

引用格式: ZHOU Shinan, SHEN Xiaoyan, LI Dongsheng, et al. Self-calibration Correction Measurement of Micro-angle Based on F-P Etalon Multi-beam Interference Imaging[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(4):0412007

周世南,沈小燕,李东升,等. F-P 标准具多光束干涉成像实现微小角度自校准测量[J]. 光子学报, 2022, 51(4):0412007

# F-P 标准具多光束干涉成像实现微小角度自校准测量

周世南, 沈小燕, 李东升, 吴晨光

(中国计量大学 计量测试工程学院, 杭州 310018)

**摘 要:**利用干涉级次小数部分计算得到成像物镜相对焦距值,结合微小角度引起的相对位移值,实现微小角度测量的自校准。仿真计算了小数重合法的算法误差及温湿度误差,并实现了 F-P 间隔计算结果的修正,设计了可自校准的微小角度测量实验装置,通过测量实验得到了间隔修正前后成像物镜焦距值及微小角度测量结果。实验结果表明:在当前实验条件下,经修正后的焦距测量相对扩展不确定度从 0.014 减小到 0.007,600" 测量范围内的角度测量不确定度从 0.132" 减小到 0.084",微小角度测量的准确度得到有效提升。

**关键词:**微小角度测量;自校准;F-P 标准具;小数重合法;不确定度

中图分类号:O436

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20225104.0412007

## 0 引言

随着医疗、军事、航空航天等领域对高精度角度测量的需求日益增强,高准确度微小角度测量技术成为各国科技研究的重点<sup>[1-4]</sup>。微小角度的典型测量仪器为自准直仪,目前国际上精度最高的为德国 MÖLLER-WEDEL 公司生产的 ELCOMAT HR 型光电自准直仪,其全量程 300" 内的测角不确定度可以达到 0.06" ( $k=2$ ),国内测量精度最高的为天津奥特梅尔公司生产的 AUTOMAT 5 000 光电自准直仪,能够实现  $\pm 1\ 000$ " 范围内  $\pm 0.25$ " 的测量精度。为了获得更高的角度测量准确度,一些微小角度测量原理和方法不断被提出。2011 年,CHENG Fang 等<sup>[5]</sup>提出了一种用于高分辨率角度测量的重构迈克尔逊干涉仪,在 50" 的测量范围内,该方法的分辨率为 0.01",测量精度小于 0.03"。2013 年,哈尔滨工业大学的 ZHU Fan 等<sup>[6]</sup>利用激光基准,完成了对测量小角度偏差的共光路设计准则。该方法在 2 m 的测量距离内,激光自准直精度为 0.013"。2014 年,LUO Jun 等<sup>[7]</sup>设计了一种能够实现远距离精确测量小角度的自准直仪,实现了 150 m 测量距离上  $\pm 2$ " 的测量精度。2017 年,芬兰 VTT 技术研究中心 HEIKKINEN V 等<sup>[8]</sup>研究了一种新型的干涉式双向小角度发生器,可以实现 2 000" 的角度测量,其标准不确定度为 0.003 6"。2018 年,中国计量科学研究院<sup>[9]</sup>研制了一种全圆(0~360°)的连续角标准,能够实现 0.05" ( $k=2$ ) 的测量不确定度。可见,国内微小角度测量技术与国外技术相比还有一定的差距,尤其是在同时提高测角范围和测量精度方面。

为了保证测量结果的可靠性,通常要对测量仪器的性能进行校准。然而随着高准确度微小角度测量技术的发展,对校准工作提出了越来越高的要求,一些传统的校准方法很难满足当前的需求。因此,采用自校准技术来实现高准确度微小角度测量同样成为了近年来的研究热点。2005 年,俄罗斯 AKSENENKO V D 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于双通道集成光谱误差的数字角度传感器的自校准系统,能将测角误差降低到 6"。2010 年,日本信州大学 KOJIMA T 等<sup>[11]</sup>研究了一种用于角度传感器的自校准技术,实现了 0.2" 的高精度测量。

基金项目:国家自然科学基金(No. 51875543),浙江省属高校基本科研业务费专项资金资助(No. 2020YW03)

第一作者:周世南(1997—),男,硕士研究生,主要研究方向为精密光学检测技术与应用。Email: p1902085279@cjlu.edu.cn

导师(通讯作者):沈小燕(1982—),女,副教授,博士,主要研究方向为光学检测与精密测量技术。Email: xyshen@cjlu.edu.cn

收稿日期:2021-10-28;录用日期:2021-11-26

<http://www.photon.ac.cn>

2011年,北京航天计量测试技术研究所<sup>[12]</sup>研究了一种差动式反光镜自校准系统,能够显著减小CCD自准直仪的示值误差,将其示值跳动量标准偏差降低至 $0.0574''$ 。2014年,德国GECKELER R D等<sup>[13]</sup>研究了一种角度编码器的自校准方法,用于在不依赖外部参考标准的情况下,对角度编码器快速精确校准,有望实现小于 $0.01''$ 的测量不确定度。2016年,日本WATANABE T等<sup>[14-15]</sup>研发出一种自校准角度编码器,能够实现刻度盘角度偏差和附件偏心误差的检测,其精度能达到约 $0.3''$ 。2021年,中国计量科学研究院<sup>[16]</sup>提出了一种全圆连续角度标准装置,能够实现全周连续角度的实时测量和误差补偿,其全周范围内的测量不确定度逼近 $0.03''$ 。

可见,角度自校准技术的研究主要集中于圆周角。与具有圆封闭特性的圆周角相比,微小角度范围内的角度自校准技术和方法更难实现。作为微小角度测量的常用仪器——自准直仪,一般也需要通过高精度角度编码器来实现外部校准<sup>[17]</sup>。课题组前期提出了一种基于F-P标准具的微小角度测量系统<sup>[18]</sup>,利用F-P多光束干涉成像后的同心圆环在焦平面的移动量实现微小角度的测量,并指出了自校准的可能性。在本论文中,对这种角度测量自校准方法进行了全面的梳理和总结,特别考虑了算法本身、温湿度对F-P标准具间隔测量结果的影响,对测量结果进行了修正,并分析比较了自校准前后的微小角度测量结果。

## 1 基于相对测量的微小角度测量原理

基于F-P标准具多光束干涉成像的微小角度测量原理如图1所示<sup>[18]</sup>。光源发出的光经干涉滤波片、会聚透镜和间隔为 $d$ 的F-P标准具出射后,形成圆锥角为 $\theta_i$ ( $i$ 为同心干涉圆环的序号,从中心起各圆环序号分别为 $i = 0, 1, 2, \dots$ )的标准圆锥光束,这些圆锥光束在焦距为 $f$ 的成像物镜的作用下在焦平面形成一系列直径为 $D_i$ 的同心干涉圆环,可被面阵器件所采集。

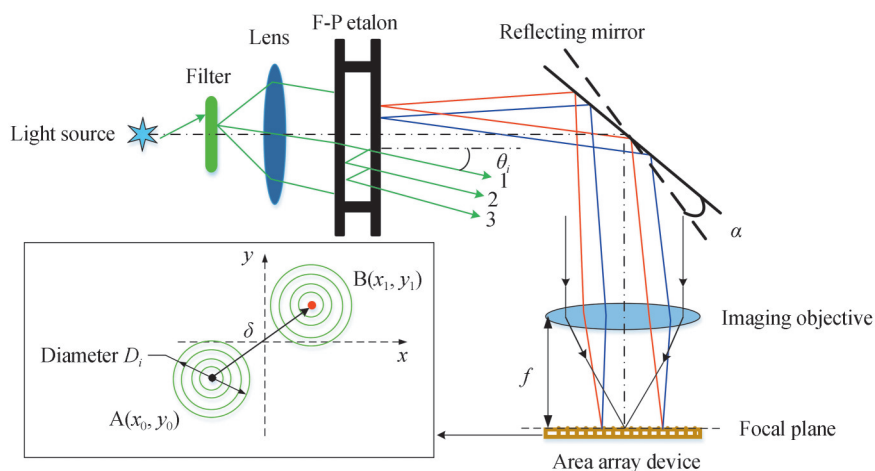


图1 基于F-P标准具的微小角度测量光路<sup>[18]</sup>

Fig. 1 Micro-angle measurement optical path based on F-P etalon<sup>[18]</sup>

当反射镜发生偏转时,焦平面上的干涉圆环随之移动。根据几何关系,可以得到反射镜偏转角 $\alpha$ 、成像物镜焦距值 $f$ 和干涉圆环圆心位移量 $\delta$ 之间的关系<sup>[18]</sup>

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\delta}{f} \quad (1)$$

$$U_p(\alpha) = \frac{U_p(\delta)}{2f} + \frac{U_p(f)}{f} \cdot |\alpha| \quad (2)$$

式中, $U_p(\alpha)$ 、 $U_p(\delta)$ 分别为 $\alpha$ 、 $\delta$ 的扩展不确定度; $U_p(f)/f$ 为 $f$ 的相对扩展不确定度; $p$ 为置信概率,有 $p=95\%$ 。 $\delta$ 可由反射镜偏转前后的面阵器件所采集到的干涉圆环圆心坐标 $A(x_0, y_0)$ 和 $B(x_1, y_1)$ 得到,有 $\delta = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$ ,且其扩展不确定度 $U_p(\delta)$ 为<sup>[18]</sup>

$$U_p(\delta) = t_p(v_{\text{eff}}) \times \sqrt{u_{1\text{rel}}^2 + u_{2\text{rel}}^2 + u_{3\text{rel}}^2 + u_{4\text{rel}}^2} \quad (3)$$

式中,  $u_{1\text{rel}}, u_{2\text{rel}}, u_{3\text{rel}}, u_{4\text{rel}}$  分别为圆心位移量重复性标准差、面阵离焦误差、系统闲程误差及环境温度梯度变化引入的不确定度分量;  $t_p(v_{\text{eff}})$  为置信概率  $p$  和有效自由度  $v_{\text{eff}}$  下的扩展因子。

由式(1)知,角度自校准的实现主要依赖于两个相互独立的量:圆心位移量  $\delta$  及成像物镜焦距值  $f$ 。其中,  $\delta$  的实际值跟面阵器件像元间隔有关,而焦距  $f$  的测量则更为复杂,且还需要考虑在不同的环境条件下有效焦距值会发生变化。因此,从  $\delta$  的角度或者焦距  $f$  的角度实现微小角度的校准测量本身已经很不容易,更何况是自校准。然而,课题组前期研究发现,该测量系统可同时实现有效焦距  $f$  的测量<sup>[19]</sup>,且利用相对测量原理可消除圆心位移量  $\delta$  对面阵器件像元间隔的依赖性,这为微小角度自校准测量提供了极大的可行性。相对测量法以平均像元间隔  $w$  为单位,则圆心位移量可表示为  $\delta_w = \delta/w$ ,有效焦距可表示为  $f_w = f/w$ ,可见相对测量法可减小像元间隔带来的未定系统误差的影响,提高测量结果的准确性。采用相对测量法,角度测量模型式(1)可表示为<sup>[18]</sup>

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\delta_w}{f_w} \quad (4)$$

$$U_p(\alpha) = \frac{U_p(\delta_w)}{2f_w} + \frac{U_p(f_w)}{f_w} \cdot |\alpha| \quad (5)$$

## 2 微小角度自校准测量算法和影响因素仿真分析

### 2.1 微小角度自校准测量算法

首先,由式(4)知,相对焦距  $f_w$  与干涉圆环半径  $D_i$  之间存在关系<sup>[19]</sup>

$$D_i^2 = b_0 + b_1 i^* = \frac{8f_w^2}{k_0} \epsilon \left( 1 + \frac{\epsilon}{2k_0} \right) + \frac{8f_w^2}{k_0} i^* \quad (6)$$

式中,  $i^* = (1 + 1.5i/k_0)i$ ,  $k_0$  和  $\epsilon$  分别为同心圆环干涉级次的整数部分和小数部分,有  $k_0 + \epsilon = 2dn/\lambda_0$  ( $n$  为空气折射率,  $d$  是 F-P 标准具间隔长度,  $\lambda_0$  为真空波长);  $b_0, b_1$  是线性拟合系数。进一步地,利用多组不同的  $D_i$  和  $i^*$  求最小二乘线性拟合系数  $b_0, b_1$ ,可以得到  $f_w$  及其相对扩展不确定度  $U_p(f_w)/f_w$ 。

$$f_w = \sqrt{b_1 k_0 / 8} = \frac{f}{w} \quad (7)$$

$$\frac{U_p(f_w)}{f_w} = t_p(v_{\text{eff}2}) \cdot \sqrt{\left( \frac{s_{f_w}}{f_w} \right)^2 + \left( \frac{U_{f,\text{ad}}}{2f_w} \right)^2 + \left( \frac{U_w}{\sqrt{3} w} \right)^2} = \frac{U_p(f)}{f} \quad (8)$$

式中,  $t_p(v_{\text{eff}2})$  为置信概率  $p$  和有效自由度  $v_{\text{eff}2}$  下的扩展因子;  $s_{f_w}/f_w = s_{b_1}/2b_1$ , 是  $f_w$  的相对标准差;  $U_{f,\text{ad}}$  是面阵调焦误差的不确定分量;  $U_w$  是平均像元间隔的扩展不确定度。

其次,由式(6)知,  $f_w$  与  $D_i, k_0, \epsilon$  直接相关,结合  $k_0 + \epsilon = 2dn/\lambda_0$ ,可以利用小数重合法测得 F-P 标准具的间隔  $d$  的精确值<sup>[20]</sup>,进而得到准确的  $k_0$  和  $\epsilon$ ,实现角度测量的自校准。根据式(6)可得到不同波长  $\lambda_j$  对应的小数部分  $\epsilon_j$  及其相对扩展不确定度  $U_\epsilon$ <sup>[20]</sup>

$$\epsilon_j \approx \frac{b_0}{b_1} \left( 1 + 1.5 \frac{b_0/b_1}{k_{0j}} \right) \quad (9)$$

$$U_{\epsilon_j} = t_p(v_{\text{eff}3}) \cdot \sqrt{\left( s_{\epsilon_j, A} \right)^2 + \left( U_{\epsilon_j, B} / \sqrt{3} \right)^2} \quad (10)$$

式中,  $t_p(v_{\text{eff}3})$  为置信概率  $p$  和有效自由度  $v_{\text{eff}3}$  下的扩展因子;  $s_{\epsilon_j, A}$  为小数部分的 A 类不确定度,有  $s_{\epsilon_j, A} = \epsilon_j \cdot \sqrt{\left( s_{b_0/b_1} \right)^2 + \left( s_{b_1/b_1} \right)^2 - 2r_{b_0, b_1} \left( s_{b_0/b_1} \right) \left( s_{b_1/b_1} \right)}$ ;  $U_{\epsilon_j, B}$  为小数部分的 B 类不确定度。通常情况下,我们采用三种不同的波长进行计算,因此可以得到三组  $(\lambda_j, \epsilon_j, U_{\epsilon_j, k_{0j}})$ , 满足小数重合法条件

$$d = (k_{0j} + \epsilon_j) \lambda_j / 2, (j = 1, 2, 3) \quad (11)$$

依据式(11)设计小数重合法求解过程:首先利用波长最大的  $\lambda_1$  定出 200 个间隔为  $\lambda_1$  的区域中心值  $d_l = (k_{01} + \epsilon_1 + l) \lambda_1 / 2$ , 式中  $l = 0, \pm 1, \dots, \pm 100$ ; 再在每个区间值  $d_l$  中进一步定出 1 000 个等间距点  $d_{lm} = (k_{01} + \epsilon_1 +$

$l+m/500)\lambda_1/2, m=0, \pm 1, \dots, \pm 500$ ; 对于每个  $d_{lm}$ , 将  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$  代入其中, 求得相应的  $\epsilon_{lm2}$  和  $\epsilon_{lm3}$ , 能够同时满足不等式  $|\epsilon_{lm2} - \epsilon_2| \leq U_{\epsilon_2}$  和  $|\epsilon_{lm3} - \epsilon_3| \leq U_{\epsilon_3}$  的连续点的均值  $\bar{d}_l$  即为小数重合法的解。

因此, 微小角度自校准测量流程如图 2 所示。

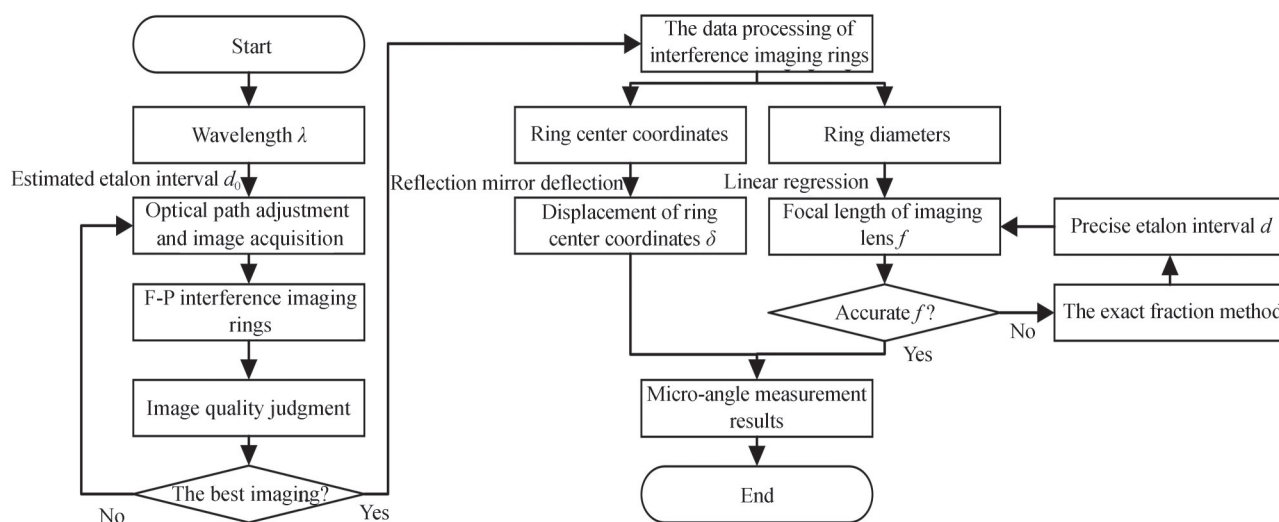


图 2 微小角度测量系统自校准流程示意图

Fig. 2 Self-calibration process schematic diagram of micro-angle measurement system

## 2.2 小数重合法算法误差仿真分析

2.1 节所述的角度自校准测量方法中, 小数重合法计算的标准具间隔结果十分重要, 它直接影响到成像物镜焦距的计算结果, 进而影响微小角度测量的结果。因此, 对小数重合法的算法误差进行了仿真计算和分析。在该仿真实验中, 通过改变标准具的理论间隔  $d_0$ , 利用 MATLAB 仿真得到该  $d_0$  下的干涉图像, 进而通过小数重合法得到计算间隔  $d_1$ , 将其与  $d_0$  比较, 得到小数重合法的算法误差  $\Delta_M$ , 有

$$\Delta_M = d_1 - d_0 \quad (12)$$

根据爱里 (Airy) 公式可以得到多光束干涉的透射光强<sup>[21]</sup>

$$I^{(t)} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 2R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} I^{(i)} \quad (13)$$

式中,  $R$  为标准具镀膜的反射率, 结合实际使用的标准具, 此处  $R=90\%$ ;  $I^{(i)}$  为入射光强;  $\varphi$  为相位差, 有  $\varphi = 4\pi n d \cos \theta / \lambda_0$  ( $n$  为空气折射率, 此处取标准大气条件下的空气折射率  $n=1.00027$ ;  $d$  为标准具间隔);  $\theta$  为入射角, 设定生成的干涉图像大小为  $699 \times 699$ , 则有  $\theta = \arctan(|x+yi|/f)$ , 其中,  $x, y$  为图像上的像元坐标,  $f$  为理论焦距, 此处取  $f=80$  mm;  $\lambda_0$  为真空波长, 实际所用光源为低压汞灯标准光谱光源, 在其可见光区域谱线中, 相对强度较强、适用于该实验的谱线为绿线和一对双黄线, 其真空波长分别为  $\lambda_{01} = 546.22526$  nm、 $\lambda_{02} = 577.11984$  nm、 $\lambda_{03} = 579.22684$  nm。

根据式 (13), 利用 MATLAB 得到理论情况下, 三种波长经间隔为  $d_0$  的标准具成像后的同心圆环干涉图像, 再利用式 (6)、(9)~(11) 对这些图像进行处理, 得到经小数重合法计算后的间隔  $d_1$ 。其中, 理论间隔  $d_0$  的变化范围为 (1.950~2.050) mm, 每隔 0.005 mm 得到一次计算结果。最终得到算法误差  $\Delta_M$  随理论间隔  $d_0$  变化的趋势图, 如图 3 所示。

由图 3 可知, 算法误差  $\Delta_M$  与理论间隔  $d_0$  大致呈线性趋势, 且随着  $d_0$  的增大而增大。而与理论间隔  $d_0$  相比, 计算间隔  $d_1$  存在约一个波长的误差。由 2.1 节可知, 这种求解方法本质上是一种数值逼近法, 用步进的方式逐步寻找三种波长的最佳重合部分, 其步长的取值取决于波长  $\lambda_1$ 。因此受限于步长的大小, 小数重合法的结果很容易因步长的不足产生约一个波长左右的误差。而随着理论间隔的增大, 步长的取值也会相应地增大, 这一误差也会相应地线性增大。由于这一误差较大, 因此需要对测量结果进行修正。实际测量中, 可以将小数重合法的计算结果代入这一拟合直线中, 得到对应的误差修正值, 进而得到相对精确的标准具间

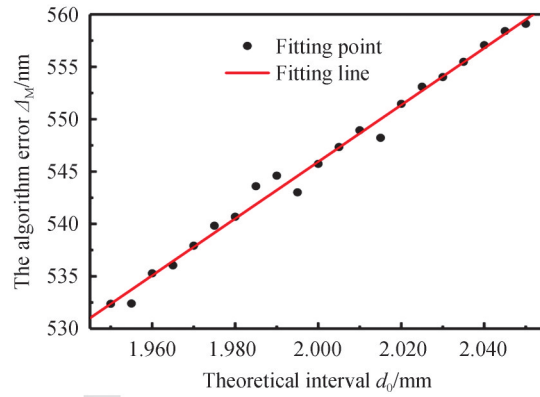


图3 小数重合法算法误差仿真结果

Fig. 3 The algorithm error simulation results of exact fraction method

隔测量值。

### 2.3 温湿度的补偿及影响仿真分析

由式(11)可知,空气中波长 $\lambda_j$ 对小数重合法的计算有直接的影响,而不同环境温湿度会显著影响 $\lambda_j$ 。课题组前期已经对小数重合法进行了相关研究<sup>[22]</sup>,但并未考虑温湿度对计算结果的影响,因此进行了仿真计算和分析。

为得到实际情况下的空气波长 $\lambda_j$ ,需要对空气折射率进行补偿。其补偿公式为<sup>[23]</sup>

$$(n_{\lambda_{\text{TPE}}} - 1) \times 10^8 = -\text{RH} \times E(0.0372451 - 0.000401\lambda_0^{-2}) + \left( 8342.54 + \frac{246147}{130 - \lambda_0^{-2}} + \frac{15998}{38.9 - \lambda_0^{-2}} \right) \times \frac{P(1 + P(60.1 - 0.972T) \times 10^{-10})}{96095.43(1 + T/273.15)} \quad (14)$$

式中, $T$ 为空气温度; $P$ 为大气压强; $\text{RH}$ 为相对湿度; $E$ 为饱和水汽压,有 $\lg(E) = 10.286 - 1780/(237.3 + T)$ 。此时,可以得到空气中三种波长的精确值,有 $\lambda_j = \lambda_{0j}/n_{\lambda_{\text{TPE}}}$ 。

进一步地,在MATLAB中理论获得不同温湿度条件下,三种波长 $\lambda_j$ 经过理论间隔 $d_0 = 2.000$  mm的F-P标准具后形成的干涉圆环图片,利用式(6)、(9)~(11)对这些图片进行处理,得到经小数重合法计算后的温度变化计算间隔 $d_{2T}$ 和湿度变化计算间隔 $d_{2\text{RH}}$ 。其中,温度仿真实验的条件为理想干燥条件( $\text{RH} = 0$ ),温度变化范围为(17~30) $^{\circ}\text{C}$ ,每隔0.5 $^{\circ}\text{C}$ 得到一次计算结果;湿度仿真实验的条件为20 $^{\circ}\text{C}$ ,湿度变化范围为0~100%,每隔10%得到一次计算结果。所用的三种真空波长与2.2节相同,分别为 $\lambda_{01} = 546.22526$  nm、 $\lambda_{02} = 577.11984$  nm、 $\lambda_{03} = 579.22684$  nm。

由2.1节可以得到,在标准大气条件下,理论间隔 $d_0$ 的仿真结果为 $d_1 = 2000545.7$  nm。将仿真得到的计算间隔 $d_{2T}$ 和 $d_{2\text{RH}}$ ,分别与 $d_1$ 比较,得到标准具间隔温度变化误差 $\Delta_T = d_{2T} - d_1$ 和湿度变化误差 $\Delta_{\text{RH}} = d_{2\text{RH}} - d_1$ ,如图4所示。

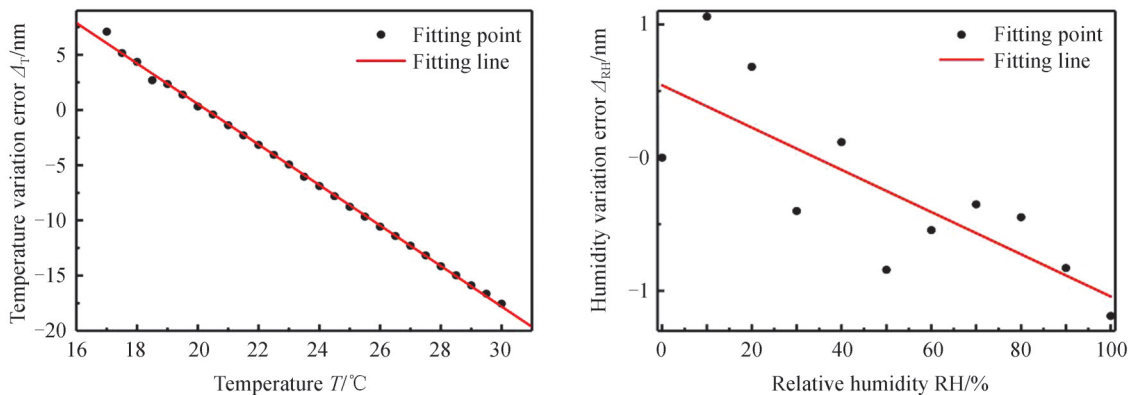


图4 F-P标准具间隔计算误差随温湿度变化趋势仿真结果

Fig. 4 Simulation results of F-P etalon interval calculation error changing with temperature and humidity

由图4可知,间隔计算结果受空气温度  $T$  和相对湿度 RH 的影响。在  $(17\sim 30)^\circ\text{C}$  范围内,其最大温度变化误差约为 20 nm,而在相对湿度为  $(0\sim 100)\%$  范围内的最大湿度变化误差不超过 2 nm。这两个误差与小数重合法本身的算法误差  $\Delta_M$  相比,存在至少 20 倍以上的差距,对小数重合法的影响很小,因此可以忽略不计。

### 3 微小角度测量自校准实验

#### 3.1 F-P 标准具间隔测量实验

根据图1搭建实验装置,如图5所示。光源采用低压汞灯,采用间隔粗估值  $d\approx 2\text{ mm}$  的 F-P 标准具;由 PrismMaster®150 MAN 测角仪上的转台产生角度,其系统精度为  $\pm 1.2''$ ;面阵器件采用 HIKVISION MV-CH430-90XM 型工业相机,其平均像元间隔约为  $w\approx 2.8\ \mu\text{m}$ ,使用配套的 HIKVISION MVL-LF8040M-F 80 mm 工业定焦镜头完成实验。

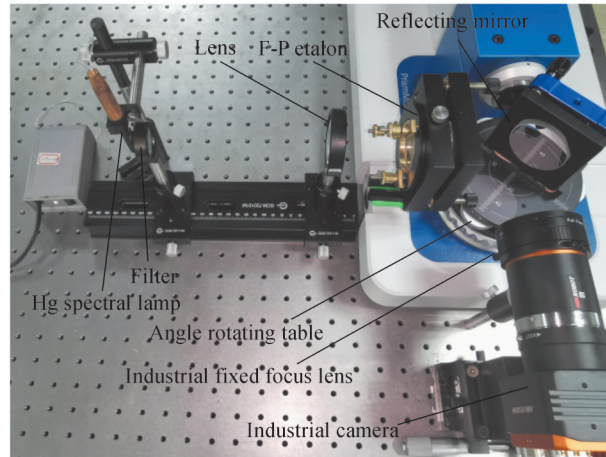


图5 微小角度测量装置<sup>[18]</sup>

Fig. 5 Micro-angle measuring device<sup>[18]</sup>

实验所用三种谱线的大气波长分别为  $\lambda_1=546.08110\text{ nm}$ 、 $\lambda_2=576.96784\text{ nm}$  和  $\lambda_3=579.07430\text{ nm}$ 。实验中通过更换干涉滤波片得到不同波长的干涉图片,如图6所示。由于实验中所用工业相机为黑白相机,难以区分双黄线。为方便观察,在图中标注了不同波长对应的圆环,如图6(b)所示。

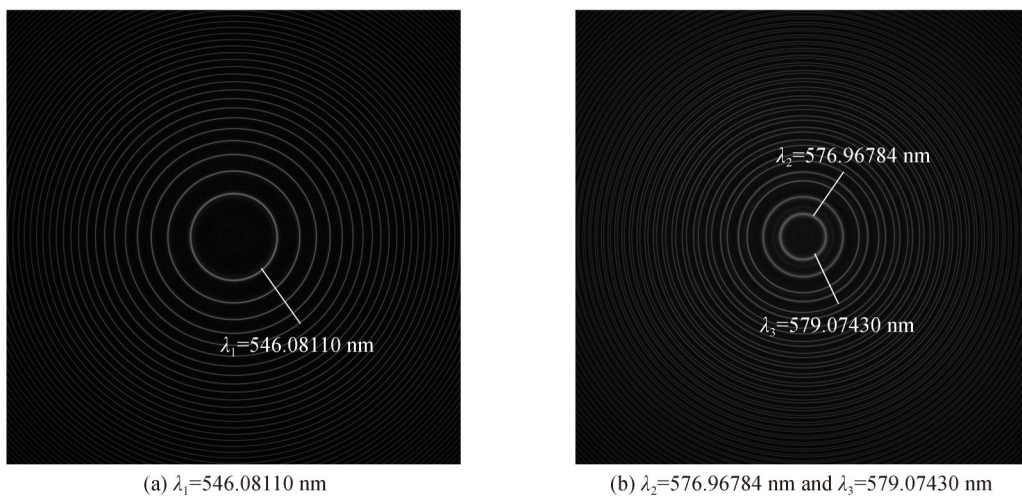


图6 不同波长对应的同心干涉圆环图片

Fig. 6 Concentric interference rings corresponding to different wavelengths

根据 2.1 节中所述方法,利用式(9)、(10)得到不同波长  $\lambda_j$  对应的小数部分  $\epsilon_j$  及  $U_{\epsilon_j}$ ,最终得到三组  $(\lambda_j, \epsilon_j, U_{\epsilon_j}, k_{0j})$ ,结果如表1所示。

表1 不同波长 $\lambda_j$ 及其对应的 $\epsilon_j$ 和 $k_{0j}$   
 Table 1 Different wavelength  $\lambda_j$  and its corresponding  $\epsilon_j$  and  $k_{0j}$

	$\lambda_1 = 546.081\ 10\ \text{nm}$	$\lambda_2 = 576.967\ 84\ \text{nm}$	$\lambda_3 = 579.074\ 30\ \text{nm}$
$\epsilon_j$	0.766 4	0.616 3	0.201 9
$U_{\epsilon_j}$	0.010 2	0.009 9	0.009 5
$k_{0j}$	7 325	6 933	6 908

利用表1中数据,按照2.1节中所述方法,可以求得F-P标准具间隔 $d=(2\ 015.524\ 1\pm 0.000\ 3)\ \mu\text{m}$ ,相对误差限为 $\Delta d/d=1.5\times 10^{-7}$ 。按照2.2节中所述方法,通过仿真得到此时的F-P标准具间隔的修正值为 $-0.537\ 6\ \mu\text{m}$ ,最终得到修正后的标准具间隔 $d'=(2\ 014.986\ 5\pm 0.000\ 3)\ \mu\text{m}$ 。

### 3.2 自校准及 $d$ 修正前后角度测量结果比较

课题组前期<sup>[18]</sup>完成了600"测量范围内的微小角度测量实验。相较于该实验中所用方法,本文提出的自校准方法有以下改进:1)相较于直接利用式(6)拟合求解得到焦距的方式,本文利用小数重合法求解得到精确的 $\epsilon_j$ 和 $k_{0j}$ ,再代入式(6)求解,能够得到更精确的焦距测量结果;2)为保证小数重合法算法的精度,利用仿真结果修正小数重合法的算法误差。需要指出,在焦距测量及微小角度测量中,无需使用三种不同的波长,仅使用波长为 $\lambda_1=546.081\ 10\ \text{nm}$ 的绿光即可完成实验。将 $d'=(2\ 014.986\ 5\pm 0.000\ 3)\ \mu\text{m}$ 代入 $k_0+\epsilon=2dn_{\text{ATPE}}/\lambda_1$ 求解,得到 $\epsilon=0.020\ 7$ 和 $k_0=7\ 382$ 。代入式(6)~(8)中得到自校准后的焦距值 $f'_w=28\ 050\ \mu\text{m}$ , $f'=f'_w\cdot w=78.540\ \text{mm}$ ,及其相对扩展不确定度 $U_p(f'_w)/f'_w=U_p(f')/f'=0.007$ 。

表2为600"范围内的微小角度测量结果,其中位移测量结果采用文献[18]中的数据,未自校准所用焦距

表2 自校准前后微小角度测量结果对比  
 Table 2 Comparison of micro-angle measurement results before and after self-calibration

No.	$\delta/\mu\text{m}$	$s_\delta/\mu\text{m}$	Not self-calibrated		Self-calibrated but not corrected		Self-calibrated and corrected	
			$f_1=80\ \text{mm}$		$f_2=78.178\ \text{mm}$		$f'=78.540\ \text{mm}$	
			$U_p(f_1)/f_1=0.361$		$U_p(f_2)/f_2=0.014$		$U_p(f')/f'=0.007$	
			$\alpha/(\prime)$	$U_p(\alpha)/(\prime)$	$\alpha/(\prime)$	$U_p(\alpha)/(\prime)$	$\alpha'(\prime)$	$U_p(\alpha')/(\prime)$
0-1	0.157	0.012	0.202	0.041	0.207	0.041	0.206	0.041
0-2	0.269	0.012	0.347	0.041	0.354	0.041	0.353	0.041
0-3	0.263	0.012	0.339	0.041	0.348	0.041	0.345	0.041
1-1	76.991	0.014	99.253	0.398	101.567	0.056	101.098	0.048
1-2	77.169	0.013	99.483	0.399	101.802	0.056	101.331	0.048
1-3	77.237	0.012	99.570	0.399	101.891	0.056	101.421	0.048
2-1	153.655	0.014	198.085	0.755	202.701	0.071	201.766	0.055
2-2	153.699	0.013	198.142	0.755	202.759	0.071	201.824	0.055
2-3	153.806	0.013	198.280	0.756	202.900	0.071	201.964	0.055
3-1	230.224	0.012	296.794	1.111	303.710	0.087	302.309	0.062
3-2	230.291	0.012	296.880	1.111	303.800	0.087	302.397	0.062
3-3	230.434	0.013	297.064	1.112	303.988	0.087	302.584	0.062
4-1	306.901	0.012	395.641	1.468	404.863	0.102	402.993	0.069
4-2	306.958	0.012	395.715	1.468	404.937	0.102	403.068	0.069
4-3	307.099	0.011	395.896	1.469	405.123	0.102	403.253	0.069
5-1	383.563	0.012	494.468	1.824	505.993	0.117	503.657	0.077
5-2	383.611	0.012	494.530	1.825	506.057	0.117	503.720	0.077
5-3	383.819	0.012	494.798	1.826	506.330	0.117	503.993	0.077
6-1	460.229	0.012	593.300	2.181	607.128	0.132	604.325	0.084
6-2	460.323	0.012	593.421	2.181	607.252	0.132	604.448	0.084
6-3	460.297	0.012	593.388	2.181	607.217	0.132	604.414	0.084

为镜头说明书给出焦距  $f_1=80$  mm, 相对扩展不确定度按照 B 类不确定度评定,  $U_p(f_1)=0.5/\sqrt{3}=0.289$  mm; 自校准未修正所用数据为利用文献[18]中未修正的  $f_2=78.178$  mm 计算得到的微小角度测量结果  $\alpha$  及其扩展不确定度  $U_p(\alpha)$ ; 自校准已修正的数据为利用文中式(4)~(5), 代入  $f'=78.540$  mm 得到的微小角度测量结果  $\alpha'$  及其扩展不确定度  $U_p(\alpha')$ 。

由表 2 可知, 相较于自校准前, 无论是焦距的测量结果还是角度的测量结果均有显著提升。而对于自校准后的结果, 经过小数重合法的修正后, 其测量结果也有一定程度的提升。经修正后, 焦距的相对测量不确定度从 0.014 减小到 0.007, 是修正前的 1/2; 在全量程测量范围内, 其角度测量不确定度从 0.132" 减小到 0.084", 减小了约 0.048"。

## 4 结论

分析了基于 F-P 标准具多光束干涉的微小角度测量系统实现自校准的原理及方法。该方法利用小数重合法求得标准具间隔的精确值, 进而得到干涉级次小数部分的精确值, 然后得到准确的成像物镜焦距值, 最终实现角度测量的自校准。仿真计算了小数重合法的算法误差及温湿度变化引起的误差, 用于对实际测量结果的修正。经修正后的标准具间隔为  $(2\ 014.986\ 5 \pm 0.000\ 3)$   $\mu\text{m}$ , 相对误差限为  $1.5 \times 10^{-7}$ 。完成了自校准前后及  $d$  修正前后的角度测量结果的比较实验。实验结果表明, 经修正后的焦距测量结果有明显改善, 其焦距的相对测量不确定度减小到 0.007。而微小角度的测量不确定度有一定的提升, 在全量程范围内, 其角度测量不确定度减小到 0.084"。

这一自校准技术的研究能够显著地提升微小角度的测量精度, 为高准确度微小角度测量的实现提供一定的方法与思路。同时, 由式(2)可知, 微小角度测量不确定度的加和分量和倍率分量都随成像物镜焦距值的增大而减小, 可以假设, 当使用焦距值更大的成像物镜和更大间隔的标准具时, 能够获得更好的微小角度测量结果。而在这一过程中, 小数重合法和自校准技术的研究对于 F-P 标准具间隔和成像物镜焦距值的计算有十分重要的作用, 为进一步提高微小角度测量精度提供可能性。

## 参考文献

- [1] ZHAO Yunkun, FAN Xuewei, WANG Chenchen, et al. An improved intersection feedback micro-radian angle-measurement system based on the Laser self-mixing interferometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 126: 105866.
- [2] GECKELER R D, KRAUSE M, JUST A, et al. New frontiers in angle metrology at the PTB [J]. *Measurement*, 2015, 73: 231-238.
- [3] SHIMIZU Y, MATSKUMA H, GAO Wei. Optical sensors for multi-axis angle and displacement measurement using grating reflectors [J]. *Sensors*, 2019, 19(23): 1-33.
- [4] KUMAR A S A, GEORGE B, MUKHOPADHYAY S C. Technologies and applications of angle sensors: a review [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(6): 7195-7206.
- [5] CHENG Fang, FAN Kuangchao. High-resolution angle measurement based on michelson interferometry [J]. *Physics Procedia*, 2011, 19: 3-8.
- [6] ZHU Fan, TAN Jiubin, CUI Jiwen. Common-path design criteria for laser datum based measurement of small angle deviations and laser autocollimation method in compliance with the criteria with high accuracy and stability [J]. *Optics Express*, 2013, 21(9): 11391-11403.
- [7] LUO Jun, ZHAO Wei. Autocollimator for small angle measurement over long distance [J]. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2014, 323: 263-271.
- [8] HEIKKINEN V, BYMAN V, PALOSUO I, et al. Interferometric 2D small angle generator for autocollimator calibration [J]. *Metrologia*, 2017, 54(3): 253-271.
- [9] HUANG Yao, XUE Zi, HUANG Ming, et al. The NIM continuous full circle angle standard [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29(7): 074013.
- [10] AKSENENKO V D, MATVEYEV S I. Digital angle sensor self-calibration: two approaches to accuracy increasing [C]. *IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference, IEEE*, 2005.
- [11] KOJIMA T, WAKIWAKA H. Study on high-precision angle sensor and angle measurement technology [J]. *Electrical Engineering in Japan*, 2010, 162(3): 68-77.
- [12] ZHANG Junjie, WANG Zheng, LI Zhengyang, et al. Self-calibration system for the value drifts of CCD autocollimator [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2011, 32(2): 123-125.



- 张俊杰,王震,李政阳,等. CCD自准直仪示值漂移的自校准系统[J]. 计量学报, 2011, 32(2): 123-125.
- [13] GECKELER R D, LINK A, KRAUSE M, et al. Capabilities and limitations of the self-calibration of angle encoders[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(5): 055003.
- [14] WATANABE T. Application of a self-calibratable rotary encoder [J]. Journal of the Japan Society for Precision Engineering, 2016, 82(9):792-796.
- [15] WATANABE T, KON M, NABESHIMA N, et al. An angle encoder for super-high resolution and super-high accuracy using SelfA[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(6): 065002.
- [16] LI Gali, XUE Zi, HUANG Yao, et al. System error separation and compensation of the continuous full circle angle standard device[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 1-9.  
李茆丽, 薛梓, 黄垚, 等. 全圆连续角度标准装置的系统误差分离与补偿[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(3): 1-9.
- [17] KRANZ O, GECKELER R D JUST A, et al. Modelling PTB's spatial angle autocollimator calibrator[C]. SPIE, 2013, 8789: 87890D.
- [18] LIU Yuan, SHEN Xiaoyan, ZHOU Shinan, et al. Micro-angle measurement method and its accuracy evaluation based on Fabry - Perot etalon[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(7): 0712004.  
刘源, 沈小燕, 周世南, 等. 基于法布里-珀罗标准具的微小角度测量及不确定度评定方法[J]. 光子学报, 2021, 50(7): 0712004.
- [19] SHEN Xiaoyan, SUN Zhipeng, HU Jiacheng, et al. Method for measuring focal length of transmission objective lens based on F-P etalon[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(5): 1-8.  
沈小燕, 孙志鹏, 胡佳成, 等. 基于F-P标准具的透射物镜焦距测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(5): 1-8.
- [20] LIU Songjiang, CHANG Ying, XIAO Zhigang, et al. Accurate calculation of the spacing of F-P etalon under the multi-wavelength weighted regression[J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(3): 529-532.  
刘松江, 常缨, 肖志刚, 等. 多波长加权回归准确计算F-P标准具的间隔[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 529-532.
- [21] BORN M, WOLF E, Principles of Optics, 6th ed[M]. Oxford: Pergamon Press Ltd.1980: 338-369.
- [22] YU Jiayin, FAN Jing, LAN Xuhui, et al. Influence of reflection- induced retardance on the measurement of Fabry-Perot etalon interval[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(9): 90-96.  
余佳音, 樊静, 蓝旭辉, 等. 反射相移在Fabry-Perot标准具间距测量中的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(9): 90-96.
- [23] ZHU Henian. Lecture on new concept basic physics experiment [M]. Beijing: Tsinghua University press, 2013: 16-17.  
朱鹤年. 新概念基础物理实验讲义[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 189-190.

## Self-calibration Correction Measurement of Micro-angle Based on F-P Etalon Multi-beam Interference Imaging

ZHOU Shinan, SHEN Xiaoyan, LI Dongsheng, WU Chenguang

(College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** The demand for high-accuracy measurement of micro-angle in modern industries is getting higher and higher, and its measurement methods and measurement technologies are also constantly improving. At present, The micro-angle measuring instrument with the highest accuracy in the world is the ELCOMAT HR photoelectric autocollimator produced by MÖLLER-WEDEL in Germany, and its angle measurement uncertainty within the range of 300" can reach 0.06" ( $k=2$ ). And the highest accuracy in China is the AUTOMAT 5 000 photoelectric autocollimator produced by Tianjin Automate Optoelectronics Co., which can achieve a measurement accuracy of  $\pm 0.25''$  within the range of  $\pm 1\ 000''$ . With the continuous improvement of the precision of micro-angle measurement, higher and higher requirements are put forward for the angle calibration, and some traditional angle calibration methods are difficult to meet the current needs. Therefore, using the self-calibration technology to realize micro-angle measurement has become a research hotspot in recent years. The current angle self-calibration technology mainly focuses on the measurement of the circumference angle with the characteristic of circle closure, and there are few studies on the self-calibration measurement of micro-angle. In the early stage, our research group proposed a micro-angle measurement system based on F-P etalon, which used the displacement of the concentric rings in the focal plane after F-P multi-beam interference ring imaging to achieve micro-

angle measurement, and pointed out the possibility of using the system to realize the micro-angle self-calibration measurement. This paper provides a comprehensive review and summary of the self-calibration method for this micro-angle measurement. The key point of this self-calibration method is to use the exact fraction method to measure the exact value of the F-P etalon interval, and then accurately calculate the relative focal length of the imaging objective lens, and combine the relative displacement caused by the small angle, so as to realize the self-calibration of the micro-angle measurement. The main research work of this paper is as follows: 1) The principle and method of the self-calibration measurement of the micro-angle measurement system are systematically and detailedly sorted out, and the calculation method of exact fraction method is described in detail, and the complete micro-angle self-calibration measurement process is finally obtained. 2) Special consideration is given to the effect of the algorithm error of the exact fraction method, temperature and humidity on the measurement results of the F-P etalon. The interference image under the theoretical interval  $d_0$  is obtained through simulation by MATLAB, and the calculated interval  $d_1$  of the F-P etalon under this condition is obtained by using the exact fraction method, and compared with the theoretical interval  $d_0$ , the algorithm error and the temperature and humidity error of the exact fraction method are obtained, and the correction of the calculation result of the F-P interval is realized. 3) The self-calibrated micro-angle measurement experiments are carried out, and the accurate interval of the F-P etalon in the current environmental conditions is measured. Combined with the simulation method in 1), the corrected value under the current environmental conditions is obtained, and finally the corrected etalon interval is obtained, which is  $d' = (2\ 014.986\ 5 \pm 0.000\ 3)\ \mu\text{m}$ . The focal lengths of the imaging objective and the micro-angle measurement results before and after self-calibration are obtained. The measurement results show that under the current experimental conditions, the relative expanded measurement uncertainty of the focal length after self-calibration has reduced from 0.014 to 0.007, while the angle measurement uncertainty in 600" has decreased from 0.132" to 0.084", which promotes the accuracy of micro-angle measurement greatly.

**Key words:** Micro-angle measurement; Self-calibration; F-P etalon; Exact fraction method; Uncertainty

**OCIS Codes:** 120.2230; 120.4640