

引用格式: SUN Lei, WANG Guoping. Broadband Epsilon-near-zero Metamaterials and Its Application in Optical Field Manipulation (Invited)[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(1):0151107

孙磊,汪国平.宽频近零等效介电常数超材料及其在光场调控中的应用(特邀)[J].光子学报,2022,51(1):0151107

# 宽频近零等效介电常数超材料及其在光场调控中的应用(特邀)

孙磊,汪国平

(深圳大学微纳光电子学研究院,广东深圳 518060)

**摘 要:**近零等效介电常数超材料以其近乎等于零的等效介电常数所赋予的电磁特性使其在理论研究和工程应用中均有可观的价值,是电磁超材料领域研究热点之一。本文系统总结了为了解决现有近零介电常数超材料工作频率单一的不足,以等效介质理论的 Bergman-Milton 谱表述理论为基础,结合超材料典型微观结构等效介电常数谱表述的特点,建立宽频近零介电常数超材料的谱表述理论,并以此为基础设计具有宽频近零介电常数超材料的研究成果。理论上,对超材料的材料特性和微观结构特性抽象化,实现了对具备超晶格构型的宽频近零介电常数超材料的快速建构,解释了宽频近零介电常数的物理原理,并获得了数值模拟的验证。同时,在应用方面,根据宽频近零介电常数超材料的物理特性,突出展示了所设计的宽频近零介电常数超材料在宽频电磁隧穿与聚焦、宽频电磁波定向发射、宽频电磁波前调制等方面的应用。

**关键词:**超材料;超表面;超晶格;复合介质;等效介质理论;Bergman-Milton 谱表述理论;电磁隧穿

中图分类号:O441.6

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20225101.0151107

## 0 引言

电磁超材料(electromagnetic metamaterials)是一类由人造亚波长微结构按照特定空间排布组合而成的人工材料<sup>[1,2]</sup>。其以异于天然材料的独特光学性质在近数十年间伴随着纳米技术的发展逐渐成为物理研究和工程研究的热点,在负折射<sup>[3-5]</sup>、电磁隐身<sup>[6]</sup>、光速操控<sup>[7]</sup>、拓扑相变<sup>[8]</sup>、信息存储<sup>[9]</sup>、全光计算<sup>[10-11]</sup>等方面开辟了崭新的应用前景<sup>[12-14]</sup>。因为构成电磁超材料的微结构尺寸远小于光波波长,所以电磁超材料在与光场相互作用时可被视为具有特定等效电磁参量——等效介电常数和等效磁导率——的均匀材料。其中,一类具有近零等效介电常数的电磁超材料,简称 ENZ 超材料(Epsilon-near-zero Metamaterials)脱颖而出<sup>[15-19]</sup>。因为具有近零等效介电常数,ENZ 超材料在与电磁场相互作用时会使得电磁场中相互耦合的电场分量和磁场分量分解为相互独立的场分量;并将电磁场的时间参量(频率)和空间参量(波长)分解为各自独立的参量。形象的讲,由于 ENZ 超材料的近零等效介电常数使得超材料的等效折射率趋近于零,所以当电磁波在 ENZ 超材料中传播时具有近乎于零的相位变化和趋近于无穷的相速度。因此,ENZ 超材料通过与光场奇特的相互作用实现独特的光场调控。基于此特性,ENZ 超材料在电磁隧穿<sup>[20-24]</sup>、定向电磁辐射<sup>[25-28]</sup>、边界电磁效应<sup>[29-33]</sup>、光陷阱<sup>[34-37]</sup>、非线性光学<sup>[38-41]</sup>、光学非对易和非局域效应<sup>[42-45]</sup>、光掺杂<sup>[46-48]</sup>等领域开创了崭新的研究前景,为光场调控带来了全新的手段。

与天然材料类似,ENZ 超材料的近零等效介电常数源自于光场与材料相互作用之后的等效宏观效应。但是,作为人造材料,ENZ 超材料却可以拥有更为灵活多变的构造在不同条件下实现光场调控。在现阶段研究中,最为常见的 ENZ 超材料有三类典型的构造。第一类是由 ENG HETA N 所提出的波导构造——利

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 11734012, 12074267, 12174265),广东省重点领域研发计划项目(No. 2020B010190001)

第一作者(通讯作者):孙磊(1980—),男,助理教授,博士,主要研究方向为超材料与等效介质理论。Email: lsun@szu.edu.cn

收稿日期:2021-10-10;录用日期:2021-11-26

<http://www.photon.ac.cn>

用波导的截止频率实现ENZ响应<sup>[49-51]</sup>;第二类是由CHAN C T提出的光子晶体构造——利用光子晶体中Dirac点实现ENZ响应<sup>[52-55]</sup>;第三类是基于等效介质理论<sup>[56-57]</sup>在准静态条件下利用介电常数正负互补原理实现ENZ响应。由于原理的限制,上述三类构造的ENZ超材料研究都局限在单一工作频率,并且对激励条件有严格的限制,例如入射光必须满足特定的偏振态和特定的人射角等。这个局限限制了现有ENZ超材料的应用潜力,同时也寓意了在ENZ超材料的理论研究上也需进一步拓展。如何突破这个局限,实现多频点/宽频域、多种激励模式下的ENZ响应,核心在于通过探索ENZ超材料物质特性和微观结构在不同激励条件实现ENZ响应的物理原理。在此方面,CHEN K-R和GONCHARENKO A V做出了初步的探索。两位学者以Maxwell-Garnett等效介质理论为理论基础采用优化算法证明了在金属-介质复合材料中通过合理调配组分比例和微观结构可以实现宽频域的ENZ响应<sup>[59-62]</sup>。此项研究的核心首先在于如何根据宽频ENZ超材料的物质特性和微观结构在特定激励条件下合理构建出描述其等效介电常数的目标函数;其次,利用计算机对目标函数进行大规模的优选计算获得具有宽频ENZ响应的最优解。两位学者的研究在理论上成功的展示了实现宽频ENZ超材料的可行,但是研究没有揭示宽频ENZ超材料的物理原理,因此在面对超材料众多的组分材料和多变的微观结构时不能灵活实现对宽频ENZ超材料的设计。

面对上述问题,本文系统总结了基于等效介质谱表述理论设计宽频ENZ超材料的严格理论,并探讨宽频ENZ超材料在光场调控中的潜在应用<sup>[63-69]</sup>。这里的谱表述理论是指由色列特拉维夫大学(Tel-Aviv University)BERGMAN D J和犹他大学(University of Utah)MILTON G W提出并建立的一套研究复合材料宏观性质的一般性理论<sup>[70-75]</sup>。在这套理论中,通过对复合材料的组分材料和微观结构分别引入材料参数和结构函数的方式得到描述复合材料宏观物理性质的本征方程,并由方程确定复合材料的结构谱。于是,复合材料的宏观性质参数(包括等效介电常数、等效电导率、等效热传导系数等),以及对应的物理场(包括电磁场、热场等)分布都可以表示为结构谱的展开形式。谱表述理论分离了复合材料各组分物质特性与微观结构,使得系统探讨此二者与复合材料宏观性质参数之间的关系成为了可能。此外,因为宏观性质参数的谱展开形式仅在数值计算时保留了截断近似,所以谱表述理论作为第一性原理理论具有很高的精度。因此,除了在研究复合材料宏观物理性质方面,谱表述理论还被广泛运用于电流变液、非线性光学、纳米等离子体波、纳米透镜等相关领域的研究<sup>[76]</sup>。基于等效介电常数谱表述理论的上述优点,将谱表述理论引入ENZ超材料的研究,可以有效的解决一系列与ENZ超材料物理原理紧密相关的问题,包括超材料组分材料的物质特性和微观结构如何决定了ENZ响应频率和激励条件、微观结构与结构函数如何一一对应、结构函数如何反映不同微观结构之间的相互作用等,从而在不同激励条件下灵活多变的构建宽频ENZ超材料。本文首先构建了以二元复合材料常见的4类微观结构相互嵌合而成的超晶格结构为微观结构的金属-介质超材料的等效介电常数的谱表述理论。其次,在此基础上建构宽频ENZ超材料等效介电常数从谱空间到物理空间的映射关系。通过获得宽频ENZ响应与组分材料物理特性和微观结构几何参数的对应关系,实现在不同激励条件下宽频ENZ超材料的理论模型。再次,利用对超晶格结构的本征模式分析揭示宽频ENZ超材料的物理原理。最后,利用有限元仿真探讨宽频ENZ超材料在光场调控中的潜在应用。

## 1 等效介电常数的谱表述理论

利用电磁超材料实现光场调控其实质是探讨复合材料与光场相互作用的问题。当复合材料的微观结构远小于光波波长时,复合材料可以看作均匀材料。此时,其电磁特性可以由一系列等效的电磁参量——如等效介电常数、等效磁导率、等效电导率等——所描述。由此,如何根据复合材料各个组分的物理特性和微观结构,以及外部物理场的分布等已知条件,准确求解材料的等效电磁参量便成为理论物理研究的一个课题。在此方面,色列特拉维夫大学的BERGMAN D J提出并与犹他大学MILTON G W合作发展了一套求解复合材料Maxwell方程组的理论方法——复合材料等效介电常数的谱表述理论。对于二元复合材料,谱表述理论可以给出其等效介电常数的解析性质,清晰展示等效介电常数与材料组分的物质特性与微观结构的关系。因此,谱表述理论是研究宽频ENZ超材料强有力的工具。

### 1.1 Bergman-Milton谱表述理论

在BERGMAN D J所提出的Bergman谱表述理论中,对于由两种材料——介电常数分别为 $\epsilon_1$ 和 $\epsilon_2$ ——

构成的二元复合材料,通过定义仅与组分材料物特性相关的材料参数

$$s = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \quad (1)$$

其等效介电常数  $\epsilon_e$  即可以直接表述为

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N \frac{F_i}{s - s_i} \right] \quad (2)$$

式中,参数  $F_i$  是复合材料的谱密度,参数  $s_i$  是与谱密度对应的本征值——因为当物质参数取值与本征值相等时,式(2)的取值趋于无穷大,所以本征值也称作极点。谱密度  $F_i$  和极点  $s_i$  统称复合材料的 Bergman 谱。由复合材料的 Maxwell 方程可知,谱密度和奇点的取值分别受限于条件  $0 < F_i < 1$  和  $0 \leq s_i \leq 1$ 。而其具体的取值则完全取决于复合材料的微观结构。其中,谱密度  $F_i$  与复合材料中组分  $\epsilon_1$  的体积分数  $p_1$  还满足关系式(3)。

$$\sum_{i=1}^N F_i = p_1 \quad (3)$$

由此可以看出,Bergman 谱表述理论的首要特点便是,在复合材料的等效介电常数的表达式中实现了材料参数和微观结构的分离。此外,Bergman 谱表述理论给出了复合材料等效介电常数的解析表达式,是进一步分析复合材料电磁特性的基础。

另一方面,MILTON G W 亦提出了相似的表述——Milton 谱表述理论。利用相同定义的材料参数,同一复合材料的等效介电常数在 Milton 谱表述理论中可以写作

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \prod_{i=1}^N \frac{s - z_i}{s - s_i} \quad (4)$$

式中,参数  $z_i$  和  $s_i$  分别称为零点和极点。它们共同构成了复合材料的 Milton 谱,并同样完全由复合材料的微观结构所决定。相较于 Bergman 谱表述理论,Milton 谱表述理论有着与之相同的优点——复合材料等效介电常数的解析表达式。此外,Milton 谱表述理论对 Milton 谱还给出了更为详细的取值限定,即

$$0 \leq s_1 < z_1 < s_2 < z_2 < \dots < s_N < z_N \leq 1 \quad (5)$$

并且,Milton 谱  $(z_i, s_i)$  与复合材料中组分  $\epsilon_1$  的体积分数  $p_1$  也相互联系

$$\sum_{i=1}^N (z_i - s_i) = p_1 \quad (6)$$

虽然,Bergman 与 Milton 谱表述理论具有不同的数学形式,但是,通过引入恒等式

$$\prod_{i=1}^N \frac{s - z_i}{s - s_i} = \begin{cases} 1 - \frac{-z_1 + s_1}{s - z_1} & N = 1 \\ 1 - \sum_{i=1}^N \frac{\prod_{j=1}^N (-z_i + s_j)}{(s - z_i) \prod_{j \neq i}^N (-s_i + s_j)} & N \geq 2 \end{cases} \quad (7)$$

可以证明 Bergman 与 Milton 谱表述在数学形式上是完全一致。其中,Bergman 谱表述理论中的谱密度与 Milton 表述中的零点和奇点可以通过关系式(8)相互转化。

$$F_i = \begin{cases} -z_1 + s_1 & N = 1 \\ \frac{\prod_{j=1}^N (-z_i + s_j)}{\prod_{j \neq i}^N (-z_i + z_j)} & N \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

其次,进一步的研究表明,当 Milton 谱表述理论中的零点—奇点序列满足式(5)的条件时,由式(8)所得出的谱密度严格满足  $0 < F_i < 1$  的限定。并且,利用恒等式(9)

$$\sum_{i=1}^N \frac{\prod_{j=1}^N (-z_i + s_j)}{\prod_{j \neq i}^N (-s_i + s_j)} = \sum_{i=1}^N (z_i - s_i) \quad (9)$$

亦可以证明,由式(8)所联系的谱密度与零点—奇点序列完全满足式(3)与(6)所提出的物理条件。综合以上结论,我们严格证明了 Bergman 谱表述理论与 Milton 谱表述理论的全同性。此结果将是研究宽频 ENZ 超

材料的理论基础。

### 1.2 典型微观结构的谱表述理论

利用 Bergman-Milton 谱表述理论,可以分析具有典型微观结构的二元复合材料的等效介电常数的谱表述形式。根据两位学者的研究,把可以准确计算等效介电常数的典型微观结构分为 4 类 (Type I、II、III 和 IV),如图 1 所示。

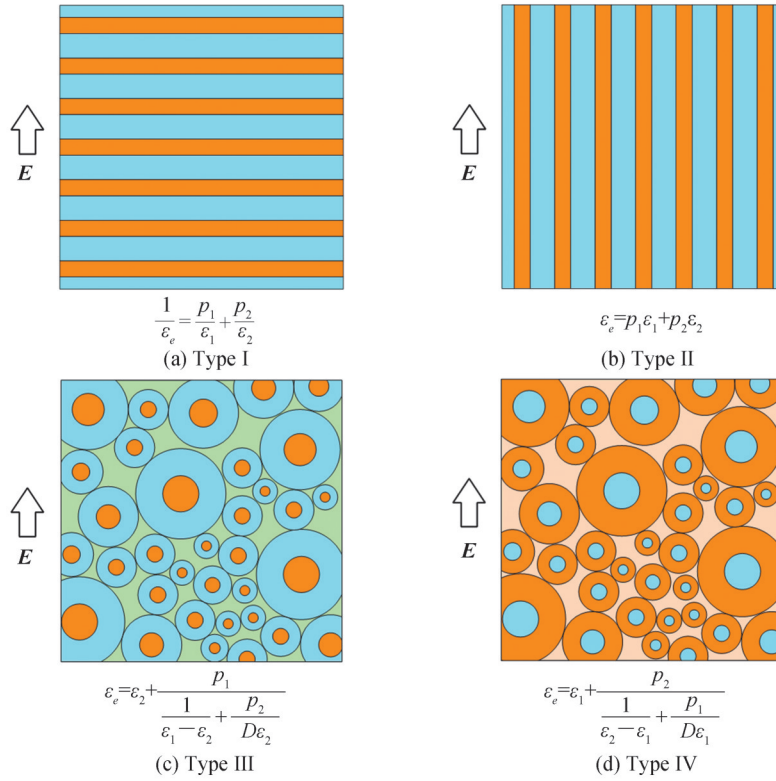


图 1 可准确确定等效介电常数的 4 类典型微观结构  
Fig. 1 Typical microstructures of accurately determined effective permittivity

Type I 结构一般称为层状结构。在外场的激励下,此结构的等效介电常数由一维 Maxwell-Garnett 公式<sup>[77, 78]</sup>准确给出,即

$$\frac{1}{\epsilon_e} = \frac{p_1}{\epsilon_1} + \frac{1-p_1}{\epsilon_2} \quad (10)$$

其对应的 Bergman 谱表述形式与 Milton 谱表述形式可分别写作

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \left[ 1 - \frac{p_1}{s - (1-p_1)} \right] \quad (11)$$

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \frac{s-1}{s - (1-p_1)} \quad (12)$$

此微观结构的 Bergman 谱密度是  $F_1 = p_1$ , 而 Milton 零点-极点序列是

$$0 \leq s_1 = 1 - p_1 < z_1 = 1 \quad (13)$$

Type II 结构一般称为柱状结构,或纵向层状结构。在外场的激励下,此结构的等效介电常数为

$$\epsilon_e = p_1 \epsilon_1 + (1-p_1) \epsilon_2 \quad (14)$$

其对应的 Bergman 和 Milton 谱表述形式分别是

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \left[ 1 - \frac{p_1}{s} \right] \quad (15)$$

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \frac{s - p_1}{s} \quad (16)$$

此微观结构的 Bergman 谱密度是  $F_1 = p_1$ , 而 Milton 零点—极点序列是

$$0 = s_1 < z_1 = p_1 \leq 1 \quad (17)$$

Type III 和 IV 结构统称 Hahsin-Shtrikman 结构<sup>[79]</sup>。简单而言, Hahsin-Shtrikman 结构是由两种组分材料按照固定体积比所构成的不同尺寸的同轴壳层圆柱(或同心壳层球)密集堆砌所形成的一种理想结构。两类结构的唯一区别是组分材料在同轴壳层圆柱(或同心壳层球)的分布位置不同。根据 Maxwell-Garnett 理论, 对于 Type III Hahsin-Shtrikman 结构的等效介电常数满足

$$\frac{\epsilon_e - \epsilon_2}{\epsilon_e + (D-1)\epsilon_2} = p_1 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + (D-1)\epsilon_2} \quad (18)$$

式中, 参数  $D = 2$  和  $3$ , 分别对应结构的维度。其对应的 Bergman 和 Milton 谱表述形式分别是

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \left[ 1 - \frac{p_1}{s - (1 - p_1)/D} \right] \quad (19)$$

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \frac{s - (1 + (D-1)p_1)/D}{s - (1 - p_1)/D} \quad (20)$$

其 Bergman 谱密度是  $F_1 = p_1$ , 而 Milton 零点—极点序列是

$$0 \leq s_1 = (1 - p_1)/D < z_1 = (1 + (D-1)p_1)/D \leq 1 \quad (21)$$

与此对应的是 Type IV Hahsin-Shtrikman 结构的等效介电常数可以由式(22)获得

$$\frac{\epsilon_e - \epsilon_1}{\epsilon_e + (D-1)\epsilon_1} = (1 - p_1) \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + (D-1)\epsilon_1} \quad (22)$$

其 Bergman 和 Milton 谱表述形式分别是

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \left[ 1 - \frac{(D-1)p_1/(D-p_1)}{s} - \frac{(1-p_1)p_1/(D-p_1)}{s - (D-p_1)/D} \right] \quad (23)$$

$$\epsilon_e = \epsilon_2 \cdot \frac{s - (D-1)p_1/D}{s} \cdot \frac{s-1}{s - (1-p_1)/D} \quad (24)$$

此微观结构的 Bergman 谱密度是  $F_1 = (D-1)p_1/(D-p_1)$  和  $F_2 = (1-p_1)p_1/(D-p_1)$ , Milton 零点—极点序列为

$$0 = s_1 < z_1 = (D-1)p_1/D < s_2 = (1-p_1)/D < z_2 = 1 \quad (25)$$

由此可以看出, 虽然 Type III 和 IV 微观结构类似, 但是却具有截然不同的谱表述形式。表明了两者的等效介电常数具有完全不同物理特性, 属于不同的拓扑构型。这一点也是 Bergman-Milton 谱表述理论的最为突出的优点之一。

至此, 我们简要介绍了等效介电常数的 Bergman-Milton 谱表述理论, 和 4 类可准确求解等效介电常数的微观结构的谱表述形式即特点。以上的理论结果将是我们研究宽频 ENZ 超材料的理论基础。

## 2 宽频 ENZ 超材料的设计理论

Bergman-Milton 谱表述理论在描述复合材料的等效介电常数上实现了物质参数与微观结构参数的分离。此举不仅简化了计算过程, 也使得在复合材料微观结构信息不完善的情况下确定材料的等效介电常数取值范围的问题成为可能。在以下章节中, 我们将探讨利用 Bergman-Milton 谱表述理论的这一特点实现宽频 ENZ 超材料的理论设计。

### 2.1 宽频 ENZ 超材料的谱表述

在上文中, 我们证明了 Bergman 谱表述理论与 Milton 谱表述理论之间相互等价的关系。但就仅在谱表

述空间中研究宽频ENZ超材料的等效介电常数的特性而言, Milton谱表述理论的表达方式更为简洁。考察由金属和介质两种物质复合而成的二元复合材料。在光学波段, 金属的介电常数  $\epsilon_m(\omega)$  是随频率变化的函数, 而介质的介电常数  $\epsilon_d$  可视为常数。由此, 我们定义如下此种金属—介质复合材料的材料参数

$$s(\omega) = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_d - \epsilon_m(\omega)} \quad (26)$$

而其无疑也是频率的函数。利用此材料参数, 在复合材料的微观结构不明确的情况下, Milton谱表述理论所给出的复合材料等效介电常数的可能取值可以写作

$$\epsilon_c(\omega) = \epsilon_d \prod_{i=1}^N \frac{s(\omega) - z_i}{s(\omega) - s_i} \quad (27)$$

其包含的零点—极点序列, 依旧满足式(5)的限定。由此, 可以得出, 在给定了金属和介质的物质特性之后, 材料参数满足  $0 < \text{Re}(s(\omega)) < 1$  的频段范围即是此种金属—介质复合材料实现宽频ENZ超材料的工作频段。同时, 根据量纲分析, 还可以得知上述表达式中的零点和极点应该与材料参数具有相同的量纲。因此, 通过在宽频ENZ超材料的工作频域内定义

$$z_i = s(\omega_i) \quad (28)$$

$$s_i = s(\omega_i) \quad (29)$$

来确定 Milton谱表述理论中的零点—极点序列的取值。其中, 频点  $\omega_i$  是在宽频ENZ超材料工作频域内任意选取的频率序列。并且, 与零点对应的频点和与极点对应的频点交错分布, 以满足 Milton谱表述理论中对零点—极点序列取值的要求。

至此, 我们可以看出, 通过选取 Milton谱表述理论为宽频ENZ超材料等效介电常数的表述形式, 可以在仅有超材料组分材料物理特性信息的情况下, 无需任何理论推演即能回答实现宽频ENZ超材料的三个核心问题: 1) 宽频ENZ超材料的组分材料应该满足什么物理特性; 2) 在选定组分材料的条件下, 宽频ENZ超材料可能的工作频段如何确定; 3) 在可能的工作频域内, 如何确定谱表述零点—极点序列的取值。因此, 谱表述理论的引入在一定程度上减少了优化算法的盲目性。而如何利用宽频ENZ超材料的谱表述理论逆向获得其微观结构的几何参数, 则是谱表述理论逆问题需要解决的问题。

### 2.2 宽频ENZ超材料的谱表述逆问题

根据前文分析结果可以清晰看到, 具有单一常见微观结构的二元复合材料仅能实现单一频点的ENZ响应。因此, 要实现宽频ENZ超材料, 必须采用多种微观结构相互嵌合的超晶格结构。利用超晶格结构中的原胞在不同频点上实现单频ENZ响应, 再通过原胞之间的相互耦合获得宽频ENZ特性。我们的研究发现, 能获得宽频ENZ响应的超晶格结果有两种基本构型。第一种基本构型, 超晶格以 Type I 结构为整体架构, 内部原胞则可以以 Type II、III 和 IV 结构中的任意一种为微观结构。第二种基本构型, 超晶格以 Type II 结构为整体架构, 内部原胞则可以以 Type I、III 和 IV 结构中的任意一种作为微观结构。下面我们以 Type I 结构为超晶格整体架构、Type II 结构为原胞微结构为例(图2), 展示金属—介质宽频ENZ超材料谱表述逆问题的构建与解析求解。

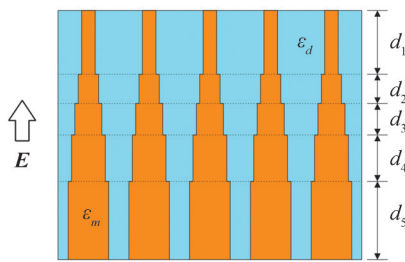


图2 Type I-II超晶格结构示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of the Type I-II superlattice

首先,考虑以 Type II 结构为微观结构的金属—介质原胞的等效介电常数。根据等效介质理论,其等效介电常数的 Milton 谱表述形式为

$$\epsilon_e^{(i)} = p_m^{(i)} \epsilon_m + (1 - p_m^{(i)}) \epsilon_d = \epsilon_d \frac{s - p_m^{(i)}}{s} \quad (30)$$

式中,材料参数沿用式(26)的定义;上指标  $i$  代表超晶格中原胞的编号。其次,考虑由  $N$  个上述原胞按照 Type I 结构组成的超晶格结构,其等效介电常数根据等效介质理论可表述为

$$\epsilon_e = \epsilon_d \left[ \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{(s - p_m^{(i)})/s} \right]^{-1} \quad (31)$$

在式(31)中,参数  $d_i$  是每一个原胞在超晶格中的体积比,所以其必须满足  $\sum_{i=1}^N d_i \equiv 1$  的限定条件。

在另一方面,若直接从 Milton 谱表述理论出发,此超晶格结构的等效介电常数亦可以由表达式(32)直接决定。

$$\epsilon_e = \epsilon_d \prod_{i=1}^N \frac{s - z_i}{s - s_i} \quad (32)$$

因为式(31)与(32)对应着同一结构,所以两者必然相等。据此可得

$$\sum_{i=1}^N \frac{p_m^{(i)} d_i}{s - p_m^{(i)}} = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_e} - 1 = \prod_{i=1}^N \frac{s - s_i}{s - z_i} - 1 \quad (33)$$

其中,限定条件  $\sum_{i=1}^N d_i \equiv 1$  在式(33)的推导中起到了关键作用。根据前文所引入的恒等式——式(7),可以得到

$$\prod_{i=1}^N \frac{s - s_i}{s - z_i} - 1 = - \sum_{i=1}^N \frac{\prod_{j=1}^N (s_j - z_i)}{(s - z_i) \prod_{j \neq i}^N (z_j - z_i)} \quad (34)$$

显而易见,式(33)与(34)展示了超晶格每个原胞中的金属体积比与 Milton 谱零点之间一一对应的关系,即

$$p_m^{(i)} = z_i \quad (35)$$

而每个原胞在超晶格中的体积比则由 Milton 谱中的零点—极点序列按照关系(36)逐一确定。

$$d_i = - \frac{\prod_{j=1}^N (s_j - z_i)}{z_i \prod_{j \neq i}^N (z_j - z_i)} \quad (36)$$

值得注意的是,式(35)与(36)仅仅给出了金属体积比和原胞体积比的解析表达式,但是表达式的数值结果是否具有合理的物理意义还需要进一步讨论。首先,金属体积比和原胞体积比必须各自满足  $0 \leq p_m^{(i)} \leq 1$  和  $0 \leq d_i \leq 1$ 。可以证明,Milton 谱表述理论中对零点—极点序列取值的要求——式(5)——可以使式(35)和(36)所给出的体积比自动满足上述要求。其次,对于原胞体积比还有更强的限定,即

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N \left[ - \frac{\prod_{j=1}^N (s_j - z_i)}{z_i \prod_{j \neq i}^N (z_j - z_i)} \right] \equiv 1 \quad (37)$$

对此,再次利用式(7)中的恒等式,式(37)可以简化为

$$\sum_{i=1}^N d_i = 1 - \prod_{i=1}^N \frac{s_i}{z_i} \equiv 1 \quad (38)$$

结合式(5)中,Milton 谱表述理论自身对零点—极点序列的要求,容易得出,仅需要第一极点满足  $s_1 \equiv 0$  则由式(35)和(36)所确定的体积比则具有了合理的物理意义。

至此,利用宽频 ENZ 超材料的 Milton 谱表述形式,我们实现了先在谱表述空间确定宽频 ENZ 超材料的等效介电常数和工作频域,再根据宽频 ENZ 超材料等效介电常数的微观结构表述与 Milton 谱表述构建逆问题,最后通过引入恒等式,由逆问题获得宽频 ENZ 超材料微观结构的几何参数。此理论方法完美解决了优化算法的弊端,同时在谱空间解释了超材料获得宽频 ENZ 特性的物理原理。此方法对前文中所提及的两种宽频 ENZ 超材料超晶格基本构型均可获得严格的解析解,具有很好的普适性。

### 2.3 宽频 ENZ 超材料的构建

Milton 谱表述理论所构建的逆问题通过谱空间中零点—极点序列与物理空间微观结构几何参数一一对应的关系实现了对宽频 ENZ 超材料微观结构的严格求解。此方法适用于上文所提及的宽频 ENZ 超材料的两类基本构型。在本节中,我们以较为复杂的 Type I 和 IV 结构为例——图 3(a),展示在二维空间中如何构建宽频 ENZ 超材料。

与前一节中逆问题相仿,当以 Type I 结构为超晶格整体架构,结合 Type IV 结构内部原胞构架时,超晶格所对应的逆问题可以写作

$$\frac{\epsilon_d}{\epsilon_e} = \frac{s}{s-1} \left[ 1 - \sum_{i=1}^N \frac{(1-p_m^{(i)})d_i}{s-p_m^{(i)}/2} \right] = \frac{s}{s-1} \prod_{i=1}^N \frac{s-s_i}{s-z_i} = \frac{s}{s-1} \left[ 1 - \sum_{i=1}^N \frac{\prod_{j=1}^N (-z_i + s_j)}{(s-z_i) \prod_{j \neq i}^N (-z_i + z_j)} \right] \quad (39)$$

式中,因子  $s/(s-1)$  暗含了 Type IV 结构的一个等于 1 的本征零点和一个等于 0 的本征极点,所以,剩余的零点—极点序列则满足关系

$$0 < z_1 < s_1 < z_2 < s_2 < \dots < z_N < s_N < 1 \quad (40)$$

由此可以得到,超晶格微观结构的几何参数与零点—极点序列形式上满足关系

$$p_m^{(i)} = 2z_i \quad (41)$$

$$d_i = \frac{\prod_{j=1}^N (-z_i + s_j)}{(1-2z_i) \prod_{j \neq i}^N (-z_i + z_j)} \quad (42)$$

而为了符合几何参数的物理意义,上述零点—极点序列还必须满足以下限制条件

$$0 < z_i < 1/2 \quad (43)$$

$$\prod_{i=1}^N \frac{1-2s_i}{1-2z_i} \equiv -1 \quad (44)$$

以上述理论结果为基础,取银为金属组分、空气为介质组分,822.194 THz 至 891.268 THz 为宽频 ENZ 超材料工作频段,可以得出由 4 个具有第四类 Hashin-Shtrikman 结构原胞按第一类结构组合而成的超晶格宽频 ENZ 超材料的几何参数见表 1。

表 1 原胞微观结构几何参数  
Table 1 Geometric parameters of the unit cell

Unit cell	Filling ratio of Ag $p_m^{(i)}$	Filling ratio of air $p_d^{(i)}$	Filling ratio of unit cell $d_i$	Approximated filling ratio of unit cell $d_i$
$i=1$	0.597	0.403	0.265	0.3
$i=2$	0.694	0.306	0.094	0.1
$i=3$	0.791	0.209	0.110	0.1
$i=4$	0.887	0.113	0.531	0.6

根据表 1 中的数据,结合前面的公式,可以算出逆问题所确定的超晶格在工作频段中等效介电常数的理论值。另一方面,对于所设定的工作频段,在长波近似的条件下通过取定超晶格整体几何尺寸为  $a_x \times a_y \times h_z = 1 \text{ nm} \times 10 \text{ nm} \times 65 \text{ nm}$ ,则可以利用有限元数值模拟获得得到超晶格结构在工作频段内的反射系数与透射系数(散射参数, S 参数)。再根据散射参数的幅值和相位在不同频率的取值,结合超晶格整体几何尺寸,即可反算出超晶格的在光波激励下的等效介电常数,简称散射等效介电常数(散射值),并与理论值比较。

由图 3(b)可以清晰看出,等效介电常数的理论值(实线族)与散射值(虚线族)在所设计的工作频段内有很高的吻合度。但是,因为光波在超晶格表面的散射效应没有被谱表述理论所考虑,所以理论值与模拟值有一定的偏差。为了避免这一影响,借助有限元数值模拟,可以计算出超晶格在不同频率下的本征模式,及每个模式对应的等效介电常数——模式等效介电常数(空心圆)。对比模式等效介电常数和理论值可以看出,两者完全一致。此结果的原因是由于在本征模式分析中,光波在超晶格表面的散射并没有被计算在其中,所以模式等效介电常数与理论值完美匹配。由此可见,电磁波在超晶格结构上的散射和其他相关效应



——光学非局域效应——对超晶格等效介电常数的影响在宽频ENZ超材料设计中需要额外考虑。此外,图3(c)展示了超晶格在等效介电常数等于零的五个频点处的本征模式。可以看出,随着频率的变化,光场能量的最强值分布依次出现在超晶格的各个原胞中。此结果形象的展示了宽频ENZ响应的物理原理——整个超晶格可以看作是一组相互耦合波导。其中,每一支波导工作在其对应的ENZ频点。通过波导之间相互的耦合,超晶格整体体现出宽频ENZ响应。

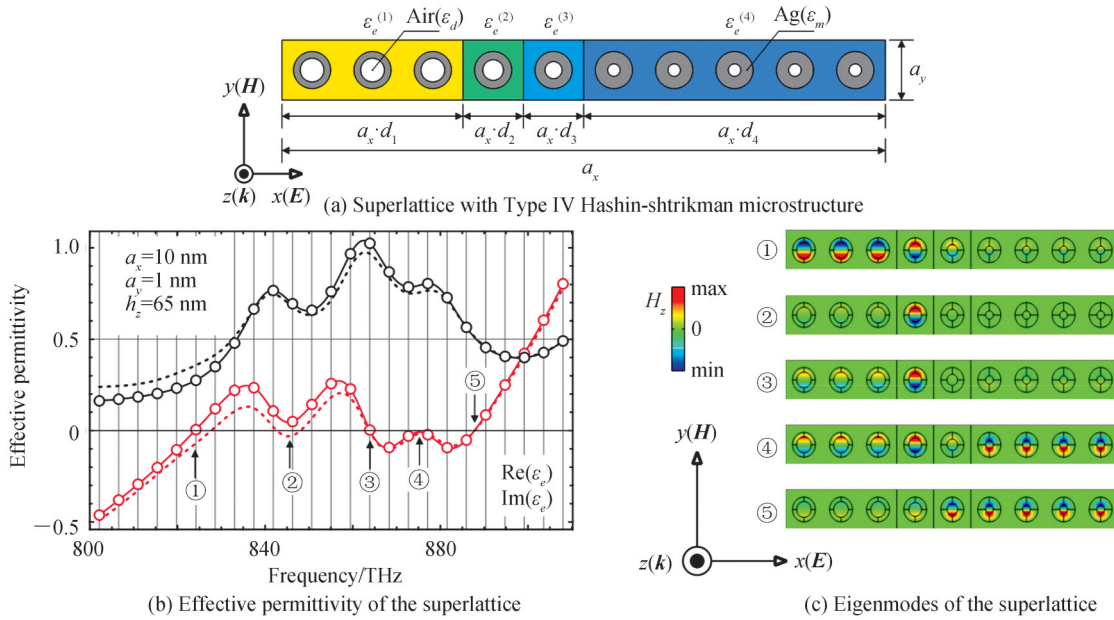


图3 Type I-IV 超晶格宽频ENZ超材料

Fig. 3 Broadband ENZ metamaterial of the Type I-IV superlattice

但是,Hashin-Shtrikman结构作为一种理想结构在实验上缺乏可操作性,所以在具体实验中,Hashin-Shtrikman结构往往用更为简单的散布结构所替代。所谓散布结构,是作为掺杂的组分以颗粒形态散布于作为基质的组分之中,且掺杂组分颗粒之间不形成联通结构。在掺杂浓度较低的情况下,散布结构可以很好的近似Hashin-Shtrikman结构。在本例中,当空气占比满足  $p_d^{(i)} < 0.4$  时,散布结构可以很好的近似Hashin-Shtrikman结构的电磁特性。根据以上分析,在长波近似的条件下,可以根据表1中的相关数据,通过在银质基底中刻蚀周期性排列的具有不同直径的空气柱,图4(a),的方式来实现更具实验操作性的宽频ENZ超材料。

对于此种超晶格结构的宽频ENZ超材料同样可以利用有限元数值模拟,利用计算所得的散射参数获得超晶格等效介电常数的散射值,结果如图4(b)和4(d)所示。从图中结果可以看出,相对于理论值(实线族),由散射等效介电常数(虚线族)依旧能复现理论值的变化趋势。但是,在细节上,两者有较大的偏差。此偏差明显大于理想的Hashin-Shtrikman结构。在比较了两种亚波长几何尺寸超晶格—— $a_x \times a_y \times h_z = 10 \text{ nm} \times 1 \text{ nm} \times 56 \text{ nm}$  和  $a_x \times a_y \times h_z = 20 \text{ nm} \times 2 \text{ nm} \times 56 \text{ nm}$ ——的散射等效介电常数的变化情况还可以看出,随着几何尺寸的增加散射值与理论值的偏差越发明显。结合光学非局域效应与微观结构几何尺寸的正比关系可以推定,此偏差的来源正是散布结构中的更为明显的光学非局域效应。不过,在另一方面,仍然可以利用有限元数值模拟,通过分析散布结构超晶格的本征模式,获得模式等效介电常数(空心圆线族)来避免光学非局域效应对等效介电常数的影响。计算结果明显表明在满足长波近似的条件下,超晶格的几何尺寸对等效介电常数的影响不大。虽然,相较于理论值而言,模式等效介电常数依旧存在一定的偏差,此种偏差来源于散布结构对理想的Hashin-Shtrikman结构的近似误差。由此可以看出,对于同一种电磁超材料,面对不同的研究目的,可以定义不同的等效介电常数。如果研究的目的在于探讨光波在超材料上的散射特性,选取散射等效介电常数较为合理;如果研究的目的在于分析光波在超材料内部的传播特性,选取模式等效介电常数则更为合适。但是,无论以何种方式定义研究所需要的等效介电常数,以上的结果均表明

我们所提出宽频ENZ超材料谱表述理论均能提供很好的理论模型。

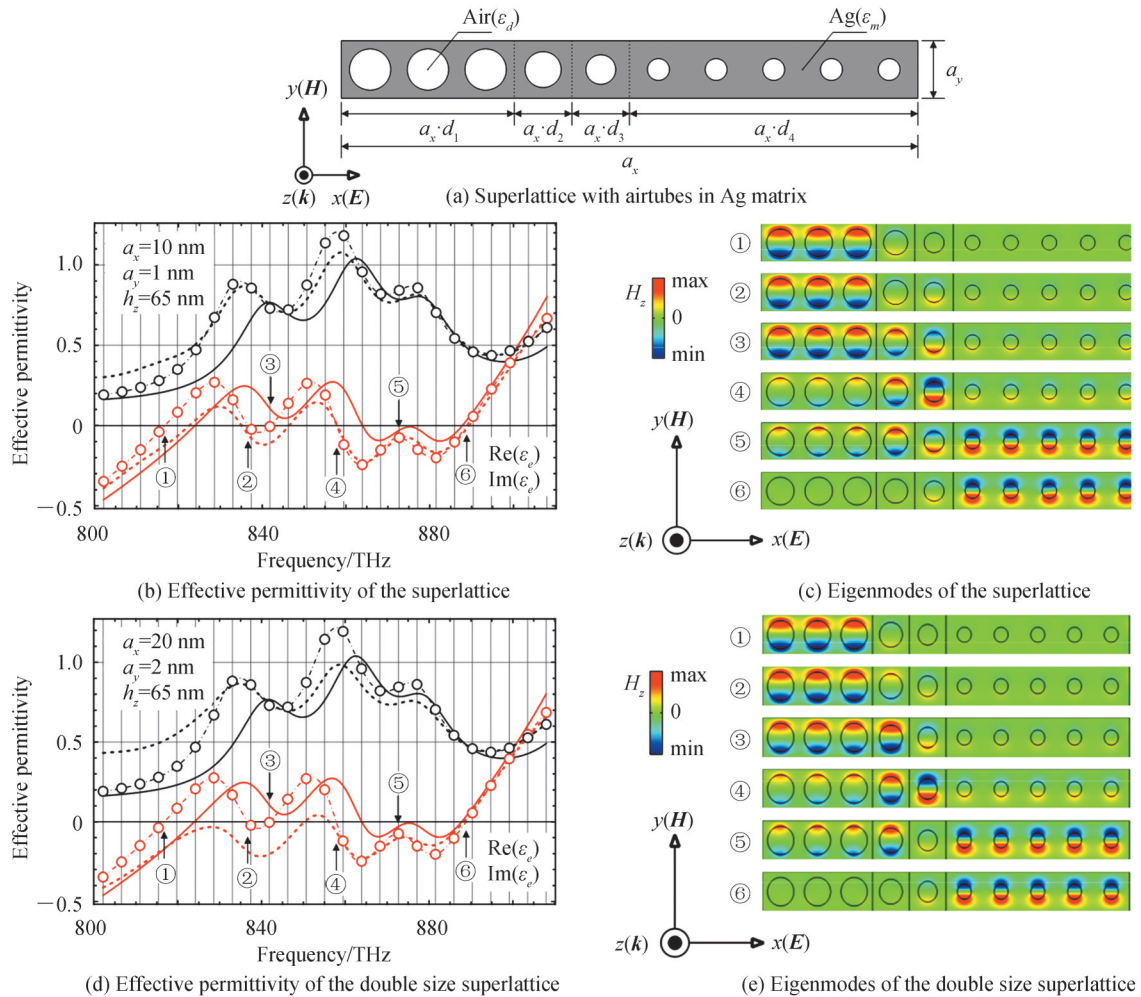


图4 具有复式周期超晶格结构的宽频ENZ超材料

Fig. 4 Broadband ENZ metamaterial of the complex unit cell

最后,与理想的Hashin-Shtrikman超晶格结构类似,在散布结构的宽频ENZ超材料中,利用本征模式分析依旧可以看出在超材料的工作频域内,随着频率的增加,光场能量的最大值依次出现在超晶格的不同原胞中,如图4(c)和4(e)所示。因此,在此种情况下,散布结构超晶格依旧可以看作一组相互耦合的波导。每一支光波导负责一个单独的ENZ频点;通过其相互之间的合理耦合,超晶格整体获得宽频ENZ特性。

### 3 宽频ENZ超材料在光场调控中的应用

ENZ超材料独特的电磁特性使得其在光场调控中有众多的应用。从无源空间中时谐电磁场所满足的Maxwell方程组  $\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H}$  和  $\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\epsilon\mathbf{E}$  可以看出,随着材料的介电常数趋近于零,材料内部电磁场的电场分量与磁场分量将会各自独立。例如,对于均匀且各向同性的ENZ材料而言,上述Maxwell方程简化为两个独立的方程  $\nabla^2 \mathbf{E} = 0$  和  $\nabla \times \mathbf{H} = 0$ 。此结果同时引出更加奇特的物理现象,即在ENZ材料中的电磁波波长将趋近于无穷大,而电磁波相位在材料中的分布却近似于均匀分布。上述分析没有特别限定电磁场的频率,因此,以上结论直接表明ENZ材料分离了电磁场的空间变量(波长)和时间变量(频率)。这一特性是ENZ材料在光场调控应用中重要的物理原理。我们设计的宽频ENZ超材料通过引入超晶格微观结构,在保持超材料ENZ特性的前提下,有效的拓展了其工作频域。在以下章节中,我们以第一种基本构型的超晶格宽频ENZ超材料为例突出展示其在宽频电磁隧穿和聚焦、电磁波定向发射、电磁波等相位面调制等方面的应用。

### 3.1 电磁隧穿与聚焦

从ENZ超材料的电磁特性上看,近乎于零的等效介电常数使得其本征阻抗  $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  趋近于无穷大。因此,一般情况下而言,电磁波难以进入ENZ超材料内部。但是,若考虑由ENZ超材料填充的波导,则ENZ超材料近乎于无穷大的本征阻抗可以通过减小波导端口截面面积的方式实现端口阻抗与输入阻抗相互匹配,从而在亚波长尺度的波导中实现光场能量的传输,即电磁隧穿效应。在电磁隧穿效应中,波导中的电磁波的相位保持为常数。同时,此效应并不受波导几何形状的影响。因此,利用这一电磁效应,可以在亚波长尺度上操控光场的行为模式,实现芯片级的光路集成。宽频ENZ超材料不仅保留了ENZ超材料这一特性,而且由于其在工作频段上的拓展,使得其可以在较宽的频带中均能实现电磁隧穿效应。

以图5为例,图5(a)是工作频段位于439.3 THz到472.2 THz的宽频ENZ超材料的构架与其等效介电常数的理论值(实线族)和散射值(虚线族)随频率的变化趋势。以位于其工作频段中的频点455 THz为例,图5(b)是其引导光场能量穿过横截面高度仅10 nm的二维亚波长波导。图中,光波在穿过波导前后的电磁场分布清晰可见。由于材料自身损耗,光波在穿过波导之后能量有所下降。但是,对比相同尺寸的常规波导,光波则完全被常规波导端口反射。相似的数值模拟显示,电磁隧穿效应在宽频ENZ超材料的整个工作频段均具有较好的体现,因此,宽频ENZ超材料在频域上拓展了常规ENZ超材料的应用范围。

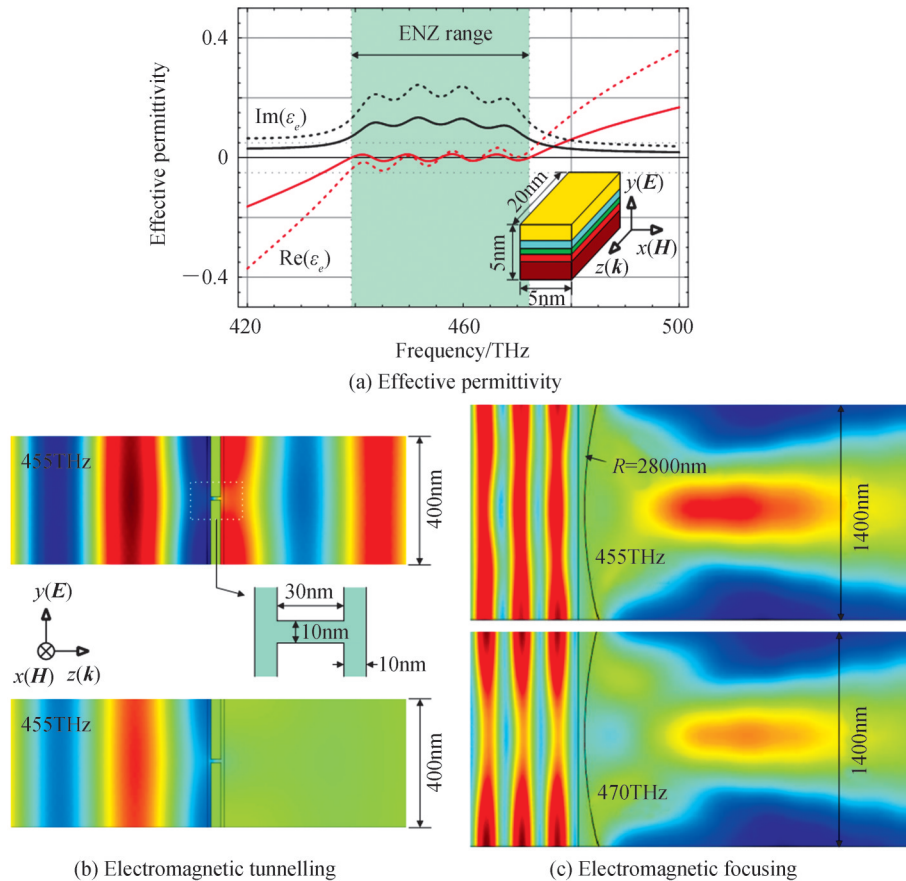


图5 电磁隧穿与聚焦

Fig. 5 Electromagnetic tunneling and focusing

此外,由于趋近于零的等效介电常数,使得宽频ENZ超材料在工作频域内相对于常见天然介质都是光疏媒质。因此,利用宽频ENZ超材料凹透镜可以对光波实现聚焦。同时,在宽频ENZ超材料的工作频域内,其介电常数均趋近与零,所以其聚焦作用近乎于无色差,如图5(c)所示。在图中,利用宽频ENZ超材料凹透镜结构,在工作频域内的455 THz和470 THz两个频点上,此凹透镜结构均能在近乎同一焦点实现聚焦作用,体现了宽频ENZ超材料在消色差上的应用潜力。

### 3.2 电磁波定向发射

电磁辐射理论指出,高指向性电磁辐射的前提是足够长的波长和均匀的相位和振幅分布。而在ENZ超材料中传播的光场正好满足以上条件——趋于无穷的波长、一致的相位和均匀的振幅。那么,考察ENZ超材料与外界的分界面,由于在ENZ超材料内部的光场在界面处具有一致的相位,这使得只有那些平行界面法向方向传播的电磁波才可能在ENZ超材料外部被激发,从而产生垂直与界面切面的高度定向发射光场。

作为宽频ENZ超材料,由于其等效介电常数在工作频域中都接近于零,因此,理论上可以通过改变超材料与外接分界面的朝向,实现宽频段高指向性电磁波发射。为此,我们设计了具有图6(a)所示超晶格原胞的宽频ENZ超材料。与此原胞对应的等效介电常数,理论值(实线族)和散射值(虚线族),随频率的分布显示,其工作频段大致始于537.42 THz,止于589.62 THz。其中,在5个特定的工作频点上,其等效介电常数实部严格等于零。以宽频ENZ超材料第一工作频点537.42 THz为例,图6(b)是利用宽频ENZ超材料超晶格原胞拼合而成的具有 $15^\circ$ 倾角的楔形光学器件在电磁波定向发射中的应用。图中清晰展示了一束高斯光由楔形光学器件底部以正入射的方式进入器件。由于宽频ENZ超材料在工作频点具有近零的介电常数使得光场在其内部的相位变化近乎于零。当电磁波由楔形光学器件上表面出射时具有几乎垂直于具有 $15^\circ$ 倾角上表面的发射方向,符合前文中理论分析的结果。而在发射方向上的微弱偏差则来自于材料损耗的影响。对比用均匀的等效介质构建的具有相同几何尺寸与相同等效介电常数的楔形光学器件,计算结果相同,印证了宽频ENZ超材料谱表述理论的准确性。如图6(c)所示,更进一步的研究表明,在对比了电磁波出射角度的理论值(实线)、均匀等效介质楔形件模拟值(实心点)和宽频ENZ超材料楔形件模拟值(空心圆)之后,我们可以得出在宽频ENZ超材料整个工作频域中出射的电磁波均具有近似相等的出射角度。并且,电磁波出射角度的变化与宽频ENZ超材料等效介电常数的变化趋势也相互吻合。因此,宽频ENZ超材料在应用上拓展了单一工作频率ENZ超材料的工作频段,理论上实现了宽频域中的电磁波定向调控。

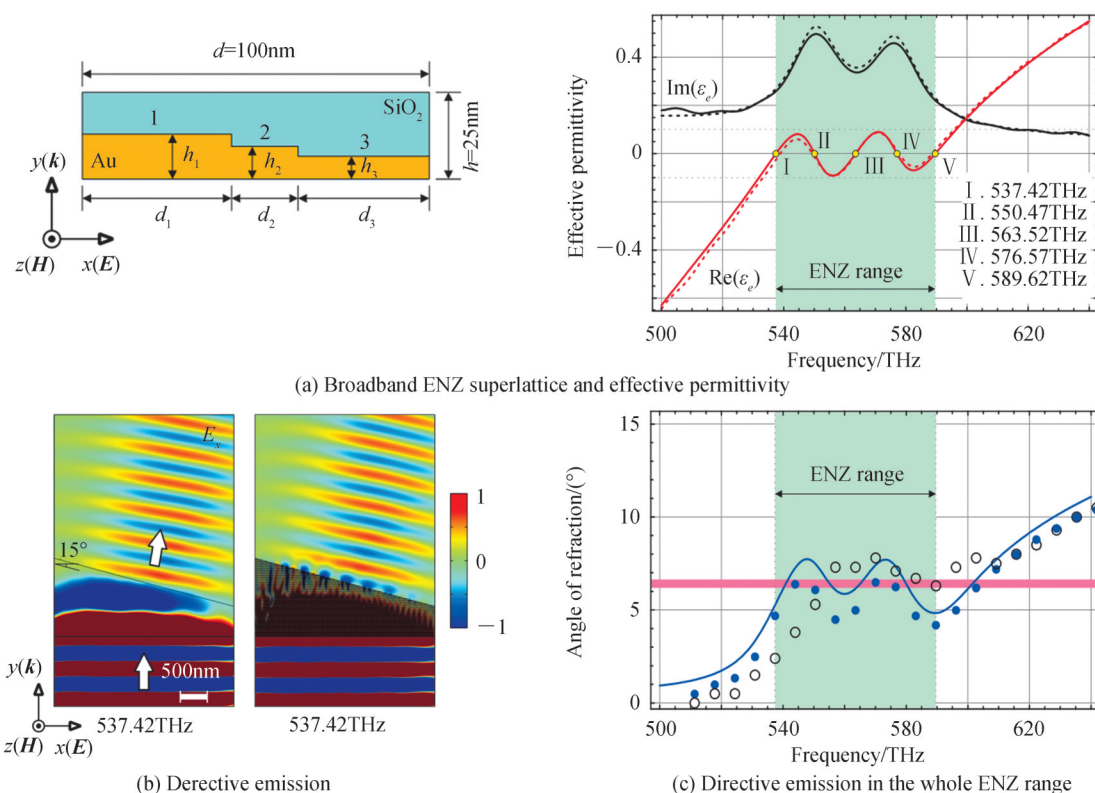


图6 电磁波定向发射

Fig. 6 Electromagnetic directional emission

### 3.3 电磁波波前调制

因为ENZ超材料近零的等效介电常数使得在其中传播的光场具有一致的相位,所以由ENZ超材料内

部向外辐射的电磁波必须沿界面的法线方向。利用此特性,理论上可以实现高定向性电磁波发射。此外,利用此特性,结合ENZ超材料表面的几何曲面还可以实现对电磁波等相位面形状实现调制——波前调制。由于出射电磁波的等相位面理论上会与ENZ超材料表面的曲面完全一致,因此,仅利用超材料多变的表面形状,可以轻易实现极为复杂的波前调制。同时,结合宽频ENZ超材料拓宽的工作频域,这一应用可以在特定频域中得以实现。

以前文定向发射中的宽频ENZ超材料原胞为例,图7(a)是在原胞第一工作频点537.42 THz处对出射电磁波波前的调制。在图7中,采用宽频ENZ超材料原胞相互拼接的方式搭建了具有S形上表面的调制器,其中S曲面的曲率半径为 $R = 3 \mu\text{m}$ 。同时,还利用均匀的等效介质构建了具有相同几何结构的理想器件作为对比。从数值模拟的结构可以看出,当高斯光束以正入射的方式从两个器件底部入射进入器件之后,在器件内部的相位变化都趋近于零,即材料的损耗会使得相位有微小的变化。器件内部一致的相位分布使得从器件上表面出射的电磁波等相位面形状与器件S形上表面吻合。以此实现对电磁波波前的调制。

为了凸显宽频ENZ超材料在工作频域上的优势,图7(b)展示了在超材料整个工作频域之内对电磁波波前调制的效能。图中,我们在宽频ENZ超材料工作频域中多个频点处计算了电磁波从均匀等效介质调制器(实心点)和宽频ENZ超材料调制器(空心圆)上表面出射至一个波长时,等相位面形状与调制器S形表面的偏差值。结果显示在宽频ENZ超材料的工作频域内,出射电磁波波前均能较好的吻合器件的S形表面。同时,偏差值随入射电磁波频率变化的趋势与宽频ENZ超材料的等效介电常数变化趋势也大致吻合。此结果表明宽频ENZ超材料可以在其工作频域上对电磁波的波前实现灵活的调控,完全符合理论的预期。

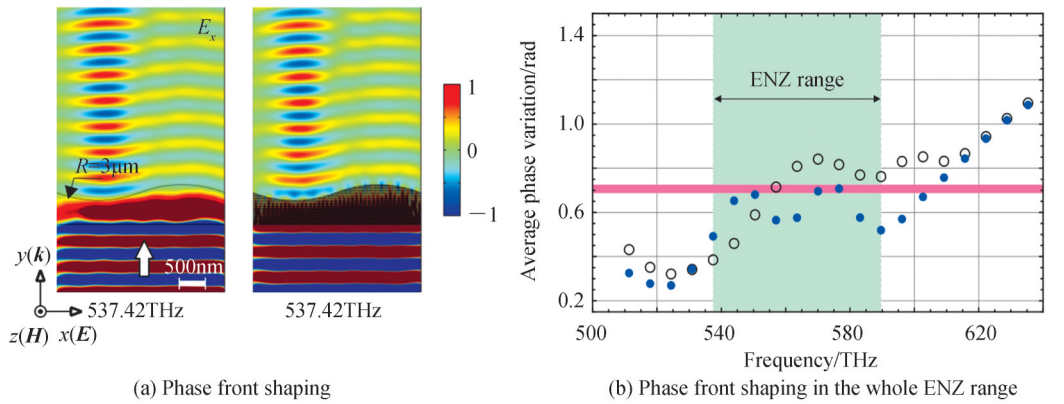


图7 电磁波波前调制

Fig. 7 Electromagnetic wavefront modulation

### 3.4 其他

除了以上典型的应用之外,利用宽频ENZ超材料的物理原理,我们正在努力探索其在太赫兹波段作为频分复用多工器/转换器/滤波器等方面的工程应用<sup>[80]</sup>。同时,作为ENZ超材料中的一员,宽频ENZ超材料在电磁波边界效应、非线性光学、非对易/非局域等方面所具备的潜在的应用前景还有待进一步的发掘研究。

## 4 结论

本文系统总结了通过等效介电常数的Bergman-Milton谱表述理论,结合典型微观结构复合而成的超晶格结构,构建宽频ENZ超材料等效介电常数的谱表述理论,以此实现宽频ENZ超材料的设计,探讨其在光场操控中的应用等方面的研究成果,以期丰富超材料的现有基础理论,拓展超材料的应用前景提供启示和借鉴。

### 参考文献

- [1] ZHU S, ZHANG X. Metamaterials: artificial materials beyond nature[J]. National Science Review, 2018, 5(2): 131.
- [2] KADIC M, MILTON G W, HECKE M V, et al. 3D metamaterials[J]. Nature Review Physics, 2019, 1(3): 198-210.
- [3] LING F, ZHONG Z, HUANG R, et al. A broadband tunable terahertz negative refractive index metamaterial [J].

- Scientific Reports, 2018, 8(1): 1-9.
- [4] BANG S, SO S, RHO J. Realization of broadband negative refraction in visible range using vertically stacked hyperbolic metamaterials[J]. Scientific Reports, 2019, 9(1): 1-7.
- [5] LIU M, PLUM E, LI HUA, et al. Temperature-controlled optical activity and negative refractive index[J]. Advanced Functional Materials, 2021, 31(14): 2010249.
- [6] FLEURY R, MONTICONE F, ALÙ A. Invisibility and cloaking: origins, present, and future perspectives[J]. Physical Review Applied, 2015, 4(3): 037001.
- [7] LU C, HU X, SHI K, et al. An actively ultrafast tunable giant slow-light effect in ultrathin nonlinear metasurfaces[J]. Light: Science & Applications, 2015, 4(6): e302.
- [8] KRISHNAMOORTHY H N S, JACOB Z, NARIMANOV E, et al. Topological transitions in metamaterials[J]. Science, 2021, 336(6078): 205-209.
- [9] HUANG L, ZHANG S, ZENTGRAF T. Metasurface holography: from fundamentals to applications[J]. Nanophotonics, 2018, 7(6): 1169-1190.
- [10] SILVA A, MONTICONE F, CASTALDI G, et al. Performing mathematical operations with metamaterials[J]. Science, 2014, 343(6167): 160-163.
- [11] KWON H, SOUNAS D, CORDARO A, et al. Nonlocal metasurfaces for optical signal processing[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(17): 173004.
- [12] CHEN H T, TAYLOR A J, YU N. A review of metasurfaces: physics and applications[J]. Reports on Progress in Physics, 2016, 79(7): 076401.
- [13] HUO P, ZHANG S, LIANG Y, et al. Hyperbolic metamaterials and metasurfaces: fundamentals and applications[J]. Advanced Optical Materials, 2019, 7(14): 1801616.
- [14] ACHOURI K, CALOZ C. Electromagnetic metasurfaces: theory and applications[M]. US: John Wiley & Sons, 2021.
- [15] LIBERAL I, ENGHETA N. Near-zero refractive index photonics[J]. Nature Photonics, 2017, 11(3): 149-158.
- [16] LIBERAL I, ENGHETA N. The rise of near-zero-index technologies[J]. Science, 2017, 358(6370): 1540-1541.
- [17] NIU X, HU X, CHU S, et al. Epsilon-near-zero photonics: a new platform for integrated devices[J]. Advanced Optical Materials, 2018, 6(10): 1701292.
- [18] KINSEY N, DEVAULT C, BOLTASSEVA A, et al. Near-zero-index materials for photonics[J]. Nature Review Materials, 2019, 4(12): 742-760.
- [19] WU J, XIE Z T, SHA Y, et al. Epsilon-near-zero photonics: infinite potentials[J]. Photonics Research, 2021, 9(8): 1616-1644.
- [20] SILVEIRINHA M, ENGHETA N. Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using  $\epsilon$ -near-zero materials[J]. Physical Review Letters, 2006, 97(15): 157403.
- [21] SILVEIRINHA M G, ENGHETA N. Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using epsilon near-zero metamaterials[J]. Physical Review B, 2007, 76(24): 245109.
- [22] EDWARDS B, ALÙ A, YOUNG M E, SILVEIRINHA M G, et al. Experimental verification of epsilon-near-zero metamaterial coupling and energy squeezing using a microwave waveguide[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(3): 033903.
- [23] EDWARDS B, ALÙ A, SILVEIRINHA M G, et al. Reflectionless sharp bends and corners in waveguides using epsilon-near-zero effects[J]. Journal of Applied Physics, 2009, 105(4): 044905.
- [24] CALIGIURI V, PALEI M, BIFFI G, et al. A semi-classical view on epsilon-near-zero resonant tunneling modes in metal/insulator/metal nanocavities[J]. Nano Letters, 2019, 19(5): 3151-3160.
- [25] ENOCH S, TAYEB G, SABOUROUX P, et al. A metamaterial for directive emission[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(21): 213902.
- [26] ZIOLKOWSKI R W. Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction[J]. Physical Review E, 2004, 70(4): 046608.
- [27] HAJIAN H, OZBAY E, CAGLAYAN H. Beaming and enhanced transmission through a subwavelength aperture via epsilon-near-zero media[J]. Scientific Reports, 2017, 7(1): 1-8.
- [28] CHENG C, LU Y, ZHANG D, et al. Gain enhancement of terahertz patch antennas by coating epsilon-near-zero metamaterials[J]. Superlattices and Microstructures, 2020, 139: 106390.
- [29] ENGHETA N, SALANDRINO A, ALÙ A. Circuit elements at optical frequencies: nanoinductors, nanocapacitors, and nanoresistors[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(9): 095504.
- [30] ENGHETA N. Circuits with light at nanoscales: optical nanocircuits inspired by metamaterials[J]. Science, 2007, 317(5845): 1698-1702.
- [31] EDWARDS B, ENGHETA N. Experimental verification of displacement-current conduits in metamaterials-inspired optical circuitry[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(19): 193902.

- [32] LI Y, LIBERAL I, DELLA G C, et al. Waveguide metatronics: lumped circuitry based on structural dispersion [J]. *Science Advances*, 2016, 2(6): e1501790.
- [33] LIU R, ROBERTS C M, ZHONG Y, et al. Epsilon-near-zero photonics wires [J]. *ACS Photonics*, 2016, 3(6): 1045-1052.
- [34] SILVEIRINHA M G. Trapping light in open plasmonic nanostructures [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(2): 023813.
- [35] LANNEBÈRE S, SILVEIRINHA M G. Optical meta-atom for localization of light with quantized energy [J]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 8766.
- [36] BIKBAEV R G, VETROV S Y, TIMOFEEV I V. Two types of localized states in a photonic crystal bounded by an epsilon near zero nanocomposite [J]. *Photonics*, 2018, 5(3): 22.
- [37] YILDIZ B C, CAGLAYAN H. Epsilon-near-zero media coupled with localized surface plasmon modes [J]. *Physical Review B*, 2020, 102(16): 165303.
- [38] ALAM M Z, SCHULZ S A, UPHAM J, et al. Large optical nonlinearity of nanoantennas coupled to an epsilon-near-zero material [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(2): 79-83.
- [39] RESHEF O, DE LEON I, ALAM M Z, et al. Nonlinear optical effects in epsilon-near-zero media [J]. *Nature Reviews Materials*, 2019, 4(8): 535-551.
- [40] DENG J, TANG Y, CHEN S, et al. Giant enhancement of second-order nonlinearity of epsilon-near-zero medium by a plasmonic metasurface [J]. *Nano Letters*, 20(7): 5421-5427.
- [41] SURESH S, RESHEF O, ALAM M Z, et al. Enhanced nonlinear optical responses of layered epsilon-near-zero metamaterials at visible frequencies [J]. *ACS Photonics*, 2020, 8(1): 125-129.
- [42] DE CEGLIA D, SCALORA M, VINCENTI M A, et al. Viscoelastic optical nonlocality of low-loss epsilon-near-zero nanofilms [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 1-11.
- [43] YOO D, VIDAL-CODINA F, CIRACÌ C, et al. Modeling and observation of mid-infrared nonlocality in effective epsilon-near-zero ultranarrow coaxial apertures [J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 1-9.
- [44] HU H, LIN X, ZHANG J, et al. Nonlocality induced Cherenkov threshold [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2020, 14(10): 2000149.
- [45] HU F, LI L, LIU Y, et al. Two-plasmon spontaneous emission from a nonlocal epsilon-near-zero material [J]. *Communications Physics*, 2021, 4(1): 1-7.
- [46] LIBERAL I, MAHMOUD A M, LI Y, et al. Photonic doping of epsilon-near-zero media [J]. *Science*, 2017, 355(6329): 1058-1062.
- [47] LIBERAL I, LI Y, ENGHETA N. Reconfigurable epsilon-near-zero metasurfaces via photonic doping [J]. *Nanophotonics*, 2018, 7(6): 1117-1127.
- [48] COPPOLARO M, MOCCIA M, CASTALDI G, et al. Non-Hermitian doping of epsilon-near-zero media [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2020, 117(25): 13921-13928.
- [49] VESSEUR E J R, COENEN T, CAGLAYAN H, et al. Experimental verification of  $n = 0$  structures for visible light [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(1): 013902.
- [50] LI Y, ARGYROPOULOS C. Tunable nonlinear coherent perfect absorption with epsilon-near-zero plasmonic waveguides [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(8): 1806-1809.
- [51] FOLLAND T G, LU G, BRUNCZ A, et al. Vibrational coupling to epsilon-near-zero waveguide modes [J]. *ACS Photonics*, 2020, 7(3): 614-621.
- [52] HUANG X, LAI Y, HANG Z H, et al. Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials [J]. *Nature Materials*, 2011, 10(8): 582-586.
- [53] MATTHEAKIS M, VALAGIANNOPOULOS C A, KAXIRAS E. Epsilon-near-zero behavior from plasmonic Dirac point: theory and realization using two-dimensional materials [J]. *Physical Review B*, 2016, 94(20): 201404.
- [54] YASA U G, TURDUEV M, GIDEN I H, et al. Full utilization of semi-Dirac cones in photonics [J]. *Physical Review B*, 2018, 97(19): 195131.
- [55] ZHOU X, LEYKAM D, CHATTOPADHYAY U, et al. Realization of a magneto-optical near-zero index medium by an unpaired Dirac point [J]. *Physical Review B*, 2018, 98(20): 205115.
- [56] SIHVOLA A. *Electromagnetic mixing formulas and applications* [M]. UK: The Institution of Engineering and Technology, 1999.
- [57] CHOY T C. *Effective medium theory: principles and applications* [M]. UK: Oxford University Press, 2016.
- [58] 李振华, 高雷, 孙华. 异质复合介质的电磁性质 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2012.
- [59] GONCHARENKO A V, CHEN K R. Strategy for designing epsilon-near-zero nanostructured metamaterials over a frequency range [J]. *Journal of Nanophotonics*, 2010, 4(1): 041530.
- [60] GONCHARENKO A V, NAZAROV V U, CHEN K R. Development of metamaterials with desired broadband optical properties [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(7): 071907.

- [61] GONCHARENKO A V, NAZAROV V U, CHEN K R. Nanostructured metamaterials with broadband optical properties [J]. *Optical Materials Express*, 2013, 3(2): 143–156.
- [62] GONCHARENKO A V, VENGER E F, CHANG Y C, et al. Arrays of core-shell nanospheres as 3D isotropic broadband ENZ and highly absorbing metamaterials[J]. *Optical Materials Express*, 2014, 4(11): 2310–2322.
- [63] SUN L, YU K W. Strategy for designing broadband epsilon-near-zero metamaterials[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2012, 29(5): 984–989.
- [64] SUN L, YU K W. Strategy for designing broadband epsilon-near-zero metamaterial with loss compensation by gain media [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 100(26): 261903.
- [65] SUN L, YU K W, YANG X. Integrated optical devices based on broadband epsilon-near-zero meta-atoms[J]. *Optics Letters*, 2013, 37(15): 3096–3098.
- [66] SUN L, GAO J, YANG X. Broadband epsilon-near-zero metamaterials with steplike metal-dielectric multilayer structures[J]. *Physical Review B*, 2013, 87(16): 165134.
- [67] SUN L, YANG X, GAO J. Loss-compensated broadband epsilon-near-zero metamaterials with gain media[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 103(20): 201109.
- [68] SUN L, YU K W, WANG G P. Design anisotropic broadband  $\epsilon$ -near-zero metamaterials: rigorous use of Bergman and Milton spectral representations[J]. *Physical Review Applied*, 2018, 9(6): 064020.
- [69] SUN L, YU K W, WANG G P. Inverse design of broadband epsilon-near-zero metasurface with nanoscale airtube superlattice based on the Bergman-Milton spectral representation[J]. *Physical Review B*, 2019, 100(12): 125429.
- [70] BERGMAN D J. The dielectric constant of a composite material—a problem in classical physics[J]. *Physics Reports*, 1978, 43(9): 377–407.
- [71] BERGMAN D J, SROUD D. Physical properties of macroscopically inhomogeneous media[J]. *Solid State Physics*, 1992, 46: 147–269.
- [72] MILTON G W. Bounds on the complex dielectric constant of a composite material[J]. *Applied Physics Letters*, 1980, 37(3): 300–302.
- [73] MILTON G W. Bounds on the complex permittivity of a two-component composite material [J]. *Journal of Applied Physics*, 1981, 52(8): 5286–5293.
- [74] MILTON G W. Bounds on the transport and optical properties of a two-component composite materials[J]. *Journal of Applied Physics*, 1981, 52(8): 5294–5304.
- [75] MILTON G W. *The theory of composites*[M]. UK: Cambridge University Press, 2002.
- [76] 李向亭. 复合介质的宏观性质——基于Bergman理论的计算[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2010.
- [77] GARNETT J C M. Colours in metal glasses and in metallic films[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 1904, 203(359–371): 385–420.
- [78] GARNETT J C M. Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions II[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 1906, 205(387–401): 237–288.
- [79] HASHIN Z, SHTRIKMAN S. A variational approach to the elastic behavior of multiphase minerals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(2): 127–140.
- [80] HONG B, SUN L, WANG G P, et al. Millimeter-wave dual-function hollow metal waveguide to microstrip transition and bandpass filter based on ENZ metamaterial[C]. *RI2C*, 2019, 1–5.

## Broadband Epsilon-near-zero Metamaterials and Its Application in Optical Field Manipulation (Invited)

SUN Lei, WANG Guoping

(*Institute of Microscale Optoelectronics, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China*)

**Abstract:** Since the beginning of metamaterial research, epsilon-near-zero metamaterials have long been a research hotspot in the field of electromagnetic metamaterials because of the electromagnetic features granted by their near-zero effective permittivity, making them interesting in both theoretical studies and technical applications. To achieve the near-zero effective permittivity response, in short, the current epsilon-near-zero metamaterial research follows three fundamental theories, the waveguide theory, the band structure theory for photonic crystals, and the effective medium theory. In general, the waveguide theory makes the epsilon-near-zero metamaterials operate as a waveguide at the cut-off frequency, while



the band structure theory makes the epsilon-near-zero metamaterials perform as a photonic crystal at the frequency of the Dirac point. On the other hand, the effective medium theory follows another principle of the cancellation of the positive permittivity and the negative permittivity of different components of the epsilon-near-zero metamaterials at a specific frequency. All three theories strongly depend on the electromagnetic properties and the microstructures of the components in the epsilon-near-zero metamaterials, which also limits the near-zero permittivity response frequency. In brief, the single operating frequency and operating mode caused by the inherent limitation of these theories is always a bottleneck preventing further applications of the epsilon-near-zero metamaterials. Therefore, how to break through the limitations, to realize the broadband near-zero permittivity response of metamaterials under multi-stimulation modes, to master its physical principles, and to establish a new theoretical framework are of great significance in theoretical research and application development. In this work, we present a systematic review of our research on broadband epsilon-near-zero metamaterials to address the single operating frequency issue of current epsilon-near-zero metamaterials. In our research, we establish a spectral representation theory for the broadband epsilon-near-zero metamaterials based on the Bergman-Milton spectral representation theory of effective medium theory concerning the characteristics of the effective permittivity spectral representation of typical microstructures of metamaterials and theoretically demonstrate the application of the spectral representation theory in various broadband epsilon-near-zero metamaterials construction. To be specific, the spectral representation theory for the broadband epsilon-near-zero metamaterials firstly abstracts the material and the microstructural properties of the metamaterials into a simple algebra model, in which the broadband near-zero permittivity response can be constructed as will for different probing electromagnetic waves. After that, the spectral representation theory exactly maps the spectral representation of the broadband epsilon-near-zero metamaterials into the physical structures via an analytical inverse algorithm. Through the spectral representation theory, we successfully realize broadband epsilon-near-zero metamaterials with different superlattice configurations in theory, such as the multilayer and the Hashin-Shtrikman structures. Meanwhile, we clearly explain the physical principles of the broadband near-zero permittivity response by numerical simulations. The broadband epsilon-near-zero metamaterials successfully extend the near-zero permittivity property into a wide operating frequency band without changing the near-zero permittivity property. Therefore, they expand the application potential of the epsilon-near-zero metamaterials in broadband optical field manipulation. Through the numerical simulation, we demonstrate several applications of the designed broadband epsilon-near-zero metamaterials, such as the broadband electromagnetic tunneling and focusing, the broadband electromagnetic wave directional emission, and the broadband electromagnetic wavefront modulation. In the end, we wish our achievement can enrich the fundamental theory and application prospects of electromagnetic metamaterials.

**Key words:** Metamaterials; Metasurfaces; Superlattices; Composite materials; Effective medium theory; Bergman-milton spectral representation theory; Electromagnetic tunneling

**OCIS Codes:** 160.2710; 160.3918; 160.5289; 230.4000