

引用格式: ZHENG Jianwei, ZHOU Xinjie, XU Honghui, et al. Hyperspectral Image Super Resolution via Nonconvex Low-rank Constraint of Tensor Ring Factors[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(2):0210003

郑建炜,周鑫杰,徐宏辉,等. 张量环因子非凸秩约束的高光谱图像超解析[J]. 光子学报, 2022, 51(2):0210003

张量环因子非凸秩约束的高光谱图像超解析

郑建炜,周鑫杰,徐宏辉,秦梦洁,白琮

(浙江工业大学 计算机科学与技术学院, 杭州 310023)

摘 要:针对高光谱图像超解析问题,提出了一种联合子空间表示、非局部相似性和张量环因子非凸秩约束的超谱-多谱融合模型。首先,基于高光谱图像的全局谱低秩特性,利用原始低空间分辨率高光谱谱域信息将其降维至子空间表示;随后,针对视觉对象在非局部维度上的强相关性,利用多光谱图像的空间冗余信息将降维后子空间图分成多个相似 patch 组,并对其施加张量环分解挖掘低秩信息。其中,对分解因子添加基于 t-SVD 的张量核范数约束,并利用非凸 log 函数逼近本质秩函数,代替传统凸张量核范数约束,在保持其光谱-空间结构的基础上,避免凸函数过度惩罚较大奇异值所导致的有偏解问题。最后,建立完整的融合模型,并采用交替方向乘子法进行变量优化求解。通过多组实验进行验证,结果表明所提模型提高了视觉质量,与现有最新的融合模型相比,该方法在定量评价的数值结果上也有明显优势。新模型充分考虑了高光谱图像的全局谱低秩性,并结合了非局部相似先验与张量环分解的非凸张量因子秩,能够有效实现高光谱图像的超分辨率重构。

关键词:高光谱图像;超分辨率重构;张量环;张量核范数;交替方向乘子法

中图分类号: TP751

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20225102.0210003

0 引言

超谱图像(Hyperspectral Image, HSI)由多个特定频率的离散波段组成,不仅包含了丰富的光谱信息,而且可以提供人眼无法捕捉到的真实场景,有助于目标的准确识别,已被广泛应用于如压缩感知^[1-2],目标分类^[3]等地球遥感任务中。然而,受限于太阳辐照度,光学成像机理等因素,设备在采集图像时通常会牺牲部分空间分辨率以保证其获得较高的光谱分辨率,极大限制了光谱图像的后续处理及应用精度。与 HSI 相反,由多光谱传感器获得的多光谱图像(Multispectral Image, MSI)具有较高的空间分辨率但光谱分辨率较低。目前,将同一空间场景下的高空间分辨率多光谱图像(High spatial Resolution Multispectral Image, HR-MSI)和低空间分辨率的高光谱图像(Low spatial Resolution Hyperspectral Image, LR-HSI)进行融合来生成高空间分辨率的高光谱图像(High spatial Resolution Hyperspectral Image, HR-HSI)是实现 HSI 超分辨率重构的常用方法。

HSI 的光谱维度包含了同一空间场景不同光谱波段内的成像结果,故不同光谱通道之间存在着高度的相关性,即光谱低秩先验。基于此结论,早期 HSI-MSI 融合方法都将三维 HSI 展开为二维矩阵,利用矩阵分解^[4-6]将高光谱图像映射到一系列正交基上,通过对系数施加先验约束达到融合目的。如 DONG Weisheng 等^[5]提出一种非负结构稀疏表示(Nonnegative Structured Sparse Representation, NSSR)方法,通过从 LR-HSI 中学习一个光谱正交基矩阵,并利用系数矩阵的稀疏先验,取得了较好的重构效果。SIMOES A 等^[7]在使用子空间表示的基础上,结合了全差分正则项以利用 HSI 的空间平滑信息。然而高光谱图像本质上是一种具有两个空间维度和一个光谱维度的三维数据,将多维 HSI 数据转化为矩阵通常会破坏其光谱-空间的结构相关性,降低模型性能。

基金项目:国家重点研发计划(No. 2018YFE0126100),浙江省自然科学基金(No. LY19F030016),之江实验室开放基金(No. 2019KD0AD01/007),国家自然科学基金(No. 61602413)

第一作者:郑建炜(1982—),男,副教授,博士,主要研究方向为光谱图像处理。Email: zjw@zjut.edu.cn

通讯作者:白琮(1981—),男,副教授,博士,主要研究方向为多媒体信息处理。Email: congbai@zjut.edu.cn

收稿日期:2021-06-25; **录用日期:**2021-09-06

<http://www.photon.ac.cn>

张量表示可以有效保留光谱图像固有的结构信息,目前基于张量分解^[8]的方法也已成为解决HSI-MSI融合问题的有效方案之一。DIAN Renwei等^[9]提出了一种基于非局部稀疏张量表示的HSI超解析方法,通过将HR-MSI与LR-HSI划分成多个堆叠的三维patch,然后利用图像的非局部相似性将相似的patch聚类到同一个簇中,在稀疏张量分解的三个字典模式下重构HR-HSI。之后,LI Shutao等^[10]提出了一种耦合稀疏Tucker分解(Coupled Sparse Tucker Decomposition, CSTF)算法,将HR-HSI与LR-MSI均分解成一个因子与三个模字典,并应用近端交替算法优化求解。XU Ting等^[11]提出了单向全变差(Unidirectional Total Variation, UTV)模型,在CSTF的基础上,利用了全变差正则项刻画三个模矩阵的分段光滑特性。WANG Kaidong等^[12]提出了一种结合非局部低秩张量分解与光谱分解的HSI超解析方法,通过应用张量分解方法描述聚类簇张量的低秩特性,并结合光谱线性分解的方法对丰度矩阵施加非凸约束以避免光谱失真问题,取得了良好的重构效果。上述基于Tucker分解的方法虽然都较好保留了光谱图像的光谱-空间相关性,有效保持了图像的光谱结构。但Tucker分解的空间复杂度会随张量阶数 N 的增加呈指数级增长,容易造成维度灾难问题。

基于张量网络的方法如张量链(Tensor Train, TT)分解^[13],张量环(Teansor Ring, TR)分解^[14]具有比其他分解更强的挖掘数据内在结构的能力。DIAN Renwei等^[15]通过利用非局部相似性,将图像中的相似patch聚类形成多个4维张量,在此基础上,对这些4维张量施加张量链分解正则项,取得了不错的重构效果。然而,TT分解需要对边界的因子施加秩-1约束,导致其表达能力和灵活性受到限制。HE Wei等^[16]再结合全差分正则项,将张量环分解引入到遥感图像修复任务中,提出了一种用于遥感图像缺失信息重构的TR填充方法,取得了优异的性能。相对而言,TR可以看作一组TT表示的线性组合,得益于其因子可以在迹运算下等价处理,TR分解克服了TT分解的局限,具有更强的灵活性。

近年来,部分研究者对张量环因子的潜在属性进行了探索,如YUAN Longhua等^[17]建立了张量秩和张量环因子秩之间的理论关系,并基于此对因子施加核范数约束,提出了张量环低秩因子模型。HE Wei等^[18]提出了一种基于TR分解的HSI-MSI融合模型,并对其中第三个因子施加了低秩核范数约束。虽然这些方法都取得了令人满意的结果,但仍存在两个问题。首先,这些模型都将因子展开为 n 模矩阵,忽视了其不同模式间的相关性;其次,矩阵核范数约束试图在基于矩阵奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)的向量空间中对张量进行建模,其最优性表示会受到一定损失^[19]。基于t-SVD(tensor-Singular Value Decomposition, t-SVD)的张量核范数(Tensor Nuclear Norm, TNN)^[20]可以有效保持张量固有的低秩结构,同时避免张量矩阵化过程中的原始信息损失^[19]。然而,图像中较大的奇异值通常对应于主要信息,如轮廓,锐边和平滑区域^[21],但TNN平等的对待每一个奇异值,意味着较大的奇异值受到的惩罚较大,这在实际应用中会导致主信息丢失和次优解。受到对传统压缩感知恢复的启发,利用非凸函数^[22]代替 l_1 范数去逼近秩函数,能更准确从退化的HSI中提取低秩分量,并且使得较大的奇异值受到较少的惩罚,可有效保留图像数据的主要信息。

因此,针对HSI-MSI融合问题,本文结合高光谱图像的全局谱低秩性与非局部相似先验,在张量环分解的基础上提出了一种基于非凸张量秩约束的低秩张量环分解(Low-Rank Tensor Ring decomposition based on Log-Tensor Nuclear Norm, LRTRLogTNN)正则项,通过直接对因子施加基于t-SVD的非凸张量核范数约束,进一步挖掘高光谱图像的内在低秩结构。具体而言,首先利用高光谱图像的全局谱低秩性将其投影至低维紧致空间,再结合降维后HSI的空间非局部相似性将其分成多个patch并逐个实施相似目标搜索以形成三维张量组。进一步,使用张量环分解技术挖掘其内在低秩结构,同时探索张量环因子的本质特征。不同于文献[17]与[18]将因子展开为矩阵并施加核范数正则项的方式,本文提出直接以张量形式对每个因子施加基于t-SVD的张量核范数约束,充分探索其固有的低秩结构并有效避免张量因子矩阵化过程中存在的结构信息丢失等问题。此外,针对TNN中使用 l_1 范数所导致的图像主信息丢失和次优解等缺陷,本文引入log函数代替 l_1 范数,避免较大奇异值受到过度惩罚,能更准确的逼近其本质秩函数,实现高光谱图像的超解析重构。大量实验结果表明,所提方法有效地提高了恢复图像的质量,与现有最新的融合方法相比,该算法在定量评价与可视化对比中都有更好的表现。

1 相关工作

1.1 张量概念及符号说明

本节给出关于张量的基本概念与相关符号说明。采用黑体大写字母表示矩阵,如 $X \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ 。用欧拉字

母表示 N 维张量,如 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 。 $X_{(n)}$ 为张量 \mathcal{X} 的模 n 展开矩阵。矩阵 X 的 Frobenius 范数表示为 $\|X\|_F = (\sum_{I_1} \sum_{I_2} x_{i_1 i_2})^{1/2}$, 张量 \mathcal{X} 与矩阵 $A \in \mathbb{R}^{I_n \times I_n}$ 的模 n 乘积定义为 $\mathcal{Y} = \mathcal{X} \times_n A$, 其中 $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 。 $\text{fft}(\mathcal{X}, [], n)$ 表示对 \mathcal{X} 模 n 做快速傅里叶变换, $\text{ifft}(\mathcal{X}, [], n)$ 为其逆算子。

1.2 基于低秩子空间表示的 HSI-MSI 融合框架

受成像设备与环境等因素限制,直接获取到的 HSI 空间几何分辨率通常较低。因此,提高 HSI 的空间分辨率,实现 HSI 的超解析重构,是一个具有重要现实意义的问题。在本文中,用 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{w \times h \times S}$ 表示 LR-MSI, $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{w \times h \times S}$ 表示 HR-MSI, $\mathcal{Z} \in \mathbb{R}^{W \times H \times S}$ 表示生成的 HR-MSI。其中 $w \times h$ 与 $W \times H$ 分别表示 LR-MSI 和 HR-MSI 的空间维度大小, S 与 s 分别表示 LR-MSI 和 HR-MSI 的光谱维度大小,即波段数,且其关系为: $W \times H \gg w \times h, S \gg s$ 。 \mathcal{X} 与 \mathcal{Y} 也可以分别视为 \mathcal{Z} 的空间退化图像与光谱退化图像,其退化模型可表示为

$$X_{(3)} = Z_{(3)} BM \quad (1)$$

$$Y_{(3)} = RZ_{(3)} \quad (2)$$

式中, $M \in \mathbb{R}^{WH \times wh}$ 表示一个 $d = d_w \times d_h$ 的空间下采样矩阵,其块对角线上包含 $m = WH/d$ 个 1,其余值均为 0。 $B \in \mathbb{R}^{WH \times WH}$ 是循环卷积模糊算子,在对 \mathcal{Z} 的处理中,主要通过一个模糊核与 HR-MSI 进行逐波段卷积运算。 $R \in \mathbb{R}^{s \times S}$ 表示波谱响应的变换矩阵,其值取决于传感器的光谱响应,通常是先验已知或通过交叉校准估算^[23],在本文中该矩阵属于先验已知。图像超解析重构的目标是通过融合 LR-MSI \mathcal{X} 与 HR-MSI \mathcal{Y} 生成 HR-MSI \mathcal{Z} ,但直接对 HSI 处理,会导致较高的计算复杂度。由于 HSI 不同波段间存在着高度相关性,文献[24]将 HSI 降维成低秩子空间表示,以充分利用 HSI 的光谱低质特性,具体形式为

$$\mathcal{Z} = \mathcal{A} \times_3 D \quad (3)$$

式中, $D \in \mathbb{R}^{s \times L}, L \ll S$ 表示低维子空间, $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{W \times H \times L}$ 表示降维后的 HSI,式(3)同样可表示为 $Z_{(3)} = DA_{(3)}$ 。通过式(3),融合问题可转化为从 HR-MSI \mathcal{X} 和 LR-MSI \mathcal{Y} 中估计子空间 D 和系数 \mathcal{A} 的问题。另一方面,由于 LR-MSI 中包含了 HR-MSI 的相同光谱信息,因此可通过从 LR-MSI 中学习低秩子空间 D ,在 D 已知的情况下,融合问题转化为通过解决以下问题来估计 $A_{(3)}$

$$\min_{A_{(3)}} \|X_{(3)} - DA_{(3)}BM\|_F^2 + \|Y_{(3)} - RDA_{(3)}\|_F^2 + \lambda \mathfrak{R}(\mathcal{A}) \quad (4)$$

式中, $\mathfrak{R}(\mathcal{A})$ 表示关于 \mathcal{A} 的正则化项, λ 是一个平衡参数。当正则化项缺失,式(4)是一个病态逆问题,难以求解。本文主要通过正则化方法添加待求变量的先验信息来约束求解算法,并从低秩与非局部两个方面搜寻满足条件的最优解。

1.3 基于 t-SVD 的张量低秩表示

t-SVD 将三阶张量解释为定向矩阵空间上的线性算子,基于 t-SVD 的张量秩不仅可以充分刻画张量本身的低秩结构,而且保留了其不同模式之间的相关性,能有效避免张量矩阵化过程中的固有信息损失^[19]。一个三阶张量 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{W \times H \times S}$ 的 t-SVD 可以表示为

$$\mathcal{A} = \mathcal{U} \cdot \mathcal{S} \cdot \mathcal{V}^T \quad (5)$$

式中, $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{W \times W \times S}$ 与 $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{H \times H \times S}$ 为正交张量, T 表示转置算子, $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{W \times H \times S}$ 为 f-对角张量。基于 t-SVD 的张量秩被定义为 \mathcal{S} 中的非零管数之和,即 \mathcal{A} 的张量核范数定义为

$$\|\mathcal{A}\|_{\text{TNN}} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \|\bar{A}^{(i)}\|_* \quad (6)$$

其中 $\|\cdot\|_*$ 表示核范数, $\bar{A}^{(i)}$ 为 \mathcal{A} 的第 i 个正向切片。TNN 作为张量低秩的凸松弛函数,可以提供一个有效的数值解。

2 算法提出与优化

2.1 LRTRLogTNN 正则项

由前文所述,基于张量形式的 HSI-MSI 融合方法能够更好保留 HSI 的内在结构信息,针对式(4)的正则化项,DIAN Renwei 等^[15]施加了 TT 秩约束;CHANG Yi 等^[25]结合加权低秩张量先验与数据保真项,并利用 Tucker 分解对其优化。基于张量环分解的方法有比其他分解更强的挖掘数据内在结构的能力,故在三阶图

像处理问题中被广泛的应用,对于一个张量 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$,其张量环分解和生成张量的元素关系可定义为

$$\mathcal{A}(i_1, i_2, \dots, i_n) = \text{Tr}(G^{(1)}(i_1) G^{(2)}(i_2) \dots G^{(n)}(i_n)) \quad (7)$$

式中, $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵迹运算, $G^{(n)}(i_n)$ 表示 \mathcal{G} 的第 i_n 个横向切片矩阵, $\mathcal{G}^{(n)} \in \mathbb{R}^{R_n \times I_n \times R_{n+1}}$, $n = 1, 2, \dots, N$ 表示张量环因子且 $R_1 = R_N$ 。为了简化表达,本文用 $\mathcal{A} = \Phi[\mathcal{G}]$ 表示一个 N 阶张量的张量环分解。其中 Φ 表示将

三阶张量 $[\mathcal{G}]$ 转换为 \mathcal{A} 的算子, $[\mathcal{G}] = \prod_{k=1}^N \mathcal{G}^{(k)} = \{\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)}\} \in \mathbb{R}^{R_1 \times I_1 I_2 \dots I_N \times R_{N+1}}$ 。 $\{R_1, R_2, \dots, R_N\}$ 为

TR秩。通过上述定义可知,张量环分解相比其他张量分解方法有两个明显的优点。首先,相较于张量链分解,张量环分解的因子可以循环移位,并可在迹运算下等价处理,具有更强的灵活性。其次,张量环的分解形式是张量到张量的分解,因此具有比 Tucker分解更好的保留原始数据内在结构的能力。通过引入 TR分解作为正则项,式(4)中的 $\mathfrak{R}(\mathcal{A})$ 可以建模为 $(\|\mathcal{A} - \Phi[\mathcal{G}]\|_F^2)$ 。

另一方面,对张量环因子 \mathcal{G} 施加低秩约束,可进一步探索 \mathcal{G} 的潜在信息。由于 \mathcal{G} 为三维结构,对其展开形式施加矩阵核范数会忽视张量数据不同模式之间的相关性,影响最终恢复精度。因此本文对张量环分解中每个因子 \mathcal{G} 施加 TNN约束,在有效保留因子 \mathcal{G} 的高阶结构信息前提下进一步挖掘其低秩属性。

然而 TNN在秩最小化方面仍有两个不足。首先, TNN只是张量低秩的有偏近似,并不能有效逼近低的秩性。其次, TNN平等对待每个奇异值,忽略了不同奇异值的物理意义。事实上,较大的奇异值通常表示图像的主要信息,不应过度惩罚。而较小的奇异值通常对应于噪声、异常结构等杂质信息,应被惩罚为 0。在信号和图像处理中利用非凸正则项能产生优良性能^[26-28]。受此启发,本文引入 log-TNN作为因子低秩的非凸松弛,其具体定义为

$$\|\mathcal{A}\|_{\text{LT}} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \text{LS}(\bar{A}^{(i)}) \quad (8)$$

式中, $\text{LS}(\bar{A}^{(i)}) = \sum_j \log(\sigma_j(\bar{A}^{(i)}) + \epsilon)$, 其中 $\epsilon > 0$

是一个极小的正数, $\sigma_j(\bar{A}^{(i)})$ 表示第 i 个正向切面 $\bar{A}^{(i)}$ 的第 j 个奇异值。图 1表示了 l_0 范数, l_1 范数以及 log函数的一维图解,从中可见, log函数较 l_1 范数更贴近于本质的 l_0 秩约束,且其能对较大的奇异值分配较小的惩罚权重以保持更重要的有效样本信息^[27]。例如,给定两个正标量 $s < l$, 假设 $\log(q) = W_l \cdot q$, 其中 $q \in \{s, l\}$, 由于 $l > s$, 因此 $|W_l| < |W_s|$, 即较大的奇异值使用较小的权重进行惩罚,而较小的奇异值通过更大的权重实现惩罚。此外图 1显示 log函数是位于 l_0 范数与 l_1 范数之间的松弛函数,其比 l_1 范数更接近 l_0 范数,因此作为奇异值对函数的和,

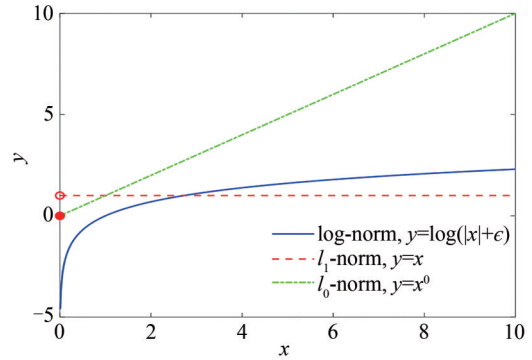


图 1 l_0 范数、 l_1 范数和 log函数比较

Fig.1 Comparison of l_0 -norm, l_1 -norm and log function

logTNN相比 TNN能更准确的从退化的 HSI中提取低秩分量。综上分析,所提 LRTRLogTNN正则项为

$$\mathfrak{R}(\mathcal{A}) = \|\mathcal{A} - \phi[\mathcal{G}]\|_F^2 + \eta \sum_{n=1}^N \|\mathcal{G}^{(n)}\|_{\text{LT}} \quad (9)$$

式中, η 是一个平衡参数。作为张量低秩的非凸松弛, LogTNN比 TNN更能逼近本质秩函数,可以有效压制超分过程中所带来的噪声和异常结构,得到具有光滑性光谱结构的清晰 HR-HSI。

2.2 联合非局部相似先验与 LRTRLogTNN的 HSI-MSI融合模型

HSI不仅在光谱以及空间维度存在低秩性,在图像域中也存在强相关性,即非局部相似性^[29]。因此本文对融合问题也施加此先验,通过将图像相似 patch进行聚类以充分利用图像的内在低秩性。具体来说,利用 HR-MSI的空间信息,将降维后的 HSI分割成多个三维 patch,在图像全域范围搜索与之结构相似的 patch并重构成新的低秩三阶张量,然后利用 LRTRLogTNN正则项挖掘其低秩属性,图 2为本文方法的流程说明。

综合上述分析,所提的联合非局部相似先验与LRTRLLogTNN约束的HSI-MSI融合模型为

$$\min_{\mathcal{A}} \left\| X_{(3)} - DA_{(3)}BM \right\|_F^2 + \left\| Y_{(3)} - RDA_{(3)} \right\|_F^2 + \lambda \sum_i \left(\left\| \mathcal{R}_i \mathcal{A} - \phi[\mathcal{G}_i] \right\|_F^2 + \eta \sum_{n=1}^N \left\| \mathcal{G}_i^{(n)} \right\|_{LT} \right) \quad (10)$$

式中, $\mathcal{R}_i \mathcal{A}$ 表示在 \mathcal{A} 空间位置 i 处经 patch 分组形成的三阶张量。与现有的 HR-HSI 图像融合方法相比, 本文提出的 LRTRLLogTNN 模型有两个显著的优点: 首先通过从 LR-HSI 中学习低维子空间, 充分利用了高光谱图像的全局谱低秩先验, 并从降维后的图像中提取了非局部相似的三维 patch 组, 探索了 HSI 的空间非局部相似性。另一方面, 对低秩张量因子施加 LRTRLLogTNN 正则项能更真实的表示所构造张量的结构相关性, 并实现对张量秩函数的稳健逼近。

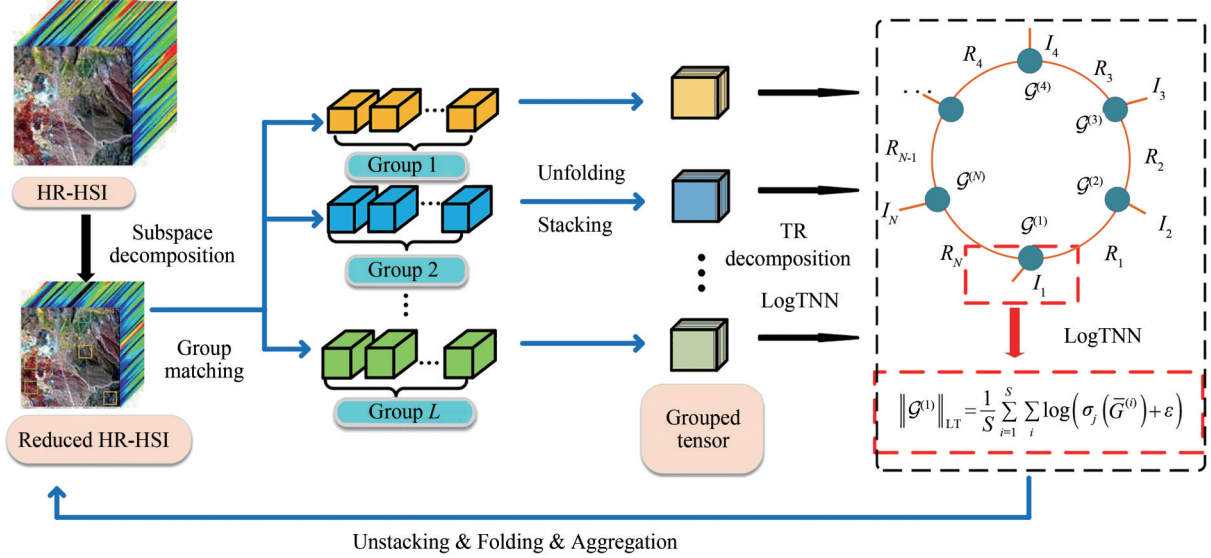


图2 所提方法整体框架

Fig. 2 Flowchart of the proposed method.

2.3 模型的优化与求解

式(10)是一个无约束优化问题, 本文使用 ADMM^[30] 算法求解该模型。首先引入辅助变量 $\mathcal{J} = \mathcal{A}, \{\mathcal{M}_i^n\}_{n=1}^N = \{\mathcal{G}_i^n\}_{n=1}^N$, 得到式(10)的增广拉格朗日函数为

$$L(\mathcal{Q}, \mathcal{J}, \mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{M}, \mathcal{G}) = \left\| X_{(3)} - DA_{(3)}BM \right\|_F^2 + \left\| Y_{(3)} - RDA_{(3)} \right\|_F^2 + \mu_1 \left\| \mathcal{J} - \mathcal{A} + \frac{\mathcal{U}}{2\mu_1} \right\|_F^2 + \lambda \sum_i \left(\left\| \mathcal{R}_i \mathcal{J} - \phi[\mathcal{G}_i] \right\|_F^2 + \eta \sum_{n=1}^N \left(\left\| \mathcal{M}_i^{(n)} \right\|_{LT} + \mu_2 \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} - \mathcal{G}_i^{(n)} + \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} \right\|_F^2 \right) \right) \quad (11)$$

式中, \mathcal{U} 和 \mathcal{V} 表示拉格朗日乘子, μ_1 和 μ_2 是惩罚参数。通过固定其余变量, 对其中某一变量进行单独求解, 上式可转化为由多个子优化问题迭代更新的优化算法。

1) 变量 $A_{(3)}$ 的子问题可表示为

$$A_{(3)} \in \arg \min_{A_{(3)}} L(\mathcal{A}, \mathcal{J}, \mathcal{U}) = \arg \min_{A_{(3)}} \left\| X_{(3)} - DA_{(3)}BM \right\|_F^2 + \left\| Y_{(3)} - RDA_{(3)} \right\|_F^2 + \mu_1 \left\| J_{(3)} - A_{(3)} + \frac{U_{(3)}}{2\mu_1} \right\|_F^2 \quad (12)$$

式(12)是一个强凸问题, 可通过计算下列 Sylvester 方程得到其唯一解

$$H_1 A_{(3)} + A_{(3)} H_2 = H_3 \quad (13)$$

式中, $H_1 = \left[(RD)^T RD + \mu_1 I_L \right]$ 是一个特征值全为正数的正定矩阵, $I_L \in \mathbb{R}^{L \times L}$ 表示一个单位矩阵, $H_2 =$

$BM(BM)^T$ 是一个半正定矩阵。 $H_3 = (RD)^T Y_{(3)} + \mu_1 \left(V_{(3)} + \frac{G_{(3)}}{2\mu_1} \right) + D^T X_{(3)} (BM)^T$ 。基于矩阵 H_1 与 H_2

的正定性,文献[31]给出了一种快速求解式(13)的方法。具体而言,首先通过特征分解将正定矩阵 H_1 对角化为,即 $H_1 = Q_1 \Lambda Q_1^{-1}$,其中矩阵 Q_1 为可逆矩阵, Λ 为矩阵 H_1 的特征值矩阵,本文用 $\lambda_i, i = 1 \cdots L$ 表示其对角线上第 i 行的值。通过将式(13)左侧乘以 Q_1 ,可得 $\Lambda Q^{-1} A_{(3)} + Q^{-1} A_{(3)} H_2 = Q^{-1} H_3$ 。同时,由于模糊矩阵 B 为块循环矩阵,因此可分解为 $B = FKF^H$,其中 F 表示一个正交矩阵,对角矩阵 K 由矩阵 B 的特征值组成。将该式右侧乘以 F 并结合所述矩阵 B 的特性,可得

$$\Lambda Q^{-1} A_{(3)} F + Q^{-1} A_{(3)} F K F^H M M^H F K^H = Q^{-1} H_3 F \quad (14)$$

此外,由文献[31]可知

$$F^H M M^H F = \frac{1}{d} (I_d \otimes I_n) (I_d^T \otimes I_n) \quad (15)$$

式中, n 为LR-HSI的像素数, $I_d \in \mathbb{R}^d$ 表示一个单位向量, $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示一个单位矩阵。通过结合式(15)与(16),可得到等式

$$\Lambda \bar{A} + \bar{A} U = O \quad (16)$$

式中, $\bar{A} = Q^{-1} A F, U = (1/d) \bar{K} \bar{K}^H, \bar{K} = K (I_d \otimes I_n), O = Q^{-1} H_3 F$ 。对角矩阵 K 可改写为

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & K_d \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中, $K_i \in \mathbb{C}^{n \times n}$,由此可知 $\bar{K} \bar{K}^H = \sum_{i=1}^d K_d^2$ 。对式(16)逐行进行求解,首先将矩阵 \bar{A} 与 O 改写为 $\bar{A} = [\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_L]^T$ 与 $O = [o_1 \cdots o_L]^T$,其中 \bar{a}_i 与 o_i 分别表示矩阵 \bar{A} 与 O 的第 i 行。通过这种方式,可将 \bar{A} 逐行计算,即

$$\bar{a}_i = o_i (\lambda_i I_n + U)^{-1} \quad i = 1, \dots, L \quad (18)$$

结合 $\bar{K} \bar{K}^H = \sum_{i=1}^d K_d^2$,上式可计算为: $\bar{a}_i = \lambda_i^{-1} o_i - \lambda_i^{-1} o_i \bar{K} \left(\lambda_i d I_n + \sum_{i=1}^d K_d^2 \right)^{-1} \bar{K}^H$,通过 \bar{a}_i 求得 \bar{A} 后,可得 $A_{(3)}$ 的解为: $A_{(3)} = Q_1 \bar{A} F^H$ 。表1概述了解 $A_{(3)}$ 的整体过程。

表1 式(12)中 $A_{(3)}$ 的闭式解

Table 1 The closed form solution for Eq. (12)

Input: H_1, H_2, H_3, B, S
1: Eigen-decomposition of $B: B = FKF^H$
2: $\bar{K} = K(I_d \otimes I_n)$
3: Eigen-decomposition of $H: H_1 = Q_1 \Lambda Q_1^{-1}$
4: $O = Q_1^{-1} H_3 F$
5: for $i = 1$ to L do:
6: $o_i = \lambda_i^{-1} o_i - \lambda_i^{-1} o_i \bar{K} \left(\lambda_i d I_n + \sum_{i=1}^d K_d^2 \right)^{-1} \bar{K}^H$
7: end for
8: set $A_{(3)} = Q_1 \bar{A} F^H$
Output: $A_{(3)}$

2) 变量 $\mathcal{G}_i^{(n)}$ 的子问题可表示为

$$\mathcal{G}_i^{(n)} \in \arg \min_{\mathcal{G}_i^{(n)}} L(\mathcal{J}, \mathcal{M}, \mathcal{G}) = \arg \min_{\mathcal{G}_i^{(n)}} \sum_i \lambda \left(\left\| \mathbf{R}_i \mathbf{J}_{\langle n \rangle} - (\mathcal{G}_{\langle 2 \rangle}^{(n)}) (\mathcal{G}_{\langle 2 \rangle}^{(\neq n)})^T \right\|_F^2 \right) + \sum_i \sum_{n=1}^N \left(\mu_2 \eta \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} - \mathcal{G}_i^{(n)} + \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} \right\|_F^2 \right) \quad (19)$$

式中, $\mathcal{G}_{\langle 2 \rangle}^{(\neq k)} \in \prod_{n=1, n \neq k}^N I_{I \times R_{k-1} R_k}$ 是除第 k 个因子外剩余的 $N-1$ 因子合成的子链。 $(\mathcal{G}_i^{(k)})_{\langle 2 \rangle} \in \mathbb{R}^{I \times R_k R_{k-1}}$ 表示第 k 个

因子的模式2展开矩阵。上式是一个最小二乘问题,由文献[31]可知,其具有闭式解

$$\mathcal{G}_i^{(n)} = \left((\mu_2 \mathcal{M}_{\langle 2 \rangle}^{(n)} + 2\mathcal{V}_{\langle 2 \rangle}^{(n)} + \lambda \mathcal{R}_i \mathcal{J}_{\langle n \rangle} \mathcal{G}_{i, \langle 2 \rangle}^{(\neq n)}) \left(N\eta\mu_2 \mathbf{I} + \lambda \left(\mathcal{G}_{i, \langle 2 \rangle}^{(\neq n), T} \right) \left(\mathcal{G}_{i, \langle 2 \rangle}^{(\neq n)} \right) \right)^{-1} \right)_{\text{II}} \quad (20)$$

式中, \mathbf{I} 是一个单位矩阵。II表示将一个模式2展开矩阵重新折叠成张量形式的运算符。

3) 变量 \mathcal{J} 的子问题可表示为

$$\mathcal{J} \in \arg \min_{\mathcal{J}} \mathcal{L}(\mathcal{A}, \mathcal{J}, \mathcal{U}, \mathcal{G}) = \arg \min_{\mathcal{J}} \lambda \sum_i \left\| \mathcal{R}_i \mathcal{J} - \phi[\mathcal{G}_i] \right\|_F^2 + \mu_1 \left\| \mathcal{J} - \mathcal{A} + \frac{\mathcal{U}}{2\mu_1} \right\|_F^2 \quad (21)$$

该二次优化问题有闭式解

$$\mathcal{J} = \left(\mu_1 + \lambda \sum_i \mathcal{R}_i^T \mathcal{R}_i \right)^{-1} \left(\lambda \sum_i \mathcal{R}_i^T \Phi[\mathcal{G}_i] + \mu_1 \mathcal{A} - \frac{\mathcal{U}}{2} \right) \quad (22)$$

4) 变量 \mathcal{M}_i 的子问题可表示为

$$\mathcal{M}_i \in \arg \min_{\mathcal{M}_i} \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{M}, \mathcal{G}) = \arg \min_{\mathcal{M}_i} \sum_{n=1}^N \left(\eta \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} \right\|_{\text{LT}} + \mu_2 \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} - \mathcal{G}_i^{(n)} + \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} \right\|_F^2 \right) \quad (23)$$

对于每个独立变量 $\mathcal{M}_i^{(n)}$, 可以分别求解下面优化问题

$$\mathcal{M}_i^{(n)} \in \arg \min_{\mathcal{M}_i^{(n)}} \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{M}, \mathcal{G}) = \eta \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} \right\|_{\text{LT}} + \mu_2 \left\| \mathcal{M}_i^{(n)} - \mathcal{G}_i^{(n)} + \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} \right\|_F^2 \quad (24)$$

根据文献[27]给出的闭式解, 可得 $\mathcal{M}_i^{(n)}$ 的解为

$$\mathcal{M}_i^{(n)} = \mathcal{D}_{\text{LT}}^{\eta/\mu_2} \left(\mathcal{G}_i^{(n)} - \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} \right) = \mathbf{U} \mathcal{S}_{\text{LT}}^{\eta/\mu_2, \epsilon} \mathbf{V}^T \quad (25)$$

式中, $\mathcal{G}_i^{(n)} - \frac{\mathcal{V}^{(n)}}{2\mu_2} = \mathbf{U} \mathcal{S} \mathbf{V}^T$, $\mathcal{S}_{\text{LT}}^{\eta/\mu_2, \epsilon} = \text{ifft} \left(\bar{\mathcal{S}}_{\text{LT}}^{\eta/\mu_2, \epsilon}, [\], 3 \right)$ 。

$$\bar{\mathcal{S}}_{\text{LT}}^{\eta/\mu_2, \epsilon}(i, j, s) = \begin{cases} 0 & \text{if } c_2 \leq 0 \\ \text{sign} \left(\bar{\mathcal{S}}(i, j, s) \right) \left(\frac{c_1 + \sqrt{c_2}}{2} \right) & \text{if } c_2 > 0 \end{cases} \quad (26)$$

式中, $\bar{\mathcal{S}} = \text{fft}(\mathcal{S}, [\], 3)$, $c_1 = \left| \bar{\mathcal{S}}(i, j, s) \right| - \epsilon$, $c_2 = c_1^2 - 4 \left(\eta/\mu_2 - \epsilon \left| \bar{\mathcal{S}}(i, j, s) \right| \right)$ 。总结上述推导, 本文所提

LRTRLogTNN模型的整体迭代求解方法如表2所示。

表2 基于ADMM算法的LRTRLogTNN模型求解
Table 2 Solution of LRTRLogTNN model via ADMM algorithm

Input: HR-MSI \mathcal{A} ; LR-HSI \mathcal{J} ; tradeoff parameter λ, η , Randomly sampled \mathcal{G}^n , $n = 1, \dots, N$, TR Rank R , maximum iteration T .
Output: HR-HSI \mathcal{Z}
Initialization: $\lambda = 1, \eta = 0.7, R = 11, T = 30, \mu_1 = \mu_2 = 0.001, \text{iter} = 0$;
Learn the orthogonal basis matrix D from $X_{(3)}$ via SVD;
While <i>not converged</i> do:
iter = iter + 1;
Update $\mathcal{A}_{(3)}$ via table 1;
For $n = 1, \dots, N$, Update $\mathcal{G}^{(n)}$ via (20);
Update \mathcal{J} via (22);
For $n = 1, \dots, N$, Update $\mathcal{M}_i^{(n)}$ via (25);
end
Output: $\mathcal{Z} = \mathcal{A} \times_3 D$

3 实验结果与分析

为全面评估本文所提 LRTRLogTNN 算法的有效性,选择三组数据并与其他算法进行实验对比。第一组高光谱数据是用数字图像采集试验仪拍摄的 Washington DC Mall,其空间尺寸为 $1\ 208 \times 307 \times 191$,如图 3(a)所示。由于内存空间限制,本文实验仅使用整个 HSI 的一个子区域,其空间尺寸为 $256 \times 256 \times 103$ 。第二组数据为 Pavia City Center,原始空间尺寸为 $1\ 096 \times 1\ 096 \times 102$,如图 3(b)所示,本文选取了其中大小为 $200 \times 200 \times 80$ 的子块进行实验。第三组数据为 Cuprite Mine,其原始空间尺寸为 $512 \times 614 \times 224$,如图 3(c)所示。在去除低信噪比以及被水蒸气吸收波段之后,选取了其中的 89 波段,具体尺寸为 $200 \times 200 \times 89$ 。同时为了便于数值计算和可视化,本文将 HSI 所有波段归一化为 $[0, 1]$,待重构后恢复拉伸至原始水平。

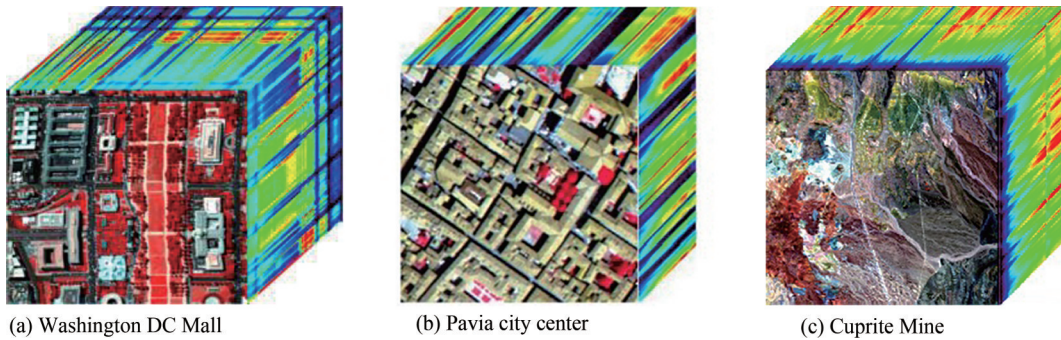


图3 实验所用三个数据集

Fig. 3 Three data sets were used in the experiment

本文选取了四种 HSI-MSI 融合方法进行比较,其中包括 NSSR 方法^[5],CSTF 模型^[10],LTMR 方法^[24]以及 UTV 模型^[11]。针对每个数据集,为模拟 LR-HSI,首先用标准差为 2 的 7×7 高斯模糊核对待 HR-HSI 的每个波段进行滤波,然后在空间域中对其中每四个像素进行下采样,即选取 $d_w \times d_h = 2 \times 2$ 。对于模拟同一场景的 HR-MSI,本文使用类似 IKONOS 光谱响应滤波器^[36]维度对待 HR-HSI 下采样,最后采用包含 4 个波段的 HR-MSI 进行模拟。

3.1 评价指标

为了定量对比不同方法的融合效果,采用 8 个常用的图像超分辨率重构评价指标,分别为:峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise ratio, PSNR)^[9],结构相似度 (Structural Similarity Indices, SSIM)^[32],通用图像质量指数 (Universal Image Quality Index, UIQI)^[33],互相关性 (Cross Correlation, CC)^[8],光谱相似度 (Spectral Angel Mapper, SAM)^[34],相对无量纲整体误差 (The Relative Dimensionless Global Error in Synthesis, ERGES)^[35],失真度 (Degree of Distortion, DD)^[10]和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)^[12]。此外,将高光谱图像各个波段的 PSNR 值与 SSIM 指标平均,得到平均峰值信噪比 (MPSNR),平均结构相似度 (MSSIM)。在指标 MPSNR, MSSIM, UIQI 与 CC 下,其值越大,表示融合效果越好。指标 DD, SAM, ERGES, RMSE 的理想值均为 0,意味着其值越小,融合效果越好。

3.2 参数分析

在所提 LRTRLogTNN 模型中,张量环秩 R 与平衡参数 η 的值需要预先确定。本文对这两个参数进行了实验分析以保证模型的最佳性能。 R 是一个重要的参数,预先设定的 R 值过高或过低都会直接影响恢复 HR-HSI 的精度。为便于参数分析,假设不同因子的秩均相等,即 $R_1 = R_2 = \dots = R_N$,图 4 表示了 Pavia City Center 数据集在不同的 R 值下,所融合得到图像的 MPSNR 值变化。从图 4(a)可以看出,当参数 R 在 2 到 11 之间变化时, MPSNR 值会逐步上升。但当超过峰值 11 时,模型的性能会随着 R 的进一步增大而迅速下降。图 4(b)表示了在该数据集下, η 值在 $[0 \sim 1] \times 10^{-3}$ 范围内的变化对融合结果的影响。分析图 4(b)的结果可知,在该范围内,随着参数 η 值逐渐逼近 0.001, MPSNR 逐渐趋于一个稳定值,但当 η 达到 0.000 7 时,取得了最高的 MPSNR 数值。综上分析,本文选取最优参数 $R=11, \eta=0.000 7$ 进行实验后续实验对比。

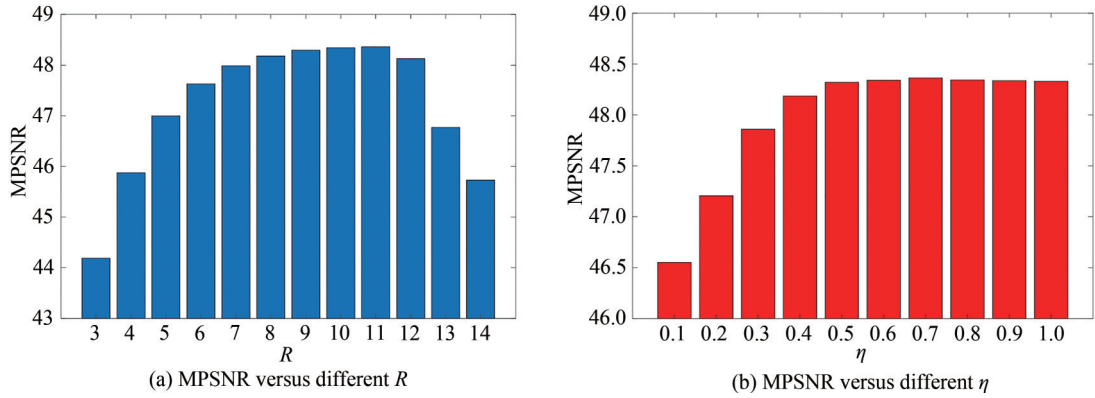

 图4 不同参数 R 与 η 对 MSPNR 值的影响

 Fig. 4 Effect of different parameters R and η on MSPNR results

3.3 实验结果分析

分别通过表3~5展示了五个方法在三个数据集上的定量融合效果,各个评价指标MPSNR、MSSIM、UIQI、CC、SAM、ERGAS、DD和RMSE的值如表所示,其中加粗字体表示最优值。图5是Cupriter Mine数据集第21个波段的重构图像及其误差图的可视化结果。图6为不同对比算法在三个数据集中不同波段下的PSNR值。

表3 Cuprite Mine数据集下五个算法的定量评价指标结果

Table 3 Quantitative evaluation results of all test methods in Cuprite Mine data set

Methods	Quantitative metrics							
	MPSNR	MSSIM	UIQI	CC	SAM	ERGAS	DD	RMSE
Best values	$+\infty$	1	1	1	0	0	0	0
NSSR	37.961 0	0.964 2	0.981 3	0.990 2	1.673 7	0.973 5	2.574 5	0.015 0
CSTF	39.520 7	0.975 2	0.987 4	0.993 1	1.584 7	0.804 9	2.168 1	0.012 4
UTV	41.365 1	0.980 0	0.968 9	0.994 2	1.453 8	0.765 8	1.864 6	0.011 5
LTMR	42.745 3	0.975 2	0.993 0	0.995 9	1.198 0	0.603 4	1.528 6	0.009 6
LRTRLLogTNN	43.176 3	0.987 9	0.993 6	0.996 3	1.143 6	0.603 4	1.449 1	0.009 0

表4 Washington DC Mall数据集下五个测试方法的定量评价指标结果

Table 4 Quantitative evaluation index results of testing methods in Washington DC Mall data set

Qethods	Quantitative metrics							
	MPSNR	MSSIM	UIQI	CC	SAM	ERGAS	DD	RMSE
Best values	$+\infty$	1	1	1	0	0	0	0
NSSR	38.879 7	0.976 6	0.991 0	0.993 8	3.778 9	1.717 2	2.495 7	0.018 2
CSTF	39.419 1	0.979 8	0.994 3	0.995 9	4.029 3	1.542 1	2.463 7	0.013 9
UTV	38.973	0.975 3	0.993 9	0.995 7	4.457 1	1.691 3	2.722 1	0.014 4
LTMR	41.133 7	0.986 5	0.995 8	0.997 0	3.108 9	1.253 8	1.920 9	0.011 9
LRTRLLogTNN	41.87	0.988 5	0.996 4	0.997 5	2.699 5	1.138 3	1.673 3	0.010 9

对于Cupriter Mine数据集,从表3可知,LRTRLLogTNN在所有指标上都取得了最优值。具体而言,LRTRLLogTNN的MPSNR值比NSSR,CSTF,UTV,LTMR分别领先了5.195 3 db,3.655 6 db,1.783 9 db以及0.431 0 db。由于NSSR方法仅利用矩阵分解的方法,忽视了高光谱图像作为三维数据的光谱-空间结构相关性,因此取得了最差的效果。CSTF,UTV则采用了张量分解的处理方式,UTV在CSTF的基础上对模字典矩阵施加了全变差约束,进一步利用了模矩阵的空间平滑先验,相对而言重构效果更好,然而Tucker分解的方式并不能充分挖掘张量数据的内在结构信息。LTMR则在考虑到子空间表示的基础上,结合了光谱图像的非局部相似性,并利用张量秩函数对聚类张量进行约束,取得了比其他三个算法更好的结

表5 Pavia City Center数据集下五个测试方法的定量评价指标结果
Table 5 Quantitative evaluation index results of testing methods in Pavia City Center data set

Methods	Quantitative metrics							
	MPSNR	MSSIM	UIQI	CC	SAM	ERGAS	DD	RMSE
Best values	$+\infty$	1	1	1	0	0	0	0
NSSR	44.672 0	0.993 3	0.996 5	0.997 1	2.411 7	0.934 3	1.109 7	0.007 4
CSTF	45.910 5	0.995 1	0.998 1	0.998 2	2.396 5	0.796 9	0.987 2	0.005 5
UTV	46.694 7	0.995 8	0.998 4	0.998 6	2.262 4	0.709 7	0.893 9	0.004 9
LTMR	47.618 1	0.996 8	0.998 7	0.998 9	1.910 7	0.633 1	0.751 2	0.004 2
LRTRLLogTNN	48.276 3	0.998 9	0.998 9	0.999 1	1.784 5	0.557 6	0.698 1	0.003 8

果。相较于LTMR,本文模型结合了子空间低秩表示与非局部相似先验,利用张量环分解挖掘光谱图像的内在结构信息,并对张量环因子施加非凸张量秩函数约束,进一步探索了光谱低秩先验,因此在各个指标值下都有较高的提升。图5给出了Curpriter Mine数据集第21个波段的重构图像及其误差图的可视化结果,同时选取了代表性的区域进行放大。误差图可以有效体现融合后的HR-HSI与原始HSI的误差,其中较深的蓝色表示融合效果更接近原始HSI。图5的结果表明,虽然各个方法都较好的重构了HR-HSI,但从第二行误差图及其放大区域可知,本文方法取得的结果中浅色区域较少且蓝色区域颜色相对更深,重构表现优于其他对比算法。图6(a)的结果进一步表明所提算法在各波段的PSNR值均高于其他算法,验证了所提算法的优越性。

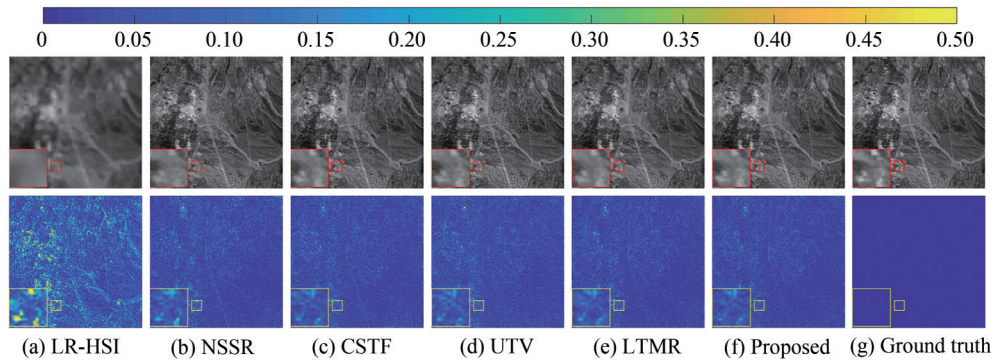


图5 第一行为Curpriter Mine数据集第21个波段的重构结果可视化对比,第二行为相应误差影像
Fig. 5 The first line gives the visual comparison of the reconstruction results at the 21th band of the Curpriter Mine dataset, and the second line shows the related error images

在Washington DC Mall数据集上,由表4可知,LRTRLLogTNN同样在所有评价指标上取得了最优值。为进一步直观地比较各个方法的效果差异,图7给出了Washington DC Mall数据集第80个波段的重构图像及其误差图的可视化结果,同时选取了代表性的区域进行放大。从图7第一行可以看出,所有方法都能从HR-MSI中学习较好的空间细节,各个方法的视觉差异不大,但从第二行的误差图及其放大区域可知,本文所提方法整体表现出了更深的蓝色,且在边缘与纹理中仅有少量散乱点,因此取得了更优的结果。图6(b)表明,LRTRLLogTNN仅出现个别波段的PSNR值低于LTMR方法,但整体定量重构结果较之于各对比算法依然表现出明显的优势。

Pavia City Center数据集的总体定量重构结果及其不同波段的PSNR值如表5和图6(c)所示。从表5可知,LRTRLLogTNN在所有评价指标上仍然取得了最优值。从可视图可以看出,在Pavia City Center数据集第63个波段下,尽管所有方法都重构生成了较清晰的图像,但仍有部分方法产生了伪影,丢失了部分的纹理细节。如在图8第一行中,NSSR方法在其放大区域的屋顶显得相对模糊,而其他方法的屋顶则更接近原始图像。在第二行误差图中,可以更明显的观察到该差异,NSSR方法重构生成的HR-HSI中充满了散乱点,LRTRLLogTNN,UTV与LTMR方法取得的重构结果与原图更为接近。图6(c)进一步证明了该结论,尽管UTV与LTMR在部分波段的PSNR值接近LRTRLLogTNN,但整体数值结果明显弱于LRTRLLogTNN方法。综合上述实验结果,

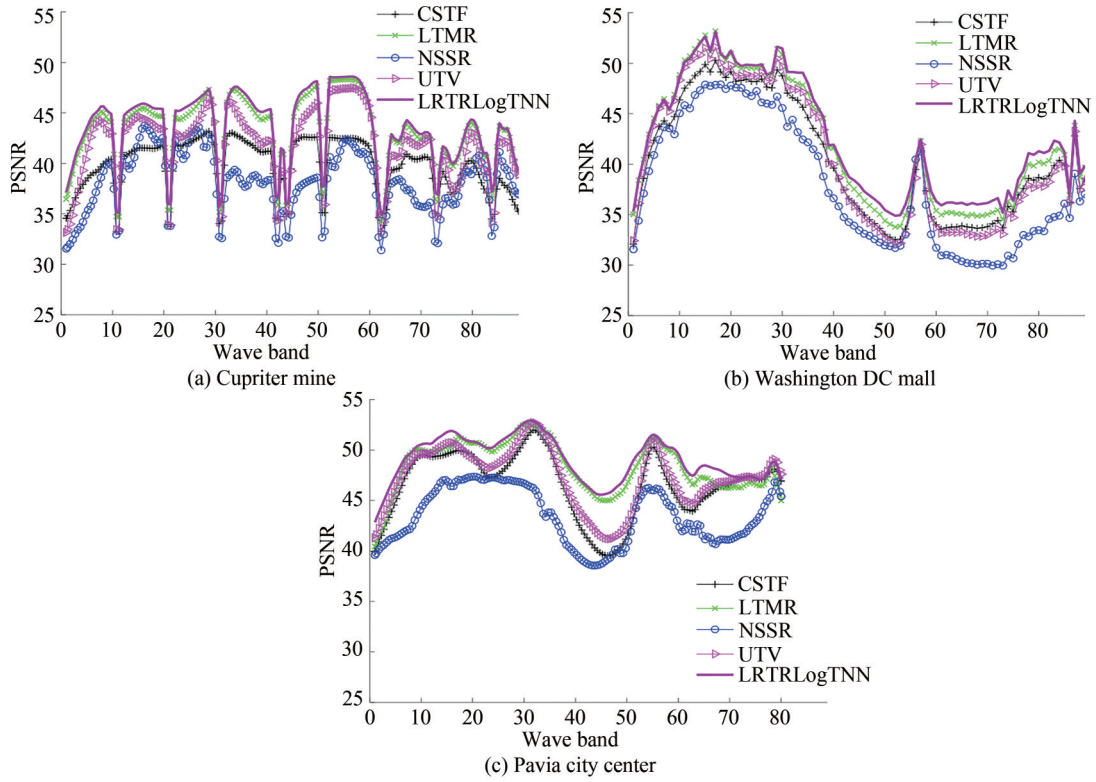


图6 五种方法分别在三个数据集下不同波段的PSNR值
 Fig. 6 The PSNR values of five methods in different bands of three data sets are compared

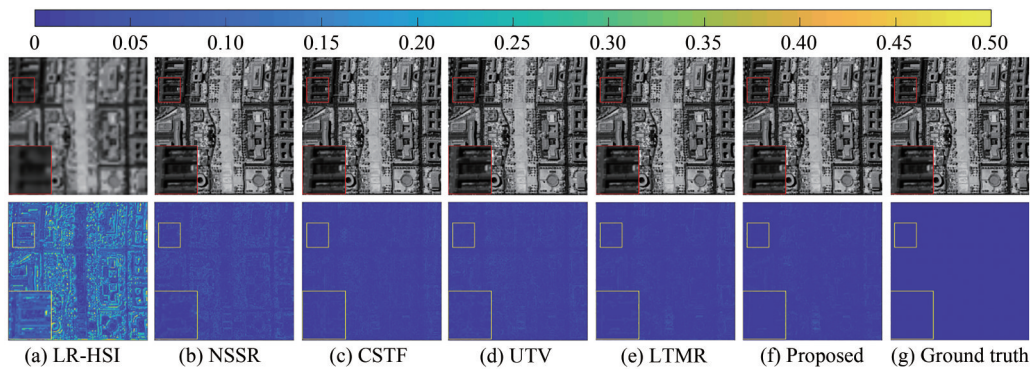


图7 第一行为 Washington DC Mall 数据集第80个波段的重构结果可视化对比,第二行为相应误差影像
 Fig. 7 The first line gives the visual comparison of the reconstruction results at the 80th band of the Washington DC mall dataset, and the second line shows the related error image

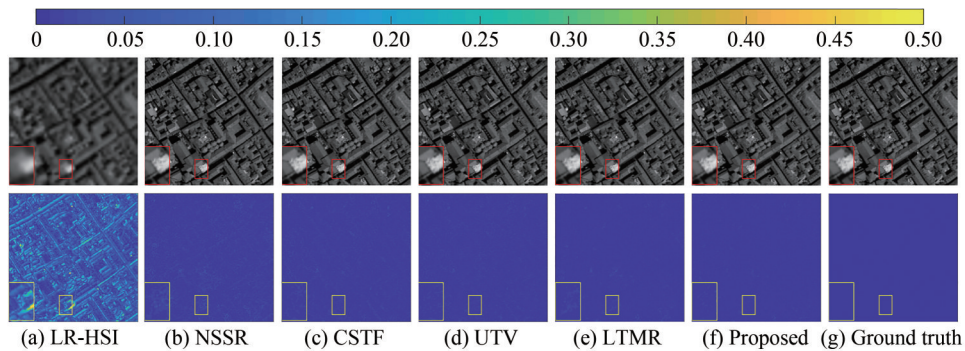


图8 第一行为 Pavia City Center 数据集第63个波段的重构结果可视化对比,第二行为相应误差影像
 Fig. 8 The first line gives the visualization comparison of reconstruction results at band 63 of Pavia City Center dataset, and the second line is the related error image

所提模型的整体重构表现较其他算法有明显的优势,充分证明了本文所提模型的先进性能。

3.4 计算时间复杂度分析与运行时间对比

本文使用 ADMM 算法求解所提模型,给定 LR-HSI \mathcal{X} 与 HR-MSI \mathcal{Y} ,算法的主要耗时分别在于通过式 (20) 与式 (25) 更新 $\mathcal{G}^{(n)}$ 与 $\mathcal{M}^{(n)}$ 。为简化分析,我们假设每一个分组的空间尺寸为 $\mathcal{R}_i, \mathcal{J} \in \mathbb{R}^{L \times L \times L}$,张量环秩设为 $R_1 = R_2 = R_3 = r$,则在每次迭代中更新 $\mathcal{G}^{(n)}$ 所需时间复杂度为 $O(r^6 + L^2 r^4 + L^3 r^2)$ 。在更新 $\mathcal{M}^{(n)}$ 时,需要计算张量快速傅里叶变换与 $\left\lceil \frac{r+1}{2} \right\rceil$ 个 $r \times L$ 尺寸的矩阵奇异值分解,其时间复杂度为 $O(r^2 L \log r + L^2 r^2)$,其运算复杂度低于 $\mathcal{G}^{(n)}$ 。LTMR 使用张量秩方法对降维后 HSI 进行约束,其主要耗时在于计算每个聚类簇的张量秩,该运算所需时间复杂度为 $O(qKL^2 N_m)$,其中 q 表示其每个 patch 尺寸, K 为聚类簇的数量, L 表示子空间维度, N_m 为聚类簇中拥有的最大 patch 数。CSTF 与 UTV 模型均使用了张量 Tucker 分解的方式,其计算所需的时间成本主要在于更新核张量 $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{n_w \times n_h \times n_s}$,该运算所需的时间复杂度为 $O(n_w^2 n_h n_s + n_w n_h^2 n_s + n_w n_h n_s^2)$ 。

表 6 展示了所提方法在 Pavia City Center 数据集下与其他对比算法的运行时间比较。所有算法均在 AMD R5-3600, 3.6 GHz CPU 硬件平台下运行。通过表 6 可知, NSSR 方法由于仅对二维矩阵进行分解,因而运行效率最高。LTMR 方法仅对其聚类簇施加张量低秩约束,因此其运行效率仅次于 NSSR 模型。CSTF 与 UTV 模型均使用了张量 Tucker 分解的方式,导致运行时间稍长。遗憾的是,虽然 LRTRLogTNN 通过子空间分解减小了 HSI 的维度,但所需时间成本依然高于其他对比算法,其主要耗时在于针对每个 Patch 实施非局部搜索,并计算张量环分解与张量 t-SVD 运算,导致过多的非局部 Patch 组以及张量运算。因此,优选非局部信息提取策略,提升模型运算效率将是本文后续重点研究工作。

表 6 Pavia City Center 数据集下五个测试方法的运行时间对比结果

Table 6 Comparison results of running time by applying five test methods on Pavia City Center data set

Methods	NSSR	CSTF	UTV	LTMR	LRTRLogTNN
Running time/s	25.81	120.47	169.60	34.90	672.56

4 结论

本文研究了融合同一场景下的 LR-HSI 与 HR-MSI 以实现 HSI 超分重构的问题,提出了一种基于 LRTRLogTNN 正则项的 HSI-MSI 融合方法。该模型的核心是在充分考虑光谱图像的全局谱低秩性及非局部相似先验的基础上,结合张量网络方法的优势,利用基于张量环分解的方法充分挖掘光谱图像的内在结构信息。并在此基础上,通过非凸张量秩函数近似方法更准确的逼近张量秩函数,进一步探索了因子张量的内在低秩属性,建立了低秩表达能力更强的 LRTRLogTNN 正则项。多组实验结果表明, LRTRLogTNN 能有效的提高 LR-HSI 的空间分辨率,得到具有近似光谱结构的 HR-HSI。与现有方法相比,本文所提方法在评价指标和视觉效果上都优于目前最新的高光谱融合方法。但本文方法需要预估张量环秩,在以后的研究中,将结合自动机器学习模型以设计调整和配置该参数。

参考文献

- [1] LIU Jiamin, ZHANG Lime, SHI Guangyao, et al. Hyperspectral image classification with combination of sparse characteristic and neighborhood similarity metrics[J]. Acta Photonica Sinica, 2018, 47(6): 0610001.
刘嘉敏, 张丽梅, 石光耀, 等. 联合系数特性和邻域相似度量的高光谱图像分类[J]. 光子学报, 2018, 47(6): 0610001
- [2] XU Honghui, ZHENG Jianwei, QIN Mengjie, et al. Hyperspectral image denoising using structural matrix optimization[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2021, 33(1): 68-80
徐宏辉, 郑建伟, 秦梦洁, 等. 结构化矩阵优化的高光谱图像噪声去除算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2021, 33(1): 68-80
- [3] ZHENG Jianwei, FENG Yuchao, BAI Cong, et al. Hyperspectral image classification using mixed convolutions and covariance pooling[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 59(1): 522-534.
- [4] ZHENG Jianwei, JIANG Jiawei, XU Honghui, et al. Manifold-based nonlocal second-order regularization for hyperspectral image inpainting[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing,

- 2020, 14: 224-236.
- [5] DONG Weisheng, FU Fazuo, SHI Guangming, et al. Hyperspectral image super-resolution via non-negative structured sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(5): 2337-2352.
- [6] WU Ruiyuan, MA W, FU Xiao, et al. Hyperspectral super-resolution via global-local low-rank matrix estimation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(10): 7125-7140.
- [7] SIMOES M, BIOUCAS-DIAS J, ALMEIDA L B, et al. A convex formulation for hyperspectral image superresolution via subspace-based regularization[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 53(6): 3373-3388.
- [8] DING Meng, FU Xiao, HUANG Tingzhu, alet, Hyperspectral super-resolution via interpretable block-term tensor modeling[J]. Signal Processing, 2021, 15(3): 641-656.
- [9] DIAN Renwei, FANG Leyuan, LI Shutao. Hyperspectral image super-resolution via non-local sparse tensor factorization[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2017: 5344-5353.
- [10] LI Shutao, DIAN Renwei, FANG Leyuan, et al. Fusing hyperspectral and multispectral images via coupled sparse tensor factorization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 27(8): 4118-4130.
- [11] XU Ting, HUANG Tingzhu, DENG Liangjian, et al. Hyperspectral image superresolution using unidirectional total variation with Tucker decomposition[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2020, 13: 4381-4398.
- [12] WANG Kaidong, WANG Yao, ZHAO Xile, alet, Hyperspectral and multispectral image fusion via nonlocal low-rank tensor decomposition and spectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 58(11): 7654-7671.
- [13] YANG Jinghua, ZHAO Xile, JI Tengyu, et al. Low-rank tensor train for tensor robust principal component analysis[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 367: 124783.
- [14] WANG Wenqi, AGGARWAL V, AERON S. Efficient low rank tensor ring completion[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, 2017: 5697-5705.
- [15] DIAN Renwei, LI Shutao, FANG Leyuan. Learning a low tensor-train rank representation for hyperspectral image super-resolution[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(9): 2672-2683.
- [16] HE Wei, YOKOYA N, YUAN Longhua, et al. Remote sensing image reconstruction using tensor ring completion and total variation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 57(11): 8998-9009.
- [17] YUAN Longhua, Li Chao, MANDIC D, et al. Tensor ring decomposition with rank minimization on latent space: An efficient approach for tensor completion [C]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019, 33(01): 9151-9158.
- [18] HE Wei, CHEN Yong, YOKOYA N, et al. Hyperspectral super-resolution via coupled tensor ring factorization[J]. arXiv preprint arXiv:2001.01547, 2020.
- [19] HU Wenrui, TAO Dacheng, ZHANG Wensheng, et al. The twist tensor nuclear norm for video completion[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 28(12): 2961-2973.
- [20] LU Canyi, FENG Jiashi, CHEN Yudong, et al. Tensor robust principal component analysis with a new tensor nuclear norm[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 42(4): 925-938.
- [21] NIE Feiping, HU Zhanxuan, LI XueLong. Matrix completion based on non-convex low-rank approximation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 28(5): 2378-2388.
- [22] CHEN Yongyong, WANG Yongli, LI Mingqiang, et al. Augmented Lagrangian alternating direction method for low-rank minimization via non-convex approximation[J]. Signal, Image and Video Processing, 2017, 11(7): 1271-1278.
- [23] YOKOYA N, MAYUMI N, IWASAKI A. Cross-calibration for data fusion of EO-1/Hyperion and Terra/ASTER[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 6(2): 419-426.
- [24] DIAN Renwei, LI Shutao. Hyperspectral image super-resolution via subspace-based low tensor multi-rank regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 28(10): 5135-5146.
- [25] CHANG Yi, YAN Luxin, ZHAO Xile, et al. Weighted low-rank tensor recovery for hyperspectral image restoration[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(11): 4558-4572.
- [26] YAN Jiangwen, PENG Hong, YU Ying, et al. Compressive sensing of wind speed based on non-convex ℓ_p -norm sparse regularization optimization for structural health monitoring[J]. Engineering Structures, 2019, 194: 346-356.
- [27] ZHENG Yubang, HUANG Tingzhu, ZHAO Xile, et al. Mixed noise removal in hyperspectral image via low-fibered-rank regularization[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 58(1): 734-749.
- [28] MA Rongrong, MIAO Jianyu, NIU Lingfeng, et al. Transformed ℓ_1 regularization for learning sparse deep neural networks[J]. Neural Networks, 2019, 119: 286-298.
- [29] CHEN Yong, HE Wei, YOKOYA N, et al. Nonlocal tensor-ring decomposition for hyperspectral image denoising[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 58(2): 1348-1362.
- [30] ZHENG Jianwei, YANG Ping, YANG Xi, et al. Truncated low-rank and total p variation constrained color image

- completion and its moreau approximation algorithm[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2020, 29: 7861-7874.
- [31] WEI Qi, DOBIGEON N, TOURNERET J Y. Fast fusion of multi-band images based on solving a Sylvester equation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(11): 4109-4121.
- [32] HE Wei, ZHANG Hongyan, SHEN Huanfeng, et al. Hyperspectral image denoising using local low-rank matrix recovery and global spatial - spectral total variation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2018, 11(3): 713-729.
- [33] WANG Zhou, BOVIK A C. A universal image quality index[J]. IEEE signal processing letters, 2002, 9(3): 81-84.
- [34] YUHAS R H, GOETZ A F H, BOARDMAN J W. Discrimination among semi-arid landscape endmembers using the spectral angle mapper (SAM) algorithm[C]. Summaries 3rd Annu, JPL Airborne Geosci, Workshop, 1992, 1: 147-149.
- [35] WALD L. Quality of high resolution synthesised images: Is there a simple criterion?[C]. SEE/URISCA, 2000: 99-103.
- [36] WEI Qi, BIOUCAS-DIAS J, DOBIGEON N, et al. Hyperspectral and multispectral image fusion based on a sparse representation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(7): 3658-3668.

Hyperspectral Image Super Resolution via Nonconvex Low-rank Constraint of Tensor Ring Factors

ZHENG Jianwei, ZHOU Xinjie, XU Honghui, QING Mengjie, BAI Cong

(School of Computer Science and Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: Hyperspectral Image (HSI) is composed of multiple discrete bands with specific frequencies. It not only contains rich spectral information but also provides real scenes that cannot be captured by human eyes, which is conducive to accurately target recognition. It has been widely used in earth remote sensing tasks such as compressed sensing, target classification, etc. However, limited by solar irradiance, optical imaging mechanism, and other factors, the equipment usually sacrifices part of the spatial resolution to ensure a high spectral resolution, which greatly limits the subsequent processing and application accuracy of spectral images. In contrast to HSI, Multispectral Image (MSI) obtained by multispectral sensor has high spatial resolution but low spectral resolution. To date, the fusion of High Spatial Resolution Multispectral Image (HR-MSI) and Low Spatial Resolution Hyperspectral Image (LR-HSI) in the same scene into High Spatial Resolution Hyperspectral Image (HR-HSI) is a common method to realize high-quality HSI reconstruction.

In the early methods, multidimensional HSI data are often transformed into matrix processing. However, HSI is essentially a kind of 3D data with two spatial dimensions and one spectral dimension. Transforming multidimensional HSI data into matrix will inevitably destroy its spectral-spatial structural correlation and reduce the model performance.

Tensor representation can effectively preserve the inherent structural information of spectral images. The method based on tensor decomposition has also become one of the effective schemes to solve the problem of HSI-MSI fusion. The methods based on tensor networks, such as Tensor Train (TT) decomposition and Tensor Ring (TR) decomposition, have stronger ability to mine the internal structure of data than other techniques. In addition, in recent years, some researchers have explored the potential properties of tensor ring factors. These methods have achieved satisfactory results, but with two problems remain. Firstly, these models expand the factors into mode- n matrix, ignoring the correlation between different modes; Secondly, the matrix nuclear norm constraint attempts to model the tensor in the vector space based on matrix Singular Value Decomposition (SVD), and its representation capacity will be lost. Tensor Nuclear Norm (TNN) based on t-SVD (tensor singular value decomposition) can effectively maintain the inherent low-rank structure of tensor and avoid the loss of original information in the process of tensor matricization. Besides, the larger singular value in the image usually corresponds to the more important information, such as contours, sharp edges and smooth regions. However, TNN treats each singular value equally, which means that the larger singular value will be punished greatly and will suffer from the loss of the more important information and lead to suboptimal solution in practical applications.

Therefore, aiming at the problem of HSI-MSI fusion, a low-rank tensor ring decomposition based on nonconvex tensor rank constraint is proposed. Specifically, the intrinsic low-rank structure of hyperspectral

images is mined by directly applying the nonconvex tensor nuclear norm constraint based on t-SVD. Firstly, HSI is projected into a low dimensional compact space by using the global spectral low-rank of the hyperspectral image. Then, following the spatial nonlocal similarity, the reduced image is divided into multiple patches, and the similar ones are gathered one by one to form several three-dimensional tensor groups. Furthermore, the tensor ring decomposition technique is used to mine its internal low-rank structure and explore the essential characteristics of tensor ring factors. Different from the way that expands the factors into matrices and applies the nuclear norm constraint, this paper proposes to directly apply the nonconvex tensor nuclear norm on each factor, which fully exploits the inherent tensor structure and effectively avoids the loss of spatial-spectral correlation. In addition, this paper introduces log-function instead of l_1 norm to avoid excessive punishment of large singular values. Extensive experimental results show that the proposed method effectively improves the quality of the restored image. Compared with the latest fusion methods, the algorithm has better performance in quantitative evaluation and visual comparison.

Key words: Hyperspectral image; Super-resolution reconstruction; Tensor ring; Tensor nuclear norm; Alternating direction method of multipliers

OCIS Codes: 100.2960; 100.3010; 100.4145; 100.3008