

引用格式: XU Jinxin, LI Qingwu, GUAN Zhiqiang, et al. Nonlinear Reconstruction for Target Density Based on Randomly Perturbed Optimization and Multi-models Fusion[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(3):0310006

许金鑫,李庆武,管志强,等. 随机扰动优化和多模型融合的目标密度非线性重建[J].光子学报,2022,51(3):0310006

随机扰动优化和多模型融合的目标密度 非线性重建

许金鑫^{1,2},李庆武²,管志强¹,王肖霖²

(1 南京船舶雷达研究所, 南京 211106)

(2 河海大学 物联网工程学院, 江苏 常州 213002)

摘 要:针对高能闪光 X 射线图像线性重建结果受系统模糊影响的问题,提出一种随机扰动优化和多模型融合的非线性重建算法。构建非线性正向模型并推导相应的雅可比矩阵形式,结合贝叶斯理论考虑该反演问题的求解及不确定量化,引入基于弱信息先验的超参数构建非线性分层贝叶斯模型。通过加速求解随机扰动的优化问题对条件分布进行采样,结合雅可比矩阵投影约束该优化问题的求解,并设计目标参数的提议分布以减小样本统计偏差。此外,提出一种多模型融合策略,在最小方差准则下融合线性与非线性贝叶斯模型的样本值,提高样本估计效率的同时确保重建结果呈现清晰的边缘和较高的精度。实验结果表明,该算法可以有效抑制系统模糊及噪声的影响,相比于线性重建算法可以得到更加准确的重建结果。

关键词:高能闪光 X 射线照相;非线性重建;随机扰动优化;多模型融合;不确定度量化

中图分类号: TP391

文献标识码: A

doi:10.3788/gzxb20225103.0310006

0 引言

作为研究武器内部结构的重要手段,高能闪光 X 射线照相技术可以获得目标内爆和演化过程的清晰图像。高能闪光 X 射线照相中目标的密度重建属于典型的高维非线性反演问题,密度重建过程会遇到一些难题,包括数据维度高、投影图像中存在噪声和模糊等,影响图像重建的质量^[1-3]。

由于需要有效地提供重建结果的不确定度以更好地量化武器的内部信息,基于统计的马尔科夫链蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)算法逐渐得到了研究,MCMC^[4-5]作为一类重要的随机采样算法,能对后验分布提供全面的描述。目前高维数据下 MCMC 重建算法的研究主要集中在线性模型上,非线性重建方面的研究较少。由于忽略了系统模糊对重建结果的影响,线性重建结果在目标界面区域易受模糊的影响。因此需在更符合实际成像过程的非线性模型上构建贝叶斯重建模型,对后验分布进行有效采样并提供相应的不确定度分析。高能闪光 X 射线投影数据维度较高,相比于线性模型非线性成像模型涉及系统模糊的计算且无法像线性模型一样推导出目标参数的均值和方差形式从而直接采样,直接对非线性成像模型进行 MCMC 求解存在计算量大以及推理复杂等问题。

文献[6]研究了一种先随机后优化(Random Then Optimiztion, RTO)的非线性重建算法,通过求解振荡的优化问题对近似的后验分布进行采样。进一步,文献[7]在 RTO 算法的基础上构造非线性分层贝叶斯模型,避免了正则项参数的人为选取。文献[8]将 RTO 算法扩展到非高斯先验,通过变量变换建立非高斯先验与高斯先验模型间的联系。针对 RTO 算法在处理高维数据时存在计算量大的问题,文献[9]引入一种新

基金项目:国家自然科学基金(No.U1830105)

第一作者:许金鑫(1993—),男,工程师,博士,主要研究方向为高能闪光 X 射线图像反问题。Email: 2019377631@qq.com

导师(通讯作者):李庆武(1964—),男,教授,博士,主要研究方向为视觉感知与人工智能、水下环境成像探测、输配电智能感知。Email: li_qingwu@163.com

收稿日期:2021-08-11;录用日期:2021-09-14

<http://www.photon.ac.cn>

的子空间加速策略使得RTO算法的计算复杂度与目标参数的维度成线性比例关系。在此基础上,文献[10]将RTO和伪边际MCMC结合以提高对模型参数鲁棒的采样性能。此外,随机最大后验(Random Maximum Posterior, rMAP)算法^[11]避免了随机最大似然(Randomized Maximum Likelihood, RML)^[12-13]算法需要评估正向模型二阶导数带来的昂贵计算。

RTO算法及其改进方案更多地为了提高样本统计效率或计算效率,在降低样本统计误差方面的研究较少。多级技术^[14-16]和多保真度技术^[17-18]通过分析优化问题从而实现给定替代模型集的最佳分配利用。文献[17]研究了一种模型管理策略,在误差和成本方面平衡了高保真和替代模型的模型评估数量,从而加速估计具有昂贵计算成本的高保真度模型的样本统计量。该算法中优化的目标函数建立在多个替代模型的样本统计差之上,最终得到的样本融合统计量相比于单一的高保真度模型估计的统计量在精度上的提升并不明显。

基于上述讨论,本文结合实际估计的模糊核,提出一种基于随机扰动优化和多模型融合的高能闪光X射线图像非线性重建算法。首先,在非线性正向模型下构建分层贝叶斯模型,采用弱信息先验定义与噪声和先验精度参数有关的超参数以获得相对于共轭先验更合理重建结果。然后,基于随机扰动的RTO算法研究一种适用于高维数据的求解模型,结合雅可比矩阵投影约束该优化模型的求解,并设计相应的提议分布在M-H框架中进行样本的接受判别计算,以降低样本统计偏差。最后,研究一种新颖的多模型融合方案,有效提高非线性模型样本估计的效率和目标高密度、边界区域重建的准确度。

1 加速随机扰动的非线性分层MCMC重建

1.1 非线性重建模型及其最小二乘解

高能闪光X射线照相系统主要由光源、旋转对称目标、准直器、闪烁体和成像探测器组成,其成像过程主要涉及X射线的产生、输运以及接收三部分^[19]。透射率图像中像素的灰度分布由光子沿着X射线源衰减的线积分得到,是高能闪光X射线穿透能力的间接度量。根据高能闪光X射线成像原理,系统模糊和噪声影响下的透射率方程的离散形式可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{B} \cdot \exp(-\mathbf{G}\mathbf{x}) + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{y} \in R^m$ 为向量形式的透射率数据, $\mathbf{B} \in R^{m \times m}$ 为模糊核扩展矩阵, $\mathbf{G} \in R^{m \times n}$ 为 m 行 n 列的正向矩阵, $\mathbf{x} \in R^n$ 为待重建目标的线吸收系数, m 和 n 分别为向量形式下透射率数据和线吸收系数的维数, $\mathbf{n} \in R^m$ 为噪声项。

该非线性模型可通过构建非负约束的最小二乘模型进行优化求解,本文侧重于非线性贝叶斯分层模型的构建及通过模型融合提高重建精度,因此直接采用LM算法^[20]迭代求解目标函数,进而需对非线性模型的雅可比矩阵进行推导。LM算法基于信赖域算法在Gauss-Newton基础上加入阻尼项进行正则化约束,综合了Gauss-Newton和最速下降法的优点,是一种迭代求函数极值的算法。目标函数残差的离散形式表示为

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}_j) = \mathbf{y}_j - \sum_{k=1}^m \mathbf{B}_{j,k} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{G}_{k,i}\right) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中, $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 表示目标函数的残差向量, \mathbf{x}_j 表示向量中第 j 个元素的数值, $\mathbf{B}_{j,k}$ 表示矩阵 \mathbf{B} 中第 j 行 k 列的值。相应的第 j 行雅可比向量为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{x}_j) = & \left[\sum_{k=1}^m \mathbf{B}_{j,k} \mathbf{G}_{k,1} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{G}_{k,i}\right), \sum_{k=1}^m \mathbf{B}_{j,k} \mathbf{G}_{k,2} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{G}_{k,i}\right), \right. \\ & \left. \dots, \sum_{k=1}^m \mathbf{B}_{j,k} \mathbf{G}_{k,n} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{G}_{k,i}\right) \right] \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3)$$

则可以推导出非线性正向模型完整的雅可比矩阵

$$\mathbf{J} = \mathbf{B} \cdot \left[\mathbf{G}_{i,j} \exp\left(-\sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k \mathbf{G}_{i,k}\right) \right] \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中, i, j 分别表示矩阵的行和列, $[\cdot]$ 表示构成的矩阵形式。

1.2 基于弱信息超先验的分层贝叶斯模型

首先,假设噪声 n 满足均值为零、协方差为 $\lambda^{-1}I$ 的高斯随机变量, λ 为噪声精度参数, $f(x) = B \exp(-Gx)$, 则定义高斯似然函数 $p(y|x, \lambda)$ 为

$$p(y|x, \lambda) \propto \lambda^{m/2} \exp\left(-\frac{\lambda}{2} (f(x) - y)^T (f(x) - y)\right) \quad (5)$$

然后,假设 x 的先验概率密度函数服从高斯分布,且满足均值为零向量、协方差为 $\delta^{-1} \Gamma_{pr}$, 其中 $\Gamma_{pr}^{-1} = L^T L$, 精度矩阵 L 为具有诺依曼(Neumann)边界条件的离散微分矩阵。

$$p(x|\delta) \propto \delta^{n/2} \exp\left(-\frac{\delta}{2} x^T \Gamma_{pr}^{-1} x\right) \quad (6)$$

在全贝叶斯分析中,噪声精度参数 λ 和先验精度参数 δ 通常未知,为避免参数的手动调整,基于 Jeffreys 先验^[21] 定义超参数 δ, λ 。定义 $\lambda = 1/u^2$, $\delta = 1/\sigma^2$, 且 $\zeta = \sigma^2/u^2$, Jeffreys 先验满足

$$p(u^2, \sigma^2) = u^{-2} (1 + \sigma^2/u^2)^{-2} u^{-2}, u^2, \sigma^2 > 0 \quad (7)$$

$$p(\sigma^2|u^2) = u^{-2} (1 + \sigma^2/u^2)^{-2} \quad (8)$$

结合式(5)~(8),联合后验分布的全条件概率具有以下形式

$$p(u^2|x, \zeta, y) \propto (u^2)^{-\frac{m+n}{2}-1} \exp\left(-\frac{1}{2u^2} \|f(x) - y\|^2 - \frac{1}{2u^2\zeta} x^T \Gamma_{pr}^{-1} x\right) \quad (9)$$

$$p(\zeta|x, u^2, y) \propto \zeta^{-(n/2+1)-1} \left(\frac{\zeta}{1+\zeta}\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2u^2\zeta} x^T \Gamma_{pr}^{-1} x\right) \quad (10)$$

$$p(x|\zeta, u^2, y) \propto \exp\left(-\frac{\lambda}{2} \|f(x) - y\|^2 - \frac{\delta}{2} x^T \Gamma_{pr}^{-1} x\right) \quad (11)$$

对于 u^2 的采样,其分布满足逆 Gamma 分布。式(10)中,第一项 $\zeta^{-(n/2+1)-1}$ 和第三项的指数项同样满足逆 Gamma 分布,从分布 $1/\Gamma(n/2+1, (1/2u^2) x^T \Gamma_{pr}^{-1} x)$ 采样产生的样本值 ζ 通过独立 M-H 算法中 $\zeta^2/(1+\zeta)^2$ 主导的接受率计算,以判别是否接受当前采样样本值。

1.3 加速随机扰动优化求解

首先考虑到 $f(x)$ 的非线性特征,无法像线性模型一样推导出目标参数的均值和方差形式从而直接采样。首先,将式(11)转换为如下形式,使其具备最小二乘形式。

$$p(x|\lambda, \delta, y) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \|\tilde{f}(x) - \tilde{y}\|^2\right) \quad (12)$$

式中, $\tilde{f}(x) = [\lambda^{1/2} f(x); \delta^{1/2} Lx]$, $\tilde{y} = [\lambda^{1/2} y; 0]$ 。为从式(12)所示的后验密度中采样, RTO 算法^[6] 通过构建随机振荡的代价函数来计算采样样本,在分层贝叶斯模型下该算法涉及雅可比矩阵的 QR 分解,导致计算量大从而不适用于高维数据的重建。针对该问题,构建如下随机优化问题以从 $p(x|\lambda, \delta, y)$ 中产生目标参数的样本值。

$$x^* = \arg \min_x J(x) = \frac{1}{2} \|\tilde{f}(x) - (\tilde{y} + \epsilon)\|^2, \epsilon \sim \mathcal{N}(0, I_{m+n}) \quad (13)$$

满足高斯分布的随机噪声 ϵ 使得该目标函数的解随机振荡,从而在后验概率密度函数的高概率区域随机产生样本并形成样本可信区间。对于该问题,同样采用 LM 算法进行迭代求解,此时雅可比矩阵为

$$J_M = [\lambda^{1/2} J, \delta^{1/2} L]^T \quad (14)$$

为防止式(13)的解无法有效收敛而影响重建精度,提出通过下一采样状态 $(t+1)$ 雅可比矩阵 J_M 在残差矩阵 r_M 上的投影与先前经验状态的投影值相比较的方法。若不满足式(15)所示的自适应约束,则视为无效解。

$$\|(J_M^{(t+1)} / \max(J_M^{(t+1)}))^T r_M^{(t+1)}\|^2 \leq \left\{ \sum_{i=1}^t \|(J_M^{(i)} / \max(J_M^{(i)}))^T r_M^{(i)}\|^2 \right\} / t \quad (15)$$

引入 M-H 算法通过设计样本的概率密度函数进行接受率计算,减少样本统计偏差。观测数据和目标

参数的随机扰动方程可表示为

$$\hat{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\varepsilon} \approx \begin{bmatrix} \lambda^{1/2}(\mathbf{y} + \lambda^{-1/2}\boldsymbol{\varepsilon}_y) \\ \delta^{1/2}\mathbf{L}(\mathbf{0} + \delta^{-1/2}\mathbf{L}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_x) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, $\boldsymbol{\varepsilon}_y \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_m)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_x \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_n)$ 。结合式(13)和(16), MAP估计也可以表示为

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x}} \tilde{J}(\mathbf{x}) = \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{y}}\|^2 + \frac{\delta}{2} \|\mathbf{L}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})\|^2 \quad (17)$$

式中, $\hat{\mathbf{y}} \sim \mathcal{N}(\mathbf{y}, \lambda^{-1}\mathbf{I}_m)$, $\hat{\mathbf{x}} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, (\delta\mathbf{L}^T\mathbf{L})^{-1})$ 。对式(17)求一阶偏导数, 构建变量 $(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})$ 和 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}})$ 之间的映射函数 $F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})$, 并假设该函数局部可逆。

$$F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}}) = [\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}]^T = \begin{bmatrix} (\delta\mathbf{L}^T\mathbf{L})^{-1}\lambda\nabla f(\mathbf{x})^T\hat{\mathbf{r}} + \mathbf{x} \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ 的分布形式已知, 其概率密度函数为 $p_{\hat{\mathbf{x}}}, p_{\hat{\mathbf{y}}}$ 。 $p_x(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})$ 则可表示为映射函数雅可比矩阵的行列式与 $p_{\hat{\mathbf{x}}}, p_{\hat{\mathbf{y}}}$ 的乘积

$$p_x(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}}) = |J_x| p_{\hat{\mathbf{x}}}(F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})) \quad (19)$$

式中, $|J_x|$ 表示函数 $F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})$ 雅可比矩阵的行列式, 该行列式中含有关于 $f(\mathbf{x})^T$ 的二阶导数, 计算上较繁琐, 本文仅保留其一阶导数项近似求解 $|J_x|$

$$|J_x| = \left| \det \left\{ (\delta\mathbf{L}^T\mathbf{L})^{-1}\lambda\nabla f(\mathbf{x})^T\nabla f(\mathbf{x}) + \mathbf{I} \right\} \right| \quad (20)$$

式中, $|J_x|$ 涉及协方差矩阵的求逆以及一阶导数间相乘, 高维度模型下的计算仍复杂。由于正向投影过程是对线吸收系数矩阵的每一行依次扫描产生投影数据, 线性模型下相邻行之间相互独立。受模糊核的影响, 非线性模型下投影图像中任意一行数据受线吸收系数矩阵中当前行数据以及以模糊核半径覆盖范围内的上、下行数据的影响, 此时 $\nabla f(\mathbf{x})^T\nabla f(\mathbf{x})$ 为对称矩阵且数值集中在对角线附近区域, 如图1所示。较亮区域数值非零且以块状依次分布在对角线上, 称为“有效矩阵块”。假设线吸收系数矩阵的行、列数均为 M , 模糊核大小 $k \times k$, 则图1(a)中任意一个有效矩阵块的大小为 $(M/2) \times (M/2)$ (红圈区域), 非线性模型中任意一行线吸收系数则对应 $((2k-1)M/2) \times ((2k-1)M/2)$ 大小的有效矩阵 (红色正方形区域, 红圈区域为中心有效矩阵块)。因此, 可通过任意一行线吸收系数对应的有效矩阵来替代完整的一阶导数乘积近似计算 $|J_x|$, 精度矩阵的行、列数也由原先的 $(M/2) \times M$ 降至 $(M/2) \times (2k-1)$, 有效减少高维数据下接受率的计算量。

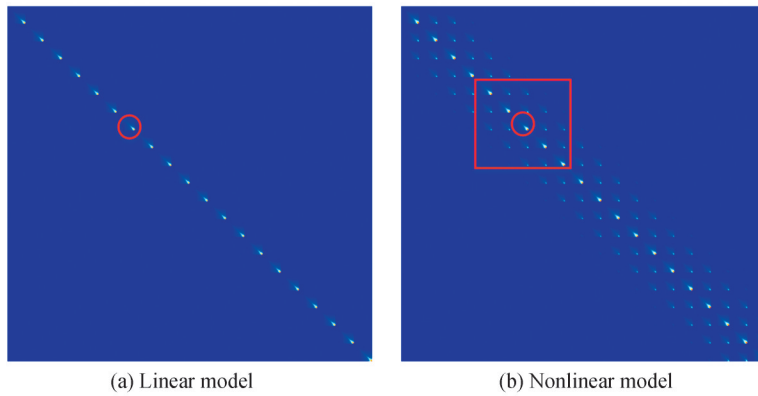


图1 不同正向模型的一阶导数乘积

Fig. 1 First derivative products of different forward models

$p_x(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{r}})$ 的计算较为复杂, 当雅可比矩阵 QR 分解中的正交矩阵 \mathbf{Q} 为单位矩阵时, RTO 算法中接受率计算仅与雅可比矩阵行列式有关。受该思路的启发, 将样本概率密度函数近似为

$$p_x(x, \hat{r}) = |J_x| p(x, \hat{r}|\lambda, \delta, \mathbf{y}) \quad (21)$$

因此,下一状态的采样样本 x^* 被接受的概率为 $\alpha_{\lambda, \delta}$,采用先对数相减后取指数的方式计算 $\alpha_{\lambda, \delta}$ 以防止高维下数值计算的不稳定。

$$\alpha_{\lambda, \delta} \simeq \min\left(1, \exp(\ln|J_x| - \ln|J_{x^*}|)\right) \quad (22)$$

2 最小方差约束的多模型蒙特卡罗估计

2.1 最小方差约束的融合模型

本节研究一种新的融合策略,基于简化的线性替代模型将多保真技术引入到X射线图像非线性重建中,进一步提高高维非线性模型样本估计的效率和准确性。

不失一般性,根据非线性模型定义输入域 Y 和输出域 X ,并根据式(13)建立输入 $\hat{\mathbf{y}}_1, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{N_s} \in Y$ 和输出 $x_1, \dots, x_{N_s} \in X$ 之间的映射函数 $H: Y \rightarrow X$,其中 $\hat{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{y}} + \epsilon$, N_s 为模型统计的样本总数。并定义 l 个模型 $H^{(1)}, H^{(2)}, \dots, H^{(l)}$,其中 $H^{(1)}$ 为本文研究的非线性模型,其余为该非线性模型的替代模型。

对于 l 个模型,设置对应的样本总数向量 $N_s = [N_{s1}, N_{s2}, \dots, N_{sl}]^T$,假设均已抛弃前 N_b 个非平稳样本且满足 $N_{s1} \leq N_{s2} \leq \dots \leq N_{sl}$ 。 $\hat{\mathbf{y}}_1, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{N_{s_i}} \in Y$ 为非线性或者替代模型 N_{s_i} 个输入的随机变量。对于 $i = 1, \dots, l$,需对模型 $H^{(i)}$ 通过MCMC算法采样 N_{s_i} 次,得到 N_{s_i} 个样本值为

$$H^{(i)}(\hat{\mathbf{y}}_1), H^{(i)}(\hat{\mathbf{y}}_2), \dots, H^{(i)}(\hat{\mathbf{y}}_{N_{s_i}}) \quad (23)$$

非线性模型后验期望可通过 $\overline{M}_{N_s} = E[H^{(1)}(Y)]$ 计算得到,为实现计算量由非线性模型到替代模型的转移并提高样本统计的性能,探索替代模型对非线性模型后验期望的影响,本文构建式(24)所示的蒙特卡罗估计融合模型。

$$\tilde{M}_{N_s} = (1 - \sum_{i=2}^l \omega_i) \bar{\mathbf{x}}_{N_{s1}}^{(1)} + \sum_{i=2}^l \omega_i \bar{\mathbf{x}}_{N_{s_i}}^{(i)} \quad \sum_{i=1}^l \omega_{i,q} = 1, q \in 1, \dots, n \quad (24)$$

式中,第一项为非线性模型项,第二项为替代模型项,系数 $\omega_i = [\omega_{i,1}, \omega_{i,2}, \dots, \omega_{i,n}]^T$ 用于平衡不同模型之间的权重。与基于替代模型差分的蒙特卡罗估计模型不同,本文选取相关性较强且具有物理意义的替代模型并直接作用于期望估计。

2.2 融合模型最优系数管理

根据均方误差(Mean Squared Error, MSE)最小化的蒙特卡罗估计融合模型,可构造如下所示的最小方差下的优化模型。

$$e(\tilde{M}_{N_s}) = E[(\overline{M}_{N_s} - \tilde{M}_{N_s})^2] = \text{Var}[\tilde{M}_{N_s}] \quad (25)$$

式中, $e(\bullet)$ 表示模型的MSE, $\text{Var}[\bullet]$ 表示方差。定义 $H^{(i)}(Y)$ 在 x 中任意一点 q 的方差 $\text{Var}[H^{(i)}(Y, q)]$ 以及不同模型间的皮尔逊积矩相关系数 $\gamma_{i,j,q}$,即

$$\sigma_{i,q}^2 = \text{Var}[H^{(i)}(Y, q)] \quad i = 1, \dots, l \quad (26)$$

$$\gamma_{i,j,q} = \text{Cov}[H^{(i)}(Y, q), H^{(j)}(Y, q)] / (\sigma_{i,q} \sigma_{j,q}) \quad (27)$$

式中, $\text{Cov}[\bullet]$ 表示协方差。对于不同模型在点 q 处的无偏估计,推导出其协方差

$$\text{Cov}[\bar{\mathbf{x}}(q)_{N_{s_i}}^{(i)}, \bar{\mathbf{x}}(q)_{N_{s_j}}^{(j)}] = \sigma_{i,q} \sigma_{j,q} \gamma_{i,j,q} / \max(N_{s_i}, N_{s_j}) \quad (28)$$

根据多个随机变量的方差等于变量间协方差的总和,推导出融合模型的方差,构建关于 $O(\omega_{1,q}, \dots, \omega_{l,q}, N_s)$ 的优化问题,即

$$\begin{aligned}
 \text{Var} [\tilde{M}_{N_s}(q)] &= \arg \min_{\omega_{1,q}, \dots, \omega_{l,q}, N_s} O(\omega_{1,q}, \dots, \omega_{l,q}, N_s) \\
 &= \omega_{1,q}^2 \text{Var} [\bar{x}(q)_{N_{s1}}^{(1)}] + 2 \sum_{i=2}^l \omega_{1,q} \omega_{i,q} \text{Cov} [\bar{x}(q)_{N_{s1}}^{(1)}, \bar{x}(q)_{N_{si}}^{(i)}] + \sum_{i=2}^l \omega_{i,q}^2 \text{Var} [\bar{x}(q)_{N_{si}}^{(i)}] + \\
 &2 \sum_{i=2}^l \omega_{i,q} \sum_{j=i+1}^l \omega_{j,q} \text{Cov} [\bar{x}(q)_{N_{si}}^{(i)}, \bar{x}(q)_{N_{sj}}^{(j)}] \\
 &= \omega_{1,q}^2 \frac{\sigma_{1,q}^2}{N_{s1}} + \sum_{i=2}^l \left(\frac{2\omega_{1,q} \omega_{i,q} \gamma_{1,i,q} \sigma_{1,q} \sigma_{i,q} + \omega_{i,q}^2 \sigma_{i,q}^2}{N_{si}} + \frac{2\omega_{i,q} \sum_{j=i+1}^l \omega_{j,q} \gamma_{i,j,q} \sigma_{i,q} \sigma_{j,q}}{N_{sj}} \right)
 \end{aligned} \tag{29}$$

本文高能闪光X射线重建问题涉及线性和非线性成像模型,且这两类成像模型各具优势。因此,选取简化后的线性模型作为唯一的替代模型,探索其在模型融合中对重建结果的影响,并将 N_s 作为常量预先设置,假设 $N_{s1} = \gamma_N \times N_{s2}, 0 \leq \gamma_N \leq 1$ 为比例因子。此时对 $O(\omega_{1,q}, \omega_{2,q})$ 中 $\omega_{2,q}$ 求导数,得到 $\omega_{2,q}$ 的最优值,并得到最小值 $O(\omega_{1,q}, \omega_{2,q})_{\min}$

$$\omega_{2,q} = \frac{N_{s2} \sigma_{1,q}^2 - N_{s1} \gamma_{1,2,q} \sigma_{1,q} \sigma_{2,q}}{N_{s2} \sigma_{1,q}^2 + N_{s1} \sigma_{2,q}^2 - 2N_{s1} \gamma_{1,2,q} \sigma_{1,q} \sigma_{2,q}} \tag{30}$$

$$O(\omega_{1,q}, \omega_{2,q})_{\min} = \frac{\sigma_{1,q}^2 \sigma_{2,q}^2 (N_{s2} - N_{s1} \gamma_{1,2,q}^2)}{N_{s2} (N_{s2} \sigma_{1,q}^2 + N_{s1} \sigma_{2,q}^2 - 2N_{s1} \gamma_{1,2,q} \sigma_{1,q} \sigma_{2,q})} \tag{31}$$

对于任意像素点 q ,当融合模型的方差小于非线性模型后验期望的方差时,可以得到更准确的样本均值估计,此时需要满足式(32)所示条件。

$$\frac{N_1 \sigma_{2,q}^2 (N_{s2} - N_{s1} \gamma_{1,2,q}^2)}{N_{s2} (N_{s2} \sigma_{1,q}^2 + N_{s1} \sigma_{2,q}^2 - 2N_{s1} \gamma_{1,2,q} \sigma_{1,q} \sigma_{2,q})} \leq 1 \tag{32}$$

式中, N_1 表示 \bar{M}_{N_s} 的样本总数。

3 实验结果与分析

为验证本文非线性重建算法的有效性,在常密度、变密度法国实验客体(French Test Object, FTO)透射率图像^[22]上进行实验。以相对误差(Relative Error, RE)^[4]、峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR)和结构相似度(Structural Similarity Index Measurement, SSIM)^[23]作为客观评价指标来分析算法的重建精度。样本统计效率通过积分自相关时间(Integral Autocorrelation Time, IACT)^[6]来评估,IACT通过马尔科夫链的自相关函数(Autocorrelation Function, ACF)^[6]计算得到,表示获得一个独立样本所需的MCMC步骤数量。

3.1 提议分布以及雅可比矩阵投影分析

为验证提议分布和雅可比矩阵投影约束共同作用下样本估计的可靠性,本小节在常密度FTO图像上计算样本估计的精度和统计效率,并将RTO-MH算法^[6]得到的样本估计作为参考。在高维数据下不同的初始值 x_0 会影响LM算法的收敛速度以及重建结果的准确度,因此通过实验分析初始值设置对重建性能的影响。定义本文算法在采样过程中不考虑样本的接受判别,即统计所有采样样本的算法为RML,对分辨率为 100×100 的常密度FTO透射率图像进行非线性重建。图2给出了三种设置下超参数 λ, δ 和目标参数的ACF及IACT值,横、纵坐标分别表示滞后时间和自相关系数,其中第一行数据对应非线性模型下的线性解,即模糊矩阵 B 为单位矩阵,每次采样中目标参数的初始值均为0.01。第二行中模糊矩阵 B 仍为单位矩阵,但当前采样下LM算法的初始值为上一次采样得到的样本值。第三行数据则在非线性解下得到, B 为标准模糊矩阵,目标参数的初始值均为0.01。可以看出,在高维数据下,本章算法依旧取得了与RTO-MH算法相近的样本计算效率,且优于RML算法。RML算法由于缺少了样本的接受判别过程对不稳定的样本值也进行了统计导致样本统计效率较低。与RTO-MH和RML算法相比,本章算法可得到更低的IACT值,拥有更高的统计效率。受目标参数维度较高的影响,相比于噪声精度参数,先验精度参数的采样样本具有更高的相关性。此外,从图2中第三行与前两行结果对比可知,实际求解模型的准确性也会影响目标参数特

别是超参数的统计效率。

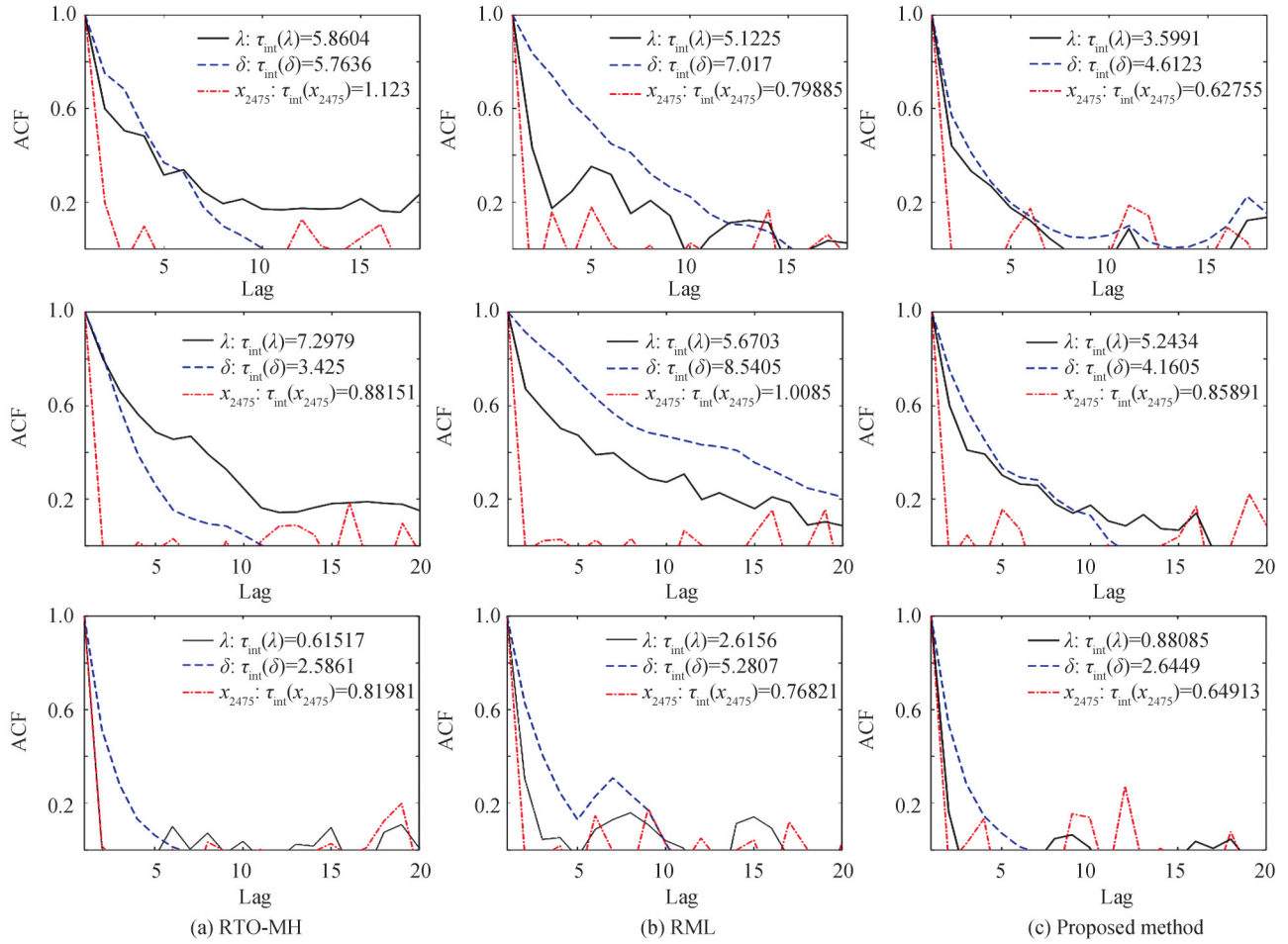


图2 各算法样本估计的ACF和IACT

Fig. 2 ACF and IACT of sample estimation for each algorithm

图3为各算法样本估计的RE值和单次采样时间。从图3(a)可以看出,图2中第三行所代表的非线性求解比第一、二行代表的线性求解更加准确,说明所构建模型准确性的重要性。从图3(b)单次样本计算时间中可以看出,相比于线性求解,非线性求解需要更多的计算量以及内存需求,高效的线性求解也推动了本文多模型融合算法的研究与实施。从图3(b)中同一颜色的柱状图可以看出,本文算法由于简化了随机扰动的目标函数并对接受率的计算进行优化,在计算效率上相比于RTO-MH算法得到较明显的提升,且与RML算

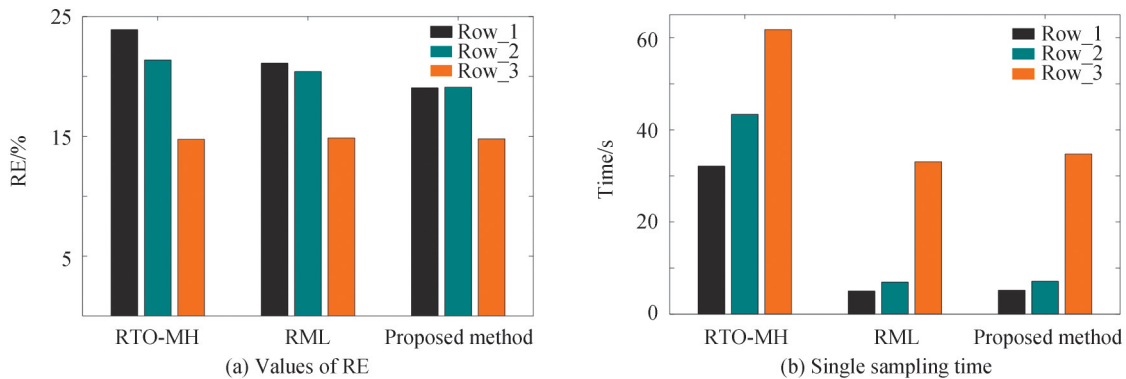


图3 各算法样本估计的RE值和重建时间

Fig. 3 The RE of sample estimation and reconstructed time by each algorithm

法相近。对比图3中灰、绿色柱状图可知,对于RTO-MH和RML算法,虽然上一次采样的样本估计值作为当前采样中LM算法初始值的设置可以得到相比于参数初始值为0.01更准确的重建结果,但需要更多的计算时间。因此,本文LM算法中目标参数初始值设置为 $x_0 = 0.01$,适用于随机扰动优化模型的求解,提议分布和雅可比矩阵投影约束也适用于FTO透射率图像的非线性重建。

3.2 多模型融合性能分析

定义模糊核1和模糊核2,其中模糊核1通过函数 $1/(i^2 + j^2 + 1)$ 产生, i, j 分别表示水平、垂直方向上的数值;模糊核2通过文献[23]复原算法在能闪光X射线静态投影图像上估计得到。本文中模糊核内各元素值均通过除以元素之和进行归一化处理。根据模糊核1、模糊核2以及均值为0方差为3的高斯模糊核正向计算得到的透射率图像,对采用标准核和估计核下的重建结果进行实验,其中估计核通过文献[23]算法计算得到。

多模型融合前后重建结果RE值如图4所示,其中S和E分别表示标准核和估计核,F表示使用多模型融合。可以看出,在采用标准核的融合结果中,如图中的黑色实线和虚线所示,低噪声下多模型融合的效果不如噪声较严重时明显。这主要是因为,在低噪声情况下,由于使用准确的模糊核,其非线性重建结果较准确,特别在无噪声情况下重建结果接近于真实值,此时多模型融合无法有效发挥其作用。而在估计核的融合结果中,由于估计的模糊核相比于标准核存在一定误差,导致在无噪声情况下重建结果一定程度偏离真实值,此时高密度区域的非线性和线性重建结果通过加权融合可得到更准确的融合结果,且随着噪声的增加,该融合作用越明显。值得注意的是,从图中红色和黑色实线可以看出,在噪声相对较严重的情况下,估计核下的融合结果比采用标准核的融合结果更加准确,说明多模型融合机制以及非线性模型中模糊核估计的有效性。

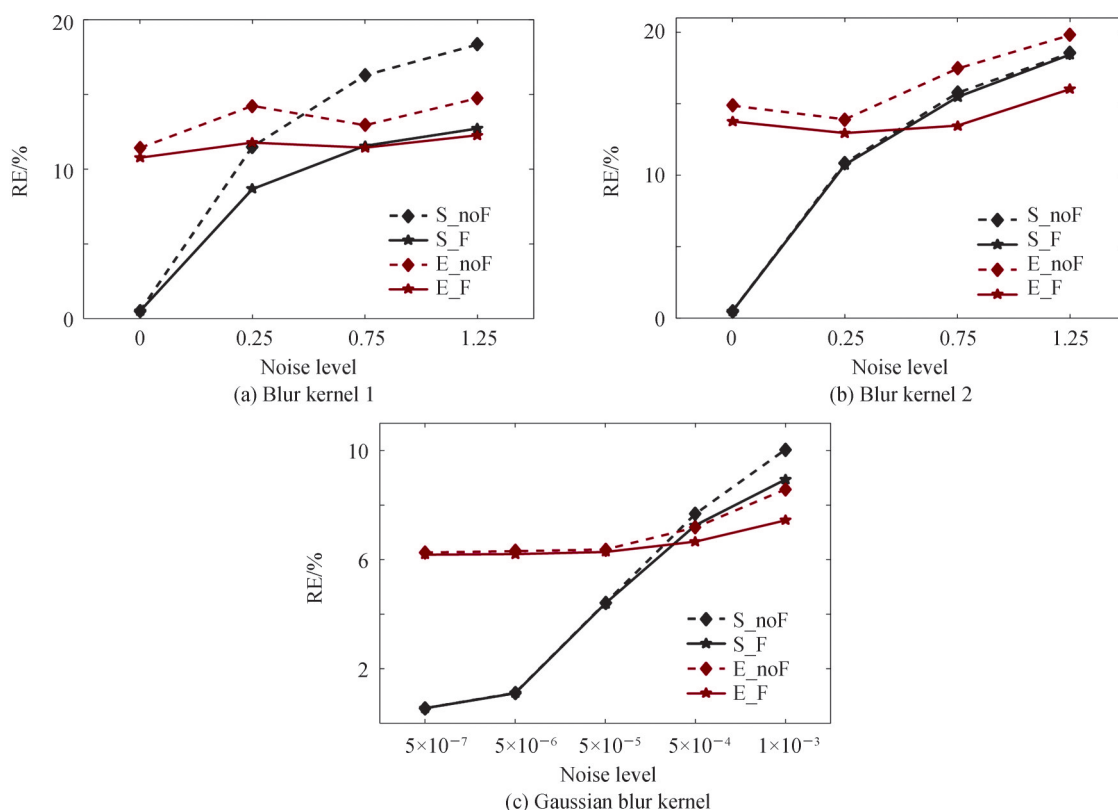


图4 多模型融合前后的RE值
Fig. 4 The RE involving multi-model fusion

3.3 与现有重建算法对比实验

本小节在FTO图像上进行实验,分别在常、变密度的FTO透射率图像上添加0%、0.25%、0.75%、1.25%等级的高斯噪声,与现有的基于不确定度分析的重建算法LRIS_Gamma^[24]、LRIS_Jeffrey^[24]、SPA^[25]、

S_RTO^[26]以及 TLE_Gibbs^[27]进行比较,以验证非线性重建算法的有效性。LRIS_Gamma和 LRIS_Jeffrey算法基于低秩理论计算目标参数闭合解,SPA 为基于参数分裂和增广的采样算法,S_RTO非线性算法在RTO算法的基础上近似表示雅可比矩阵的分解因子并引入低秩方法进行因子分解,有效降低算法的计算复杂度。TLE_Gibbs为基于两级不确定度约束的高效MCMC线性采样算法。Proposed(T_F)算法为本文的非线性重建算法,其中T_F表示采用真实模糊核,且引入多模型融合处理;I_nF表示非线性模型下的线性解,即模糊矩阵 $B=I$;Proposed表示本文采用估计模糊核的非线性重建算法。

为进行定量分析,表1与表2给出了无加权中值滤波后处理情况下常、变密度FTO透射率图像重建结果的PSNR和SSIM值。可以看出,由于模型的准确构建非线性重建算法的性能优于线性重建算法。除Proposed(T_F)算法使用真实模糊核外,本文算法(采用估计核)的非线性重建结果在所有算法中具有最佳的指标值,在噪声干扰较严重情况下,SSIM值甚至优于Proposed(T_F)算法。此外,随着噪声的增加,在1.25%噪声水平下,本文算法整体重建性能超越Proposed(T_F)算法。

表1 常密度FTO重建结果的PSNR和SSIM值
Table 1 The PSNR and SSIM of reconstructed results of constant density FTO images

	SPA	LRIS_Gamma	LRIS_Jeffrey	TLE_Gibbs	S_RTO	Proposed(T_F)	Proposed(I_nF)	Proposed method
0%	18.074 4	19.479 2	19.448	20.199 5	24.504 1	53.267 0	19.099 8	25.141 0
	/0.665 4	/0.825 4	/0.826 2	/0.713 9	/0.897 0	/0.999 7	/0.899 6	/0.924 7
0.25%	17.913 7	19.489 6	19.461 2	20.284 4	23.414 6	28.116 1	19.096 9	25.150 9
	/0.619 8	/0.792 8	/0.794 9	/0.695 8	/0.886 1	/0.882 6	/0.888 4	/0.918 2
0.75%	16.836	19.573 6	19.554 2	20.719 5	23.788 1	25.632 1	19.030 1	25.181 7
	/0.528	/0.705 8	/0.704 1	/0.644 4	/0.802 2	/0.827 2	/0.821 6	/0.880 3
1.25%	14.583	19.869 8	19.850 5	20.864 7	22.913 6	24.590 6	18.870 6	24.743 3
	/0.457 9	/0.661 6	/0.660 4	/0.603 7	/0.738 3	/0.744 6	/0.750 5	/0.840 2

表2 变密度FTO重建结果的PSNR和SSIM值
Table 2 The PSNR and SSIM of reconstructed results of variable density FTO images

	SPA	LRIS_Gamma	LRIS_Jeffrey	TLE_Gibbs	S_RTO	Proposed(T_F)	Proposed(I_nF)	Proposed method
0%	19.126 7	19.865 2	19.833 2	21.047 1	26.663 7	54.532 1	19.661 9	27.650 7
	/0.826 5	/0.911 1	/0.910 9	/0.928 9	/0.939 6	/0.999 7	/0.950 2	/0.960 0
0.25%	19.037 2	19.896 5	19.845	21.066 1	26.714 4	28.890 6	19.666 7	27.578 5
	/0.787 8	/0.895	/0.894 6	/0.799 1	/0.927 4	/0.933 7	/0.939 5	/0.953 8
0.75%	18.306 9	19.892 9	19.835 7	20.923 9	25.816 5	27.499 7	19.587 8	27.883 8
	/0.615 2	/0.811 9	/0.807 6	/0.719 3	/0.882 4	/0.897 0	/0.872 8	/0.934 6
1.25%	17.001 4	20.048	20.012 8	21.449 4	25.270 6	26.624 8	19.567 5	27.579 1
	/0.469 9	/0.744 1	/0.741 6	/0.676 6	/0.826 1	0.864 0	/0.784 4	/0.903 6

图5、6分别对比了1.25%噪声水平下变、常密度FTO透射率图像的重建结果。从图中可以明显地看出,SPA、LRIS_Gamma以及LRIS_Jeffrey算法受模型不准确的影响重建结果中仍存在较严重的噪声。和其他线性算法相比,TLE_Gibbs重建结果在常密度区域相对平滑,但在中垂线区域连贯性较差。S_RTO算法的重建结果中噪声较少,但由于该算法未对受不合理采样的超参数影响而未收敛的目标解进行有效约束,重建均值中仍存在边缘模糊的问题。Proposed(I_nF)算法重建结果的中垂线部分误差较大,且与线性结果类似,均存在边缘模糊问题。Proposed(T_F)以及本文算法(采用估计的模糊核)的重建结果与真实值最为接近,能较好地抑制噪声,在高密度区域能够得到较高精度的重建结果,且本文算法重建结果在图像中垂线附近优于Proposed(T_F)算法。

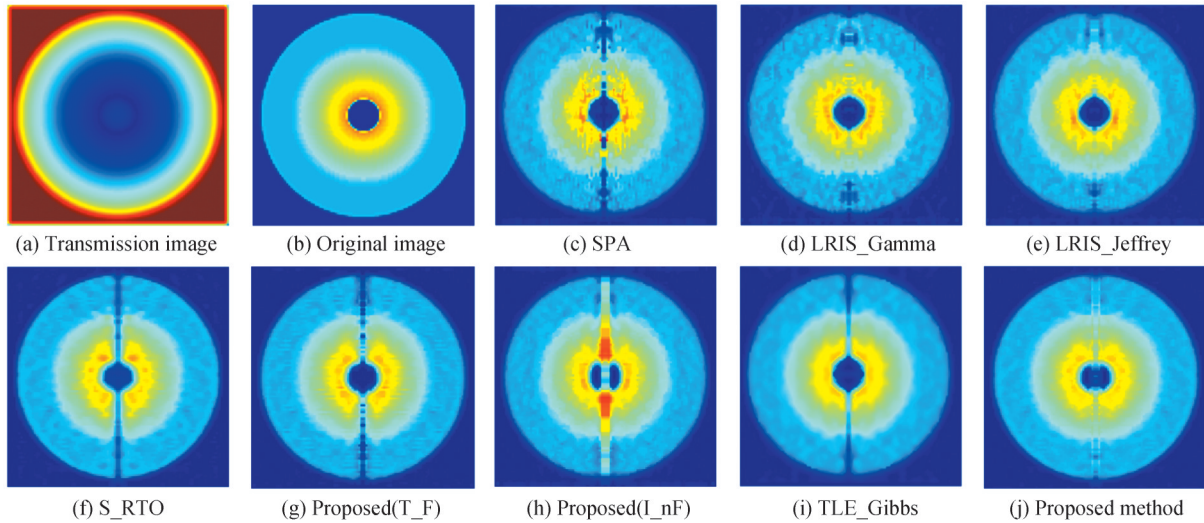


图5 1.25%噪声等级下变密度FTO透射率图像重建结果
Fig. 5 Reconstructed results of FTO transmission image with variable density (1.25% noise level)

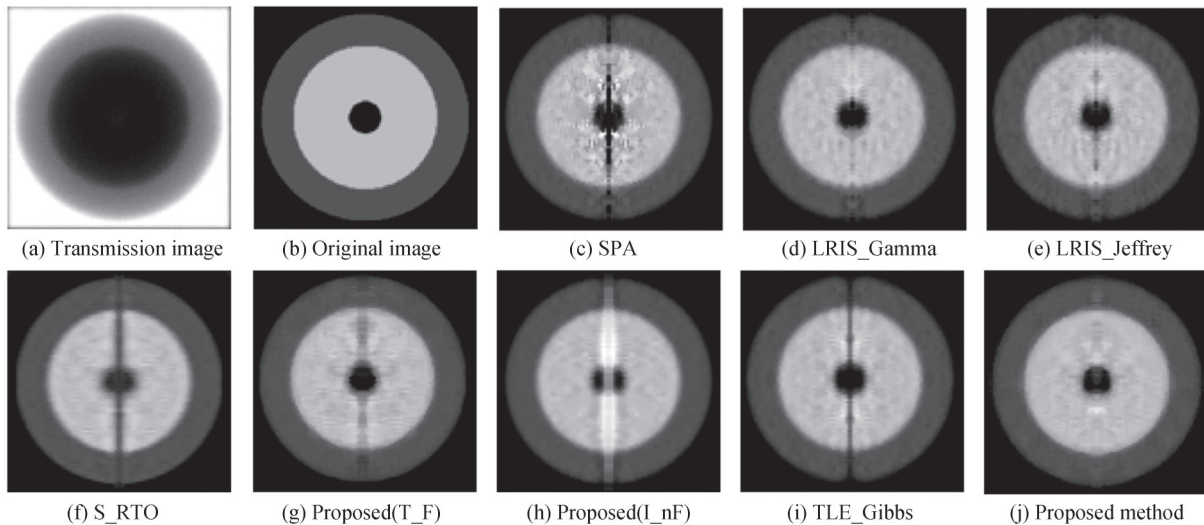


图6 1.25%噪声等级下常密度FTO透射率图像重建结果
Fig. 6 Reconstructed results of FTO transmission image with constant density (1.25% noise level)

3.4 非密高能闪光X射线图像重建

图7(a)为4 MeV能级下的非密高能闪光X射线静态图像,图像分辨率为 2048×2048 ,每像素对应的目标尺寸为0.096 mm。蓝色虚线框内的实验目标为倒置的锥台,材质为锡,锥台的标准密度为 7.3 g/cm^3 。红色实线框中3#~4#为标记块,材料为锡,采用LM算法拟合透射率-面密度曲线^[28]。受算法采样效率以及计算平台内存的限制,线性重建实验在降采样后分辨率为 350×350 的图像上开展,非线性重建实验由于需要消耗更多的内存空间在分辨率为 200×200 的图像上开展。重建结果如图8所示,可以看出,GPSR算法重建结果仍存在中心竖直剖面区域连贯性较差的问题,LRIS_Jeffrey和LRIS_Gamma算法重建结果中目标常密度区域较平滑,但在锥台等腰区域较为模糊。SPA与TLE_Gibbs算法重建结果相近,重建目标边缘较LRIS算法更清晰,但在锥台下表面附近的常密度区域,其重建结果不如本文非线性算法重建结果平滑。与线性重建结果相比,非线性算法能够较明显地对图像背景噪声进行有效抑制。此外,本文非线性算法重建结果在锥台等腰区域具有较好的视觉效果,在统一的滤波算法的作用下六种算法的重建图像均比较平滑,得益于提出的多模型融合策略,本文非线性算法的重建结果中常密度区域的平滑性最好。

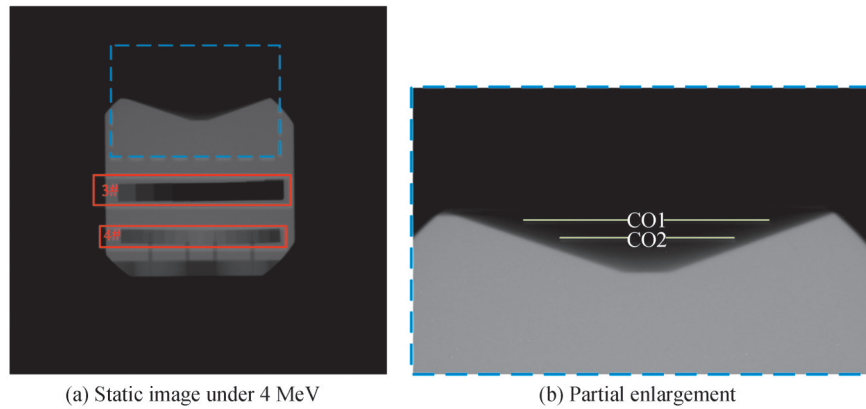


图7 4 MeV 高能闪光X射线静态图像
Fig.7 High energy flash X-ray static image under 4 MeV

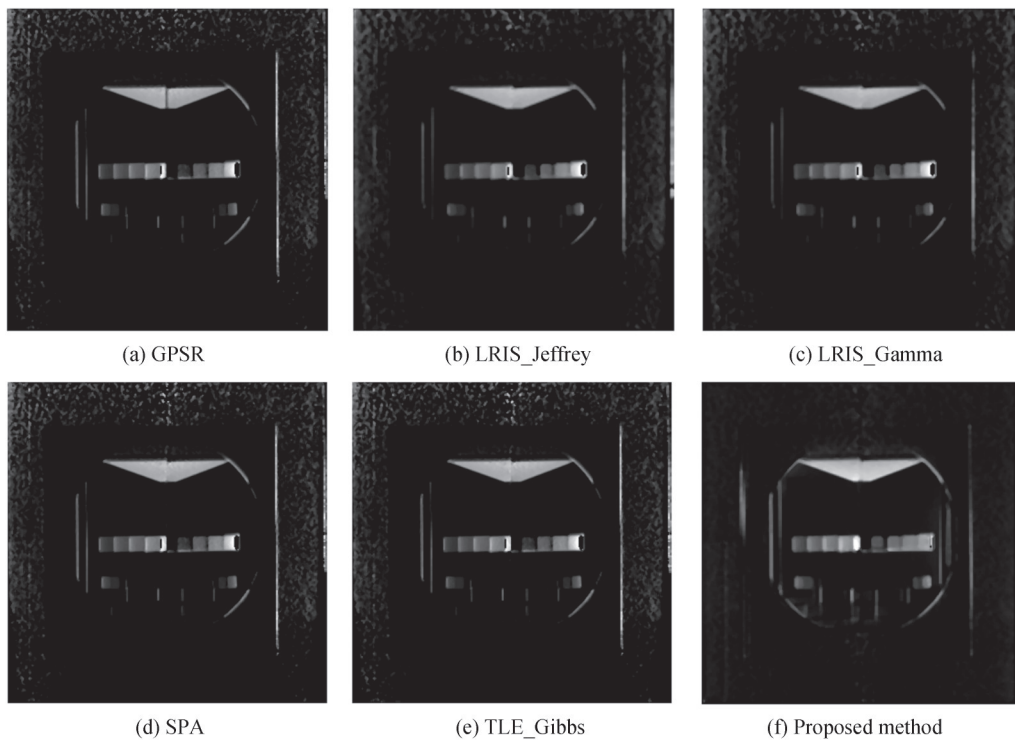


图8 密度重建结果(4 MeV 静态图像)
Fig. 8 Results of density reconstruction (4 MeV static image)

为了更加直观地对比不同算法的重建结果,图9给出了各算法在CO2、CO1处的密度剖面对比,其中黑色实线表示标准密度值。可以看出,本文非线性重建结果的剖面在所有算法中最为平稳且更接近标准值,即使在锥台中垂线区域,非线性算法的重建结果相比于线性结果也更为平稳、准确,在重建精度上具有明显优势。表3列出了上述六种重建算法在不同剖面段的密度重建均值及相对误差。对于锥台区域,LRIS_Jeffrey和LRIS_Gamma算法重建精度在CO1剖面段则高于GPSR和SPA算法,在CO2剖面段与SPA算法接近,说明低秩近似理论更适用于具有单一结构目标的重建。本文非线性重建算法的重建精度优于线性重建算法,在所有算法中排名第一,其主要原因在于该非线性重建算法进行了多物理模型的融合,在方差最小化准则下合理分配加权系数,兼顾线性和非线性解的优点,有效提高了非线性模型样本估计的准确性。

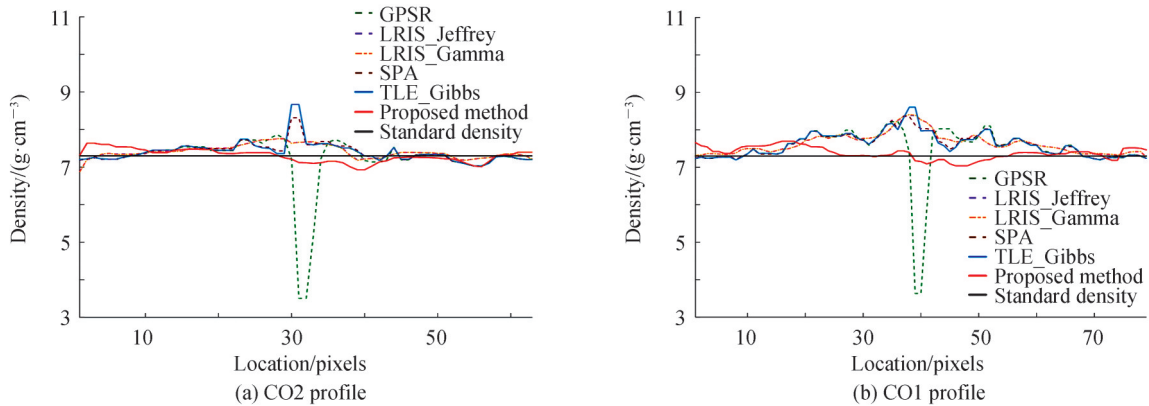


图9 各算法重建的密度剖面对比

Fig.9 Comparison of reconstructed density profiles of each algorithm

表3 各算法密度重建均值(g/cm^3)及相对误差(%)Table 3 Average value (g/cm^3) and relative error (%) of density reconstruction of each algorithm

	GPSR	LRIS_Jeffrey	LRIS_Gamma	SPA	TLE_Gibbs	Proposed method
CO1	7.592 6/5.692 1	7.593 0/5.032 6	7.594 7/5.065 6	7.571 3/5.327 7	7.567 4/5.268 1	7.391 7/2.520 7
CO2	7.335 3/4.737 4	7.398 4/2.664 4	7.396 4/2.661 2	7.367 0/2.540 5	7.360 5/2.431 1	7.308 6/2.376 5

4 结论

本文结合估计的模糊核,提出了一种随机扰动优化和多模型融合的高能闪光X射线图像非线性重建算法。该算法从贝叶斯理论的角度考虑高能闪光X射线图像非线性重建问题,构建分层贝叶斯重建模型。基于随机扰动的RTO算法,结合雅可比矩阵投影约束求解该非线性优化模型,并在M-H框架中通过对样本概率密度函数的近似有效提高了样本接受判别的计算效率。最后,在样本统计量方差最小化准则下提出了一种多模型融合方案,逐像素地对非线性和线性重建结果分配相应的加权系数,得到融合后更准确的重建结果。与现有重建算法的对比实验证明了本文非线性重建算法的有效性。

由于目标参数维度较高,重建速度还需进一步提升。如何引入尺度化机制减小所需求解的目标参数的维度从而提高非线性重建的计算效率,并在替代模型较多情况下结合不确定度对各模型权重进行约束从而获得更准确的重建结果,仍需要进一步深入研究。

参考文献

- [1] SHI Jiangjun, LIU Jun, LIU Jin, et al. Factors affecting determination of optical path in radiography[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2004, 16(8): 1067-1070.
施将君, 刘军, 刘进, 等. 高能闪光照相中影响光程确定的几个因素[J]. 强激光与粒子束, 2004, 16(8): 1067-1070.
- [2] LIU J, LIU J, JING Y F, et al. Forward model with space-variant of source size for reconstruction on X-ray radiographic image[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2018, 883(1): 90-95.
- [3] HARTEMANN F V, GIBSON D J, ANDERSON S G, et al. High-energy scaling of Compton scattering light sources [J]. Physical Review Special Topic-Accelerator and Beams, 2005, 8(1): 100702.
- [4] XU J X, LI Q W, WANG J Y. Multiple norms and boundary constraint enforced image deblurring via efficient MCMC algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27(25): 41-45.
- [5] TENORIO L, ANDERSSON F, HOOP M, et al. Data analysis tools for uncertainty quantification of inverse problems [J]. Inverse Problems, 2011, 27(4): 045001.
- [6] BARDSLEY J M, SOLONEN A. Randomize-then-optimize: a method for sampling from posterior distributions in nonlinear inverse problems[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2015, 36(4): 1895-1910.
- [7] BARDSLEY J M, CUI T G. A metropolis-hastings-within-Gibbs sampler for nonlinear hierarchical-Bayesian inverse problems[M]. USA: Springer MATRIX Annals, 2017.
- [8] WANG Z, BARDSLEY J M, SOLONEN A, et al. Bayesian inverse problems with L1 priors: a randomize-then-optimize approach[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2016, 39(5): 140-166.
- [9] BARDSLEY J M, CUI T G, MARZOUK Y M, et al. Scalable optimization-based sampling on function space[J]. SIAM

- Journal on Scientific Computing, 2020, 42(2): 1317-1347.
- [10] BARDSLEY J M, CUI T G. Optimization-based MCMC methods for nonlinear hierarchical statistical inverse problems [J]. 2020, arXiv: 2002.06358.
- [11] WANG K N, TAN B T, OMAR G. A randomized maximum a posteriori method for posterior sampling of high dimensional nonlinear Bayesian inverse problems[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2018, 40(1): 142-171.
- [12] OLIVER D S. Metropolized randomized maximum likelihood for sampling from multimodal distributions[J]. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2017, 5(1): 259-277.
- [13] OLIVER D S, HE N, REYNOLDS A C. Conditioning permeability fields to pressure data [C]. Proceedings of the European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Leoben, Austria, 1996: 1-11.
- [14] BRANDT A. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems[J]. Mathematical Components, 1997, 31(138): 333-390.
- [15] GILES M. Multi-level Monte Carlo path simulation[J]. Operations Research, 2008, 56(3): 607-617.
- [16] TECKENTRUP A L, JANTSCH P, WEBSTER C G, et al. A multilevel stochastic collocation method for partial differential equations with random input data[J]. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2015, 3(1): 1046-1074.
- [17] PEHERSTORFER B, WILLCOX K, GUNZBURGER M. Optimal model management for multifidelity monte carlo estimation[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2016, 38(5): 3163-3194.
- [18] BENJAMIN P. Multifidelity Monte Carlo estimation with adaptive low-fidelity models [J]. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2019, 7(2): 579-603.
- [19] JING Yuefeng. Investigation on radiographic image reconstruction based on CCG [D]. Mianyang: China Academic of Engineering Physics, 2005.
景越峰. 基于CCG的闪光照相图像重建研究[D]. 绵阳:中国工程物理研究院, 2005.
- [20] WILAMOWSKI B M, YU H. Improved computation for Levenberg-Marquardt training [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(6): 930-937.
- [21] FLATH H P, WILCOX L C, AKCELIK V, et al. Fast algorithms for Bayesian uncertainty quantification in large-scale linear inverse problems based on low-rank partial Hessian approximations [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2011, 33(1): 407-432.
- [22] WANG Z, JING Y, KANG X, et al. X-ray radiographs reconstruction based on nonlinear least squares with deconvolution [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2019, 929(11): 134-141.
- [23] WANG X L, LI Q W, XU J X. High energy flash X-ray image restoration using region extrema and kernel optimization [J]. IET Image Processing, 2021, 1 - 16. <https://doi.org/10.1049/ipr2.12284>.
- [24] ANDREW B D, ARVIND S, SARAH V. Low-rank independence samplers in hierarchical bayesian inverse problems [J]. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2018, 6(3): 1076-1100.
- [25] VONO M, DOBIGEON N, CHAINAIS P. Split-and-augmented Gibbs sampler-application to large-scale inference problems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(6): 1648-1661.
- [26] BARDSLEY J M, CUI T G, et al. Scalable optimization-based sampling on function space [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2020, 42(2): 1317-1347.
- [27] LI Q W, XU J X, WANG J Y, et al. Uncertainty quantification enforced flash radiography reconstruction by two-level efficient MCMC [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2021, 30:7184-7199.
- [28] WANG Jiayu, XU Jinxin, LI Qingwu. X-Ray image reconstruction based on hierarchical model and low-rank approximation[J].Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(6):0610004.
王佳好,许金鑫,李庆武. 基于分层模型和低秩近似的X射线图像重建[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(6): 0610004.

Nonlinear Reconstruction for Target Density Based on Randomly Perturbed Optimization and Multi-models Fusion

XU Jinxin^{1,2}, LI Qingwu², GUAN Zhiqiang¹, WANG Xiaolin²

(1 *Nanjing Marine Radar Institute, Nanjing 211106, China*)

(2 *College of Internet of Things Engineering, Hohai University, Changzhou, Jiangsu 213002, China*)

Abstract: Aiming at the problem that the linear reconstruction results of high energy flash X-ray images are affected by system blur, a nonlinear reconstruction algorithm with randomly perturbed optimization and multi-models fusion is proposed. The nonlinear forward model of high energy flash radiography is constructed and the Jacobian matrix of residual vector of the objective function is derived. The solution and uncertain quantification of the inverse problem are considered from the perspective of Bayesian theory, and the nonlinear hierarchical Bayesian model is constructed by introducing weak information prior-based hyper-parameters. The hyper-parameters can avoid manual adjustment of parameters and are not affected by changes in parameter form, and can obtain more accurate parameter estimation results. By accelerating the solution of the randomly perturbed optimization problem the conditional distribution is sampled, and the Jacobian matrix projection-based constraint is used to solve the optimization problem. The proposal distribution of the object parameter is designed to reduce the statistical deviation of samples. In addition, a multi-model fusion strategy is proposed to fuse the sample values from linear and nonlinear Bayesian models under the minimum variance criterion. Surrogate model with strong correlation and physical properties is selected and directly carried out on the expectation estimation. The proposed algorithm improves the efficiency of sample estimation while ensuring that the reconstructed results show clear edges and high accuracy. Nonlinear reconstruction experiment is carried out on high-energy flash X-ray static images under 4 MeV energy level, and compared with the existing reconstruction algorithms based on uncertainty analysis to verify the effectiveness of the proposed algorithm. The irradiated target is an inverted cone, which is made of tin and placed on the center of device. Compared with the linear reconstruction results, the proposed algorithm can effectively suppress the background noise of image and obtain better visual effects in the isosceles region of the cone. Experimental results show that the algorithm can effectively suppress the influence of system ambiguity and noise, and can obtain more accurate reconstruction results than linear reconstruction algorithms.

Key words: High energy flash X-radiography; Nonlinear reconstruction; Randomly perturbed optimization; Multi-models fusion; Uncertainty quantification

OCIS Codes: 100.3010; 110.7470; 100.3190; 110.1758