

引用格式: CHEN Roujing, HAN Sen, KANG Yanhui, et al. Phase Shift Error Analysis of a Phase-shifting Interference Algorithm with Small Phase Step Size[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(11):1112003

陈柔婧,韩森,康岩辉,等.一种小幅度步距相移干涉算法的相移误差分析[J].光子学报,2022,51(11):1112003

一种小幅度步距相移干涉算法的相移误差分析

陈柔婧¹,韩森^{1,3},康岩辉²,徐春风¹,李雪园³

(1 上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

(2 中国计量科学研究院, 北京 100029)

(3 苏州慧利仪器有限责任公司, 江苏 苏州 215123)

摘要:为缩短相移时间,减少实际环境中低频振动的引入,采用极小幅度相移步长如 5° 、 10° 、 20° 替代常用的 90° 产生5帧相移干涉条纹图进而用相移算法还原相位。同时,基于一种自调谐相移法,提出综合利用3步法和5步法分别求得相移步长与波前相位。仿真分析了相移步长 20° 时,该算法与Hariharan算法在相移标定、随机误差下的相位还原误差。结果表明,该算法在相移标定误差 $\pm 10\%$ 内,相移步长还原精度达 $10^{-5}\lambda$,相位还原误差峰谷值低至 $10^{-6}\lambda$,远低于Hariharan算法误差 $10^{-3}\lambda$ 。在 5% 随机相移误差内,Hariharan算法相位还原精度更高。两种算法的误差峰谷、均方根平均值相差3倍,但该自调谐算法仍具有较高还原精度。同时,取更小相移步长 5° 、 10° 对比,结果表明,在标定误差下,两种算法的相位还原精度无明显变化;在随机误差下,两种算法精度均降低。因此,从理论仿真上来说,小相移步长与该自调谐算法结合对标定误差具有突出的抑制作用,在随机相移误差下也能保证一定相位还原精度。

关键词:相移干涉;相移步长;自调谐相移算法;Hariharan算法;相移误差;相位还原误差

中图分类号:TH741

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20225111.1112003

0 引言

在光学计量中,相移干涉术被用于测量光学元件表面微观形貌以及波前相位,是测量精度最高的方法之一^[1]。相移干涉仪常常将压电陶瓷(Piezoelectric Ceramic, PZT)作为移相器,驱动参考臂移动,产生相移步长,同时,由光电探测器采集干涉光强信号,进一步传输到计算机对信号进行处理,得到波前相位,还原光学元件表面微观形貌。然而,环境中的随机振动不仅会影响相移过程中干涉图对比度变化,影响干涉条纹图采样,造成条纹模糊^[2],还会使得相移量偏离设定值,大大降低测量精度甚至无法测量。

为了提高对环境的抗干扰能力,WANG Zhaoyang等^[3]提出一种基于最小二乘原理的新型迭代法。该算法只需3幅以上干涉条纹图,通过在同一幅图的各像素点上迭代求解相位分布,某一像素点上对应的各干涉条纹图之间迭代求解相移量,突破对各像素点相移量的限制,允许采样干涉图序列之间相移量完全随机。该算法可实现快速收敛,并能精确提取相位,但在计算过程中对背景强度和对比度有一定要求,且大量迭代过程会降低相位提取速度。JESUS M M等^[4]提出用傅里叶分析方法,从大幅度振动下得到的干涉图中复原波前相位分布,该方法对干涉图进行了归一化操作,不要求背景强度对比度恒定,但是仍难以确定随机振动下的相位符号。LIU Qian等^[5]利用振动引入空间载波,计算并分析空间载波干涉图频谱,从中求解由随机振动引起的相移量和对比度信息,再通过最小二乘法补偿对比度变化并提取相位,减少了由对比度变化引起的相位还原误差。LU Wenqian等^[6]提出先将干涉条纹图进行傅里叶变换,进而在频域中采用频域细分操作对峰值坐标进行亚像素精度定位,从而求解出振动倾斜平面,再用最小二乘法求解

基金项目:国家自然科学基金(No. 62127901)

第一作者:陈柔婧(1998—),女,硕士研究生,主要研究方向为相移干涉术。Email:1142760833@qq.com

导师(通讯作者):韩森(1961—),男,教授,博士,主要研究方向为光学干涉计量。Email:senhanemail@126.com

收稿日期:2022-01-25;录用日期:2022-04-13

<http://www.photon.ac.cn>

波前相位。该方法在振动环境下还原波前相位时精度较高,适用于干涉条纹数量大于三根的情况。这些方法大多利用随机振动作为相移量,或固定相移步长^[7]为90°时分析随机相移误差对还原波前相位产生的影响。

考虑到在进行如5°、10°、20°极小相移步长的5步相移时,相对于90°行程大大缩短,可忽略压电陶瓷相移曲线中迟滞和非线性效应,PZT相移曲线近似为直线,相移器精度更高。同时,由相移干涉测量中的振动仿真^[8]可知,振动频率在CCD采样频率的一半的附近,5步Hariharan算法相位还原均方根(Root Mean Square, RMS)误差较大。而当采用极小步长进行5步相移,所用相移时间大大降低,采样频率相对变快,意味着其敏感振动频率增大,而实际环境中的主要振动即为低频振动部分^[9]。因此,提出用小相移步长代替常用90°进行5步相移。基于ESTRADA J C提出的自调谐相移干涉法^[10]中使用3步法还原实际相移步长的步骤,提出在利用5步Hariharan相位求解公式前用该步骤还原相移步长。仿真研究在5°、10°、20°相移步长时,对标定误差、随机相移误差的相位复原峰谷(Peak Valley, PV)、RMS误差响应,并与经典5步Hariharan^[11]算法对比。

1 算法原理

根据相移干涉理论^[12],干涉条纹图中任意像素点位置 (x, y) 的光强可表示为

$$I(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \omega_0 t] \quad (1)$$

式中, $a(x, y)$ 为背景光强, $b(x, y)$ 为干涉条纹调制幅度, $\varphi(x, y)$ 表示待求解波前相位; ω_0 为时域载波角频率,为便于书写,每帧干涉条纹图之间的相移步长为 $180^\circ \times \omega/\pi$,以角度单位描述; t 为干涉条纹图离散采样时刻,是一个整数。为简化书写,下文省略位置坐标 (x, y) 。

从系统的角度分析,将相移算法看作一个正交滤波器,因算法的时域角频率 ω_0 自由可调,称其为可调谐算法。若要求得干涉条纹图中的波前相位,滤波器系统须在频域中满足 $H(0) = 0, H(\omega_0) = 0$,而 $H(-\omega_0) \neq 0$ ^[13]。

系统函数为

$$h(t) = [2\delta(t) - \delta(t-1) - \delta(t+1)] \cos(\omega_0/2) + i[\delta(t-1) + \delta(t+1)] \sin(\omega_0/2) \quad (2)$$

式中, i 为虚数单位。对该系统函数做傅里叶变换,得到系统频率响应

$$H(\omega) = 4\sin(\omega/2) \sin\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\right) \quad (3)$$

显然,满足上述频域特点。利用系统卷积理论^[14]可求解波前相位分布为

$$\varphi = \arctan \left[\frac{\text{Im}\{[h * I](0)\}}{\text{Re}\{[h * I](0)\}} \right] = \arctan \left[\frac{I_{-1} - I_1}{2I_0 - I_{-1} - I_1} \tan(\omega_0/2) \right] \quad (4)$$

式中,Im表示取虚部,Re取实部,*为卷积运算符。式(4)即经典的3步相移法公式。

自调谐算法取5步相移,首先对 $\{I_{-1}, I_0, I_1\}, \{I_0, I_1, I_2\}$ 分别利用式(4)进行处理,当存在相移标定误差 Δ ,即实际时域角频率 $\omega' = \omega_0 \pm \Delta$,求得相位 φ' 与真实相位 φ 存在误差为

$$\varphi_0' = \varphi + \epsilon_0 \quad (5)$$

$$\varphi_1' = \varphi + \omega' + \epsilon_1 \quad (6)$$

式中, ϵ_0, ϵ_1 为标定误差下对应的相位误差。文献[15]在频域中推导了相位还原误差与频率失调误差的关系式,并得出相位还原误差为2倍待测相位空间分布的正弦函数关系这一重要结论,且 $H(\omega_0 + \Delta)$ 趋于0时,误差越小,因此,有

$$\epsilon_0 \approx -\frac{H(\omega_0 + \Delta)}{H(-\omega_0 - \Delta)} \sin(2\varphi) \quad (7)$$

$$\epsilon_1 \approx -\frac{H(\omega_0 + \Delta)}{H(-\omega_0 - \Delta)} \sin[2(\varphi + \omega')] \quad (8)$$

由式(5)~(8)可得

$$\varphi_1' - \varphi_0' \approx \omega' - 2 \frac{H(\omega_0 + \Delta)}{H(-\omega_0 - \Delta)} [\cos(2\varphi - \omega') \sin \omega'] \quad (9)$$

对式(9)在像素空间 $M \times N$ 上取平均值,当相位分布满足完整条纹空间时即可消除误差正弦项。而在实际测量过程中,此条件较容易满足。因此可计算得到与实际相移频率高度近似的频率 $\hat{\omega}$,即

$$\hat{\omega} = \frac{1}{MN} \sum_x \sum_y^M W[\varphi_1' - \varphi_0'] \quad (10)$$

因式(4)得到的是包裹相位, $W[\]$ 同为包裹运算。采用自调谐算法中的步骤,进一步将 $\hat{\omega}$ 代入5步 Hariharan 算法公式(11),当 $\hat{\omega}$ 越接近于实际相移时,意味着频率失调误差越小, $H(\omega_0 + \Delta)$ 越接近0,因此,相比直接使用理想相移 ω_0 计算,相位还原误差更低。

$$\varphi = \arctan \left[\frac{2(I_{-1} - I_1)}{2I_0 - I_{-2} - I_2} \sin \omega \right] \quad (11)$$

当在5步相移过程中存在一组正负随机误差 $\Delta' = \{\Delta_{-2}, \Delta_{-1}, \Delta_1, \Delta_2\}$ 时,5幅干涉条纹图光强分别表示为

$$I_{-2} = a + b \cos[\varphi - 2(\omega_0 \pm \Delta_{-2})] \quad (12)$$

$$I_{-1} = a + b \cos[\varphi - (\omega_0 \pm \Delta_{-1})] \quad (13)$$

$$I_0 = a + b \cos \varphi \quad (14)$$

$$I_1 = a + b \cos[\varphi + (\omega_0 \pm \Delta_1)] \quad (15)$$

$$I_2 = a + b \cos[\varphi + 2(\omega_0 \pm \Delta_2)] \quad (16)$$

为完全利用干涉条纹序列信息,对干涉条纹序列 $\{I_{-1}, I_0, I_1\}$ 、 $\{I_0, I_1, I_2\}$ 、 $\{I_{-2}, I_{-1}, I_0\}$ 分别用3步法计算得到

$$\varphi_0'' = \varphi + \epsilon'_0 \quad (17)$$

$$\varphi_1'' = \varphi + \omega'_1 + \epsilon'_1 \quad (18)$$

$$\varphi_{-1}'' = \varphi - \omega'_{-1} + \epsilon'_{-1} \quad (19)$$

式中, $\omega'_1 = \omega_0 \pm \Delta_1$, $\omega'_{-1} = \omega_0 \pm \Delta_{-1}$ 。此时, ϵ' 为随机相移误差下的相位误差。图1所示是标定误差下产生的相位误差,即2倍相位空间分布的正弦函数 $\sin(2\varphi(x))$ 。从数值仿真结果来看,随机相移误差下相位误差 ϵ' 依然是2倍相位的正弦函数,但相对标定误差,存在一定相位平移,同时整个函数产生上下平移,幅度与随机相移误差有关,如图2所示。

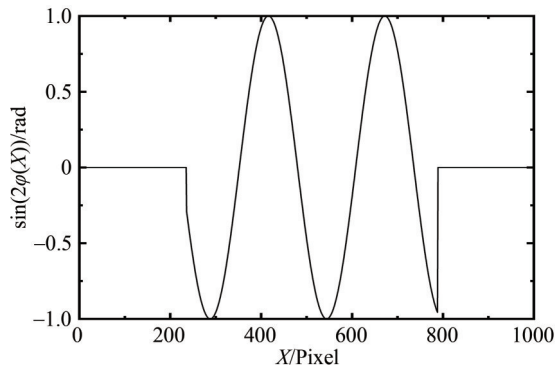


图1 正弦相位误差函数 $\sin(2\varphi(x))$

Fig.1 The sinusoidal phase error function $\sin(2\varphi(x))$

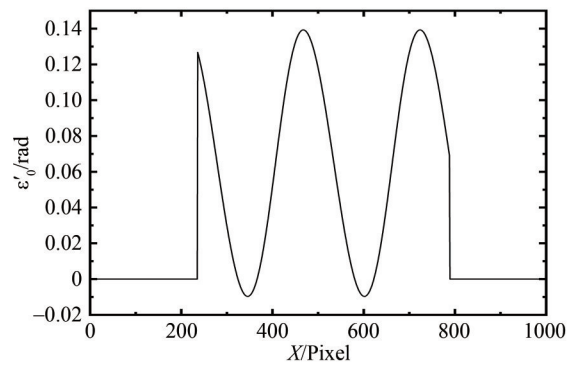


图2 随机相移误差下相位误差 ϵ'_0

Fig.2 The phase error ϵ'_0 at random phase shift error

式(17)、(18)、(19)两两相减,得

$$\varphi_1'' - \varphi_0'' = \omega'_1 + \epsilon'_1 - \epsilon'_0 \quad (20)$$

$$\varphi_0'' - \varphi_{-1}'' = \omega'_{-1} + \epsilon'_{-1} - \epsilon'_0 \quad (21)$$

$$\varphi_1'' - \varphi_{-1}'' = \omega'_1 + \omega'_{-1} + \epsilon'_1 - \epsilon'_{-1} \quad (22)$$

通过计算空间平均以尽可能消除误差函数,即

$$\hat{\omega}_1 = \frac{1}{MN} \sum_x \sum_y^M W [\varphi_1'' - \varphi_0''] \quad (23)$$

$$\hat{\omega}_{-1} = \frac{1}{MN} \sum_x \sum_y^M W [\varphi_0'' - \varphi_{-1}''] \quad (24)$$

$$\hat{\omega}_2 = \frac{1}{MN} \sum_x \sum_y^M W [\varphi_1'' - \varphi_{-1}''] \quad (25)$$

最后,将得到的相移频率取平均值,并代入式(11)还原波前相位,得

$$\hat{\omega} = \frac{1}{4} (\hat{\omega}_1 + \hat{\omega}_{-1} + \hat{\omega}_2) \quad (26)$$

2 数值仿真

2.1 标定误差仿真分析

为检验该自调谐算法的有效性和相位还原精度,进行了数值仿真分析。根据式(1)生成5幅干涉条纹图,假定干涉条纹图上各像素点处背景强度与调制度分别为 $a = 125 \exp[2.5 \times 10^{-4}(x^2 + y^2)]$, $b = 125 \exp[2.5 \times 10^{-4}(x^2 + y^2)]$,待测波前相位为 $\varphi(x, y) = 4\pi \times (x/M + y/N)$,其中干涉图像素大小 $M \times N$, $M = N = 1024$ 。按 Δ/ω_0 百分比确定标定误差幅度,在 20° 相移步长下,取 $\pm 10\%$ 即对应正负 2° 标定误差,并以每 0.2° 增加误差。分别采用上述自调谐和 Hariharan 算法计算包裹波前相位,通过解包裹运算获得连续包裹相位,最后进行泽尼克曲面拟合得到还原波前相位 $\hat{\varphi}$ 。计算对应误差下相位还原误差 $\Delta\varphi$,进一步转换为相位面形高度误差 Δh 的 PV、RMS 值以反映算法的相位还原精度,其中 PV 值表示此相位误差最高与最低值之间的差值,RMS 则表示此相位误差的均方根值。PV、RMS 值的计算过程为(n 为像素点个数)

$$\Delta\varphi = \hat{\varphi} - \varphi \quad (27)$$

$$\Delta h = \frac{\lambda}{4\pi} \times \Delta\varphi \quad (28)$$

$$\text{PV} = \max(\Delta h) - \min(\Delta h) \quad (29)$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h_i - \overline{\Delta h})^2}{n-1}} \quad (30)$$

图3为无相移误差时5帧干涉条纹图。在自调谐算法计算过程中,得到相移步长 $\hat{\omega}$ 与实际相移步长 ω' 的差值 ω_E

$$\omega_E = |\hat{\omega} - \omega'| \quad (31)$$

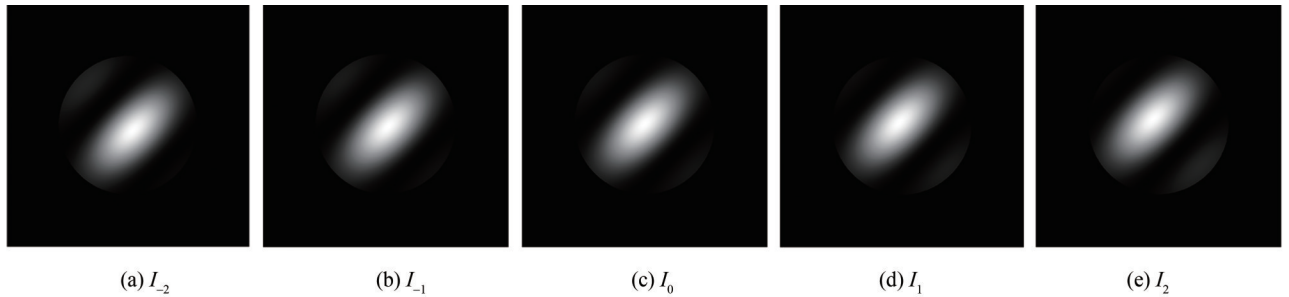


图3 20° 相移步长干涉图
Fig.3 Interferograms at phase shift 20°

图4为自调谐算法在 $\pm 10\%$ 标定误差下对实际相移步长的还原误差。可以看出,当标定误差增大,相移步长还原误差 ω_E 逐渐增大,但由于待测波前相位为完整条纹空间分布,通过两次由3步法得到的包裹相位相减并进行空间平均运算就能消除2倍相位的正弦误差,从而高精度还原相移步长。由仿真结果可知,在 $\pm 10\%$ 标定误差内,其还原精度高于 6×10^{-5} rad,可见该算法能高精度求解出实际相移步长。图5、6分别为自

调谐、Hariharan算法相位还原误差(PV、RMS)曲线。可知,当相移步长还原误差 ω_E 增大,相位还原误差PV、RMS值也随之增大,即相位还原精度降低。自调谐算法相位还原误差PV、RMS最大分别为 $7.1 \times 10^{-6}\lambda$ 、 $2.2 \times 10^{-6}\lambda$ 。Hariharan算法对应误差PV、RMS分别为 0.004λ 、 0.001λ 。因此在相同标定误差下,与Hariharan算法相比,自调谐算法极大地提高了相位还原精度,意味着其能容许更宽标定误差范围。在进行小相移时,若存在较大的标定误差,也能保证较高还原精度。

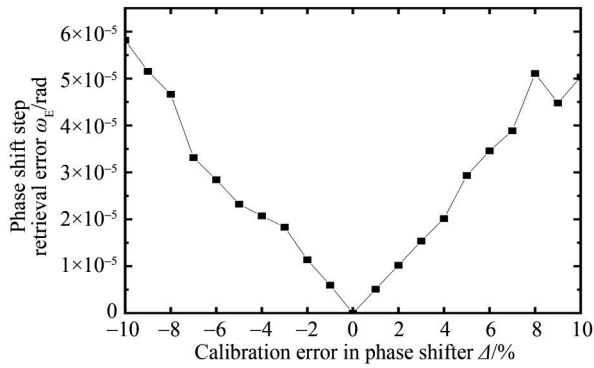


图4 $\pm 10\%$ 标定误差下自调谐算法相移步长还原误差
Fig.4 The phase shift step retrieval error by self-tuning algorithm within $\pm 10\%$ calibration error

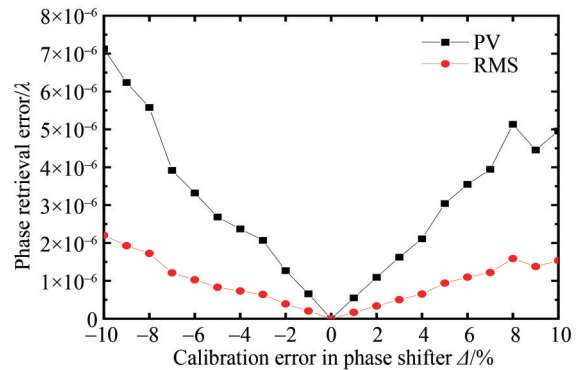


图5 $\pm 10\%$ 标定误差下自调谐算法相位还原误差
Fig.5 The phase retrieval error by self-tuning algorithm within $\pm 10\%$ calibration error

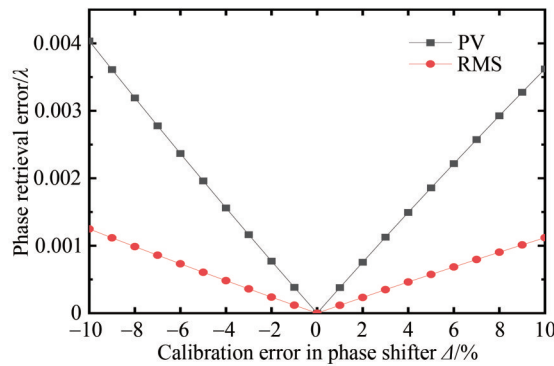


图6 $\pm 10\%$ 标定误差下Hariharan算法相位还原误差
Fig.6 The phase retrieval error by Hariharan algorithm within $\pm 10\%$ calibration error

取更小相移步长 5° 、 10° ,在相同标定误差下,自调谐算法计算得到的相移步长与实际相移步长之间的误差如图7所示,相位还原误差如图8所示。从图7中可以看出,相移步长越小,相移步长还原误差越小,即与实际相移步长更为接近,但从数值看来,误差都在 10^{-5} rad量级,变化较小,难以提高后续使用5步法时相位还原精度。正如图8所示,减小相移步长,相位还原误差PV、RMS值均在 $10^{-6}\lambda$ 量级波动,因此自调谐算法还

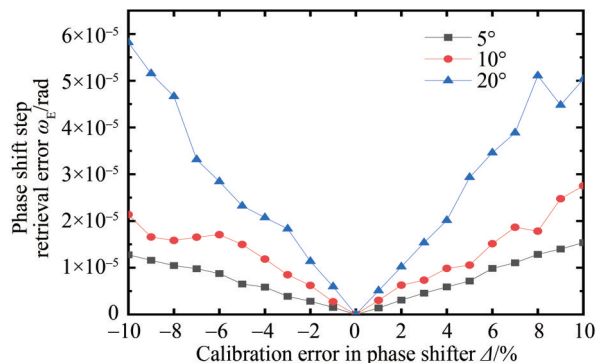


图7 相同标定误差下更小相移步长自调谐法相移步长还原误差
Fig.7 The phase shift step retrieval error by self-tuning algorithm at smaller phase shift steps with same calibration error

原精度无明显变化。而对应采用5步 Hariharan 算法, 仿真结果表明, 与 20° 相移步长相比, 更小相移步长下, 该算法相位还原误差也无明显变化, 如图 9 所示。

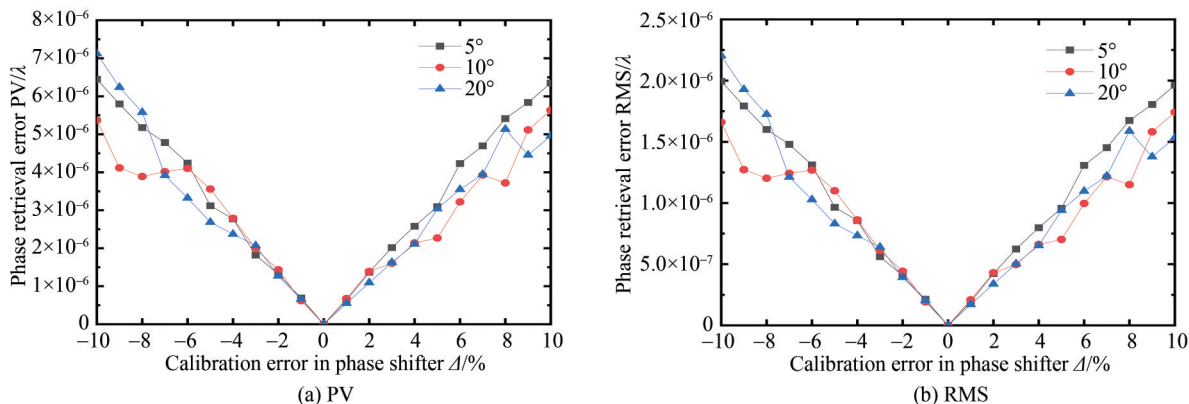


图 8 相同标定误差下更小相移步长自调谐算法相位还原误差

Fig.8 The phase retrieval error by self-tuning algorithm at smaller phase shift steps with same calibration error

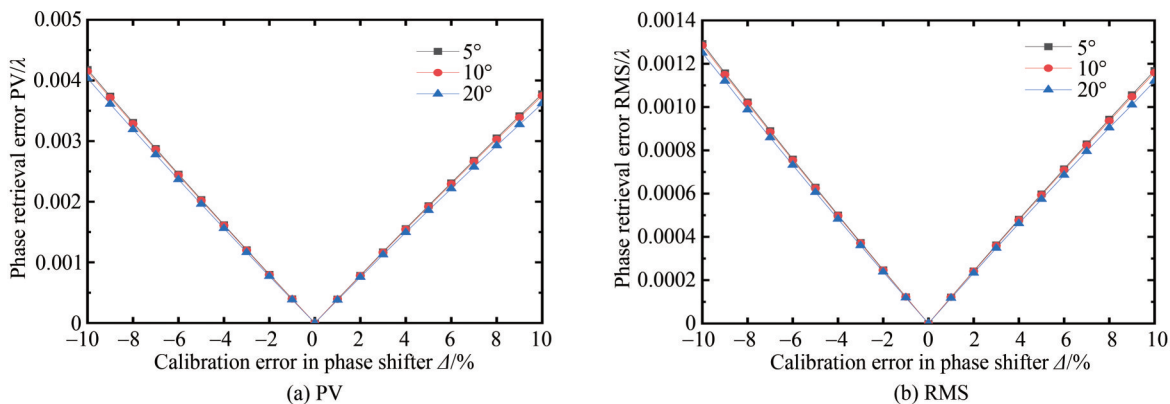


图 9 相同标定误差下更小相移步长 Hariharan 算法相位还原误差

Fig.9 The phase retrieval error by Hariharan algorithm at smaller phase shift steps with same calibration error

2.2 随机相移误差仿真分析

与上述仿真相同背景条件, 首先取相移步长 20° , 在随机相移误差幅度 $|\Delta/\omega_0|$ 为 $1\% \sim 5\%$ 时, 对应每一误差幅度各模拟 20 组随机误差, 对每一组按式 (12)~(16) 模拟生成一个 5 幅干涉条纹图序列, 分别用自调谐算法与 Hariharan 算法计算相位还原误差 PV、RMS 值, 再对 20 组误差 PV、RMS 取平均值以检验两种算法的相位还原精度。

因在相移标定误差情况下, 5 幅干涉图中包含的误差相同, 自调谐算法用其中 4 幅干涉条纹图即可以非常高的精度还原实际相移步长。将该步骤扩展, 在各干涉图中相移误差不等时, 对干涉图多次用 3 步法计算得到的相位进行重叠平均计算, 以完全利用干涉条纹序列信息求解相移步长, 再将该相移步长代入 5 步 Hariharan 法公式还原波前相位。但此时, 由两相位误差函数相减合成的正弦函数通过空间平均运算时不能被完全消除, 因此计算得到的相移步长与中间两个随机相移值 ω'_{-1} 、 ω'_1 的平均值之间存在一定误差。表 1 所示为 5 组随机相移误差与对应的仿真计算结果。从表中可以看出, 当自调谐算法计算得到相移步长接近该平均值时, 与 Hariharan 算法还原精度基本一致。

图 10、图 11 分别为 5% 误差幅度以内自调谐算法、Hariharan 算法的相位还原误差响应曲线。从图 10、11 中可以看出, 随着相移误差增大, 相位误差 PV、RMS 平均值逐渐增大, 自调谐算法对应 PV 在 $0.0018\lambda \sim 0.0097\lambda$ 、RMS 在 $0.0006\lambda \sim 0.004\lambda$ 范围, Hariharan 对应 PV 在 $0.0005\lambda \sim 0.0029\lambda$ 、RMS 在 $0.0002\lambda \sim 0.0014\lambda$ 范围。尽管两种算法计算结果相差 3 倍左右, 但该自调谐算法仍能保证较高还原精度。图 12 为相位空间分布中某一行像素上各点对应的相位还原误差。由图 12 可知, 相位还原误差与实际相位空间分布存

表1 随机相移误差及对应仿真计算结果
Table 1 Random phase shift errors and simulation results

Random error/rad				Calculated phase shift amount/rad	Phase error PV/RMS by self-tuning algorithm/ λ	Phase error PV/RMS by Hariharan algorithm/ λ
0.336 6	0.340 8	0.352 5	0.356 0	0.350 6	0.005 1/0.001 8	0.005 1/0.001 8
0.354 2	0.357 9	0.350 2	0.354 7	0.351 1	0.000 6/0.000 2	0.000 9/0.000 3
0.353 9	0.361 1	0.348 6	0.356 1	0.353 9	0.000 3/0.000 1	0.001 2/0.000 4
0.343 9	0.347 5	0.360 4	0.361 8	0.362 4	0.004 7/0.001 7	0.004 6/0.001 6
0.359 0	0.342 4	0.353 6	0.339 3	0.344 8	0.004 9/0.001 7	0.004 7/0.001 7

在正弦函数关系,幅度与随机相移误差有关。由于为小相移,可考虑进一步采集干涉条纹图以使用重叠平均法尽可能消除正弦相位误差从而提高相位还原精度^[16]。

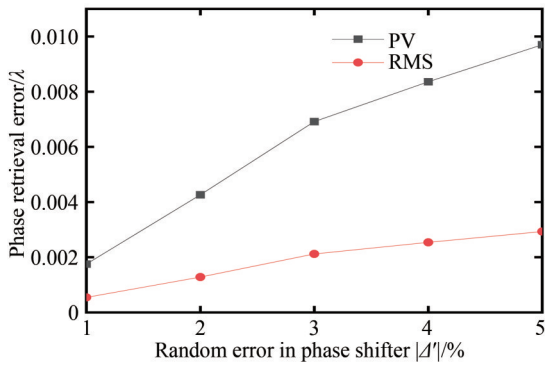


图10 5%随机相移误差内自调谐算法相位还原误差
Fig.10 The phase retrieval error by self-tuning algorithm within 5% random phase shift error

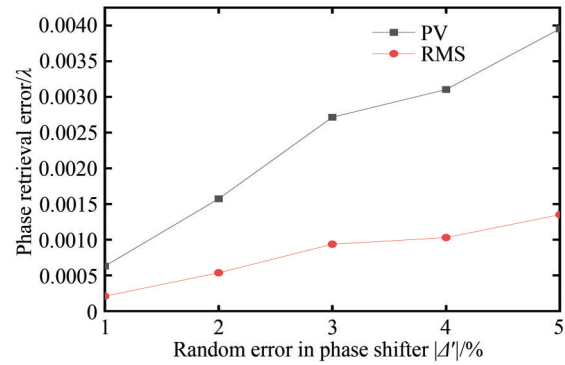


图11 5%随机相移误差内Hariharan算法相位还原误差
Fig.11 The phase retrieval error by Hariharan algorithm within 5% random phase shift error

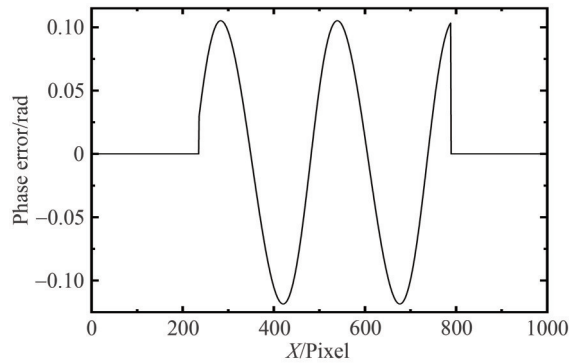


图12 某一行像素上自调谐法相位误差
Fig.12 The phase error by self-tuning algorithm on a specific row of pixels

取更小相移步长 5° 、 10° ,在相同幅度随机相移误差下,用两种算法还原相位,得到相位还原误差分别如图13、14所示。图13为自调谐算法计算结果,图14为Hariharan算法结果。由图13、14可知,减小相移步长,两种算法的还原精度均降低。当相移步长为 5° ,随机误差幅度为5%时,自调谐算法PV接近 0.06λ ,RMS接近 0.018λ ,取 $\lambda = 632.8\text{nm}$,此时难以保证相位还原精度。而对应Hariharan算法相位还原精度更高,其PV接近 0.016λ ,RMS接近 0.006λ 。因此,随机相移误差下,若采用自调谐算法,取 20° 小幅度相移步长是更佳的选择。

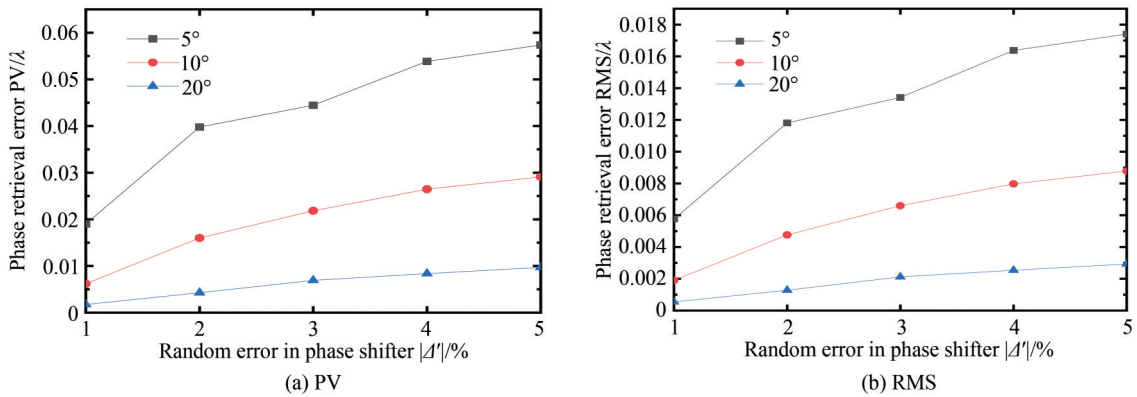


图13 相同随机误差,更小相移步长自调谐算法相位还原误差

Fig.13 The phase retrieval error by self-tuning algorithm at smaller phase shift steps with same random error

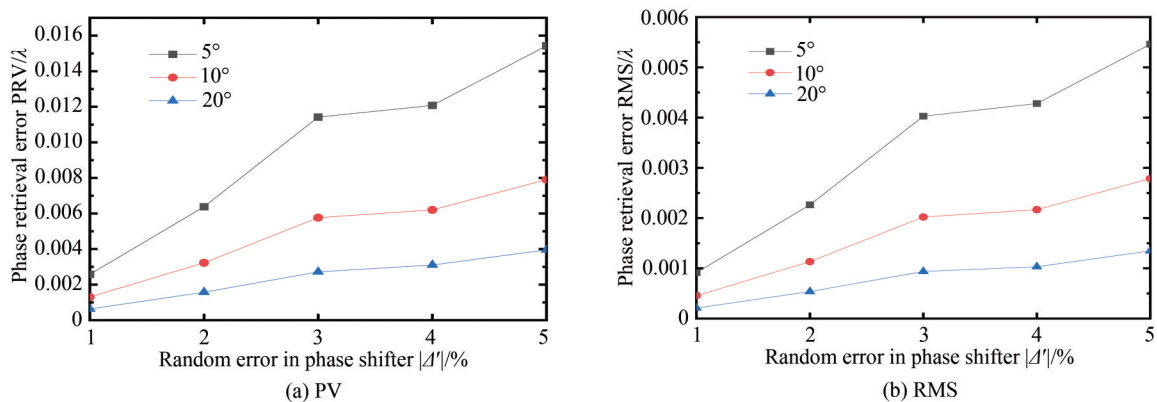


图14 相同随机误差,更小相移步长 Hariharan 算法相位还原误差

Fig.14 The phase retrieval error by Hariharan algorithm at smaller phase shift steps with same random error

3 结论

本文提出采用极小的相移步长以提高相移精度,并减小相移过程中引入的振动,同时,在小相移步长 5° 、 10° 、 20° 时,仿真对比了一种自调谐算法和经典 Hariharan 法的相移误差响应。仿真结果表明,在小幅度相移步长下,对于相移标定误差,采用自调谐算法相比 Hariharan 算法极大地提高了相位还原精度,扩大了对标定误差的容许范围,明显地抑制了相位误差,验证了算法原理有效性。在使用 Hariharan 算法计算相位前,通过使用两次 3 步算法可以高精度还原实际相移步长,从而提高了对相移标定误差的不敏感性。在 $\pm 10\%$ 标定误差内,各小相移步长下自调谐法相位误差 PV 均能达到 $10^{-6}\lambda$ 量级。在随机相移误差幅度 5% 范围内,随着相移步长减小,两种算法精度降低。结果表明,采取 20° 相移步长是更佳的选择,此时自调谐算法误差 PV、RMS 为 0.0097λ 、 0.0029λ ,仍能保证较高还原精度。后续可在该算法基础上进行重叠平均法数值仿真分析,同时进行实际干涉仪测量元件表面形貌实验,思考小幅度步长相移在实际实现过程中的 CCD 采样与校准,以验证小相移算法的抗振性能。

参考文献

- [1] SCHWIDER J. Phase shifting interferometry: reference phase error reduction[J]. Applied Optics, 1989, 28(18): 3889-3892.
- [2] KINNSTAETTER K, LOHMANN A W, SCHWIDER J, et al. Accuracy of phase shifting interferometry[J]. Applied Optics, 1988, 27(24): 5082-5089.
- [3] WANG Zhaoyang, HAN B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase shifted interferograms[J]. Optics Letter, 2004, 29(14): 1671-1673.
- [4] JESUS M M, FRANCISCO J C R, FRANCISCO G P L, et al. Phase recovery from interferograms under high amplitude vibrations[J]. Optics Express. 2014, 22(25): 31387-31395.
- [5] LIU Qian, WANG Yun, JI Fang, et al. Vibration-insensitive phase-shifting interferometry based on frequency domain

- analysis[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(1): 252-259.
- 刘乾,王洋,吉方,等.基于频域分析的抗振移相干涉测量[J].*光学精密工程*, 2015, 23(1): 252-259.
- [6] LU Wenqian, LI Jianxin, DUAN Mingliang, et al. Anti-vibration interferometric shape measurement based on tilt phase[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(2): 106-112.
- 卢文倩,李建欣,段明亮,等.基于倾斜相位的抗振干涉面形测量[J].*光学学报*, 2021, 41(2): 106-112.
- [7] HUANG Genwang. Research on Fizeau phase-shifting laser interferometer[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011.
- 黄根旺.斐索型移相式激光干涉仪研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2011.
- [8] DECK L L, GROOT P J D E. Numerical simulations of vibration in phase-shifting interferometry[J]. *Applied Optics*, 1996, 35(13): 2172-2178.
- [9] GROOT P J D E. Vibration in phase-shifting interferometer[J]. *Journal of The Optical Society of America A*, 1995, 12(2): 354-365.
- [10] ESTRADA J C, SERVIN M, QUIROGA J A. A self-tuning phase-shifting algorithm for interferometry[J]. *Optics Express*, 2010, 18(3): 2632-2638.
- [11] HARIHARAN P, OREB B F, EIJU T. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm[J]. *Applied Optics*, 1987, 26(13): 2504-2506.
- [12] MALACARA, DANIEL. Optical shop testing[M]. 3rd ed. John Wiley & Sons Inc, 2007.
- [13] LIU Fengwei. Study of key technology of random phase shifting interferometry[D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics Chinese Academy of Sciences, 2017.
- 刘锋伟.随机移相干涉测量关键技术研究[D].成都:中国科学院光电技术研究所, 2017.
- [14] ZHENG Junli, YING Qiheng, YANG Weili. Signal and system[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2000.
- 郑君里,应启珩,杨为理.信号与系统[M].2版.北京:高等教育出版社, 2000.
- [15] MOSINO J F, SERVIN M, ESTRADA J C, et al. Phasorial analysis of detuning error in temporal phase shifting algorithms[J]. *Optics Express*, 2009, 17(7): 5618-5623.
- [16] ZHU Rihong, CHEN Jinbang, WANG Qing, et al. A new algorithm on phase shifting interferometry: the overlapping averaging 4-frame algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, 14(12): 1288-1293.
- 朱日宏,陈进榜,王青,等.移相干涉术的一种新算法:重叠四步平均法[J].*光学学报*, 1994, 14(12): 1288-1293.

Phase Shift Error Analysis of a Phase-shifting Interference Algorithm with Small Phase Step Size

CHEN Roujing¹, HAN Sen^{1,3}, KANG Yanhui², XU Chunfeng¹, LI Xueyuan³

(1 School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(2 National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

(3 Suzhou H&L Instruments LLC, Suzhou, Jiangsu 215123, China)

Abstract: In optical metrology, Phase-Shifting Interferometry (PSI) is used to measure the surface morphology and wavefront phase of optical components, one of the most accurate methods. Phase-shifting interferometers often use piezoelectric ceramics as phase shifters to drive the reference arm to generate phase shift step. The measurement accuracy of the PSI technique is subject to the phase shifter accuracy. If the actual phase shift value deviates from the ideal one, the phase restoration accuracy will be greatly reduced. Considering that the 5-step with step size such as 5° , 10° , and 20° phase shift is greatly shortened compared to the 90° stroke, the hysteresis and nonlinearity in the PZT phase-shift curve can be ignored, and higher precision. At the same time, shortening the time can increase the frequency sensitivity to vibration and reduce the introduction of main low-frequency vibration in the actual environment. Therefore, this paper proposes to replace the common 90° with a tiny phase shift step to acquire five frames of interferograms. In order to verify the performance of the tiny phase shift 5-step algorithm, numerical simulation analysis is carried out at the primary error sources of calibration error and random phase shift error. Based on a self-tuning algorithm, restoring the actual phase shift step size by 3-step algorithm before the 5-step Hariharan algorithm is proposed. Under the calibration error, when the fringe phase spatial distribution satisfies the integer fringe number, the actual phase shift can be obtained with high accuracy

through the space averaging operation to eliminate phase error as much as possible. While the random phase shift error, the restored phase shift amount will be around to the average value of the intermediate phase shift error by extending the 3-step method to fully utilize the interferograms. The simulation results show that within the $\pm 10\%$ calibration error, the restoration accuracy of the phase shift step size increases with a larger calibration error, but as high as $10^{-5}\lambda$. The phase error curve is the same trend as the phase shift amount recovery error curve. The phase restoration error PV and RMS by the self-tuning algorithm remain in the order of $10^{-6}\lambda$ while $10^{-3}\lambda$ by the classic 5-step Hariharan algorithm, which significantly improves the phase restoration accuracy. Within the 5% random phase shift error, the phase restoration accuracy of the self-tuning algorithm is lower than that of the Hariharan algorithm. The average values of PV and RMS of the two algorithms differ by three times. The maximum PV values are 0.0097λ and 0.0029λ , respectively, and the RMS values are 0.004λ and 0.0014λ . When the solving phase shift step size is close to the average value, the restoration accuracy is the same as that of the Hariharan algorithm, it may even be higher than that of the Hariharan algorithm. From the results, within 5% of the error margin, the self-tuning algorithm can still ensure high restoration accuracy. At the same time, the results at the smaller phase shift steps of 5° and 10° show that the phase restoration accuracy of the two algorithms does not change significantly under the calibration error; the accuracy of the two algorithms is reduced under the random error, and the self-tuning algorithm is difficult to ensure the phase restoration accuracy when the phase shift step is 5° . The 20° phase shift step is a better choice. Due to the tiny phase shift, further sampling of the interferograms can be considered, and the phase error can be eliminated as much as possible by the overlapping average method. Experiments should be carried out to verify the anti-vibration performance of the tiny phase shift algorithm. During the experiment, processes such as CCD sampling and calibration should be considered.

Key words: Phase-shifting interference; Phase shift step size; Self-tuning algorithm; Hariharan algorithm; Phase shift error; Phase retrieval error

OCIS Codes: 120.2650; 120.3180; 120.5050