明时由于相位光栅零级衍射的存在,成像条纹周期一定是单色光照明时的两倍<sup>[20]</sup>。但实验结果<sup>[22]</sup>却表明条纹周期在多色光照明时并不一定会加倍。一个类似的例子是,对于  $\pi$ 相位光栅 Talbot-Lau干涉仪,分数泰伯阶处的成像条纹周期在单色光照明和多色光照明时是相同的。其根本原因在于,系统的成像条纹周期不是由周期最大的干涉条纹决定,而是由振幅最大的干涉条纹所决定。在双  $\pi$ 相位光栅干涉仪满足对比度极大值条件时<sup>[27]</sup>,相位光栅的零级和正负一级衍射形成的干涉条纹振幅远不如相位光栅正负一级衍射形成的干涉条纹振幅大,此时成像条纹周期由相位光栅正负一级衍射形成的干涉条纹所决定。当双  $\pi$ 相位光栅干涉仪不满足对比度极大值条件时,条纹周期则主要由相位光栅的零级和正负一级衍射形成的干涉条纹所决定。

## 2) 双 $\pi/2$ 相位光栅干涉仪

对于双  $\pi/2$ 相位光栅干涉仪,振幅最大的干涉条纹是零级和正负一级衍射形成,即

$$I_{-1,0,1} = \frac{2}{\pi^2} \cos \left[ \frac{2\pi}{M_2 M_1 p_1} \left( x_3 + \frac{z_2 + z_3}{z_1} x_0 \right) - \frac{2\pi}{M_2 p_2} \left( x_3 + \frac{z_3}{z_1 + z_2} x_0 \right) + \phi \right] \quad (10)$$

式中,  $\phi$ 代表初相,其具体形式不影响劳条件的结果。化简式(10)后可得

$$I_{-1,0,1} = \frac{2}{\pi^2} \cos \left[ \frac{2\pi}{M_2} \left( \frac{1}{M_1 p_1} - \frac{1}{p_2} \right) \left( x_3 + \frac{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} x_0 \right) + \phi \right] \quad (11)$$

代入条纹周期  $p_3$ <sup>[18-19]</sup>,化简后可得双  $\pi/2$ 相位光栅干涉仪的劳条件

$$p_0 = \frac{L p_1 p_2}{(z_2 + z_3) p_2 - p_1 z_3} \quad (12)$$

从式(6)和(11)可以看出,条纹的移动量  $\frac{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} x_0$ 既可能是正值,也可能是负值。假设  $x_0$

为正值,当条纹移动量是负值时,意味着条纹的移动方向与光源的移动方向相同,如图2(a)。在直观印象

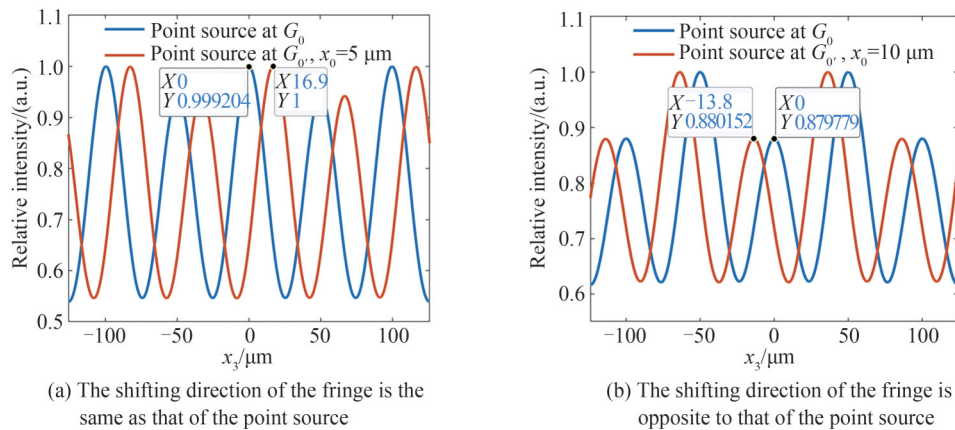


图2 点源在光轴上的  $G_0$ 处与光轴外的  $G_0'$ 处形成的仿真条纹

Fig. 2 The simulation fringe formed by the point source  $G_0$  on the optics axis and the point source  $G_0'$  off the optics axis

中,光源的移动方向通常和像的移动方向是相反的,但图 2(a)所示的结果与直观的想法大相径庭,与 Talbot-Lau 干涉仪的情形不同,它是波动光学的必然结果。而当条纹移动量是正值时,则意味着条纹的移动方向与光源的移动方向相反,如图 2(b)所示,此时与 Talbot-Lau 干涉仪时的情形相同。具体仿真参数及理论计算的条纹移动量如表 1。

表 1 双相位光栅干涉仪的仿真参数  
Table 1 The simulation parameters of the dual phase grating interferometer

	$p_1/\mu\text{m}$	$p_2/\mu\text{m}$	$z_1/\text{cm}$	$z_2/\text{cm}$	$z_3/\text{cm}$	Voltage/kVp	$x_0/\mu\text{m}$	Fringe shift/ $\mu\text{m}$
Parameters in Fig. 2(a)	2	2.1	14.91	2.22	52.92	40	5	-16.9
Parameters in Fig. 2(b)	2.1	2	38.32	2.01	151.21	40	10	13.8

### 1.2 Talbot-Lau 干涉仪的灵敏度

在 DONATH T 建立的 Talbot-Lau 干涉仪灵敏度模型<sup>[25]</sup>中,隐含着两个有争议的假设。第一个假设是沿着光轴传播的 X 射线通过物体后不发生折射。该假设只有在 X 射线垂直入射到均匀的物体上时才能成立,对于一般的样品是不成立的。第二个假设是光源发出的 X 射线与光轴的夹角很小,并且这些傍轴 X 射线被物体折射后,能够与光轴相交,且交点恰好落在分析光栅所在的平面。对于 X 射线而言,空气的折射率会略大于物体的折射率,所以 X 射线通过物体后,一般是离光轴越来越远,而不是越来越近。即使 X 射线通过物体后能与光轴相交,其交点未必就落在分析光栅所在的平面上。接下来将给出新的灵敏度模型,并首先将该灵敏度模型应用于简单的 Talbot-Lau 干涉仪上,再过渡到复杂的双相位光栅干涉仪的情形。

图 3(a)表示当物体处于相位光栅  $G_1$  与成像条纹之间时的情形,  $G_0$  表示源光栅中的一透光点。为简便起见,图 3 中忽略了分析光栅。  $G_0$  到  $G_1$ 、 $G_1$  到成像条纹和物体到成像条纹的距离分别为  $z_1$ 、 $z_2$  和  $z_D$ 。图中蓝色和紫色曲线分别表示有无物体时的成像条纹,两条条纹实际处于同一平面上(为了便于说明两条条纹之间存在横向位移,将其画在了不同平面上)。

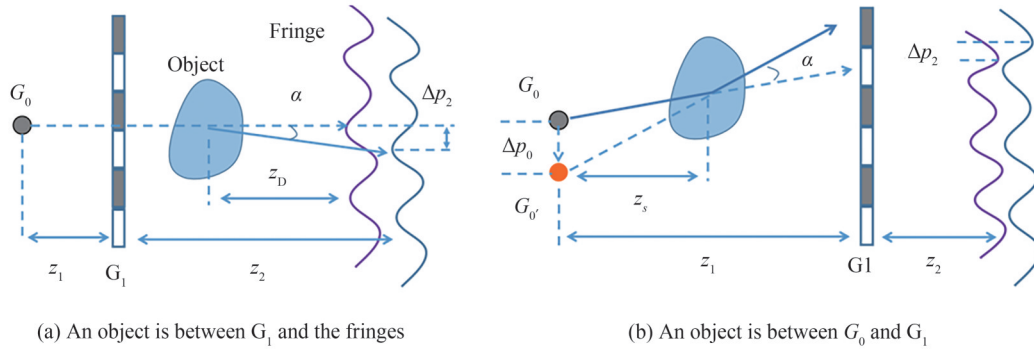


图 3 Talbot-Lau 干涉仪示意  
Fig. 3 Illustration of the Talbot-Lau interferometer

当一束 X 射线通过物体后,会产生大小为  $\alpha$  的折射角。X 射线的折射使得条纹产生了  $\Delta p_2$  的移动和  $\Delta\phi$  的相移,据此可得

$$\Delta p_2 \approx \alpha z_D \quad (13)$$

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta p_2} = \frac{2\pi}{p_2} \quad (14)$$

将式(13)带入式(14)后,再由灵敏度的定义<sup>[25]</sup>可得

$$S_D = \frac{z_D}{p_2} \quad (15)$$

式中,  $S_D$  为物体处于相位光栅与成像条纹之间时的系统灵敏度,  $p_2$  为成像条纹的周期。上述推导过程在文献<sup>[19,28]</sup>中也有论述,其过程符合直观的想法。

图 3(b)表示当物体处于  $G_0$  与  $G_1$  之间时的情形,其中  $z_S$  表示物体与  $G_0$  的距离。当 X 射线通过物体后,会

引起条纹产生大小为  $\Delta p_2$  的移动。如何求解  $\Delta p_2$ , 是求解灵敏度的关键所在。本文提出一个新的灵敏度模型: 物体引起的条纹移动与光源位置变化引起的条纹移动是等效的。据此, 可以将 X 射线通过物体后的折射线作一反向延长线, 该反向延长线与源光栅所在的平面相交于点  $G_0$ 。如果把  $G_0$  想象成是一虚拟光源, 那么折射线则是从  $G_0$  发出的直线。此时, 问题就从物体所产生的条纹移动转化为了光源移动所产生的条纹移动。本文将该方法称为“折射反投影法 (Refraction Back Projection, RBP)”。令  $G_0$  与  $G_0'$  之间的距离为  $\Delta p_0$ , 由小角近似可知

$$\Delta p_0 \approx \alpha z_s \quad (16)$$

由 Talbot-Lau 干涉仪的劳条件可得

$$p_2 = \frac{z_2}{z_1} p_0 \quad (17)$$

式中,  $p_0$  为源光栅的周期, 对式 (17) 两边取微分得

$$\Delta p_2 = \frac{z_2}{z_1} \Delta p_0 \quad (18)$$

再将式 (16) 和 (18) 代入式 (14), 可得当物体处于  $G_0$  和  $G_1$  之间时系统的灵敏度  $S_s$ , 表示为

$$S_s = z_s \frac{z_2}{p_2 z_1} \quad (19)$$

再利用一次劳条件式 (17), 式 (19) 可简化为

$$S_s = \frac{z_s}{p_0} \quad (20)$$

在获取式 (20) 的过程中, 关键在于提出的新灵敏度模型, “折射反投影法”则给出了将物体对 X 射线的折射作用转换成光源移动的具体方法, 而劳条件起到了联系光源移动与条纹移动的桥梁作用, 三者之间层层递进。从光路可逆性的角度来理解的话, 即想象图 3(b) 中的 X 射线是从右往左传播的, 而探测器在  $G_0$  所在的位置, 那么“折射反投影法”则和应用于图 3(a) 的方法完全对称。DONATH T 建立的灵敏度模型至少依赖于两个假设, 而提出的新灵敏度模型则只有一个假设, 因此该灵敏度模型更合理, 推导过程也更简单。

### 1.3 双相位光栅干涉仪的灵敏度

通过之前的分析可知, 利用 RBP 可以非常有效地求取 Talbot-Lau 干涉仪的灵敏度。接下来, 将利用 RBP 推导双相位光栅干涉仪的灵敏度。

图 4(a) 为物体处于相位光栅与成像条纹之间时的情形。  $G_1$ 、 $G_2$  分别表示周期为  $p_1$ 、 $p_2$  的相位光栅。  $z_1$ 、 $z_2$  和  $z_3$  分别是  $G_0$  到  $G_1$ 、 $G_1$  到  $G_2$  和  $G_2$  到成像条纹之间的距离。  $\Delta p_3$  为物体所引起的条纹移动量。此时, 系统灵敏度的推导过程和式 (13) 与 (14) 相似, 系统灵敏度  $S_D$  表示为

$$S_D = \frac{z_D}{p_3} \quad (21)$$

式中,  $p_3$  为成像条纹的周期。而图 4(b) 为物体处于  $G_0$  和  $G_1$  之间时的情形, 当物体插入时成像条纹产生了  $\Delta p_3$  的移动和  $\Delta \phi$  的相移, 据此可得

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta p_3} = \frac{2\pi}{p_3} \quad (22)$$

接下来则需要计算物体所引起的条纹移动量  $\Delta p_3$ 。利用式 (7), 将  $x_0$  换成  $p_0$  后可得利用条纹周期表示的劳条件

$$p_0 = \frac{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2}{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2} p_3 \quad (23)$$

对式 (23) 两边取微分后可得

$$\Delta p_3 = \frac{p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{(z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} \Delta p_0 \quad (24)$$

利用 RBP 可以获得  $\Delta p_0$ , 即式 (16)。将式 (16) 和 (24) 代入式 (22) 可得



$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\alpha z_s p_1 z_3 - (z_2 + z_3) p_2}{p_3 (z_1 + z_2) p_1 - z_1 p_2} \quad (25)$$

再次利用双相位光栅干涉仪的劳条件,将式(23)代入式(25)得

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\alpha z_s}{p_0} \quad (26)$$

利用灵敏度的定义,可以获得物体处于  $G_0$  和  $G_1$  之间时双相位光栅干涉仪的灵敏度

$$S_s = \frac{z_s}{p_0} \quad (27)$$

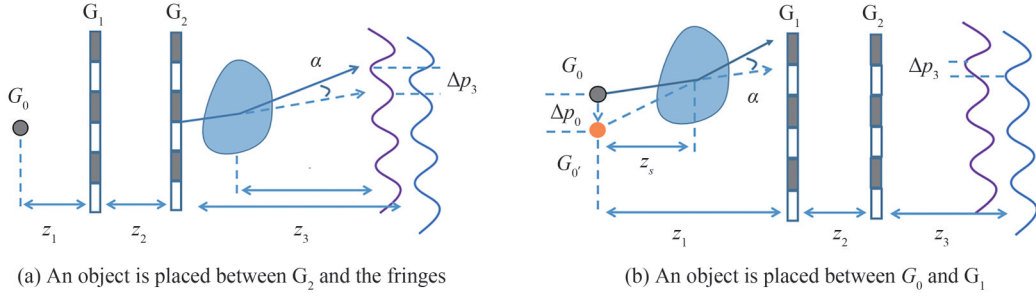


图4 双相位光栅干涉仪示意

Fig. 4 Illustration of the dual phase grating interferometer

可见,双相位光栅干涉仪与 Talbot-Lau 干涉仪的灵敏度具有相同的形式。在上述的推导过程中相位光栅的类型没有预先假定,意味着式(21)和(27)对于双  $\pi$  相位光栅干涉仪和双  $\pi/2$  相位光栅干涉仪都是适用的。

而当物体处于两块相位光栅之间时,如图5,其灵敏度的表达式则略微复杂一些。由于一阶分数泰伯像比其它高阶的分数泰伯像具有更高的对比度和亮度,因此将它作为中间光源。首先考虑图5(a),物体处于  $G_1$  和其一阶分数泰伯像  $G_1'$  之间时的情形。 $G_1$  与物体、 $G_1$  与  $G_1'$  和  $G_1'$  与  $G_2$  之间的距离分别为  $z_{23}$ 、 $z_{21}$  和  $z_{22}$ 。由于物体的引入,  $G_1'$  的移动量为  $(z_{21} - z_{23})\alpha$ 。参考式(18)可得

$$\frac{(z_{21} - z_{23})\alpha}{\Delta p_3} = \frac{z_{22}}{z_3} \quad (28)$$

将式(28)代入式(22)可得

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\alpha z_3}{p_3 z_{22}} (z_{21} - z_{23}) \quad (29)$$

利用灵敏度的定义,由式(29)可得物体处于  $G_1$  和  $G_1'$  之间时的灵敏度

$$S_{M1} = \frac{z_3}{p_3 z_{22}} (z_{21} - z_{23}) \quad (30)$$

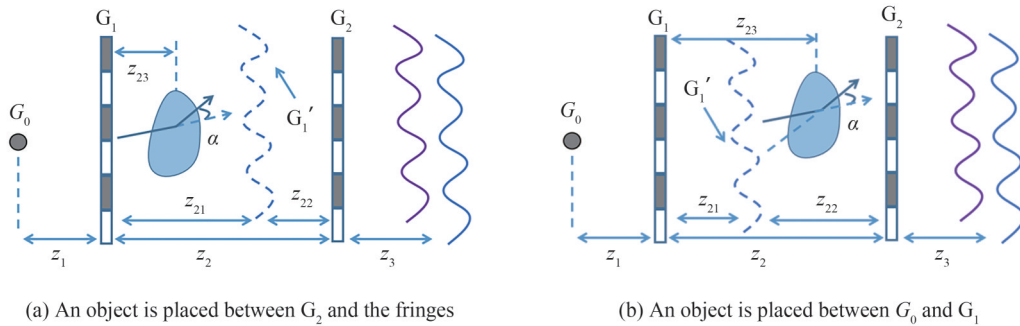


图5 物体处于两块相位光栅之间

Fig. 5 Illustration of an object between the two phase gratings

而当物体处于  $G_1'$  和  $G_2$  之间时,如图 5(b),利用 RBP 容易证明其灵敏度与式(30)只差一个负号,即

$$S_{M2} = \frac{z_3}{p_3 z_{22}} (z_{23} - z_{21}) \quad (31)$$

## 2 结果与讨论

从式(21)和(27)可知,双相位光栅干涉仪的灵敏度一般低于 Talbot-Lau 干涉仪的灵敏度。这是因为在两种干涉仪中,物体到光源或成像条纹的距离差别不大。而双相位光栅干涉仪的条纹周期或源光栅周期则比对应的 Talbot-Lau 干涉仪条纹周期或源光栅周期大一个数量级以上。因此,对于双相位光栅干涉仪,目前难以实现大视场的同时还能实现高的系统灵敏度。

式(21)和(27)给出的灵敏度与文献[21]中基于 DONATH T 灵敏度模型获得的结果几乎完全一致。二者的区别在于,对于双  $\pi$  相位光栅干涉仪,文献[21]的结果中衍射级次  $m$  的值只取了 2。而本文的理论结果则表明,该衍射级次  $m$  的值既可以取 2,也可以取 1,其取值决定于成像条纹周期在多色光照明时是否是单色光照明时的两倍<sup>[27]</sup>。而当双相位光栅干涉仪按照文献[26]提出的方式将系统分为前后两个级联的 Talbot-Lau 干涉仪进行处理时,式(21)和(27)给出的灵敏度与文献[26]给出的灵敏度是一致的。当双相位光栅干涉仪的系统参数偏离两个级联的 Talbot-Lau 干涉仪所需的参数时,二者计算出来的灵敏度则不一定相同。其原因在于文献[26]给出的灵敏度依赖于级联的 Talbot-Lau 干涉仪,而本文结果则不受此限制。

## 3 结论

本文首先利用波动光学获取了双相位光栅干涉仪的劳条件,并指出双相位光栅干涉仪的源光栅周期与成像条纹周期紧密关联。由于双  $\pi$  相位光栅干涉仪的条纹周期在多色光照明时不一定是单色光照明时的两倍,因此,双  $\pi$  相位光栅干涉仪的源光栅周期在多色光照明时也不一定是单色光照明时的两倍。同时,针对 Talbot-Lau 干涉仪和双相位光栅干涉仪的灵敏度分析,本文提出了新的灵敏度模型,并据此模型提出了“折射反投影”法。该方法可以充分利用系统的劳条件,将光源的移动和成像条纹的移动巧妙地联系在一起,从而化简了系统灵敏度的推导过程,对于双相位光栅干涉仪灵敏度的设计具有重要的理论价值。

### 参考文献

- [1] PFEIFFER F, WEITKAMP T, BUNK O, et al. Phase retrieval and differential phase-contrast imaging with low-brilliance X-ray sources[J]. Nature Physics, 2006, 2(4): 258-261.
- [2] MOMOSE A, KUWABARA H, YASHIRO W. X-ray phase imaging using Lau effect[J]. Applied Physics Express, 2011, 4(6):066603.
- [3] DONATH T, PFEIFFER F, BUNK O, et al. Phase-contrast imaging and tomography at 60 keV using a conventional X-ray tube source[J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80(5):053701.
- [4] BECH M, JENSEN T H, FEIDENHANS' L R, et al. Soft-tissue phase-contrast tomography with an X-tube source[J]. Physics in Medicine and Biology, 2009, 54(9): 2747-2753.
- [5] PFEIFFER F, BECH M, BUNK O, et al. Hard-X-ray dark-field imaging using a grating interferometer[J]. Nature Materials, 2008, 7(2): 134-137.
- [6] YASHIRO W, TAKEDA Y, MOMOSE A. Efficiency of capturing a phase image using cone-beam X-ray Talbot interferometry[J]. Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision, 2008, 25(8) : 2025-2039.
- [7] SCHLEEDE S, MEINEL F G, BECH M, et al. Emphysema diagnosis using X-ray dark-field imaging at a laser-driven compact synchrotron light source[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2012, 109(44): 17880-17885.
- [8] YANG Jun, HUANG Jianheng, GUO Jinchuan. Analysis of phase grating imaging based on principal diffraction orders algorithm[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(11): 1105002.  
杨君,黄建衡,郭金川.基于主级次分析法的相位光栅成像分析[J].光子学报,2021,50(11): 1105002.
- [9] LI Ji, HUANG Jianheng, LIU Xin, et al. Experimental study of X-ray phase contrast imaging based on cascaded grating[J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(1): 0111003.  
李冀,黄建衡,刘鑫,等.基于级联光栅的X射线相衬成像实验研究[J].光子学报,2019,48(1): 0111003.
- [10] GUO Jinchuan, LIU Xin, ZHOU Bin, et al. Development of key devices of grating-based X-ray phase-contrast imaging technology at Shenzhen University[J]. AIP Conference Proceedings, 2012, 1466: 61-66.

- [11] LEI Yaohu, DU Yang, LI Ji, et al. Fabrication of X-ray absorption gratings via micro-casting for grating-based phase contrast imaging[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2014, 24(1): 015007.
- [12] FINNEGAN P S, HOLLOWELL A E, ARRINGTON C L, et al. High aspect ratio anisotropic silicon etching for X-ray phase contrast imaging grating fabrication[J]. *Material Science in Semiconductor Processing*, 2019, 92:80-85.
- [13] KAGIAS M, WANG Zhentian, GUZENKO V A, et al. Fabrication of Au gratings by seedless electroplating for X-ray grating interferometry[J]. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 2019, 92:73-79.
- [14] BECH M, TAPFER A, YAROSHENKO A, et al. In-vivo dark-field and phase-contrast X-ray imaging[J]. *Scientific Reports*, 2013, 3: 3209.
- [15] YAROSHENKO A, MEINEL F G, BECH M, et al. Pulmonary emphysema diagnosis with a preclinical small-animal X-ray dark-field scatter-contrast scanner[J]. *Radiology*, 2013, 269(2): 427-433.
- [16] YOSHIOKA H, KADONO Y, KIM Y T, et al. Imaging evaluation of the cartilage in rheumatoid arthritis patients with an x-ray phase imaging apparatus based on Talbot-Lau interferometry[J]. 2020, *Scientific Reports*, 2020,10(1): 6561.
- [17] ZHU Peiping, ZHANG Kai, WANG Zhili, et al. Low-dose, simple, and fast grating-based X-ray phase-contrast imaging[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2010, 107(31): 13576-13581.
- [18] MIAO Houxun, PANNA A, GOMELLA A A, et al. A universal moire effect and application in X-ray phase-contrast imaging[J]. *Nature Physics*, 2016, 12(9): 830-836.
- [19] KAGIAS M, WANG Zhentian, JEFIMOV K, et al. Dual phase grating interferometer for tunable dark-field sensitivity [J]. *Applied Physics Letter*, 2017, 110(1): 014105.
- [20] YAN Aimin, WU Xizeng, LIU Hong. Clarification on generalized Lau condition for X-ray interferometers based on dual phase gratings[J]. *Optics Express*, 2019, 27(16): 22727-22736.
- [21] YAN Aimin, WU Xizeng, LIU Hong. Sample phase gradient and fringe phase shift in dual phase grating X-ray interferometry[J]. *Optics Express*, 2019, 27(24): 35437-35447.
- [22] GE Yongshuai, CHEN Jianwei, ZHU Peiping, et al. Dual phase grating based X-ray differential phase contrast imaging with source grating: theory and validation[J]. *Optics Express*, 2020, 28(7): 9786-9801.
- [23] LEI Yaohu, LIU Xin, HUANG Jianheng, et al. Cascade Talbot-Lau interferometers for X-ray differential phase-contrast imaging[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2018, 51(38): 385302.
- [24] WANG Zhili, ZHOU Ruicheng, ZHAO Liming, et al. Quantitative coherence analysis of dual phase grating X-ray interferometry with source[J]. *Chinese Physics B*, 2021, 30(2): 028702.
- [25] DONATH T, CHABIOR M, PFEIFFER F, et al. Inverse geometry for grating-based X-ray phase-contrast imaging [J]. *Journal of Applied Physics*, 2009, 106(5): 054703.
- [26] GE Yongshuai, CHEN Jianwei, YANG Jiecheng, et al. Angular sensitivity of an X-ray differential phase contrast imaging system with real and virtual source images[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(11): 2791-2794.
- [27] YANG Jun, HUANG Jianheng, LEI Yaohu, et al. Analysis of period and visibility of dual phase grating interferometer [J]. *Chinese Physics B*, 2022, 31(5): 058701.
- [28] COMAMALA J V, ROMANO L, JEFIMOV K, et al. High sensitivity X-ray phase contrast imaging by laboratory grating-based interferometry at high Talbot order geometry[J]. *Optics Express*, 2021, 29(2): 2049-2064.

## Sensitivity Calculation for the Dual Phase Grating Interferometer by Lau Condition

YANG Jun, HUANG Jianheng, SHAN Yuzheng, LEI Yaohu, ZONG Fangke, GUO Jinchuan  
(Key Laboratory of Optoelectronic Devices and Systems of Ministry of Education and Guangdong Province, College of Physics and Optoelectronic Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

**Abstract:** In the past few decades, there are five major methods that can successfully perform X-ray phase-contrast imaging, namely two-beam interferometer, crystal diffraction enhancement imaging, propagation-based imaging, grating-based X-ray interferometer and the coded aperture X-ray phase contrast imaging. Among the above five methods mentioned above, grating-based X-ray interferometer has drawn a lot of attention and made much progress due to its compatibility with X-ray source with large spot size and good image quality. In a grating-based X-ray interferometer, absorption, phase-contrast and dark-field signals can be simultaneously obtained from the same data. Generally speaking, the phase-contrast signal is



created by the X-ray refraction after passing through the object, which is more advantageous than the absorption signal for soft materials. Moreover, the dark-field signal, which is regarded as small-angle-scattering information, is sensitive to the density fluctuations on micrometre length scales. However, grating-based X-ray interferometer is limited by the small size of the absorption grating in clinic applications. It is a great challenge to fabricate the absorption grating over large area and high aspect ratio. To a certain extent, X-ray interferometer based on inverse geometry grating can remove the limitation of absorption grating on the field of view. It interchanges the position of the X-ray source and the detector and doesn't need any analyzer grating. But its high system magnification can also reduce the field of view. Therefore, a dual phase grating interferometer is proposed to address the above difficulties. It consists of two phase gratings and can generate fringes with periods of tens to hundreds of microns. Due to the lack of absorption grating, the dual phase grating interferometer can realize X-ray phase-contrast and dark-field imaging with large field of view and high dose utilization. In the dual phase grating interferometer, the Lau condition affects the fringe visibility, which in turn affects the signal-to-noise ratio of the system. For the Lau condition of the dual phase grating interferometer, some researchers made use of the intuitive geometric relationship to calculate the transverse fringe shifts caused by the transverse shifts of the X-ray source on two phase gratings respectively, and then subtracted the two fringe shifts from each other to obtain the Lau condition. They thought that for the dual  $\pi$ -phase grating interferometer, the source grating period under the polychromatic illumination was twice as long as that under the monochromatic illumination. However, their theory could not explain the following questions. For the Talbot-Lau interferometer, the period of source grating is the same whether it is illuminated by the monochromatic X-rays or polychromatic X-rays. For the sensitivity of the dual phase grating interferometer, most researchers directly derived it from the sensitivity model of the Talbot-Lau interferometer. The sensitivity of the dual phase grating interferometer is valid when the system is arranged as two cascaded Talbot-Lau interferometers. However, there are still some problems to be addressed in the sensitivity of the dual phase grating interferometer, such as unreasonable physical models and incomplete theoretical results, which restrict the improvement of system sensitivity. Therefore, a new sensitivity model for the dual phase grating interferometer is proposed here: the transverse fringe shift produced by the object is equal to that produced by the position change of the X-ray source. The new sensitivity model converts the X-ray refraction by an object into the position change of the X-ray source. In addition, another key step in calculating the sensitivity of the interferometer is to use the Lau condition to connect the position change of the X-ray source with the transverse shift of the fringe. Using the new sensitivity model above, the sensitivity of the dual phase grating interferometer and Talbot-Lau interferometer are successfully obtained, which provides theoretical support for the optimization of the dual phase grating interferometer.

**Key words:** X-ray phase-contrast imaging; Talbot-Lau interferometer; Dual phase grating interferometer; Sensitivity; Lau condition

**OCIS Codes:** 050.1950; 340.7440; 340.7450; 110.7440