引用格式: DAI Jun, SHEN Jianqi. Application of Genetic Algorithm in Particle Size Measurement Technology Based on Forward Light Scattering[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(5):0512002 戴珺,沈建琪,前向光散射颗粒测量技术中遗传算法的应用[J].光子学报,2021,50(5):0512002

前向光散射颗粒测量技术中遗传算法的应用

戴珺,沈建琪

(上海理工大学理学院光学颗粒分析实验室,上海200093)

摘 要:在前向光散射颗粒测试技术中,反演算法是影响测量结果的主要因素之一。遗传算法作为一种较新的自适应全局优化算法,其参数优化和目标函数的设计决定了颗粒粒径分布的反演效果。本文 对遗传算法中相关参数的设置进行讨论,通过数值模拟验证了该算法对多分散颗粒系统粒径分布的反 演效果,并对聚苯乙烯标准颗粒进行实测和反演计算。结果表明:遗传代数为3200、种群尺度为50、交 叉算子0.7、变异算子为0.002和光顺因子权重系数为1.5×10⁻⁵的优化遗传算法在颗粒粒径分布反演 时具有较好的稳定性和抗噪性能,能够有效重建颗粒粒径分布。

关键词:测量;颗粒粒径;反演;遗传算法;前向光散射

中图分类号:O436 **文献标识码**:A **doi**:10.3788/gzxb20215005.0512002

Application of Genetic Algorithm in Particle Size Measurement Technology Based on Forward Light Scattering

DAI Jun, SHEN Jianqi

(Optical Particle Analysis Laboratory, College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In the technology of particle size measurement based on forward light scattering, the inversion algorithm is one of the key issues affecting the accuracy of the measurement results. As a relatively new adaptive global optimization algorithm, genetic algorithm parameters optimization and objective function design determine the accuracy of inversion results of particle size distribution. In this paper, the setting of relevant parameters of genetic algorithm is discussed, and the numerical simulation results show that the algorithm is effective in the inversion of the particle size distribution of polydisperse particle system. The measurement and inversion calculation of polystyrene standard particles size distribution were carried out. The results prove that the optimized genetic algorithm which the genetic iteration is 3 200, population scale is 50, crossover operator is 0.7, mutation operator is 0.002 and the weight coefficient of fairing factor is 1.5×10^{-5} has good stability and noise immunity, and can effectively reconstruct the particle size distributions.

Key words: Measurement; Particle size; Inversion; Genetic algorithm; Forward light scattering OCIS Codes: 120.5820; 290.5850; 290.5820; 290.2558

0 引言

在化工、材料、能源和电子等领域均存在与颗粒紧密相关的问题,其中颗粒粒径分布的测量是最重要且

基金项目:国家自然科学基金(No.51476104)

第一作者:戴珺(1994—),女,硕士研究生,主要研究方向为光学颗粒测试技术。Email: 2284219938@qq.com

导师(通讯作者):沈建琪(1965—),男,教授,博士,主要研究方向为光学颗粒测试技术。Email:jqshenk@163.com

收稿日期:2021-01-23;录用日期:2021-03-01

http://www.photon.ac.cn

最基本的一个研究方向^[1]。基于前向光散射的激光粒度分析仪得到了广泛的使用,相比于其他测试技术,光 散射粒度测试技术具有粒径测量范围宽、适用性广、测量精度高和速度快等优点^[24]。在前向光散射测粒技 术中,从测量数据到颗粒粒径分布是一个求解第一类Fredholm方程的问题^[5],该方程是一个病态方程,通常 无法直接计算,需通过反演算法实现。

反演算法分为非独立模式和独立模式两大类。非独立模式算法预先假设被测颗粒粒径的分布符合某 一分布函数,如R-R分布、正态分布或对数正态分布函数等。根据预设的分布函数计算得到测量值,并与实 际测量值进行比较;诸如DFP(Davidon Fletcher Powell algorithm)算法^[6]、最小二乘优化的LM(Levenberg Marquardt)算法^[7-8]、拟牛顿算法和单纯形算法等^[9]。非独立模式算法所得到的解是局域的,有可能严重偏离 实际情况:独立模式算法无需预设待测颗粒的粒径分布函数,克服了非独立模式算法只能得到预设分布类 型的局限性。目前应用较多的独立模式算法主要有正则化算法^[10-14]、Chahine算法^[15-16]、Twomev算法^[17]和投 影算法[18]等。基于选择、交叉、变异和遗传等体现生物繁衍和进化的遗传算法是一种自适应的全局优化算 法^[19],它具有并行性、随机性和鲁棒性等优点^[20]。叶茂等^[21-23]采用遗传算法对单峰和双峰颗粒粒径的分布进 行数值模拟,发现其对分布形状不敏感,能用于各种粒径分布形式的反演,相比于其它算法具有更强的全局 收敛性。马静静等[24]在反演颗粒粒径分布时采用非均匀变异算子提高了算法的局部搜索能力,发现相比于 传统算法,在先验信息不足的情况下,遗传算法反演得到的结果更准确。汪雪等[25]在超声衰减谱法颗粒粒 径测量中采用遗传算法进行反演计算,发现其结果相比于其它算法具有较好的全局收敛性和稳定性。任师 波等[26]在光散射颗粒测量中,采用实数编码混合溃传算法对单分散颗粒系进行反演,结果与模拟颗粒真实 分布接近,且具有较强的抗噪性。LIENERT B R 等^[27]和 XU F 等^[28]通过研究发现,在颗粒粒径反演问题中, 遗传算法相比于传统的非独立模式算法而言,可以得到全局最优解,不容易陷入局部寻优^[29]。相比于其它 独立模式算法,其抗噪性强,结果更加可靠和稳定。因此在颗粒粒径测量中得到较多的研究^[30-32]。

前人的研究主要通过改进遗传算法编码方式及遗传策略等方法来提高反演精度,目前从遗传算法关键 参数优化方面提高反演精度和稳定性的研究较鲜见。本文从参数选取和目标函数优化两方面研究遗传算 法在前向光散射颗粒测量技术中的应用,讨论遗传算法中关键参数的选取及目标函数的优化,通过数值模 拟验证优化遗传算法对各种多峰分布颗粒系的反演效果,分析噪声对反演计算的影响。然后对单峰和双峰 分布的标准颗粒试样进行实验测量和反演计算验证。

1 前向光散射颗粒测试原理

前向光散射颗粒测量技术原理如图1所示,待测颗粒在平行激光束照射下发生散射,颗粒在前向的散射 光被透镜接收并汇集到位于透镜焦平面上的多元光能探测器上,并转换为一组包含待测颗粒粒径分布信息 的电信号{*E_i*},其中*i*=1,2,…,*m*,*m*是示光电探测器的环数。



图 1 前向光散射颗粒粒径测量技术原理图 Fig.1 Schematic of particle size measurement based on forward light scattering

将散射光信号{E_i}写成离散形式为

$$E_{i} = \sum_{j=1}^{n} \left[\pi \overline{D}_{j}^{-3} \int_{\theta_{i, \text{in}}}^{\theta_{i, \text{out}}} i_{\text{sca}} \left(m', \overline{\alpha}_{j}, \theta \right) \sin\theta d\theta \right] q_{3} \left(\overline{D}_{j} \right) \Delta D_{j}$$
(1)

式中,D是颗粒粒径,m'为颗粒相对于周边介质的折射率, α 是无因次颗粒粒径参数($\alpha = \pi D/\lambda$), λ 是入射激 光波长, $i_{sca}(m', \alpha, \theta)$ 表示颗粒在平行激光照射下的散射光强度函数,有Lorenz-Mie 理论计算, $q_3(D)$ 是颗粒 的体积频度或重量频度分布函数, ΔD_i 表示颗粒分档区间宽度、 \overline{D}_i 是颗粒分档区间内平均粒径; $\theta_{i,out}$ 和 $\theta_{i,in}$ 分别表示光能探测器第*i*环对应的最大和最小散射角,由探测器环内外径和透镜焦距决定。

式(1)可写成矩阵形为

$$TW = E \tag{2}$$

式中,*T*是*m*×*n*的光能分布系数矩阵,*T_{ij}*= $\pi \overline{D}_{j}^{-3} \int_{\theta_{Lm}}^{\theta_{Lm}} i_{sca}(m', \overline{a}_{j}, \theta) \sin\theta d\theta$; 向量 *W*是颗粒粒径分布函数的 离散化表示,*W_j*= $q_{3}(\overline{D}_{j})\Delta D_{j}$,式中*j*=1,2,…,*n*,*n*代表颗粒粒径的分档数;*E*^T = (*E*₁,*E*₂,…,*E_m*)是散射 光信号向量。

2 遗传算法参数优化及模拟计算

遗传算法是一种基于选择、交叉、变异和遗传等体现生物繁衍和进化的自适应全局优化算法。无需初 始化信息,直接对变量进行编码生成初始化种群,依据所建立的目标函数等数学模型,进行适应度评价; 然后进行选择、交叉和变异等遗传操作,对新产生的种群继续进行适应度评价。重复上述操作,直到适应 度值小于设定的阈值或者达到设定的遗传代数时终止该算法。以每次遗传算法反演结束时目标函数的最 小值 F_{min} 作为最佳适应度值,针对具体的前向光散射颗粒粒径测量问题的反演需要以最佳适应度作为判 据,来优化遗传代数、种群尺度、交叉算子和变异算子等参数。

本文中选取目标函数为

$$F = \sum_{i=1}^{m} \left(E_{i}^{\text{cal}} - E_{i}^{\text{meas}} \right)^{2} + \alpha \sum_{j=1}^{N} \left(W_{j}^{\text{cal}} \right)^{2}$$
(3)

式中, *E*^{meas} 是光散射信号测量量, *E*^{cal} 是遗传算法计算过程中产生的种群(即颗粒粒径分布) *W*_j^{cal} 代入式(2) 计算得到的光散射信号值。目标函数第一项表示反演算法计算得到的光散射信号与测量得到的光散射信 号之间的符合度。第二项表示颗粒粒径分布的光顺度,其中α是光顺项的权重系数。显然,只有二项都很 小时才能得到目标函数的极小值(即最佳适应度值)。

在后续的数值模拟计算中,假设待测颗粒粒径符合对数正态分布函数

$$W_{j}(\bar{D}_{j}, \overline{D}, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln \sigma} e^{-\left[\ln\left(\bar{D}_{j}/\overline{D}\right)/(2\ln\sigma)\right]}$$
(4)

式中, D和 o分别表示待测颗粒群的尺寸参数和分布参数, o越大分布就越宽。将待测颗粒粒径分布函数 代入式(1)计算得到光散射信号模拟量, 视作 E^{meas}进行反演计算。

同时,在模拟计算中引入颗粒粒径分布曲线全局误差H来评判遗传算法对颗粒粒径分布的重构能力。

$$H = \left[\sum_{j=1}^{n} \sqrt{\left(W_{j}^{\text{cal}} - W_{j}\right)^{2}}\right] / \sum_{j=1}^{n} W_{j}$$

$$\tag{5}$$

式中,W^{cal}表示算法反演计算得到的颗粒粒径分布,W_i是数值模拟时预设的颗粒粒径分布。

在模拟计算中,光源采用波长为0.65 μm的激光,采用天津大学生产的具有31个探测单元的半圆环光 电探测器^[14],探测器最大和最小半径分别为15.9 mm和0.149 mm,接收透镜的焦距100 mm,相应的最小 和最大颗粒粒径分别为1.5 μm和191.2 μm。待测颗粒为分散在水中的聚苯乙烯颗粒,相对折射率 m'= 1.59/1.33。

考虑遗传算法的参数优化分二步进行。首先以目标函数的第一项作为最佳适应度值,即仅考虑反演 过程中的光散射信号计算值与模拟值之间的符合度。以此为依据对遗传算法的遗传代数、种群尺度、交 叉算子和变异算子分别进行优化。然后将光顺因子纳入最佳适应度值,选取光顺因子的最佳权重系数。

2.1 遗传算法关键参数优化

进行遗传算法参数优化的颗粒分布取对数正态分布函数,尺寸参数 \overline{D} 分别为 5 μ m、15 μ m 和 25 μ m, 分布参数 ln σ 分别为 0.15、0.20 和 0.25。图 2~图 5 最佳适应度变化趋势曲线的研究对象是尺寸参数 \overline{D} 为 15 μ m,分布参数 ln σ 为 0.20 的单峰对数正态分布颗粒群。



最大遗传代数是指当迭代数达到该值时,终止计算。如遗传代数过低则可能导致计算结果严重偏离实际情况;代数值过高则会增加计算时间、影响效率,所以需要对其进行优化。算法初设种群尺度为20、交叉算子为0.4、变异算子为0.01,预设单峰分布的颗粒系计算遗传代数在400~3600之间的最佳适应度值,结果如图2所示。在最初的1000个遗传代数中,适应度值快速下降;当遗传代数达到3100代以上时,最佳适应 度值变化趋于平缓,综合考虑计算效率和收敛情况,选取最大遗传代数为3200。

种群尺度表示每代种群的尺寸宽度。种群尺度越小,每次计算时群体的多样性越差,容易导致局部收敛;种群尺度越大,群体多样性就越丰富,算法的搜索能力就越强,但是与此同时计算效率会下降。因此需要设置合适的种群尺度。初设遗传代数为3200、交叉算子为0.4、变异算子为0.01,计算种群尺度在20~100之间的最佳适应度值,如图3所示。随着种群尺度的增加,最佳适应度值逐渐减小,当种群尺度在40以上时,最佳适应度值降到很低且变化趋于平缓,综合考虑计算效率和精度,本文遗传算法种群尺度设为50。

交叉指根据交配原则在当前的解空间里产生新解以产生新个体,所以交叉决定了算法的全局搜索能力。交叉算子较小时,有利于解空间的连续,但是过小则可能导致搜索过程缓慢;而交叉算子越大,产生新个体的速度就越快,但是会增加代沟,破坏优秀的个体结构。初设遗传代数为3200、种群尺度为50、变异算子为0.01,计算交叉算子在0.2~0.95之间的最佳适应度值,如图4所示。发现交叉算子在0.65~0.85之间时,最佳适应度值较小且变化平稳,为可选区间,本文交叉算子选取为0.7。

与交叉算子不同的是,变异算子是为了提高局部搜索能力,是产生新个体的辅助方法。变异算子较大时,解群体的多样性会得到增加,但过大的变异算子可能会导致算法搜索状态倒退;而变异算子较小时,解

群体的稳定性较好,但掉入局部极值就可能难以跳出。初设遗传代数为3200、种群尺度为50、交叉算子为0.7,计算变异算子在0.01~0.007之间的最佳适应度值,如图5所示。最佳适应度值随着变异算子的增加先减少后增加,当变异算子在0.002时,最佳适应度值最小,说明其计算精度较高,故本文遗传算法变异算子设为0.002。

综上所述本文反演计算所用遗传算法的遗传代数、种群尺度、交叉算子和变异算子分别优化为3200、 50、0.7和0.002,此时计算的最佳适应度值已经在较低范围内波动。对不同分布的颗粒系重复以上步骤,发 现参数优化与颗粒分布函数的变化不敏感。

2.2 光顺因子权重系数优化

数值模拟计算发现,采用上述参数优化后遗传算法对预设颗粒系进行反演计算得到颗粒粒径分布 W_j^{cal} 与预设值 W_j之间的误差 H(见式(5))均在 15% 以上。这说明,遗传算法进行参数优化后,虽然最佳适应度 值已经很低,但反演得到的颗粒粒径分布曲线依旧振荡剧烈。为此,应在遗传算法中将光顺项纳入目标函 数并作为最佳适应度值,以减小颗粒粒径分布误差 H。

预设颗粒粒径分布 W_j ,模拟计算光散射信号,并设不同的权重系数 α,采用遗传算法计算得到 W_j^{cal} 和颗 粒粒径分布误差 H。作出 α~H曲线,如图 6 所示。其中模拟的颗粒系包括:1)尺寸参数 D 为 5 μm,分布参数 lnσ为 0.15 的单峰分布;2) D 为 5 μm 和 20 μm, lnσ为 0.15 和 0.2 按照 1:1 配比的双峰分布;3) D 为 5 μm、15 μm 和 30 μm, lnσ为 0.15、0.2 和 0.15 按照 1:1:1 配比的三峰分布;4) D 为 5 μm、25 μm、35 μm 和 50 μm, lnσ 为 0.15、0.2、0.2 和 0.25 按照 1:1:1:1 配比的四峰分布。

图 6 给出了权重系数 α 在 0~4×10⁻⁵范围内颗粒粒径分布误差 H 曲线,随着权重系数 α 的增加颗粒粒 径分布误差 H 呈现先降低后增加的趋势。综合来看,权重系数 α 在 1.5×10⁻⁵附近时,颗粒粒径分布误差 H 达到极小值,且与颗粒粒径分布的相关性不强。单峰、双峰和三峰的粒径分布误差 H 在 3% 左右,四峰分布 的粒径分布误差 H 在 6% 左右。这说明反演的颗粒粒径分布曲线较为平滑,拟合情况较好。



图 6 曲线误差 H 随权重系数 $\alpha 变 化趋势$ Fig.6 The change trend of curve error H with weight coefficient α

综上所述,经过遗传算法关键参数和目标函数光顺因子权重系数优化后,遗传算法可望得到较理想的 反演效果。在以下的模拟计算和实测数据反演中,取遗传代数为3200、种群尺度为50、交叉算子0.7、变异 算子为0.002和光顺因子权重系数为1.5×10⁻⁵。

3 数值模拟和实验验证

3.1 数值模拟

本节模拟单峰分布和多峰分布颗粒系的散射光信号,并在一定范围内加进随机误差进行反演计算。单 峰颗粒系的分布函数 q₃(D)为对数正态分布;多峰颗粒群分布函数 q₃(D)为多个对数正态分布按一定比例 混合而成,如表1所示。

首先根据预设的颗粒粒径分布,由式(1)计算散射光信号的模拟测量值*E*^{meas},然后根据矩阵*T*和测量值 *E*^{meas}采用遗传算法进行反演计算重构颗粒粒径分布。

光子学报

表1 个问题杠杆分布参数设定		
Table 1 The setting of distribution parameters for different particle groups		
Distribution type	Distribution parameter(\overline{D} /µm, ln σ)	Ratio
Unimodal distribution	(15.0, 0.16)	1.0
Bimodal distribution	(15.0, 0.20);(40.0, 0.20)	1.0:1.0
Trimodal distribution	(12.0, 0.25);(30.0, 0.25);(80.0, 0.25)	1.0:1.0:1.0
Four peaks distribution	(5.0, 0.22);(15.0, 0.18);(45.0, 0.18);(90.0, 0.18)	1.0:1.0:1.0:1.0

图7给出了采用遗传算法反演计算得到的颗粒粒径分布数据和预设分布数据对比,横坐标为颗粒粒径 的对数坐标,颗粒粒径分档取*n*=31。其中带倒三角符号的曲线为目标函数只取第一项,且遗传算法关键参 数未优化时的反演结果,由图7可看出其相比于预设分布误差很大,曲线振荡剧烈,甚至经常出现伪峰及峰 顶位置无法准确搜寻等情况;带正三角符号的曲线为目标函数只取第一项,且遗传算法关键参数优化后的 反演结果,虽然相比于预设分布依旧误差较大,曲线存在振荡现象,但是相比于关键参数未优化时的计算结 果改善很多。带正方形符号的曲线为目标函数包含了光顺项的优化遗传算法反演计算结果,可看出该算法 反演曲线较平滑,与预设分布曲线吻合度较好,且无论是单峰、双峰还是三峰分布,反演计算结果精度都较 高,仅在峰顶和峰谷位置出现些许偏差;四峰分布的反演计算精度较前面几峰较差,主要是在峰顶峰谷等位 置出现较大误差。



图 7 不同颗粒群遗传算法反演结果 Fig.7 Results of different particle groups inversed by genetic algorithm

如图 8 所示,随着分布峰的增多,颗粒粒径分布误差 H逐渐增大,说明遗传算法的反演能力随着颗粒粒 径分布变得复杂而有所下降。将光顺项纳入反演计算时,所得结果与实际情况吻合较好,粒径分布误差 H 在 3% 左右(除四峰分布外)。

上述反演计算中,模拟测量值E^{meas}没有加入随机误差。在实际前向光散射测量过程中,不可避免地会产生误





差,为了研究算法对实验数据的抗噪性能,在以下反演计 算中对模拟测量值E^{meas}加进《15%的随机误差。图9 给出了单峰、双峰、三峰和四峰分布颗粒群在0~15%随 机误差下的反演计算结果。可以看出,无论是单峰还是 多峰分布,即便存在噪声的情况下,遗传算法依旧能搜索 出峰值并较好地与预设分布匹配。对于同一颗粒系,随 着噪声的增加,反演结果误差增加,且曲线振荡加剧,伪 峰出现频繁;在同样大小噪声情况下,随着峰的增多反演 结果误差增加且伴随振荡;在噪声误差大于10%时,多峰 分布的反演结果易出现峰值位置偏置的情况。对于不同 分布的颗粒群,当噪声误差控制在10%以内时,算法反演 结果依旧有较好的效果。综上所述,该算法具有较好的 抗噪性,可望应用于实际问题测量。





Fig.9 Optimized genetic algorithm inversion results of different particle groups under different noise

3.2 实验验证

以分散在水中的聚苯乙烯标准颗粒为测试对象,颗粒的标称粒径分别为 3.1 μ m、10.9 μ m、15 μ m、 39 μ m、51 μ m 和 76.9 μ m。标准颗粒折射率为 m_p = 1.59,水的折射率为 m_w = 1.33。实验时将颗粒浓度保持在一定范围内,使得遮光率控制在 30% 以下以避免复散射。对每一组待测颗粒系都重复测量数十次进行反演计算。图 10 给出了标称值分别为 3.1 μ m、10.9 μ m、15 μ m 和 39 μ m 的聚苯乙烯单峰分布颗粒系的反演计算结果,其峰值分别为 2.9 μ m、10.4 μ m、14.4 μ m 和 38 μ m,相对误差分别为 - 6.45%、 - 4.59%、 - 4% 和 - 2.56%。



图 10 单峰颗粒系采用优化遗传算法反演的粒径分布 Fig.10 Particle size distribution inversed by optimized genetic algorithm of unimodal particle group

图 11 给出了标称值分别为 15 μm+51 μm 和 76.9 μm+39 μm 的聚苯乙烯双峰分布标准颗粒系的反演结 果,峰值位置分别为 14.4 μm+52.5 μm 和 72.5 μm+38 μm,相对误差分别为-4%、2.94% 和-5.72%、 -2.56%。



图 11 双峰颗粒系采用优化遗传算法反演的粒径分布 Fig.11 Particle size distribution inversed by optimized genetic algorithm of bimodal particle system

无论是聚苯乙烯单峰分布还是双峰分布颗粒系,采用遗传算法反演得到的颗粒粒径分布曲线均比较光顺,无明显振荡出现;且均能有效搜索到峰值,峰宽较窄;反演结果与标称粒径吻合较好。由于探测器的环数较少,在反演计算时选取了较少的粒径分档(粒径分为31档),因此反演计算得到的粒径分布峰值与标称 值之间存在一定的误差。

4 结论

本文对遗传算法在前向光散射颗粒粒径测量中的应用进行了研究。针对该反演问题,以适应度值为依据选取遗传算法的遗传代数、种群尺度、交叉算子和变异算子等参数。并对目标函数光顺项的权重系数进行优化取值,使得遗传算法在反演颗粒粒径分布时具有较好的散射光信号测量值吻合度、反演得到的粒径分布具有较好的平滑度。数值模拟和实测结果表明:该算法能够在一定的噪声范围内有效地反演计算出单峰和多峰的颗粒粒径分布。当噪声控制在10%以内时,反演结果依旧有较好的结果,具有较好的抗噪性和重构能力。

参考文献

- [1] 王乃宁.颗粒粒径的光学测量技术及应用[M].北京:原子能出版社,2000.
- [2] MI Fengwen. The laser diffraction particle size analyzer for methods to calculate particle size distribution[J]. Acta Photonica Sinica, 1999, 28(2): 151-154.

米凤文.激光衍射粒度分析仪粒度分布求解方法的研究[J].光子学报,1999,28(2):151-154.

- YU Shuangshuang, DU Ji, SHI Xuan. Particle size analyzer's optical system design[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(6): 1735-1739.
 - 于双双,杜吉,史宣.激光粒度仪光学系统设计方法[J].红外与激光工程,2014,43(6):1735-1739.
- [4] SUI Xiuwu, LI Yao, HU Xiubing, et al. Development progress and key technologies of laser particle size analyzer [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(10): 1449-1459.
 隋修武,李瑶,胡秀兵,等.激光粒度分析仪的关键技术及研究进展[J]. 电子测量与仪器学报, 2016(30): 1449-1459.
- [5] XU R. Particle characterization: light scattering methods[M]. Netherlands: Kluwer, 2000.
- [6] ZHANG L H, PAN P Q, ZHANG S P. On the local and superlinear convergence of a parameterized DFP method[J]. Numerical Functional Analysis and Optimization, 2014, 35(1):111-132.
- [7] SU Mingxu, WANG Xihua, HUANG Yougui, et al. The application of LM optimization algorithm on particle sizing using light extinction[J]. Journal of Instrumentation, 2005, 26(8): 63–65.
- 苏明旭,王夕华,黄有贵,等.LM优化算法在消光法测粒技术中的应用[J].仪器仪表学报,2005,26(8):63-65.
- [8] DING S, CHANG X H, WU Q H. A study on approximation performances of improved BP neural networks based on LM algorithms[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 411-414: 1935-1938.
- [9] 陈宝林.最优化理论与算法[M].北京:清华大学出版社, 1989.
- [10] WANG Tianen, SHEN Jianqi, LIN Chengjun. Iterative algorithm based on a combination of vector similarity measure and B-spline function for particle analysis in forward scattering[J]. Optics & Laser Technology, 2017, 91: 13-21.
- [11] FUHRY M, REICHEL L. A new Tikhonov regularization method[J]. Numerical Algorithms, 2012, 59(3):433-445.
- [12] DOU Zhenhai, WANG Yajing, SHEN Jin, et al. A hybrid non-negative inversion of dynamic light scattering based on truncated singular value decomposition[J]. Chinese Journal of Lasers, 2013, 40(6): 0608001.
 窦震海, 王雅静, 申晋, 等. 动态光散射混合非负截断奇异值反演[J]. 中国激光, 2013, 40(6): 0608001.
- [13] LIN Chengjun, SHEN Jianqi, WANG Tianen. Multi-parameter regularization algorithm in particle size measurement of forward light scattering[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(11): 1104004.
 林承军,沈建琪, 王天恩.前向散射颗粒粒径测量中的多参数正则化算法[J].中国激光, 2016, 43(11): 1104004.
- [14] SHEN Jin, XIU Wenzheng, YI Liju, et al. Dynamic light scattering inversion based on multi parameter regularization [J]. Research and Experimental in Laboratory, 2019, 38(2):21-26.
 申晋,修文正,尹丽菊,等.多参数正则化的动态光散射测量数据反演[J].实验室研究与探索, 2019, 38(2):21-26.
- [15] CHAHINE M T. Inverse problems in radiative transfer: determination of atmospheric parameters [J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1970, 27(6): 960–967.
- [16] LIU X Y, SHEN J, THOMAS J C, et al. Multiangle dynamic light scattering analysis using a modified Chahine method[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2012, 113(6): 489–497.
- [17] IGUSHI T, YOSHIDA H. Investigation of low-angle laser light scattering patterns using the modified Twomey iterative method for particle sizing[J]. Review of Scientific Instruments, 2011, 82(1): 015111.
- [18] SHEN J. Smoothness-constrained projection method for particle analysis based on forward light scattering [J]. Applied Optics, 2008, 47(11): 1718-1728.
- [19] SARASWAT M, SHARMA A K. Genetic algorithm for optimization using MATLAB [J]. International Journal of Advanced Research in Computer Science, 2013, 4(3): 155–159.

[21] YE Mao, WANG Shimin, XU Yiqian. An inversion genetic algorithm for particle size distribution measurement by light scattering method[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1999(05): 632-636.

叶茂,王式民,徐益谦.光散射法测量微粒粒径分布的一种反演遗传算法[J].工程热物理学报,1999(05):632-636.

- [22] YE M, WANG S, XU Y. An inverse technique devised from modification of annealing-evolution algorithm for particle sizing by light scattering[J]. Powder Technology, 1999, 104(1): 80-83.
- [23] YE M, WANG S, LU Y, et al. Inversion of particle-size distribution from angular light-scattering data with genetic algorithms[J]. Applied Optics, 1999, 38(12):2677.
- [24] MA Jingjing, JIANG Xiaoping, PENG Linshu. Application of genetic algorithm in inversing particle size distribution[J]. Computer Engineering and Design, 2011, 32(3): 1051-1054.
 马静静,蒋小平,彭玲舒.遗传算法在反演颗粒粒径分布中的应用[J]. 计算机工程与技术, 2011, 32(3): 1051-1054.
- [25] WANG Xue, SU Minxu, CAI Xiaoshu. Parameters optimization of genetic inversion algorithm for particle sizing by ultrasonic attenuation spectroscopy [J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2016, 38(2):

148-153. 汪雪,苏明旭,蔡小舒.超声衰减谱法颗粒粒径测量中遗传算法参数优化[J].上海理工大学学报,2016,38(2): 148-153.

- [26] REN Shibo, HAN Peng, YANG Guanling. Real-coded hybrid genetic algorithm for particle sizing with photon correlation spectroscopy[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28(1): 87-93.
 任师波,韩鹏,杨冠玲.用于光子相关光谱颗粒粒度测量的实数编码混合遗传算法[J]. 计算物理, 2011, 28(1): 87-93.
- [27] LIENERT B R, PORTER J N, SHARMA S K. Repetitive genetic algorithm of optical extinction data[J]. Applied Opticst, 2001, 40: 3476-3482.
- [28] XU F, CAI X, REN K, et al. Application of genetic algorithm in particle-size analysis by multispectral extinction measurements[J]. China Particuology, 2004, 2: 235-240.
- [29] BARKEY B, KIM H, PAULSON S E. Genetic algorithm retrieval of real refractive index from aerosol distributions that are not lognormal[J]. Aerosol Science and Technology, 2010, 44: 1089–1095.
- [30] SOLTANALIS, HALLADJR, TAYYEBIS, et al. Neural network and genetic algorithm for modeling and optimization of effective parameters on synthesized ZSM-5 particle size[J]. Materials Letters, 2014, 136: 138–140.
- [31] CLEMENTI L A, VEGA J R, GUGLIOTTA L M. Particle size distribution of multimodal polymer dispersions by multiangle dynamic light scattering solution of the inverse problem on the basis of a genetic algorithm[J]. Particle & Particle Systems Characterization, 2012, 27(5-6): 146-157.
- [32] MORADI M H, ABEDINI M. A combination of genetic algorithm and particle swarm optimization for optimal distributed generation location and sizing in distribution systems with fuzzy optimal theory [J]. International Journal of Green Energy, 2012, 9(7): 641-660.

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51476104)