

引用格式: ZHU Linmei, DONG Xiucheng, ZHANG Zhengyu, et al. Camera Pose Estimation Algorithm for Singular Configuration of Target Points[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(7):0715001

朱林梅,董秀成,张征宇,等.面向奇异构型目标点分布的相机位姿估计算法[J].光子学报,2021,50(7):0715001

## 面向奇异构型目标点分布的相机位姿估计算法

朱林梅<sup>1</sup>,董秀成<sup>1</sup>,张征宇<sup>2</sup>,张帆<sup>1</sup>,王海滨<sup>1</sup>,任磊<sup>1</sup>

(1 西华大学 电气与电子信息学院, 成都 610039)

(2 中国空气动力研究与发展中心 高速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000)

**摘要:**为了提高平面、近平面和近线等奇异构型目标点的位姿估计精度和稳定性,提出了面向奇异构型目标点分布的位姿估计算法。首先,选择距离最远的两个点作为基本目标点,将 $n$ 点划分为 $n-2$ 个三点子集。其次,根据三点子集的几何关系构建辅助点,旨在增加透射相似三角形法的几何约束,进而求得较为准确的相机位姿初值。最后,结合EPnP算法和高斯牛顿算法进行迭代优化,通过奇异值分解求得最终位姿。测量实验结果表明,当平面目标点数 $n=4$ 时,正交迭代算法、EPnP算法和IEPnP算法的像方平均重投影误差分别为0.062 mm、0.324 mm和2.238 mm,本文算法的像方平均重投影误差为0.003 mm,有效提高了奇异构型下目标点的位姿估计精度和稳定性。

**关键词:**机器视觉;位姿估计;PnP问题;透视投影

中图分类号:TP391

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20215007.0715001

## Camera Pose Estimation Algorithm for Singular Configuration of Target Points

ZHU Linmei<sup>1</sup>, DONG Xiucheng<sup>1</sup>, ZHANG Zhengyu<sup>2</sup>, ZHANG Fan<sup>1</sup>,  
WANG Haibin<sup>1</sup>, REN Lei<sup>1</sup>

(1 School of Electrical and Electronic Information, Xihua University, Chengdu 610039, China)

(2 High Speed Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, Sichuan 621000, China)

**Abstract:** Aiming at improving the accuracy and stability of the pose estimation when the target points located in the planar, quasi-planar and quasi-linear case. In this study, we propose an iterative solution for singular configuration of target points. The main idea of the algorithm is to select two farthest points as the basic reference points, and divide  $n$  points into  $n-2$  three-point sets. Then, the auxiliary points are constructed according to the geometric relationship of the three-point set, aiming to increase the geometric constraints of the perspective similar triangle algorithm, and obtain a more accurate initial value. Finally, the simplified EPnP algorithm is combined with Gaussian Newton algorithm for optimization. Experiments conducted on synthetic data and real images show that when the number of planar target points  $n=4$ , the average image re-projection error of this algorithm is 0.003 mm, compared with the orthogonal iterative algorithm, EPnP algorithm and IEPnP algorithm, which is 0.062 mm, 0.324 mm and 2.238 mm respectively, this algorithm effectively improves the accuracy and stability of the pose estimation of the target point in singular configuration.

**基金项目:**国家自然科学基金(Nos. 11872069, 61571371, 61901393), 四川省科技厅重点项目(No.2018JY0463), 四川省高校科研创新团队—机器视觉与智能控制(No.18TD0024), 教育部“春晖计划”科研项目(No.Z2017076)

**第一作者:**朱林梅(1993—),女,硕士研究生,主要研究方向为机器视觉、图像处理。Email:812910979@qq.com

**导师(通讯作者):**董秀成(1963—),男,教授,硕士,主要研究方向为机器视觉、智能控制和智能信息处理。Email: dxc136@163.com

**收稿日期:**2021-02-05; **录用日期:**2021-04-15

<http://www.photon.ac.cn>

**Key words:** Machine vision; Pose estimation; PnP problem; Perspective projection

**OCIS Codes:** 150.0155; 110.5200; 120.4820; 150.1135

## 0 引言

视觉位姿测量因其非接触式测量方式、稳定工作时长、测量速度快等优点一直是航空航天<sup>[1-2]</sup>、智能机器人<sup>[3-4]</sup>、自主导航<sup>[5]</sup>等领域研究的热点问题。视觉位姿测量是通过目标点的世界坐标和其成像的二维坐标求解相机坐标系下的坐标,也称为 $n$ 点透视问题(Perspective- $n$ -Point, PnP)<sup>[6-7]</sup>。在实际应用中目标物的自身结构特征点或人工设置的合作目标点会出现平面分布或线型分布<sup>[8]</sup>,而对PnP问题的深入研究发现,当目标点分布为某些奇异构型,如平面、近平面或近线情况时,位姿估计容易受到噪声的影响且精度不高<sup>[9]</sup>。

现有的PnP算法可分为解析算法和迭代算法两大类。解析算法中,目标点分布为近线构型造成其围成的三角形面积较小,传统基于角锥体原理的P3P算法<sup>[10]</sup>无法得到准确的结果。文献[11]中的透视相似三角形法(Perspective Similar Triangle, PST)通过几何约束重新定义方程组,能够处理奇异构型分布的目标点,但不足之处在于求得其中一个变量的最多4个解后,求解另一个变量时存在不确定性,需要额外的步骤进行解的判定。EPnP算法<sup>[12]</sup>用四个虚拟控制点表示目标点,可求解目标点数 $n \geq 4$ 的位姿问题,特别地针对平面构型提出用三个虚拟控制点表示目标点,提高了平面构型下的位姿估计精度,但容易受到图像噪声的影响。RPnP算法<sup>[13]</sup>将 $n$ 点问题分解为P3P问题,在物方世界坐标系上重新构建新坐标系,减少外参数未知量,适用于奇异构型目标点的位姿求解,但在实际应用中的稳健性不强。OPnP算法<sup>[14]</sup>利用非单位四元数参数化旋转矩阵,用Gröbner基进行多项式的求解,可计算平面、近平面和近线等构型下的目标点位姿,实现全局优化,但其多项式求解过程中会出现过多的解析解。迭代算法中,正交迭代算法<sup>[15]</sup>通过最小化物方空间共线误差求解位姿,普通三维构型下计算精度较高,是目前应用最为广泛的位姿估计算法,但其在平面构型下容易收敛到局部最小值。文献[16]以物方空间共线误差建立目标函数,对拍摄距离和角度引起的位姿模糊问题进行分析,在正交迭代算法基础上排除了平面构型下的局部最小值,但计算过程需要较大的时间消耗。文献[17]分析了物方目标点的粗差大小对目标函数的影响,利用S估计方法确定目标函数中每个点的权值大小,提高了正交迭代算法的稳健性。文献[18]在扩展正交迭代算法<sup>[19]</sup>基础上将加权共面性误差加入目标函数中,利用目标点和线段端点的深度信息和重投影误差决定目标函数中的权重值,有效避免异常值对计算精度的影响。文献[20]利用泰勒级数得到参数化的目标函数,通过结合参数化前后的目标函数排除局部极小值,在平面和近平面结构中亦有较高计算精度。文献[21]在EPnP算法上提出IEPnP算法,保留了构建4个虚拟控制点的核心思想,利用弱透视投影模型获得位姿估计初值,结合高斯牛顿优化方法进行优化求解,有效提高了噪声影响情况下的稳定性,但在平面构型下的位姿计算精度不高。文献[22]提出了一种基于未知分布的四个共面特征点的位姿估计方法,根据特征点间平行和相交的情况进行位姿求解,提高了平面位姿估计精度和稳定性。

为了提高平面、近平面和近线等奇异构型目标点的位姿估计精度和稳定性,本文提出了面向奇异构型目标点分布的相机位姿估计算法。该算法将 $n$ 点问题分解为三点问题,通过三点子集的几何关系构建重心辅助点或者中心辅助点,实现对PST算法中的不确定解的判定,获得较为准确的位姿估计初值。其次,结合简化的EPnP算法和高斯牛顿算法对其进行迭代优化,与Levenberg-Marquadt<sup>[23]</sup>优化算法相比,充分利用了成像模型的结构特点,降低了优化过程的时间消耗。

## 1 问题描述

相机成像模型中包含像素坐标系 $O_p - uv$ 、像平面坐标系 $O_i - xy$ 、相机坐标系 $O_c - X_c Y_c Z_c$ 和世界坐标系 $O_w - X_w Y_w Z_w$ ,模型如图1所示。其中 $f$ 为相机焦距, $P_i^w = [X_i^w, Y_i^w, Z_i^w]^T$ 为世界坐标点, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , $P_i^c = [X_i^c, Y_i^c, Z_i^c]^T$ 为待求解的相机坐标系下目标点, $p_i = [x_i, y_i]^T$ 为像平面坐标点, $q_i = [u_i, v_i]^T$ 为像素坐标点。结合相机内部参数,像素坐标系与相机坐标系间的转换关系表示为

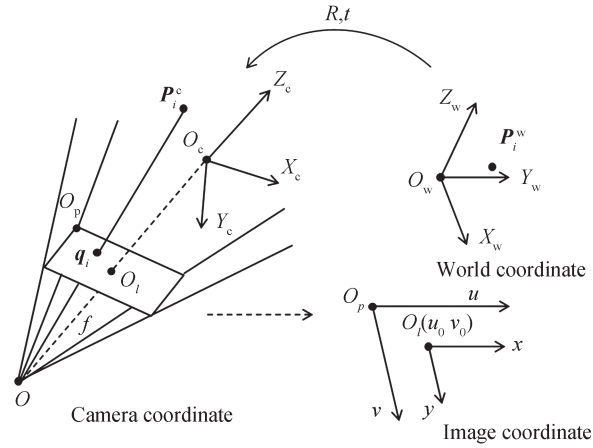


图1 相机成像模型  
Fig.1 Camera imaging model

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u & 0 & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\lambda$ 为缩放因子,  $A$ 为相机的内参矩阵,  $f_u = f/d_u, f_v = f/d_v, (u_0, v_0)$ 为像主点坐标。相机坐标系与世界坐标系间的转换为刚性转换,其间用旋转矩阵  $R$  和平移向量  $T$  表示为

$$\begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix} = [R \ T] \begin{bmatrix} X^w \\ Y^w \\ Z^w \end{bmatrix} \quad (2)$$

透射相似三角形法(Perspective Similar Triangle, PST)<sup>[11]</sup>用于求解P3P问题,其原理图如图2所示。 $q_1, q_2, q_3$ 为像素坐标系下的坐标点,分别对应相机坐标系下的  $P_1^c, P_2^c, P_3^c, v_1, v_2, v_3$  分别为  $P_1^c, P_2^c, P_3^c$  的单位向量,  $\cos\gamma_1 = v_1 \cdot v_2, \cos\gamma_2 = v_1 \cdot v_3, \cos\gamma_3 = v_2 \cdot v_3$ 。设在向量  $P_1^c, P_2^c, P_3^c$  上有  $p_1', p_2', p_3'$  三点,满足  $\triangle p_1' p_2' p_3'$  相似与  $\triangle P_1^c P_2^c P_3^c$ , 其中  $p_1'$  为基础点,令其到原点的距离为单位距离  $d_1 = l_1 = 1, p_2', p_3'$  的深度值分别为  $d_2, d_3, p_1'$  在  $p_2', p_3'$  方向的投影分别为  $l_2, l_3$ 。PST 算法的目标是求解深度值  $d_2, d_3$ ,再由  $\triangle p_1' p_2' p_3'$  与  $\triangle P_1^c P_2^c P_3^c$  的比例关系得到  $P_1^c, P_2^c, P_3^c$  的深度,求得最终位姿。由图2可知,  $d_2, d_3$  表示为

$$\begin{cases} d_2 = l_2 + s \\ d_3 = l_3 + t \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $l_2 = l_1 \cos\gamma_1, l_3 = l_1 \cos\gamma_2$ , 即  $s, t$  为待求解的变量。在 PST 算法中,根据两个几何条件约束来建立关于  $s, t$  的方程。

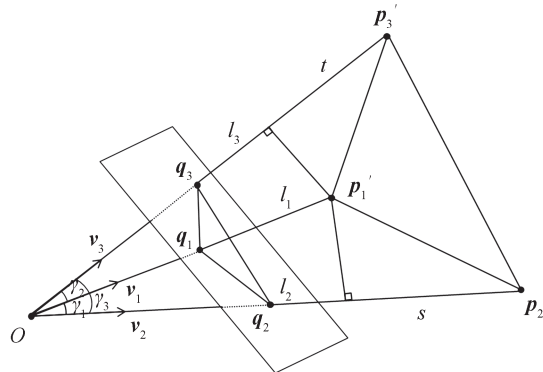


图2 PST算法原理图  
Fig.2 Schematic diagram of PST algorithm

1) 已知  $\triangle p_1'p_2'p_3'$  与  $\triangle P_1^cP_2^cP_3^c$  相似,相似三角形的对应边成比例关系,可得

$$A_1s^2 - t^2 + A_2 = 0 \quad (4)$$

式中,  $A_1 = D_1^2/D_2^2$ ,  $A_2 = D_1^2l_1^2 \sin^2\gamma_1/D_2^2 - l_1^2 \sin^2\gamma_2$ ,  $D_1 = |P_1^cP_2^c| = |P_1^wP_2^w|$ ,  $D_2 = |P_1^cP_3^c| = |P_1^wP_3^w|$ ,  $D_3 = |P_2^cP_3^c| = |P_2^wP_3^w|$ 。

2)  $\cos\angle p_1'p_2'p_3' = \cos\angle P_1^cP_2^cP_3^c$ ,通过几何及向量转换,有等式

$$A_3s + A_4t + A_5st + A_6s^2 + A_7 = 0 \quad (5)$$

式中,  $A_3 = l_3 \cos\gamma_3 - l_2$ ,  $A_4 = l_2 \cos\gamma_3 - l_3$ ,  $A_5 = \cos\gamma_3$ ,  $A_6 = (D_3^2 - D_1^2 - D_2^2)/(2D_1^2)$ ,  $A_7 = l_1^2 - l_2^2 - l_3^2 + l_2l_3 \cos\gamma_3 + A_6l_1^2 \sin^2\gamma_1$ ,联立式(4)和式(5),得到一个关于  $s$  的四次方程

$$f(s) = B_4s^4 + B_3s^3 + B_2s^2 + B_1s + B_0 = 0 \quad (6)$$

式中,  $B_4 = A_6^2 - A_1A_5^2$ ,  $B_3 = 2(A_3A_6 - A_1A_4A_5)$ ,  $B_2 = A_3^2 + 2A_6A_7 - A_1A_4^2 - A_2A_5^2$ ,  $B_1 = 2(A_3A_7 - A_2A_4A_5)$ ,  $B_0 = A_7^2 - A_2A_4^2$ 。

由式(5)可得

$$t = -(A_3s + A_6s^2 + A_7)/(A_4 + A_5s) \quad (7)$$

当  $A_4 + A_5s = 0$  时,  $t$  由式(4)得出,此时需通过重投影误差对  $t$  进行判定

$$t = \pm\sqrt{A_1s^2 + A_2} \quad (8)$$

## 2 本文算法

与传统基于角锥体原理的P3P算法相比,PST算法在几何奇异的情况下可以得到正确的位姿结果。但在PnP( $n > 4$ )问题中,当  $A_4 + A_5s = 0$  时,即  $p_1'$ 、 $p_2'$  在  $p_3'$  方向的投影距离相同,  $t$  无法直接求出,此时额外判定的计算量过大,且在实际运用中,PST算法易受噪声影响。本文算法以两个点为基础点,将  $n$  点划分为  $n-2$  个三点子集,根据三点子集的几何关系构建辅助点,在PST算法基础上增加了几何约束,实现每个三点子集中  $t$  解的判定,可直接求解对应的  $d_i$  ( $i = 3, 4, \dots, n$ ),进而在奇异构型下获得准确的位姿结果,再结合EPnP算法和高斯牛顿算法对初值进行迭代优化,增强了噪声影响下的稳健性。首先选择距离最远的两点  $p_1'$ 、 $p_2'$  为基础点,  $p_i'$  ( $i = 3, 4, \dots, n$ ) 为子集中的第三点,根据PST算法,  $n$  个点可以得到  $n-2$  个关于  $s$  的四次方程

$$\begin{cases} f_1(s) = a_1s^4 + b_1s^3 + c_1s^2 + d_1s + e_1 = 0 \\ f_2(s) = a_2s^4 + b_2s^3 + c_2s^2 + d_2s + e_2 = 0 \\ \vdots \\ f_{n-2}(s) = a_{n-2}s^4 + b_{n-2}s^3 + c_{n-2}s^2 + d_{n-2}s + e_{n-2} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

通过建立罚函数  $F = \sum_{i=1}^{n-2} f_i^2(s) = 0$  可得到至多四个  $s$  的解<sup>[13]</sup>。根据三角形相似得到比例因子

$$\lambda = \frac{|P_1^wP_2^w|}{|p_1'p_2'|} = \frac{D_1}{\sqrt{s^2 + \sin^2\gamma_1}} \quad (10)$$

式中,  $p_1' = [x_1, y_1, z_1]^T$ 、 $p_2' = [x_2, y_2, z_2]^T$ 、 $p_i' = [x_i, y_i, z_i]^T$  与原点  $O$  的距离分别为  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_i$ 。当  $p_1'$ 、 $p_2'$  在  $p_i'$  的投影相同时,根据三点子集的几何关系构建辅助点  $p' = [x, y, z]^T$ ,需先计算辅助点的深度距离  $d$ ,再将  $p'$  作为已知点,求得  $p_i'$  的深度值  $d_i$ 。

$p_1'$ 、 $p_2'$  在  $p_i'$  的投影相同表示为

$$d_1 \cos\langle p_1'p_i' \rangle = d_2 \cos\langle p_2'p_i' \rangle \quad (11)$$

左右两边同时乘  $d_i$  ( $d_i > 0$ ) 带入向量坐标化简后得到

$$x_1x_i + y_1y_i + z_1z_i = x_2x_i + y_2y_i + z_2z_i \quad (12)$$

1)  $|p_1'| \neq |p_2'|$  时构建辅助点为  $\triangle p_1'p_2'p_i'$  的重心  $p' = [x, y, z]^T$ ,在成像过程中,随着焦距增大,视角越

小,透视投影模型逐渐趋于正交投影模型,则辅助点的像点坐标为  $\triangle q_1 q_2 q_i$  的重心  $q' = [u, v]^T$ ,如图3所示。

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_i) \\ y = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_i) \\ z = \frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_i) \end{cases} \quad (13)$$

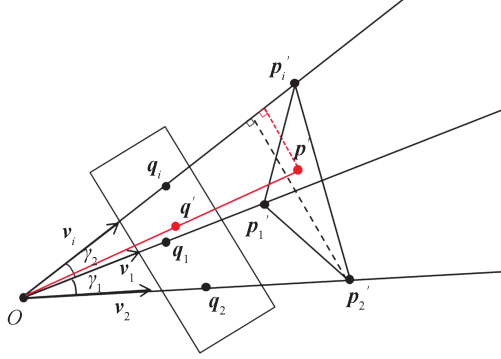


图3 重心辅助点示意图

Fig.3 Center of gravity position diagram

在三角形  $\triangle p_1' op'$  和  $\triangle p_2' op'$  中由余弦定理可得

$$\begin{cases} d^2 + d_1^2 - 2dd_1 \cos\langle p' p_1' \rangle = |p' p_1'|^2 \\ d^2 + d_2^2 - 2dd_2 \cos\langle p' p_2' \rangle = |p' p_2'|^2 \end{cases} \quad (14)$$

辅助点的深度  $d$  表示为

$$d = \frac{|p' p_2'|^2 - |p' p_1'|^2 + d_2^2 - d_1^2}{2(d_2 \cos\langle p' p_2' \rangle - d_1 \cos\langle p' p_1' \rangle)} \quad (15)$$

对式(12)中的分母是否为零进行讨论,令  $F_1 = d_2 \cos\langle p' p_2' \rangle - d_1 \cos\langle p' p_1' \rangle$ , 带入向量坐标可知

$$F_1 = \frac{(xx_2 + yy_2 + zz_2) - (xx_1 + yy_1 + zz_1)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (16)$$

将式(12)和式(13)带入式(16)可得

$$F_1 = \frac{(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)}{3\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (17)$$

据题设条件  $|p_1'| \neq |p_2'|$  可判断  $F_1$  不为零,由式(15)得到重心辅助点  $p'$  的深度  $d$ 。

2)  $|p_1'| = |p_2'|$  时构建辅助点为  $p_1' p_2'$  的中点  $p' = [x, y, z]^T$ , 同理,其对应的像点坐标为  $q_1 q_i$  的中心  $q' = [u, v]^T$ ,如图4所示。

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(x_1 + x_i) \\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_i) \\ z = \frac{1}{2}(z_1 + z_i) \end{cases} \quad (18)$$

构建中心辅助点后根据式(14)和式(15)求解辅助点深度  $d$ ,此时令  $F_2 = d_2 \cos\langle p' p_2' \rangle - d_1 \cos\langle p' p_1' \rangle$ , 带入向量坐标可知

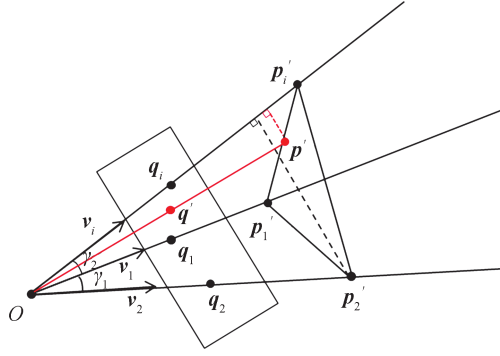


图4 中心辅助点原理图  
Fig.4 Central position diagram

$$F_2 = \frac{(xx_2 + yy_2 + zz_2) - (xx_1 + yy_1 + zz_1)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (19)$$

将式(12)和式(18)带入式(19)可得

$$F_2 = \frac{(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)}{3\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (20)$$

据题设条件 $|p_1'| = |p_2'|$ 可判断 $F_2$ 不为零,在式(15)中带入相应参数得到中心辅助点 $p'$ 的深度 $d$ 。将 $p'$ 作为已知点,利用 $p', p_2', p_i'$ 间的几何关系有

$$\begin{cases} d_i^2 + d_2^2 - 2d_id_2 \cos\langle p_i' p_2' \rangle = |p_i' p_2'|^2 \\ d_i^2 + d^2 - 2d_id \cos\langle p_i' p' \rangle = |p_i' p'|^2 \end{cases} \quad (21)$$

由式(21)求得 $d_i$ ,相机坐标系下的目标点坐标即可表示为

$$P_i^c = \lambda d_i v_i \quad (22)$$

式中, $v_i$ 表示为目标点方向向量。结合简化的EPnP算法和高斯牛顿算法进行迭代优化<sup>[17]</sup>,由四个虚拟控制点 $c_j^w (j=1, 2, 3, 4)$ 表示目标点, $P_i^w$ 可由四个虚拟控制点线性组合表示,经 $P_i^w$ 刚性转换得到的 $P_i^c$ 则可线性表示为

$$P_i^w = \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} c_j^w, \quad \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} = 1 \quad (23)$$

$$P_i^c = \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} c_j^c \quad (24)$$

式中, $\alpha_{ij}$ 为控制点的线性组合系数,将式(24)带入式(1)可得到 $2n$ 个方程, $M$ 为 $2n \times 12$ 的系数矩阵,方程的解为 $X = [c_1^c, c_2^c, c_3^c, c_4^c]^T$ , $X$ 位于 $M$ 的右零空间中

$$X = \sum_{i=1}^4 \beta_i V_i \quad (25)$$

式中, $V_i$ 为 $M^T M$ 的零特征向量,利用 $X = (\alpha^T \alpha)^{-1} \alpha^T P_i^c$ 带入初值,得到待优化的参数

$$\beta = (V^T V)^{-1} V^T X \quad (26)$$

根据控制点间的距离约束对 $\beta$ 进行迭代优化

$$\beta = \arg \min_{\beta} \sum_{i,j=1, i < j}^4 \left| \|c_i^c - c_j^c\|^2 - \|c_i^w - c_j^w\|^2 \right| \quad (27)$$

求得 $\beta$ 值后根据式(24)和式(25)求得优化后的 $P_i^c$ ,最终通过奇异值分解得到旋转矩阵 $R$ 和平移向量 $T$ 。综上所述,本文算法的位姿估计步骤为:

- 1)在目标点中选出距离最远的两个点作为基础点,将 $n$ 个点划分为 $n-2$ 个三点子集。
- 2)采用PST算法在每个三点子集中得到一个关于 $s$ 的四次方程,如式(9)所示, $n$ 个点可得 $n-2$ 个方程,

再建立罚函数  $F = \sum_{i=1}^{n-2} f_i^2(s) = 0$  求解方程组得到至多四个  $s$  解。

3) 将  $s$  解代入  $n-2$  个三点子集中, 根据式(5)依次求解  $t$ , 再由式(3)得到  $d_i (i=3, 4, \dots, n)$ 。当子集中  $p_1', p_2'$  在  $p_i'$  方向的投影距离相同时, 根据已知条件构建辅助点。若  $|p_1'| \neq |p_2'|$ , 则如式(13)所示构建重心辅助点; 若  $|p_1'| = |p_2'|$ , 则如式(18)所示构建中心辅助点, 然后通过式(21)求得  $d_i$ 。

4) 根据式(22)得到位姿估计初值, 再根据式(23)至式(27)对初值进行迭代优化, 最终由奇异值分解获得旋转矩阵  $R$  和平移向量  $T$ 。

5) 重复步骤3, 依次求解每个  $s$  值对应的位姿估计结果, 再根据像方重投影误差大小, 得到最优解。

### 3 实验研究

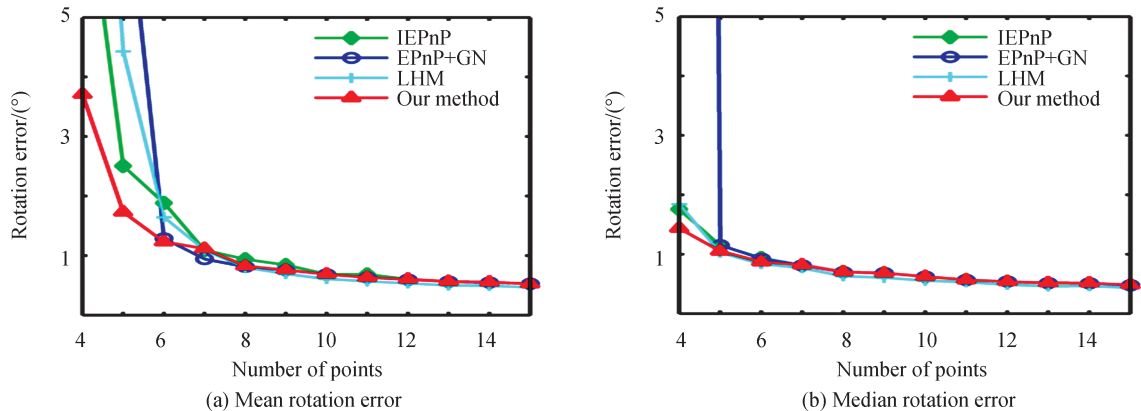
#### 3.1 仿真实验

为验证面向奇异构型目标点分布的相位位姿估计算法的有效性, 在计算精度、稳健性和实时性上, 将其与正交迭代算法(LHM)、EPnP算法、IEPnP算法和SP+LHM算法进行比较。在Matlab软件中进行仿真, 实验中默认的虚拟相机图像尺寸大小为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ , 等效焦距为  $800 \text{ pixel}$ , 像主点位于像片中心。在相机坐标系中随机生成三维目标点, 普通三维目标点的随机产生范围为  $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [4, 8]$ , 近线目标点随机产生范围  $[1, 2] \times [1, 2] \times [4, 8]$ 。为模拟真实图像噪声, 设置高斯噪声标准差  $\sigma = 3$ , 在目标点随机三维分布、平面分布和近线分布三种情况下, 分别计算目标点数从4递增至15时旋转矩阵误差  $e(R)$  和平移向量误差  $e(T)$

$$\begin{cases} e(R) = 2\arccos\left[0.5\sqrt{1 + \text{tr}(RR_{\text{true}}^T)}\right] \\ e(T) = \|T_{\text{true}} - T\| / \|T_{\text{true}}\| \end{cases} \quad (28)$$

式中,  $R_{\text{true}}$  和  $T_{\text{true}}$  分别为真值。每组实验单独进行500次, 记录旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值。随机三维分布和近线分布情况下与EPnP迭代型改进算法IEPnP<sup>[21]</sup>、EPnP算法加高斯牛顿算法优化EPnP+GN<sup>[12]</sup>和LHM<sup>[15]</sup>对比, 平面情况下与IEPnP、LHM、EPnP(应用于平面)和SP+LHM<sup>[16]</sup>算法对比。

如图5所示, 随机三维分布情况下, 目标点数从4递增至15, 冗余目标点增多, 本文算法的旋转误差均值从  $3.78^\circ$  降至  $0.45^\circ$ , 平移误差均值从  $2.52\%$  降至  $0.38\%$ 。如图6和图7所示, 非平面分布情况下, 当目标点数  $n=4$  和  $n=5$  时, EPnP+GN的目标方程数目不足, 仅在目标点数  $n \geq 6$  时得到准确的位姿估计结果。如图7所示, 目标点数  $n=15$  时, LHM算法的旋转误差均值为  $29.66^\circ$ , 误差中位值为  $3.92^\circ$ , 两者相差较大的原因在于LHM算法在平面分布情况下受位姿模糊问题影响, 容易收敛至局部极小值。与IEPnP算法、EPnP+GN和LHM算法相比, 近线分布情况下, 本文算法的位姿估计精度有所提升, 当冗余目标点数较少时, 精度提升尤为明显。平面分布情况下本文算法的估计精度优于IEPnP算法、EPnP算法和LHM算法, 当冗余目标点增多时, 本文算法在少量的时间消耗情况下可达到与SP+LHM相同的估计精度。



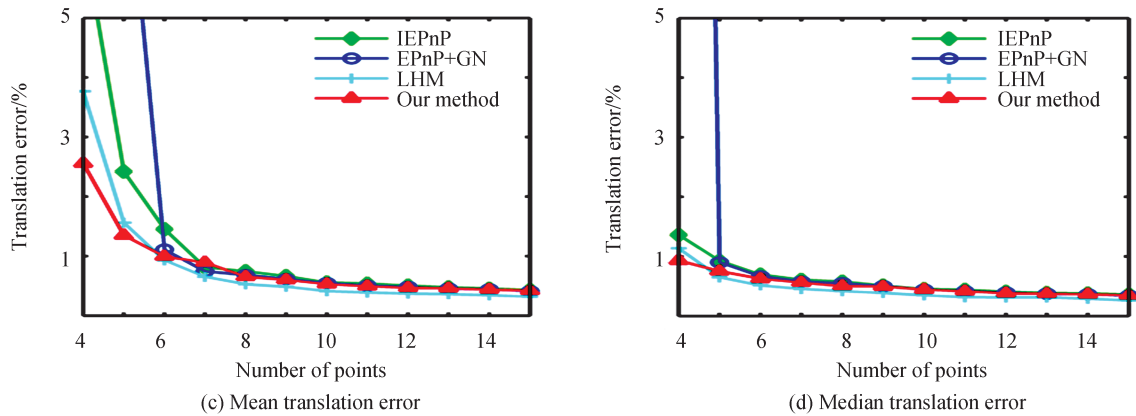


图5 目标点数  $n=4\sim 15$  时,随机三维分布下旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值  
Fig.5 Simulation result with respect to varying numbers from 4 to 15 in ordinary-3D point configuration

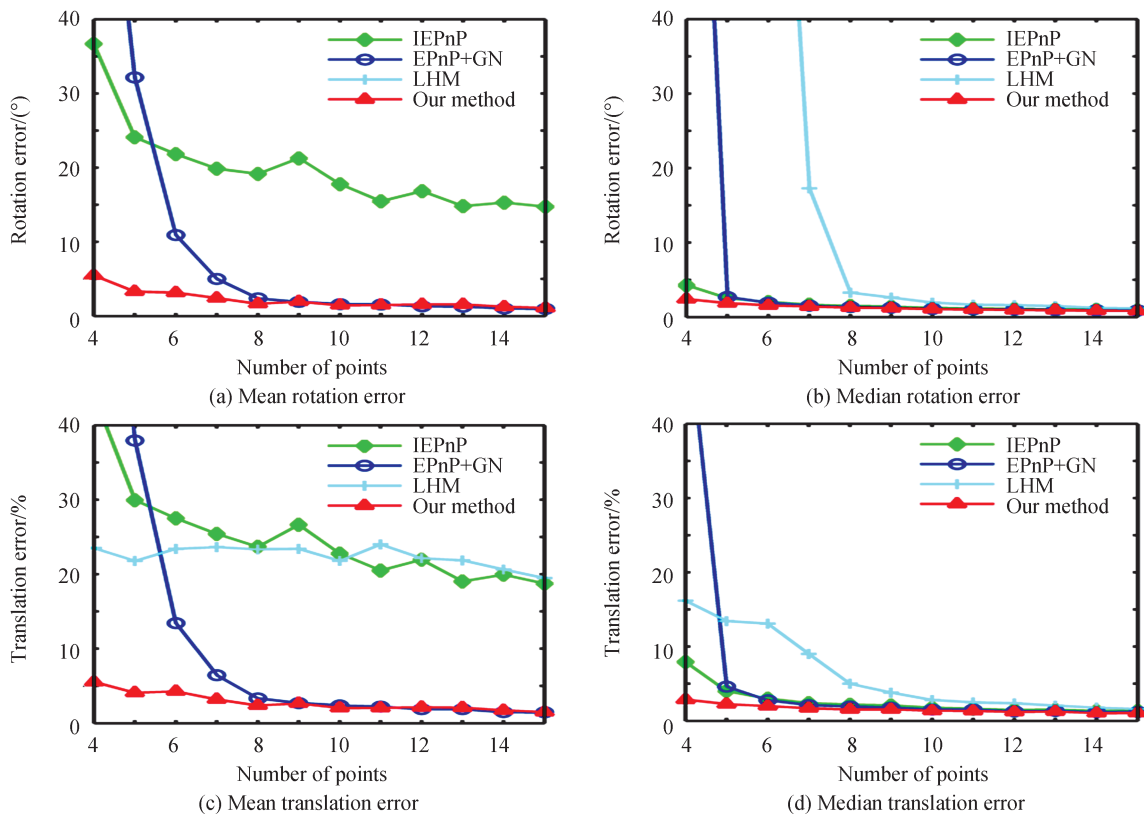


图6 目标点数  $n=4\sim 15$  时,近线分布下旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值  
Fig.6 Simulation result with respect to varying numbers from 4 to 15 in quasi-linear point configuration

相机位姿估计过程中易受到图像噪声的干扰,参考目标点数较少时噪声的影响越大。为测试各算法在噪声影响情况下的稳定性,选取随机三维分布目标点  $n=4$  和  $n=5$ ,在图像上添加标准差  $\sigma$  从 0.5 递增至 5 的高斯噪声,分别计算其旋转矩阵误差  $e(R)$  和平移向量误差  $e(T)$ ,通过比较各噪声等级间位姿误差变化的幅度大小来验证算法的稳定性。每组实验单独进行 500 次,记录旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值。

如图 8 和图 9 所示,随着高斯噪声标准差增大,各算法的位姿估计误差增大。图 8 中 EPnP+GN 在参考目标点数  $n=4$  时未能得出正确结果,图 9 中 EPnP+GN 算法在  $\sigma=0.5$  和  $\sigma=5$  时的位姿误差平均值相距较大,噪声增大时位姿估计结果不稳定。IEPnP 算法在 EPnP 算法基础上进行迭代型改进, $\sigma=5$  时亦能得出准确的位姿结果,相较于 EPnP+GN 有效提高了噪声影响情况下的稳定性。LHM 算法在噪声水平增大过程中位姿估计误差变化幅度较小,表现出较强的稳定性。当  $\sigma=0.5\sim 5$  时,本文算法比 IEPnP 算法和



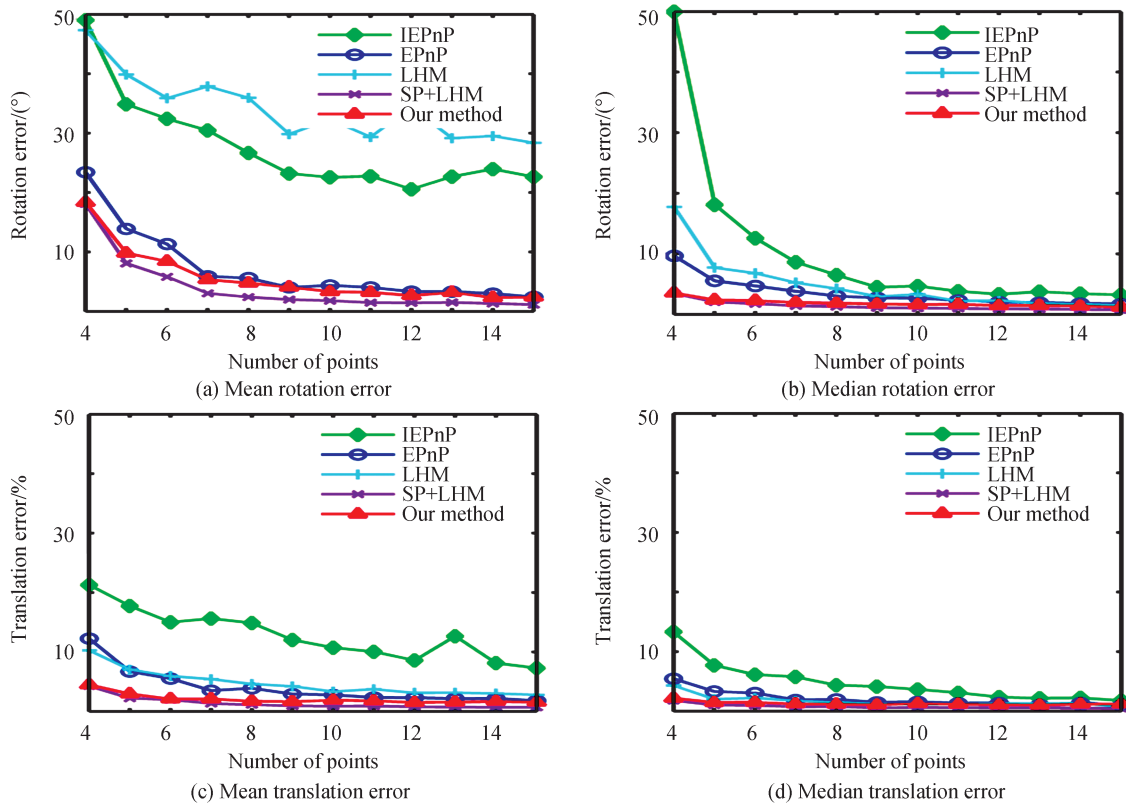


图7 目标点数  $n=4\sim 15$  时,平面分布下旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值  
 Fig.7 Simulation result with respect to varying numbers from 4 to 15 in planar point configuration

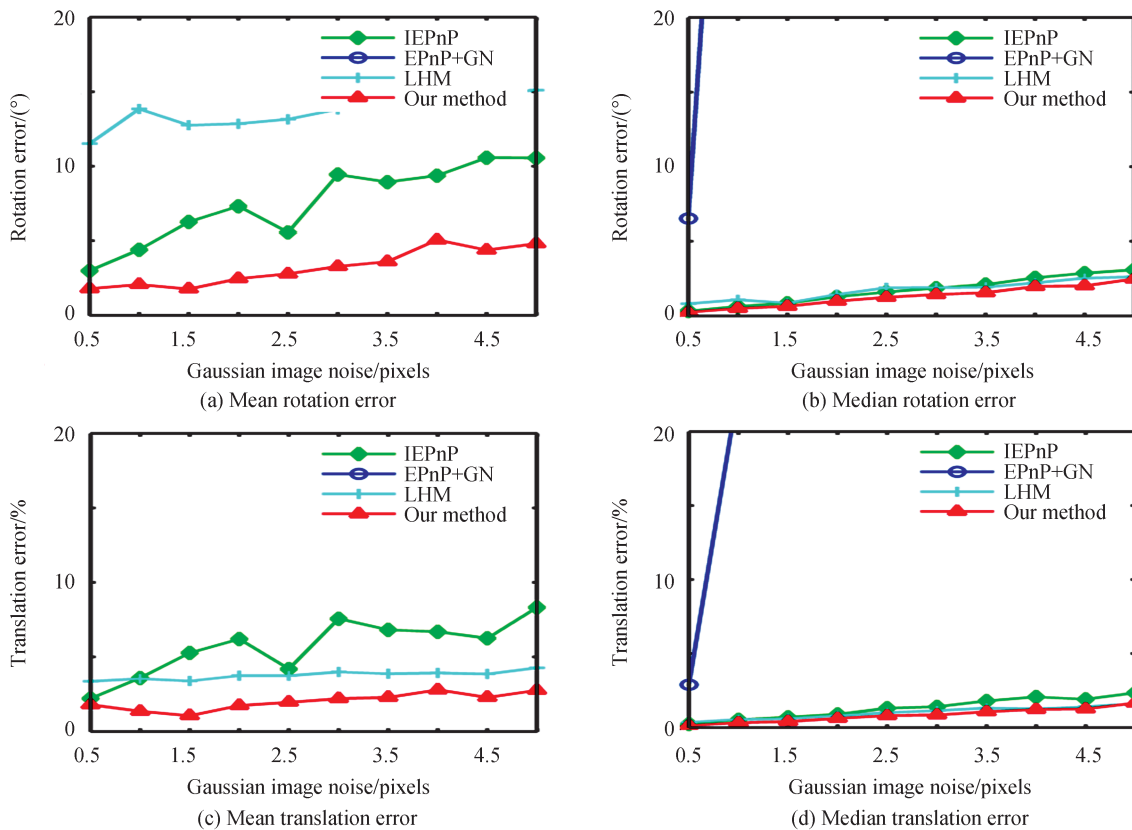


图8 目标点数  $n=4$  情况下,高斯标准差变化范围  $\sigma=0.5\sim 5$  时旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值  
 Fig.8 Simulation result with respect to varying noise levels from 0.5 to 5 in case of ordinary-3D configuration when point number  $n=4$

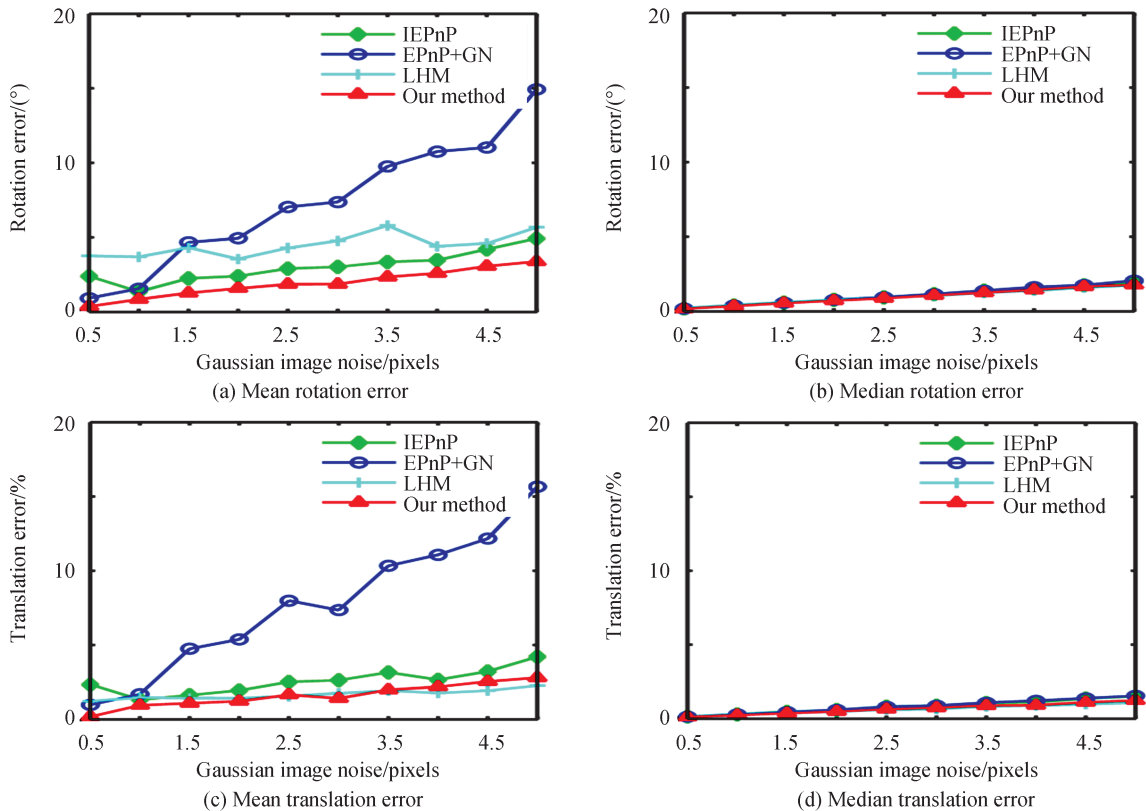


图9 目标点数 $n=5$ 情况下,高斯标准差变化范围 $\sigma=0.5\sim 5$ 时旋转矩阵误差和平移向量误差的平均值和中位值  
Fig.9 Simulation result with respect to varying noise levels from 0.5 to 5 in case of ordinary-3D configuration when point number  $n=5$

EPnP+GN算法的误差曲线略为平稳,在噪声影响情况下更具稳定性,且相较于LHM算法具有精度更高的稳定位姿估计结果。为测试算法的实时性,在随机三维分布情况下测量目标点数从20递增至200时各算法的时间消耗,结果如表1所示,本文算法在处理大量冗余点时具有较高的计算效率。

表1 不同算法的运行时间  
Table 1 Running time of different algorithms

Numbers	Our method/s	IEPnP/s	EPnP+GN/s	LHM/s
$n=20$	0.165 4	0.165 2	0.324 6	0.446 5
$n=60$	0.223 5	0.272 0	0.365 4	1.278 8
$n=100$	0.292 7	0.308 4	0.404 1	2.101 0
$n=200$	0.446 4	0.633 4	0.498 7	4.065 4

### 3.2 测量实验

在实验室环境中利用控制平台、Canon550D单反相机、单目视觉位姿测量软件系统进行大视场范围的位姿测量实验,硬件环境配置如图10所示。

光照明暗变化等环境因素将影响靶标的定位精度,实验中设计如图11所示的黑白圆形靶标,通过轮廓提取和中心定位,提高靶标的定位精度,目标板中靶标的直径分别为30 mm和40 mm,靶标间的中心距离为50 mm,目标板的精度为0.001 mm,根据三个面积略大的靶标间的距离关系建立世界坐标系,实现排序和编码。相机采集图像的分辨率为 $3456\text{ pixel} \times 2304\text{ pixel}$ ,像元尺寸为 $6.45\text{ }\mu\text{m} \times 6.45\text{ }\mu\text{m}$ ,像主点位于像片中心,为避免景深对测量精度的影响,固定拍摄焦距为35mm。相机本身存在镜头畸变,在软件系统中采用张氏标定法和改进的畸变模型进行相机标定,标定后的图像重投影误差为0.25 pixel,符合高精度位姿测量要求。

实验中固定相机焦距为35 mm,拍摄20张清晰的目标板图像,为验证算法的有效性,在图8所示的目标点中分别选取四个点、五个点和二十个点进行位姿估计,平面情况下的四个点为1、5、16和20号,五个点为

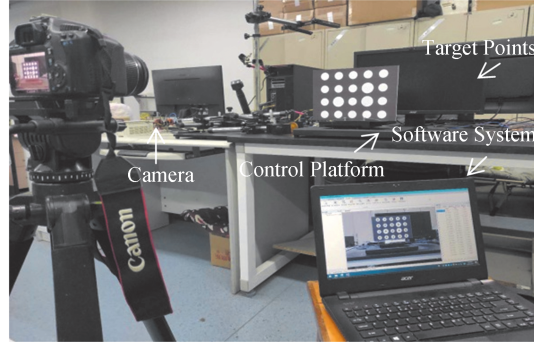


图 10 测量实验环境配置

Fig.10 Experimental environment configuration

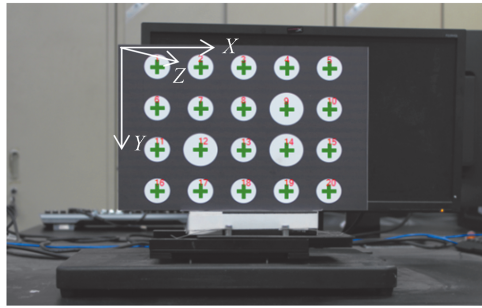


图 11 测量目标板

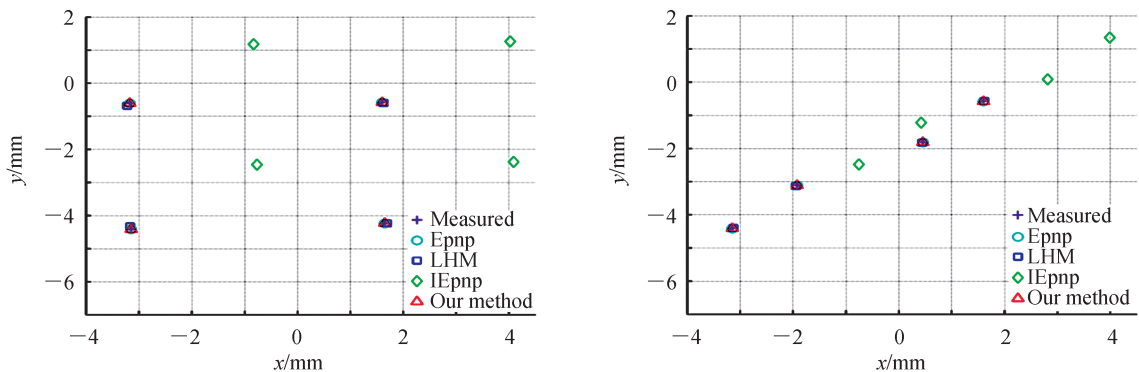
Fig.11 The target points of pose experiment

1、5、8、16和20号,近线情况下的四个点为5、9、12和16号,五个点为5、8、9、12和16号。记录各算法在平面分布情况和近线分布情况的像方重投影误差大小,像方重投影误差error定义为

$$\text{error} = \sum_{i=1}^n \sqrt{(u_i' - u_i)^2 + (v_i' - v_i)^2} / n \quad (29)$$

式中,  $q_i' = [u_i', v_i']^T, i = 1, 2, \dots, n$ , 为系统提取的像点坐标观测值,  $q_i = [u_i, v_i]^T$  为位姿估计算法的像点坐标计算值。

各算法的单张像平面重投影情况如图 12 所示, IEPnP 算法在  $n=4$  时没有得出有效的位姿估计结果, LHM 算法在平面情况下收敛至局部最小值导致位姿估计精度不高。在真实图像测量过程中, 经图像预处理后降低了噪声对目标点提取精度的影响, EPnP 算法的位姿估计精度有所提升。统计 20 张图像中各算法的重投影误差大小, 其平均重投影误差大小如表 2 所示, 平面目标点数  $n=4$  时, 本文算法的平均重投影误差为 0.003 mm, LHM 算法、EPnP 算法和 IEPnP 算法的平均重投影误差为 0.062 mm、0.324 mm 和 2.238 mm。且当平面目标点数  $n=5$  和  $n=20$  时, 本文算法的平均重投影误差均为 0.002 mm, 线型目标点数  $n=4$  和  $n=5$  时, 本文算法平均重投影误差均为 0.002 mm, 均优于其它算法。



(a) Re-projection error in the planar configuration when  $n=4$

(b) Re-projection error in the quasi-linear configuration when  $n=4$

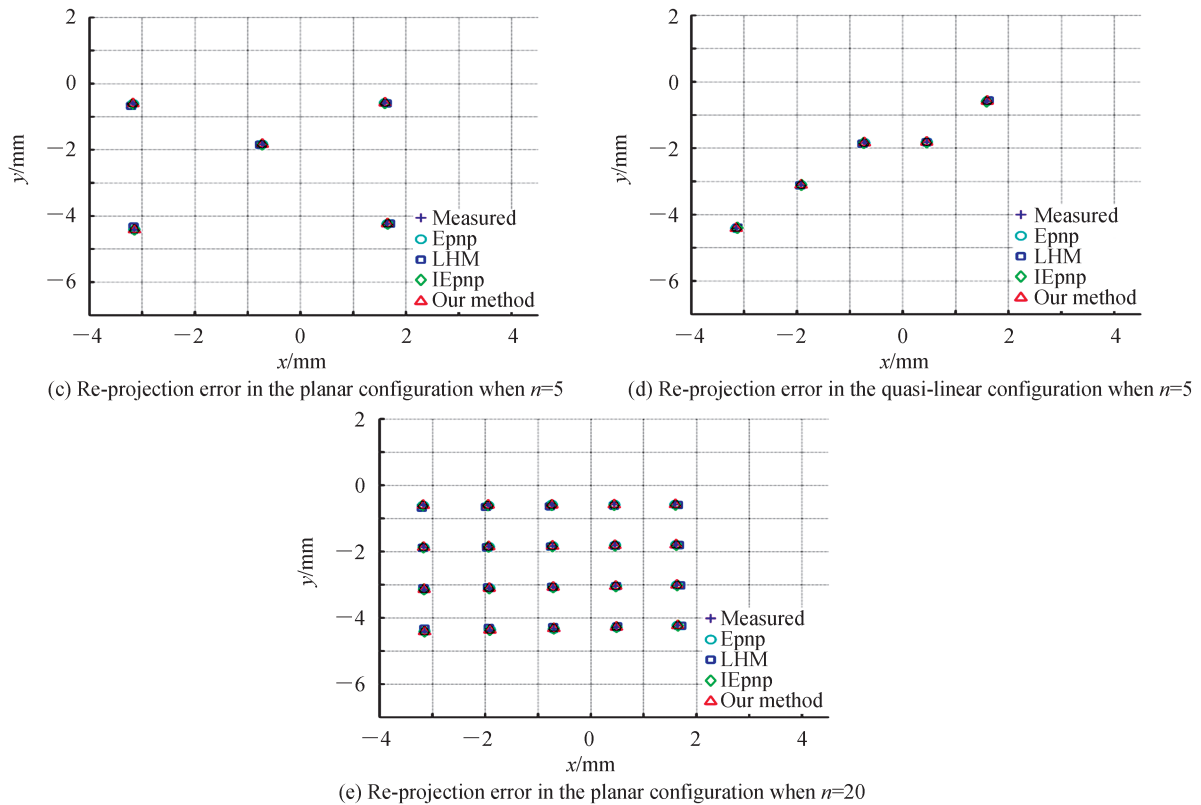


图 12 像平面重投影误差

Fig. 12 Re-projection error of image plane

表 2 平均重投影误差

Table 2 The average result of re-projection error

Algorithm	Error (4 points)/mm		Error (5 points)/mm		Error(20 points)/mm
	Planar	Quasi-linear	Planar	Quasi-linear	Planar
IEPnP	2.238	3.052	1.792	2.509	3.040
EPnP	0.324	0.146	0.005	0.036	0.004
LHM	0.062	0.036	0.058	0.039	0.044
Our method	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002

## 4 结论

提出了面向奇异构型目标点分布的相机位姿估计算法。该算法在PST算法基础上根据三点子集的几何关系构建辅助点,得到较为准确的位姿初值,再结合简化的EPnP算法和高斯牛顿算法进行迭代优化。仿真和测量实验结果表明,本文算法可有效提高平面、近平面和近线等奇异构型分布目标点的位姿估计精度,且在随机三维分布情况下,本文算法可在较少的时间消耗情况下处理上百个目标点,具有较高的计算效率和稳健性。

### 参考文献

- [1] WU Bin, YE Dong, GUO Yubo, et al. Multiple circle recognition and pose estimation for aerospace applications[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 216-226.  
吴斌, 叶东, 郭玉波, 等. 基于航天应用的多圆特征识别和姿态估计[J]. 光学学报, 2017, 37(9): 216-226
- [2] HONG Yang, SUN Xiuxia, WANG Dong, et al. Fast pose estimation method for unmanned aerial vehicle based on rectangular geometry feature[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(5): 232-244.  
洪洋, 孙秀霞, 王栋, 等. 基于矩形几何特性的小型无人机快速位姿估计方法[J]. 中国激光, 2016, 43(5): 232-244.
- [3] LEI Jinzhou, ZENG Linbin, YE Nan. Research on industrial robot alignment technique with monocular vision[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 26(3): 733-741.  
雷金周, 曾令斌, 叶南. 工业机器人单目视觉对准技术研究[J]. 光学精密工程, 2018, 26(3): 733-741.

- [4] ZHANG Hua, XIA Bo. Robot automouls localization method study based on binocular vision[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2015, 43(S1): 104-108.  
张华, 夏波. 基于双目视觉的机器人自定位方法研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2015, 43(S1): 104-108.
- [5] TIAN Miao, GUAN Banglei, SUN Fang, et al. A decoupling relative pose estimation method for the non-overlapping multi-camera system [J/OL]. Acta Optica Sinica, (2020-12-14) [2021-04-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1252.O4.20201211.1200.006.html>.  
田苗, 关棒磊, 孙放, 等. 一种无公共视场的多相机系统相对位姿解耦估计方法[J/OL]. 光学学报, (2020-12-14) [2021-04-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1252.O4.20201211.1200.006.html>.
- [6] FISCHER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the Acm, 1981, 24(6): 381-395.
- [7] JESUS B, LAURENT K, JAVIE G J. A certifiably globally optimal solution to the non-minimal relative pose problem [C]. Salt Lake City, IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition UT, 2018:145-154.
- [8] LIU Chang, ZHU Feng, XIA Renbo. Monocular pose determination from coplanar two points and one line features[J]. Application Research of Computers, 2012, 29(8): 3145-3147.  
刘昶, 朱枫, 夏仁波. 基于共面二点一线特征的单目视觉定位[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(8): 3145-3147.
- [9] XU Yunxi, JIANG Yunliang, CHEN Fang, et al. Global pose estimation iterative algorithm for multi-camera frompoint and line correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 39(10): 1881-1888.  
许允喜, 蒋云良, 陈方, 等. 基于点线对应的多摄像机全局位姿估计迭代算法[J]. 光子学报, 2010, 39(10): 1881-1888.
- [10] GAO X S, HOU X R, TANG J L, et al. Complete solution classification for the perspective-three-point problem [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(8): 930-943.
- [11] LI S Q, XU C. A stable direct solution of perspective-three-point problem[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2011, 25(5): 627-642.
- [12] LEPETIT V, FUA P. EPnP: an accurate  $O(n)$  solution to the PnP problem[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 155-166.
- [13] LI S Q, XU C, XIE M. A robust  $O(n)$  solution to the perspective-n-point problem[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1444-1450.
- [14] ZHENG Y, KUANG Y, SUGIMTO S, et al. Revisiting the PnP problem: a fast, general and optimal solution[C]. Sydney, NSW, IEEE International Conference on Computer Vision, 2013: 2344-2351.
- [15] LU C P, HAGER G D, MJOLSNESS E. Fast and globally convergent pose estimation from video images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [16] SCHWEIGHOFER G, PINZ A. Robust pose estimation from a planar target[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(12): 2024 - 2030.
- [17] ZHANG Xiongfen, LIU Haibo, SHANG Yang. Robust orthogonal iteration algorithm for single camera pose estimation [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(9): 262-267.  
张雄峰, 刘海波, 尚洋. 单目相机位姿估计的稳健正交迭代方法[J]. 光学学报, 2019, 39(9): 262-267.
- [18] WANG Shian, WANG Xiangjun, YIN Lei. Accelerative and weighted camera pose estimation based on extended orthogonal iterative algorithm[J]. Infrared Technology, 2020, 42(3): 205-212.  
王世安, 王向军, 阴雷. 基于扩展正交迭代的快速加权的相机位姿估计[J]. 红外技术, 2020, 42(3): 205-212.
- [19] XU Yunxi, JIANG Yunliang, CHEN Fang, et al. An extended orthogonal iteration algorithm for pose estimation from point and line segment correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(11): 3129-3135.  
许允喜, 蒋云良, 陈方. 基于点和直线段对应的扩展正交迭代位姿估计算法[J]. 光学学报, 2009, 29(11): 3129-3135.
- [20] HADFIELD S J, LEBEDA K, BOWDEN R. HARD-PnP: PnP optimization using a hybrid approximate representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2019, 41(3): 768-774.
- [21] CHEN Peng, WANG Chenxiao. IEPnP: an iterative camera pose estimation algorithm based on EPnP[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 138-144.  
陈鹏, 王晨晓. IEPnP:一种基于EPnP的相机位姿迭代估计算法[J]. 光学学报, 2018, 38(4): 138-144.
- [22] WANG Zhongyu, LI Yaru, HAO Renjie, et al. Monocular vision pose measurement algorithm based on points feature [J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(5):169-176.  
王中宇, 李亚茹, 郝仁杰, 等. 基于点特征的单目视觉位姿测量算法[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(5): 169-176.
- [23] JIANG W S, WANG Z Y. Calibration of visual model for space manipulator with a hybrid LM - GA algorithm [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 66-67: 399-409.