引用格式: SUN Yaqin, WANG Fan, YU Jin, et al. Distortion Measurement and Correction of Projector Based on Phase Target [J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(9):0912002

孙亚琴, 王帆, 于瑾, 等. 基于相位标靶的投影仪畸变测量与校正[J]. 光子学报, 2021, 50(9):0912002

# 基于相位标靶的投影仪畸变测量与校正

孙亚琴, 王帆, 于瑾, 张昂, 张璨, 张禹茁, 高楠, 孟召宗, 张宗华 (河北工业大学机械工程学院, 天津 300130)

摘 要:针对传统的投影仪畸变标定方法系统结构和理论推导复杂等问题,提出一种基于相位标靶的 投影仪畸变测量和校正方法。该方法以附有全息投影膜的液晶显示屏作为相位标靶,液晶显示屏依次 显示水平和垂直方向的正弦条纹图像,投影仪向相位标靶依次投射水平和垂直方向的正弦条纹图像, 并分别计算显示条纹和反射条纹的绝对相位。利用两组相位在相机像素上的对应关系,将投影仪投射 相位转换到液晶显示屏相位坐标系中,从而测得投影仪的畸变。根据采集的相位空间关系进行畸变校 正,使投影仪投射的等相位线在相位标靶上呈直线分布。实验结果证明,该方法可测量并校正投影仪 的畸变,不受相机成像质量的影响,可为条纹投影三维形貌测量技术提升投影质量。

关键词:光学三维测量;条纹投影;绝对相位;相位标靶;投影仪畸变

**中图分类号:**TH741 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/gzxb20215009.0912002

# Distortion Measurement and Correction of Projector Based on Phase Target

SUN Yaqin, WANG Fan, YU Jin, ZHANG Ang, ZHANG Can, ZHANG Yuzhuo, GAO Nan, MENG Zhaozong, ZHANG Zonghua (School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130 China)

**Abstract**: The traditional calibration method for calculating projector distortion is complex in system structure and theoretical derivation. Aiming at this problem, a method of measuring and correcting the distortion of the projector based on a phase target was proposed in this paper. In this method a liquid crystal display was attached with holographic projection film as a phase target. The liquid crystal display sequentially displayed the horizontal and vertical sinusoidal fringe images to obtain the unwrapping phases. The projector projected the horizontal and vertical sinusoidal fringes images to the phase target, then their unwrapping phases were calculated respectively. Using the corresponding relationship between the two sets of phase on each camera pixel, the projection phase of the projector can be measured. The distortion was corrected according to the acquired phase space relationship, so that the isophase lines projected by the projector were linearly distributed on the phase target. Experimental results prove that the method proposed in this paper can measure and correct the distortion of the projector without the influence of camera imaging quality. It can improve the projection quality for the fringe projection three-dimensional profile measurement technology.

**Key words**: Optical three-dimensional measurement; Fringe projection; Absolute phase; Phase target; Projector distortion

OCIS Codes: 120.4630; 120.4640; 120.5050; 120.5060

第一作者:孙亚琴(1996—),女,硕士研究生,主要研究方向为投影仪畸变的测量和校正技术。Email:15222373880@163.com

http://www.photon.ac.cn

基金项目:重大科学仪器设备开发重点专项(No.2017YFF0106404),国家自然科学基金(No.51675160)

**导师(通讯作者):**高楠(1982—),男,副教授,博士,主要研究方向为光学测量和光谱检测。Email:ngao@hebut.edu.cn 收稿日期:2021-02-26;录用日期:2021-05-14

### 0 引言

随着现代技术数字化、信息化的发展,人们对光学系统的测量精度要求越来越高,光学三维形貌测量技术在机器视觉、工业检测、逆向工程、医学成像<sup>[1-4]</sup>等多个领域应用广泛。条纹投影测量技术具有非接触、成本低、速度快、操作简单等优点<sup>[5-6]</sup>。作为系统中的投影装置,数字投影仪因其编程灵活、成本低等优点引起了广泛的研究<sup>[7]</sup>。投影仪投影的图像质量直接影响相机采集的图像质量,从而影响系统的测量精度。畸变的存在使得采集到的图像变形,严重影响图像的质量和三维形貌测量结果的精度。因此为得到被测物体表面形貌的高精度三维测量结果,投影仪的畸变问题亟待解决。

投影仪畸变的测量和校正方法分为基于软件的方法和基于硬件的方法。基于软件的方法通常是基于 参数模型,即将投影仪视为一个反向的相机对投影仪进行标定,从而得到畸变系数:径向畸变 k<sub>1</sub>、k<sub>2</sub>和切向畸 变 p<sub>1</sub>、p<sub>2</sub>,而畸变系数的精度取决于采用的参数模型及优化技术。

基于软件的方法包括:CHEN Wenxin等<sup>[8]</sup>提出了一种投影条纹相位校正方法,利用反向的畸变相位校 正投影镜头畸变,虽然它的畸变系数降低了一个数量级,但是标定靶的制作误差和相位的测量误差导致投 影仪畸变不能完全消除。HUANG Junhui等<sup>[9]</sup>提出利用表面误差补偿方法减少由相机和投影仪的畸变引起 的映射误差,把相机和投影仪当成一个整体综合进行误差补偿,所得结果的拟合残差较小,但是理论公式推 导复杂。PENG Junzheng等<sup>[10]</sup>提出一种修正投影条纹中载波相位的自适应条纹投影技术,该方法有效抑制 了相位测量中的投影仪畸变,且不需要标定投影仪和系统的参数,但该方法需要先标定相机,并对相机进行 校正。基于硬件的方法包括:LIU Miao等<sup>[11]</sup>利用光电二极管直接检测数字投影仪发出的光,通过分析光电 模块输出序列,用曲线拟合的方法得到投影仪的像素坐标。其中表示失真模型的多项式可以减少传统失真 模型的残差。系统的测量精度高、适用范围广,可以用于评价其他光学系统平台的畸变程度,但是整个光学 系统中引入了复杂的光电二极管系统,结构复杂。YUN Joodong等<sup>[12]</sup>使用激光光源入射角和微机电振镜之 间的角度建立畸变点和理想成像点之间的映射矩阵。通过映射矩阵获取的像素索引,建立预失真图像,消 除扫描激光投影机的非线性几何畸变校正。这种方法简化了校正算法,有效校正了非线性失真,在硬件实 现方面非常高效,但不适用于其他没有激光光源和微机电振镜的投影仪,适用范围窄。

投影仪无法像相机一样识别图像特征信息,所以一般采用投影仪投射信息到标靶上,然后用相机采集标靶上的信息<sup>[13]</sup>。为了提高测量的精确度,人们利用立体标靶和相位标靶代替辅助标靶,其中立体标靶的制造成本较高且其加工精度不高,所以在应用中普遍使用二维平面标靶<sup>[14]</sup>。

因为传统的投影仪畸变标定方法系统结构或理论推导复杂,且对于投影仪畸变的研究较少,本文提出 了一种新的数字投影仪全场畸变测量和校正方法,该方法可获得几乎投影仪全场像素的失真特性,并加以 校正。此方法适用于所有使用数字投影仪的光学测量系统。实验中使用液晶显示屏(Liquid Crystal Display,LCD)作为相位标靶<sup>[15]</sup>,液晶显示屏的像素数目多,将这些像素作为特征点,利用相位计算的技术对 特征点进行提取,特征点的数目增多可显著提高三维测量系统的测量精度。同时,本次实验中使用相机采 集LCD显示的水平和垂直方向的正弦条纹,条纹图像中不包括投影仪的畸变,以这两个方向的相位建立相 位坐标系,以相机采集的投影仪投影的水平和垂直方向的正弦条纹图像的相位为坐标,测量投影仪的畸变。

#### 1 基本原理

#### 1.1 相位计算方法

获得被测物体的绝对相位需要两个步骤:首先提取采集的正弦条纹图像中的相位信息,即折叠相位,然 后通过解相位获得正弦条纹图中的全部相位信息。本文采用四步相移算法计算折叠相位,采用最佳三条纹 选择的方法计算绝对相位。

四步相移算法的基本原理为:首先由计算机产生四幅彼此之间相移为90°的正弦条纹,如0, $\frac{\pi}{2}$ , $\pi$ , $\frac{3\pi}{2}$ 。 由投影仪投射此条纹到被测物体表面,然后由相机采集被测物体反射的变形条纹图像。

由相机采集的正弦条纹图像在第t幅图像点(x,y)处的光强为

$$I_{\iota}(x,y) = I_{0}(x,y) + I_{\infty}(x,y) \cos\left[\varphi(x,y) + \frac{\pi}{2} \times (t-1)\right] + I_{n}(x,y)$$

$$\tag{1}$$

式中, $I_0(x,y)$ 是点(x,y)处的背景光强值,其大小与环境光和物体表面有关; $I_{00}(x,y)$ 是正弦条纹的幅值,代表条纹调制度; $\varphi(x,y)$ 为待求得被测相位值; $I_n(x,y)$ 代表随机噪声对光强的影响,一般忽略不计。

可得点(x,y)处的折叠相位为

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)}$$
(2)

提取图像中的相位信息时,所求折叠相位的相位值介于[-π,π]。对于整幅图像而言,相位应该是单调 连续的,即每个点都对应着唯一的相位值,所以需要对折叠相位进行相位展开过程。

ZHANG Zonghua 等<sup>[16]</sup>提出了最佳三条纹选择的方法。该方法采用三组不同频率的相移条纹图,三种频率的关系为: $N,N-1,N-\sqrt{N}$ 。以条纹数为N的相位为基准相位,分别与条纹数为N-1和 $N-\sqrt{N}$ 的相位进行差频运算,计算出每个像素点的条纹级次,然后利用条纹级次对基准相位进行相位展开。

#### 1.2 镜头畸变

由数字投影仪镜片系统的放大率差异导致的成像失真即为畸变。畸变分为枕形畸变和桶形畸变。理 想镜头的放大率为常数,无畸变现象,但是现有的镜头是无法做到理想状态的。一个镜头是由多个透镜组 合而成的,每个透镜的中心和边缘厚度不同。而透镜的放大率与光束和主轴之间所成角度有关,光线离主 轴越远,畸变越大,反之,畸变越小。当放大率随入射角度增加而增大时,产生的是枕形畸变;当放大率随入 射角度增加而减小时,产生的是桶形畸变。镜头的畸变是镜头的固有属性,不可消除只能改善。

#### 2 畸变测量

提出的基于相位标靶的投影仪畸变测量和校正方法中,投影仪的畸变是利用投影前后的同一点的相位 变化体现的。相位变化和颜色无关,以绿色为例,红色和蓝色等同理。通过在LCD上依次显示绿色水平和 垂直方向的正弦条纹图像和在LCD上依次投影绿色水平和垂直方向的正弦条纹图像,并采用基于高速电荷 耦合器件(Charge Coupled Device, CCD)的彩色相机采集绿色的正弦条纹图像。然后得到绝对相位  $\varphi_{Lcd,h.old}, \varphi_{Lcd,v.old} 和 \varphi_{Pro,h.old}, \varphi_{Pro,v.old},其中 \varphi_{Lcd,h.old}, \varphi_{Lcd,v.old} 分别表示相机采集 LCD 自显的条纹图像的水平和垂$  $直方向的绝对相位, <math>\varphi_{Pro,h.old}, \varphi_{Pro,v.old}$ 分别表示相机采集 LCD 反射的条纹图像的水平和垂直方向的绝对相位。 然后将两组绝对相位统一在 LCD 坐标系中,以  $\varphi_{Lcd,h.old}, \varphi_{Lcd,v.old}$ 为坐标建立相位坐标系,将  $\varphi_{Pro,h.old}, \varphi_{Pro,v.old}$ 分别视为点( $\varphi_{Lcd,h.old}, \varphi_{Lcd,v.old}$ )位置两方向的幅值。

标定投影仪全场畸变的流程如图1。



图1 测量全场图像畸变的逻辑框图



其具体过程为:

1)相机采集LCD显示的绿色水平和垂直方向的正弦条纹图像并计算其绝对相位  $\varphi_{\text{Lcd},\text{hold}}$ 和  $\varphi_{\text{Lcd},\text{vold}}$ 。 2)相机采集投影仪投影的绿色水平和垂直方向的正弦条纹图像并计算其绝对相位  $\varphi_{\text{Pro},\text{hold}}$ 和  $\varphi_{\text{Pro},\text{vold}}$ 。 根据上述4幅绝对相位图,将同一像素点的 $\varphi_{\text{Led, h,old}}, \varphi_{\text{Led, y,old}}$ 与 $\varphi_{\text{Pro, h,old}}, \varphi_{\text{Pro, y,old}}$ 建立对应关系。

3)计算理想相位。理想情况下,投影仪投影在平面等相位点应呈直线分布。将投影条纹的相位闭合矩 形对应到相机采集的图像中,确定此边框的相位及像素位置,进而对应到LCD的自显相位,将四个顶点连 线,作为理想相位,利用理想相位边框来确定任一点理想相位和实际相位之间的对应关系。

每一条理想相位边框的相位可依据两点确定直线的数学模型获得

$$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \tag{3}$$

$$b = y_1 - k \times x_1 \tag{4}$$

$$y = k \times x_1 + b \tag{5}$$

已知两点的相位坐标 $(x_1, y_1) = (\varphi_{\text{Lcd}, v_1}, \varphi_{\text{Lcd}, h_1}), (x_2, y_2) = (\varphi_{\text{Lcd}, v_2}, \varphi_{\text{Lcd}, h_2})$ 。同理,根据式(3)~(5)可得 闭合边框的理想相位。确定理想相位和实际相位之间的对应关系是通过实际相位中的每一个点对理想相 位所在直线做垂足来确定的。

确定垂足的方法是通过数学模型垂足公式来确定的。

$$\varphi_{v} = \frac{\varphi_{v0} + k \times \varphi_{u0} - k \times b}{k^{2} + 1}$$
(6)

$$\varphi_{\rm h} = \frac{k \times \varphi_{\rm v0} + k^2 \times \varphi_{\rm u0} + b}{k^2 + 1} \tag{7}$$

式中, $(\varphi_{v0}, \varphi_{h0})$ 为实际相位上像素点的垂直方向和水平方向的相位;k和b为理想相位的斜率和截距; $(\varphi_{v}, \varphi_{h})$ 为计算所得的 $(\varphi_{v0}, \varphi_{h0})$ 在理想相位的投影点坐标值。同理,可得出四条实际相位边框在其对应的理想相位上的垂足坐标。

通过将投影相位闭合矩形对应到LCD显示条纹的相位矩阵中,可得其闭合矩形及其矩形内所有的对应 点,如图2。首先在实际LCD相位中任一点A利用垂足式(6)和(7),在理想相位边框中找对应的位置A<sub>1</sub>、  $A_2$ 、 $A_3$ 和 $A_4$ 。其中A点的水平方向相位与 $A_1$ 和 $A_2$ 两点相等,垂直方向相位与 $A_3$ 和 $A_4$ 两点相等。因而直线  $A_1A_2$ 上各点水平方向相位相等,直线 $A_3A_4$ 各点垂直方向相位相等,两条线交点B即为实际LCD相位中的 对应点, $B(\varphi_v, \varphi_h) = A(\varphi_{v0}, \varphi_{h0})$ 。建立查找表,得到实际LCD绝对相位在理想LCD显示条纹相位的对应点  $(\varphi_{Lcd v new}, \varphi_{Lcd h new})$ 。



图 2 实际 LCD 显示相位与理想 LCD 显示相位的映射关系 Fig.2 Relationship between actual LCD display phase and ideal LCD display phase

综上所述,理想LCD显示相位数学模型的建立流程如图3。

4)测量畸变。标定过程如图4,初投影过程投影的理想相位为计算机产生的空间频率和符合相移要求 的正弦条纹图像的绝对相位。根据同一光线上相位相同的原理,初投影理想相位上一点在相机采集的投影 仪投影相位中包括同相位点。将初投影理想相位对应到相机采集的投影仪投影的条纹图像的绝对相位上, 所得的LCD投影相位包含着相机畸变和投影仪畸变等误差。得到对应的LCD自显的图像的实际相位,而 此相位中不包括投影仪畸变,只包括相机畸变等误差。所以利用LCD自显条纹图像的实际相位获得理想相 位,此理想相位与实际相位的差即为投影仪的畸变。水平和垂直方向的畸变计算表达式为



Calculate the phase difference between the actual and ideal LCD display fringe



$$\Delta \varphi_{\rm h} = \varphi_{\rm Lcd\_h\_old} - \varphi_{\rm Lcd\_h\_new} \tag{8}$$

$$\Delta \varphi_{\rm v} = \varphi_{\rm Lcd\_v\_old} - \varphi_{\rm Lcd\_v\_new} \tag{9}$$

### 3 畸变校正

由第2节对投影仪畸变的标定过程得到了实际的LCD显示水平和垂直方向的相位在理想LCD显示相位中的对应相位( $\varphi_{\text{Lcd},v,\text{new}}, \varphi_{\text{Lcd},h,\text{new}}$ )。校正过程就是得到预补偿相位的过程,即得到理想的LCD显示条纹水的相位对应到LCD反射的条纹的绝对相位值( $\varphi_{\text{Pro},v,\text{new}}, \varphi_{\text{Pro},h,\text{new}}$ )。校正过程如图5。





其具体过程为:

1)计算投影仪补偿相位

如图 6 所示,点  $B(\varphi_{Lcd,v,1}^{c}, \varphi_{Lcd,h,1}^{c})$ 为实际 LCD 显示相位矩阵中点  $A(\varphi_{Lcd,v,0}^{c}, \varphi_{Lcd,h,0}^{c})$ 在理想 LCD 显示相位 矩阵中的映射相位,点  $C(\varphi_{Lcd,v,2}^{c}, \varphi_{Lcd,h,2}^{c})$ 为 B 在实际相位矩阵中的同相位点,找到理想 LCD 显示相位中 B 点 在实际相位矩阵中的像素位置 $C(u_1^{c}, v_1^{c})$ ,从而映射到实际LCD反射相位矩阵中的点 $C'(\varphi_{Pro_1}^{c}, \varphi_{Pro_1}^{c})$ ,点  $C'(\varphi_{Pro_2}^{c}, \varphi_{Pro_2}^{c})$ 即为预补偿的投影相位。



图 6 实际 LCD 显示相位、理想 LCD 显示相位和 LCD 反射相位的映射关系 Fig.6 Relationship of actual LCD display phase, ideal LCD display phase and LCD reflection phase

现已知LCD显示水平和垂直方向的绝对相位 $\varphi_{Lcd_h,old}$ 和 $\varphi_{Lcd_v,old}$ ,LCD反射的水平和垂直方向的绝对相位  $\varphi_{Pro_h,old}$ 和 $\varphi_{Pro_v,old}$ ,以及实际LCD显示的水平和垂直方向的绝对相位在理想LCD水平和垂直方向的相位中对 应的相位值 $\varphi_{Lcd_h,new}$ 和 $\varphi_{Lcd_v,newo}$ 其中( $\varphi_{Lcd_v,old}, \varphi_{Lcd_h,old}, \varphi_{Pro_v,old}, \varphi_{Pro_h,old}$ )和( $\varphi_{Lcd_v,new}, \varphi_{Lcd_h,new}, \varphi_{Pro_v,new}, \varphi_{Pro_h,new}$ )中 的每一个像素点均一一对应。所以获得新的LCD显示的水平和垂直方向的相位值是利用插值的方法找出 点C( $\varphi_{Lcd_v,new}, \varphi_{Lcd_h,new}$ )在实际LCD显示相位矩阵中对应的同相位点的位置,从而在实际LCD反射相位矩阵 中找到其对应的C'( $\varphi_{Pro_v,new}, \varphi_{Pro_h,new}$ )。

获得补偿相位的流程如图7。



图7 计算补偿相位流程 Fig.7 Calculating compensation phase flow

2) 匹配投影仪像素

由第一步获得的投影仪的预补偿相位是在CCD相机分辨率下进行的补偿,由于投影仪的分辨率不同于 CCD相机分辨率,而且进行重投影时是像素进行偏移投影,所以应将补偿的相位转换到投影仪分辨率下的 像素。

利用计算机产生的理想的水平和垂直方向的相移条纹序列来建立投影仪像素坐标系和投影仪相位坐标系之间的映射关系。假设理想投影仪水平方向的绝对相位为 φ<sup>°</sup><sub>h</sub>(u<sup>°</sup>, v<sup>°</sup>), 垂直方向的绝对相位为 φ<sup>°</sup><sub>h</sub>(u<sup>°</sup>, v<sup>°</sup>),则投影仪分辨率的像素和相位之间的关系为

$$a = \frac{\max\left[\varphi_{h}^{p}\left(u^{p}, v^{p}\right)\right] - \min\left[\varphi_{h}^{p}\left(u^{p}, v^{p}\right)\right]}{H}$$

$$b = \frac{\max\left[\varphi_{v}^{p}\left(u^{p}, v^{p}\right)\right] - \min\left[\varphi_{v}^{p}\left(u^{p}, v^{p}\right)\right]}{V}$$
(10)

假设CCD相位矩阵中某一点的在水平方向的相位为φ<sup>k</sup>(u<sup>e</sup>, v<sup>e</sup>),垂直方向相位为φ<sup>k</sup>(u<sup>e</sup>, v<sup>e</sup>),则该点在投 影矩阵中的像素可表示为

$$v^{\mathrm{p}} = \frac{\varphi_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(u^{\mathrm{c}}, v^{\mathrm{c}})}{a} + \frac{H}{2}$$

$$u^{\mathrm{p}} = \frac{\varphi_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(u^{\mathrm{c}}, v^{\mathrm{c}})}{b} + \frac{V}{2}$$
(11)

式中,H代表的是投射条纹图像的高度,V代表的是投射条纹图像的宽度,a和b的单位为rad/pixel,u<sup>p</sup>和v<sup>p</sup> 分别为投影仪水平方向和垂直方向的像素位置,其单位为pixel。

由于 CCD 相机分辨率与投影仪分辨率不一致,且光轴存在一定夹角,所以 CCD 相机像素与投影仪像素 未能一一对应,需利用二维插值的方法得到整数值。

3) 匹配条纹亮度

在投影仪重投影之前,需要进行条纹亮度匹配。

由 2)可得重投影的水平方向的像素坐标和垂直方向的像素坐标,假设一点 B 在重投影的像素矩阵中的 像素位置为 $(u^{p}, v^{p})$ ,利用计算机产生初投影图像并计算其亮度矩阵I,在初投影像素矩阵和初投影亮度矩阵 同步插值,在插值像素矩阵中找到点 B 的同像素点 A,然后利用点 A 的像素位置在亮度插值矩阵中找到点 A 的亮度矩阵 $I_{A}$ 。则重投影矩阵中的 B 点的亮度  $I_{B}$ , $I_{B} = I_{A}$ ;用此方法,计算出同一位置水平和垂直方向的符 合频率的四步相移序列图像的亮度 $(2 \times 4 \le 2 \times 3 = 1)$ ,如图 8。亮度匹配的流程如图 9。



图 8 亮度匹配示意图 Fig.8 Schematic diagram of brightness matching

4)产生预补偿条纹进行重投影

利用第2)和3)所得的补偿条纹的亮度产生预补偿条纹,然后重复初投影的图像采集过程,得到新的投影仪投影条纹图像。



图 9 亮度匹配流程 Fig.9 Brightness matching flow

## 4 实验结果与分析

实验系统如图 10,由 CCD 彩色相机、LCD 和 DLP 投影仪和电脑组成,将附有全息投影膜的 LCD 作为相位标靶,全息投影膜可消除相机采集 LCD 显 示条纹图像过程中出现的莫尔条纹。其中投影仪靶 面与相位标靶平行,且要保证投影仪所有像素点均 能够在 LCD 平面上成像。相位标靶位于 CCD 相机 和基于数字光处理(Digital Light Processing, DLP) 的投影仪的景深范围内。CCD 相机、LCD 分别通过 以太网口、DP 口与电脑相连,实现图像的依次显示、 采集和保存。相机为 ECO424CVGE 彩色相机,分 辨率 492×656。投影仪型号为 DLP Light Crafter 4500,分辨率为1 280×800。

根据第2节的步骤,在初投影的过程中采集的 LCD自显条纹图像和LCD反射条纹图像的相位经 过计算,可以得到水平和垂直方向的相位展开图,如图11。



图 10 实验系统 Fig.10 Experimental system

根据第2节式(8)和(9)计算得到畸变,为了显示畸变在整个视场的分布规律,在视场内间隔取有限点显 示畸变的矢量变化趋势,由畸变示意图12可知,投影仪畸变为枕形畸变。

根据第2节在初投影的理想投影相位中取一个闭合相位边框,将此边框对应到LCD自显相位构成的坐标系中,其实际LCD显示相位与理想LCD显示相位之间的关系如图13,图中实线线框表示初投影的理想投影相位映射到实际LCD自显的相位矩阵中的相位,虚线线框表示初投影的理想投影相位映射到理想LCD自显的相位矩阵中的相位。

根据第3节的步骤,利用匹配的亮度矩阵产生预补偿条纹图像,如图14。





(a) LCD display fringe horizontal phase expansion diagram (b) LCD display fringe vertical phase expansion diagram



(c) LCD reflection fringe horizontal phase expansion diagram (d) LCD reflection fringe vertical phase expansion diagram









图 13 闭合边框畸变示意 Fig.13 Schematic of closed frame distortion



(a) The left picture is the generated pre-compensated vertical fringe image



(b) The right picture is the generated pre-compensated horizontal fringe image



重投影后,重复初投影理想相位对应到LCD自显条纹相位的过程,比较投影仪理想闭合条纹边框在初 投影和重投影过程中对应的LCD自显条纹的相位变化,如图15。进行重投影后,初投影过程选定的闭合矩 形边框在重投影的相位中由于处于边界,在相位计算过程中已找不到所有对应点,因此需要重新选定边框 比较。图中实线线框表示初投影的理想投影相位映射到实际LCD自显的相位矩阵中的相位,虚线线框表示 重投影的理想投影相位映射到理想LCD自显的相位矩阵中的相位,点画线框表示初投影的理想投影相位映 射到重投影的实际LCD自显的相位矩阵中的相位。



图 15 预补偿前后闭合矩形在 LCD 自显相位中的变化示意图

Fig.15 Schematic diagram of the change of the closed rectangle before and after pre-compensation in the LCD self-display phase

投影仪投影的绝对相位经过空间投影后,在相位标靶上应呈现一阶平面分布,由于投影仪畸变的存在, 高阶平面分布的影响叠加在原有的一阶平面上,会使实际相位的分布偏离一阶平面。将初投影和重投影两 个过程中计算的LCD反射条纹图像的水平方向和垂直方向绝对相位进行一阶平面拟合,其一阶平面拟合公 式如式(12)。通过平面拟合结果可以表明重投影结果的合理性。如表1所示,LCD反射的水平条纹绝对相 位的一阶平面拟合度从0.9977上升至0.9982,表2中LCD反射的垂直条纹绝对相位的一阶平面拟合度从 0.9974上升至0.9986,经过校准后,其拟合度均上升至接近1,消除了高阶畸变因素,更趋近一阶平面。

radie 1 Fitting parameters of the norizontal fringe expansion phase plane						
	The sum of squares due to error	Root mean squared error	Coefficient of determination			
Before compensation	$3.327  imes 10^{-6}$	4.241	0.997 7			
After compensation	$1.374\! imes\!10^{-6}$	3.208	0.998 2			

表1 水平条纹绝对相位一阶平面拟合参数 Table 1 Fitting parameters of the horizontal fringe expansion phase plan

表2 垂直条纹绝对相位一阶平面拟合参数							
Table 2Fitting parameters of the vertical fringe expansion phase plane							
	The sum of squares due to error	Root mean squared error	Coefficient of determination				
Before compensation	$3.638  imes 10^{-6}$	4.436	0.997 4				
After compensation	$9.972  imes 10^{-6}$	2.738	0.998 6				

$$f(x, y) = p_{00} + p_{10} \times x + p_{01} \times y \tag{12}$$

式中,x,y为该点相位的像素坐标,f(x,y)为该点的相位值, $p_{00}$ , $p_{10}$ , $p_{01}$ 为该平面的拟合系数。

分别使用传统方法和所提方法恢复台阶的三维形貌,验证预补偿前后光学系统的测量精度。图16(a) 为使用传统方法恢复台阶的三维形貌:图16(b)为使用所提出的校准方法恢复台阶的三维形貌。



图16 台阶三维形貌恢复图 Fig.16 3D topography restoration map of the step

处理校准前后的三维深度数据,计算台阶两平面之间的距离。表3为三维测量系统在校准前后台阶的 测量精度,校准前后台阶距的测量误差从0.724 mm减少到0.082 mm,光学测量系统的测量精度显著提高, 从而验证了此校准方法的可行性和有效性。从实验数据可知,实际相位分布以一阶曲面形式为主,高阶分 布影响较小,因而校正时按照线性分布进行校正,达到提升系统精度的效果。考虑高阶分布的校正方法可 以进一步提升系统检测精度,将作为本课题组下一步的研究内容。

Table 3       Measurement accuracy of the distance between the step surface before and after calibration (unit:mm)								
	Standard value	Before	After compensation	Error before	Error after			
		compensation		compensation	compensation			
Step1 and Step2	18.422	19.149	18.491	0.727	0.069			
Step2 and Step3	13.258	12.537	13.163	-0.721	-0.095			

表3 校准前后台阶距的测量精度(单位:mm)

#### 结论 5

本文提出了一种利用LCD自显条纹的绝对相位建立相位坐标系对投影仪畸变进行测量和预补偿的方 法。在畸变测量过程中,LCD自显条纹图像和投影仪投影条纹图像在相同位姿状态下由相机采集,两组相 位的差别在于是否存在投影仪畸变。由于是在相机畸变的基础上进行理想相位计算,所以本文提出的测量 畸变方法避免了相机畸变和投影仪畸变之间的耦合误差,提高了投影仪的投影质量和光学测量系统中的测 量精度,并且此方法不需要系统标定的过程,使实验过程更加灵活易操作。

#### 参考文献

- [1] SANG C P, MINHO C. Reverse engineering with a structured light system [J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 57(4):1377-1384.
- [2] WEN Hao, MENG Zhaozong, GAO Nan, et al. Error measurement and compensation of multi-channel fringe projection system[J]. Acta Photonica Sinica, 2020, 49(7):0712004.

温豪, 孟召宗, 高楠, 等. 多光通道条纹投影系统误差测量与补偿[J]. 光子学报, 2020, 49(7):0712004.

[3] PENG Kuang, CAO Yiping, WU Yingchun. An online three-dimensional measurement method of composite grating

projection without filtering[J]. Acts Optica Sinica, 2018, 38(11):1112003.

彭旷,曹益平,武迎春.一种无需滤波的复合光栅投影的在线三维测量方法[J].光学学报,2018,38(11):1112003.

- [4] XUE Junpeng, ZHANG Qican, LI Chenghang, et al. 3D face profilometry based on galvanometer scanner with infrsred fringe projection in high speed[J]. Applied Sciences, 2019, 9(7):1458.
- [5] LU Peng, SUN Changku, WANG Peng. Fringe projection phase-to-height mapping model and its calibration method[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(2):0212004.

陆鹏,孙长库,王鹏.条纹投影相位高度转换映射模型极其标定方法[J].光学学报,2018,38(2):0212004.

- [6] WANG Peng, ZANG Yingjie, SUN Changku, et al. Multi-camera three-dimensional measurement system using an image stitching method based on flexible calibration target positioning[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(4):0412003.
   王鹏,张颖杰,孙长库,等.基于柔性标靶定位实现图像拼接的多相机三维测量系统[J].光学学报, 2020, 40(4): 0412003.
- [7] WANG Zhangying, LIU Miao, HUANG Shujun, et al. Precise full-field distortion rectification and evaluation method for a digital projector[J]. Optical Review, 2016, 23:746-752.
- [8] CHEN Wenxin, LI Yong. Study of correcting distortion of projector in PMP by predistortion frings [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(10):2698-2701.

陈文鑫,李勇.利用预失真条纹校正PMP系统投影仪畸变的研究[J].光子学报,2009,38(10):2698-2701.

- [9] HUANG Junhui, WANG Zhao, GAO Jianmin, et al. Projector calibration with error surface compensation method in the structured light three-dimensional measurement system[J]. Optical Engineering, 2013, 52(4):043602.
- [10] PENG Junzheng, LIU Xiaoli, DENG Dingnan, et al. Suppression of projector distortion in phase-measuring profilometry by projecting adaptive fringe patterns[J]. Optics Express, 2016, 24(19):21846-21860.
- [11] LIU Miao, SUN Changku, HUANG Shujun, et al. An accurate projector calibration method based on polynomial distortion representation[J]. Sensors, 2015, 15(10):26567-26582.
- [12] YUN J, PARK J, YANG S. Efficient nonlinear geometric distortion correction for scanned laser pico projectors [J]. Electronics Letters, 2015, 51(6):471-473.
- [13] YANG Fan, HAN Chen, BAI Baoxing, et al. Research on parameter calibration of projection correction system[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1):0115001.
   杨帆, 韩成, 白宝兴, 等. 投影校正系统的参数标定技术研究[J]. 光学学报, 2018, 38(1):0115001.
- [14] MAO Xianfu, SU Xianyu, XIANG Liqun, et al. Optical 3D coordinate measurement based on handleld phase target[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(7):2006-2011.
  - 毛先富,苏显渝,向立群,等.基于手持相位标靶技术的光学三维坐标测量[J].光学学报,2010,30(7):2006-2011.
- [15] YU Jin, CHEN Chao, GAO Nan, et al. Camera calibration based on phase target [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11):111203.

于瑾, 陈超, 高楠, 等. 基于相位标靶的相机标定[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11):111203.

[16] ZHANG Zonghua, CATHERINE E T, DAVID P T. Time efficient color fringe projection system for 3D shape and color using optimum 3-frequency selection[J]. Optics Express, 2006, 14(4):6444-6455.

Foundation item: National Key Research and Development Program of China (No.2017YFF0106404), National Natural Science Foundation of China (No.51675160)