

引用格式: LIU Zhenjuan, WANG Haohao, DAI Yanan, et al. Bifurcation-tunable Diffractionless Light Propagation in One-dimensional Non-Hermitian Photonic Lattice[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(4):0423003

刘振娟,王浩浩,代亚楠,等.一维非厄密光子晶格中分叉可调无衍射光传输[J].光子学报,2021,50(4):0423003

# 一维非厄密光子晶格中分叉可调无衍射光传输

刘振娟<sup>1</sup>,王浩浩<sup>1</sup>,代亚楠<sup>1</sup>,张治青<sup>1</sup>,王屹山<sup>2</sup>,齐新元<sup>1</sup>

(1 西北大学 物理学院, 西安 710027)

(2 中国科学院西安光学精密机械研究所 瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 西安 710119)

**摘 要:**理论计算和数值模拟了一维周期性复式光子晶格中光的分叉无衍射传输现象。当晶格满足退化的 SSH 模型时,波矢为  $\pm\pi$  的入射光将分裂为两束完全相同的对称无衍射光,且分叉夹角可通过耦合系数  $J$  来调节;在此基础上,通过微扰波导作用引入了调制相位  $\phi$ ,当微扰满足宇称时间对称时,只要入射光波矢  $k$  与调制相位  $\phi$  之和为  $\pm\pi$  便能实现任意入射光波的无衍射分叉传输。进一步研究表明,次近邻耦合作用可以调控两个无衍射分叉光束的传输角度及其分功比。本研究为光学开关及未来全光路的设计提供了理论指导。

**关键词:**光子晶格;带隙结构;无衍射传输;光分束;分束器

中图分类号:O431.1

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20215004.0423003

## Bifurcation-tunable Diffractionless Light Propagation in One-dimensional Non-Hermitian Photonic Lattice

LIU Zhenjuan<sup>1</sup>, WANG Haohao<sup>1</sup>, DAI Yanan<sup>1</sup>, ZHANG Zhiqing<sup>1</sup>, WANG Yishan<sup>2</sup>,  
QI Xinyuan<sup>1</sup>

(1 School of Physics, Northwestern University, Xi'an 710027, China)

(2 State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

**Abstract:** The light bifurcation transmission without diffraction in one-dimensional periodic compound photonic lattice was studied theoretically and numerically. When the lattice equals to degenerated Su-Schrieffer-Heeger model, the incident light with the wave number  $k=\pm\pi$  will bifurcate into two symmetric branches without any diffraction and the angles between two beams can be controlled by the coupling  $J$  between two lattice sites. In addition, a modulation phase  $\phi$  is introduced. When the non-Hermitian perturbations satisfy the parity-time symmetry, the diffractionless light bifurcation phenomenon with any incident light wave can be realized as long as the incident wave vector  $k$  and the modulation phase  $\phi$  respect the expression  $k+\phi=\pm\pi$ . Further studies have shown that the next-nearest coupling can control the transmission angle and power division of two branches. This research provides new ideas for the design of optical switches and future all-optical paths.

**Key words:** Photonic lattice; Band structure; Diffractionless transmission; Bifurcation; Beam splitter

**OCIS Codes:** 230.5298; 050.5298; 050.1940; 260.2030; 260.2160

基金项目:瞬态光学与光子学国家重点实验室开放研究基金(No.SKLSL201805),国家自然科学基金(No.91950104)

第一作者:刘振娟(1994—),女,硕士研究生,主要研究方向为非厄密拓扑光子学。Email:liu105504@foxmail.com.

导师(通讯作者):齐新元(1979—),男,副教授,博士,主要研究方向为非厄密拓扑光子学。Email:qixycn@nwu.edu.cn

收稿日期:2020-12-07;录用日期:2021-01-15

<http://www.photon.ac.cn>

## 0 引言

光传输现象是光场调控的重要课题之一,在光互联和光子技术领域具有重要的研究和应用价值。与连续介质不同,折射率呈离散分布的高散射体,由于强散射作用的存在,光波将可能发生一系列不同于连续介质中的现象,诸如无序光子晶格中的安德森局域现象<sup>[1]</sup>,悬浊液体中的背散射成像<sup>[2]</sup>,肥皂膜中的分支光流现象<sup>[3]</sup>。在折射率呈周期性分布的光子晶格体系中,由于光子带隙的存在,绝大部分窄入射光的能量将在传输过程分布到两侧外瓣中,形成分立衍射<sup>[4]</sup>,而宽光束以特定角度入射则可能出现无衍射传输<sup>[4]</sup>。

在光子晶体或者波导阵列中,通过改变几何结构对称性影响能带分布,进而调节光的衍射和色散分布,是实现光传输调控的常用手段之一<sup>[5]</sup>。通过将波导阵列设计成特殊的弯曲波导可实现特殊的动态局域现象<sup>[6]</sup>。在双层波导阵列中引入缺陷波导实现了光波非对称传输<sup>[7]</sup>。2020年,叶芳伟课题组通过设计两套光子晶格的几何结构和夹角,在莫尔晶格中实现了光波的线性局域<sup>[8]</sup>。2019年,JI K W等通过在波导间引入纵向调制的微扰,实现了光波的动态局域现象<sup>[9]</sup>。考虑到波导间的耦合作用和入射角度也是影响光传输的重要因素,恰当配置波导间距并适当选择入射角便可在一维光子晶格中实现窄光束入射的分立衍射现象或者宽光束入射的无衍射传输现象<sup>[4]</sup>。近些年来,人们发现当原胞内耦合作用小于原胞间耦合作用时,即晶格体系满足Su-Schrieffer-Heeger (SSH)模型,此类一维光子晶格体系将支持拓扑保护的边缘态,光传输将不受缺陷和散射的影响<sup>[10]</sup>。考虑到结构的拓扑性质后,诸如光子晶体中的谷霍尔效应<sup>[11]</sup>、光子晶体平板中的拓扑传输<sup>[12]</sup>、光子晶体中一维拓扑近零模<sup>[13]</sup>等拓扑光子学现象大量涌现出来,极大地丰富了光调控的手段和内涵。

考虑到增益和损耗的普遍存在,非厄米量子力学的发展也极大地促进了非厄密光子学的形成<sup>[14]</sup>。自1998年Bender教授组首次在光子晶格中实现宇称时间(Parity-Time, PT)对称现象以来<sup>[15]</sup>,大量厄米体系中不存在的光学现象纷纷被观察到,诸如单向隐身(Unidirectional Invisibility)<sup>[16]</sup>、不依赖于入射光方向的光传输及单向激光<sup>[17]</sup>、单向布洛赫振荡(Unidirectional-Bloch Oscillations)<sup>[18]</sup>以及超布洛赫振荡<sup>[19]</sup>(Super-Bloch Oscillations)等。光分叉或光分支流<sup>[3]</sup>也是光学离散体系中的普遍现象,对其研究有可能打开线性、非线性体系中极端情况下的新现象。2019年戛凯文等通过微扰法实现了三层直波导阵列中宽光束非对称无衍射传输现象<sup>[20]</sup>,在该三层波导结构中当光波以特定波矢入射时出现了光的分叉现象,但是作者并未给予深入的研究和解释。

本文设计了一维复式光子晶格,由于晶格结构的对称性,使得入射光分叉成为两束完全对称的无衍射光,这在其他构型的光子晶格中没有出现过。在此基础上通过非厄米微扰引入调制相位 $\phi$ 对该无衍射分叉光传输现象进行了调控,实现了分叉可调的无衍射光传输现象。

## 1 理论模型

首先,构建了一维复式光子晶格,如图1(a)与(b)所示,红色虚线框表示一个原胞, $a_n, b_n$ 表示主波导, $\rho_1, \rho_2$ 表示微扰波导。假设微扰波导( $\rho_n$ )折射率远远小于主波导 $a_n, b_n$ 的折射率,即 $n_p \ll n_{a,b}$ ,那么微扰波导场振幅将远小于主波导场振幅,因此只需要考虑最近微扰波导与主波导间的耦合,次近邻微扰场对于主波导的影响可以忽略。基于此假设,整个体系的哈密顿量<sup>[20]</sup>

$$H' = \begin{pmatrix} 2\kappa \cos k + \beta_{a,n} & J(1 + e^{-ik}) & \delta & 0 \\ J(1 + e^{ik}) & 2\kappa \cos k + \beta_{b,n} & 0 & \delta \\ \delta & \epsilon & \beta_{\rho_1,n} & 0 \\ \epsilon & \delta & 0 & \beta_{\rho_2,n} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $J$ 为主波导间的耦合系数, $\kappa$ 为主波导间次近邻耦合,即波导 $a_n, a_{n+1}$ 与 $b_n, b_{n+1}$ 间的耦合, $\delta, \epsilon$ 分别为主波导与最近邻及次近邻微扰波导间的耦合系数,如图1(b)所示。 $k$ 为布洛赫波矢, $\beta$ 为传播常数,通常为一复函数,实部代表波导的几何机构,虚部代表波导的增益或损耗。

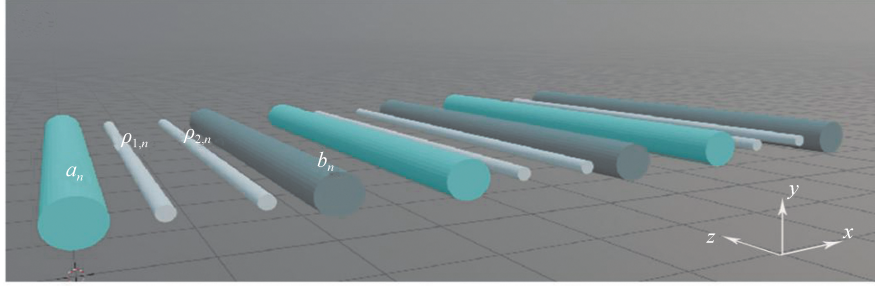
显然,哈密顿量 $H'$ 满足离散的类薛定谔方程

$$i \frac{d\Psi_n'}{dz} = H' \Psi_n', \Psi_n' = [a_n, b_n, \rho_{1,n}, \rho_{2,n}]^T \quad (2)$$

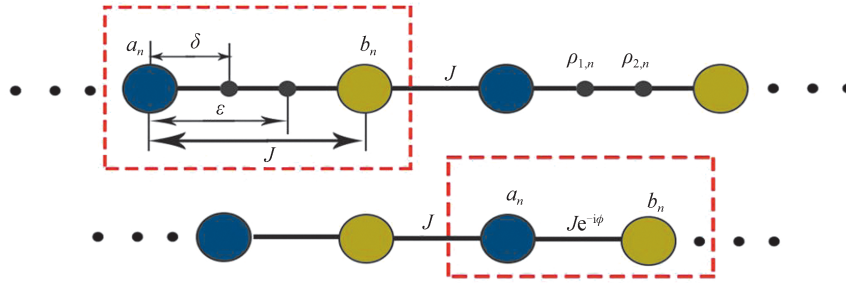
式中,  $\Psi_n'$  为系统的波函数。

为了简化方程,通过绝热近似( $id\rho_n/dz \approx 0$ )<sup>[21]</sup>消除微扰: $\rho_{i,n}$  ( $i=1,2$ ),可将微扰场振幅简化为

$$\begin{cases} \rho_{1,n} \approx -\frac{(\delta a_n + \varepsilon b_n)}{\beta_{\rho_{1,n}}} \\ \rho_{2,n} \approx -\frac{(\varepsilon a_n + \delta b_n)}{\beta_{\rho_{2,n}}} \end{cases} \quad (3)$$



(a) The schematics of the one dimensional compound lattice with perturbations



(b) Effective lattice model with modulation phase  $\phi$

图1 一维复式光子光子晶格模型及有效模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of one dimensional compound photonic lattice and effective model

通过设定微扰波导的传播常数分别为  $\beta_{\rho_{1,n}} = \delta\varepsilon/J(1 - e^{-i\varphi})$ ,  $\beta_{\rho_{2,n}} = \delta\varepsilon/J(1 - e^{i\varphi})$  可以得到消除微扰后的有效哈密顿量  $H$

$$H = \begin{pmatrix} 2\kappa \cos k & J(e^{-ik} + e^{-i\varphi}) \\ J(e^{ik} + e^{i\varphi}) & 2\kappa \cos k \end{pmatrix} \quad (4)$$

注意到微扰的传播常数是复数,其中实部代表几何结构,虚部代表增益损耗,并且满足  $\text{Re}(\beta_{\rho_{1,n}}) = \text{Re}(\beta_{\rho_{2,n}})$  和  $\text{Im}(\beta_{\rho_{1,n}}) = -\text{Im}(\beta_{\rho_{2,n}})$  表示扰波导具有相同的增益或损耗,即微扰波导具有PT对称性。这里假设普通主波导传播常数为  $\beta_{a,n} = \delta^2/\beta_{\rho_{1,n}}$ ,  $\beta_{b,n} = \delta^2/\beta_{\rho_{2,n}}$ 。该体系的有效哈密顿量  $H$  描述了静态场  $a_n, b_n$  间的耦合,如等效示意图1(b)所示,当不考虑次近邻耦合及调制相位作用,即  $\kappa = \varphi = 0$  时,该等效模型与SSH模型很相似,区别仅在于胞内胞间耦合系数相等且都为  $J$ ,称之为退化的SSH模型。通过微扰波导作用在胞内耦合引入了调制相位  $\phi$ ,通过调节微扰增益损耗的大小就可以实现对调制相位  $\phi$  的调节,进而实现胞内波导间耦合的调制。

## 2 动力学分析

系统的能带结构可以从式(4)解得,假定平面波解  $[a_n, b_n]^T = \exp[-i(kn + \omega t)](A, B)^T$ ,  $A$  和  $B$  分别是主波导  $a_n, b_n$  对应场振幅,解得色散关系及群速度分别为

$$\omega(k, \varphi) = 2\kappa \cos k \pm 2J \cos\left(\frac{k + \varphi}{2}\right) \quad (5)$$

$$v_g(k, \varphi) = \frac{\partial \omega(k, \varphi)}{\partial k} = -2\kappa \sin k \pm J \sin\left(\frac{k + \varphi}{2}\right) \quad (6)$$

图2为具有不同调制相位 $\phi$ 及次近邻耦合 $\kappa$ 时光子晶格的能带及群速度曲线图,其中 $J=1.2$ 。首先不考虑调制相位,且不考虑次近邻耦合,即 $\phi=\kappa=0$ 时,光子晶格的能带如图2(a)中红、蓝两条虚线所示,根据色散曲线的法线方向即为光的传播方向我们知道光在该体系传输时会出现分叉,通过式(6)知同一入射波矢条件下群速度有正负两个值,表明入射光在该体系传输时有两个相反的群速度,光波沿着不同的方向传输。且光波以波矢 $k=\pm\pi$ 入射到该体系时,群速度绝对值达到最大[图2(b)中绿色菱形标记],此时光分叉的角度达到最大,求得分叉角度表达式如式(7),可知分叉的角度由耦合系数 $J$ 来调控。

$$\theta_{\max} = 2\arctan(J) \quad (7)$$

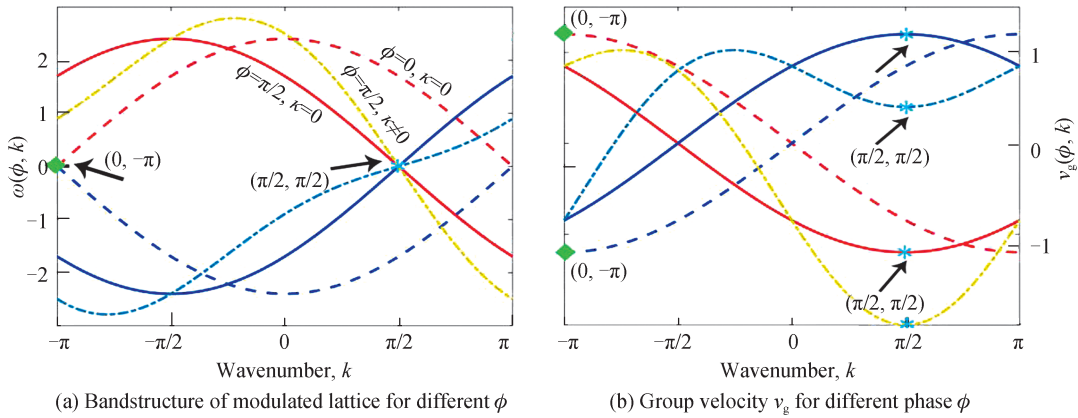


图2 具有不同调制相位 $\phi$ 及次近邻耦合 $\kappa$ 的光子晶格能带与群速度

Fig.2 Band structure and group velocity of the one-dimensional photonic lattice with different modulation phase  $\phi$  and next-nearest coupling  $\kappa$

在此基础上求得群速度色散<sup>[22]</sup>

$$\text{GVD}(k, \varphi) = \frac{\partial v_g(k, \varphi)}{\partial k} = -2\kappa \cos k \pm \frac{J}{2} \cos\left(\frac{k + \varphi}{2}\right) \quad (8)$$

可知在 $\phi=\kappa=0$ 情况下,入射波矢 $k=\pm\pi$ 时, $\text{GVD}(\pm\pi, 0)=0$ ,衍射结果表明当入射光以波矢 $k=\pm\pi$ 入射该体系时,两束光分叉角度不仅达到最大,并且无衍射传输,这就是我们着重关注的分叉无衍射光传输现象。显然与典型的一维SSH模型光子晶格中传输现象不同,一维SSH模型中由于胞内胞间耦合强度不等,使得体系存在拓扑非平庸的相,表现为拓扑边缘态,光波将局域在边缘波导而体传输仍然为分立衍射<sup>[10]</sup>。在此基础上,通过微扰作用引入调制相位 $\phi$ ,调节微扰增益损耗使得 $\phi \neq 0$ 时,对应色散曲线只是发生了值为 $-\phi$ 的平移。以 $\phi=\pi/2$ 为例,如图2(a)中红、蓝色实线所示,相应的出现无衍射分叉传输的入射波矢 $k$ 也跟着平移。图2(b)中红、蓝色实线给出了相应的群速度,分叉无衍射光传输对应的入射波矢从 $k=\pi$ 平移到 $k=\pi/2$ [图2中蓝色米字符标记点],由此可知通过非厄密微扰可使得出现分叉无衍射光的入射波矢 $k$ 调控至任意角度,实现任意光入射的无衍射分叉传输现象。

### 3 数值模拟

为了验证上述动力学分析的过程,基于耦合模理论,数值模拟了高斯光束 $I = v_0 \exp[-(n - n_0)^2/\omega_0^2 + ik_0 n]$ ,其中 $v_0$ 指光场振幅, $n_0$ 为入射波导, $k_0$ 为入射波矢, $\omega_0$ 指入射光宽度,以不同角度入射到该光子晶格中,耦合强度 $J=1$ ,光波传输图如图3所示。其中图3(a)~(d)为入射光波以不同角度入射时的光分叉现象。当入射波矢时 $k=0$ 时,由群速度式(6)得横向群速度 $v_g=0$ ,而色散不为零,表明光束不会沿着波导阵列方向传输,同时会有一定的衍射光,表现为分立衍射,如图3(a)。当入射光以非零波矢入射到该体系时,不同于二维波导阵列中常见的的分立衍射现象<sup>[4]</sup>,入射光在传输过程中会发生分叉传输现象,当且仅当入射光以特定波矢 $k=\pm\pi$ 入射时,两束光无衍射传输,如图3(c)与图3(d)所示。在此基础上,模拟了不同耦合强度下两分



叉光束角度的变化,如图3(e)~图3(h)所示,可见两无衍射分束光间的角度可通过耦合系数来调控,随着耦合强度的增加,两无衍射分束光间的角度随之增大,与上述理论计算的结果相吻合。

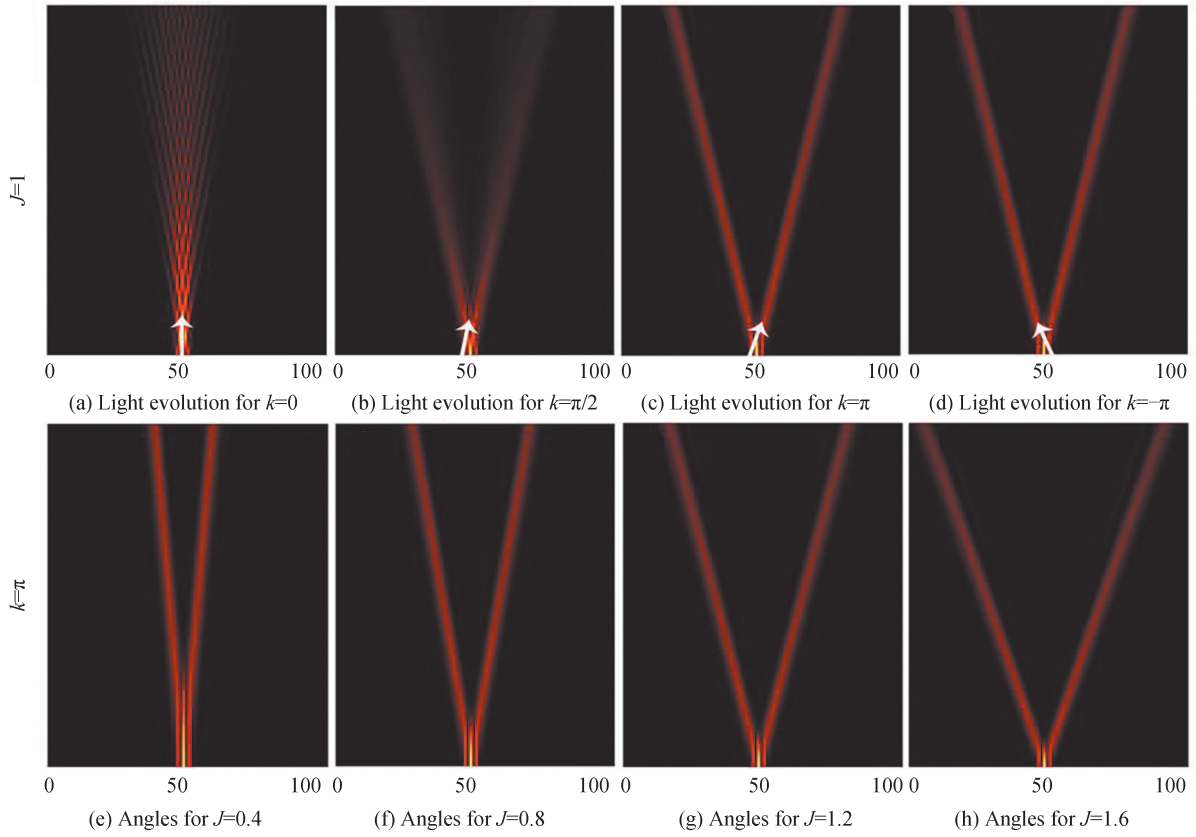


图3 不同角度入射下的的光传输及耦合系数对无衍射分叉光束角度的影响

Fig.3 Light evolution with different incident wave vectors  $k$  and the effects of coupling  $J$  on angles between two non-diffraction branches

从式(5)、(8)可以知道,不考虑次近邻耦合  $\kappa$  时,  $k+\phi=\pm\pi$  是出现分叉无衍射光现象的条件,这样通过调节微扰波导的增益损耗来调节  $\phi$ ,进而可以调控发生分叉无衍射传输的入射波矢  $k$ ,使得入射光以任意波矢  $k$  入射到该体系时均可发生分叉无衍射光传输。图4模拟结果展示了不同的调制相位  $\phi$  对出现无衍射分叉传输相应的入射波矢  $k$  进行调控,可以看到当入射波矢  $k$  与调制相位  $\phi$  满足关系  $k+\phi=\pm\pi$  时,入射光进

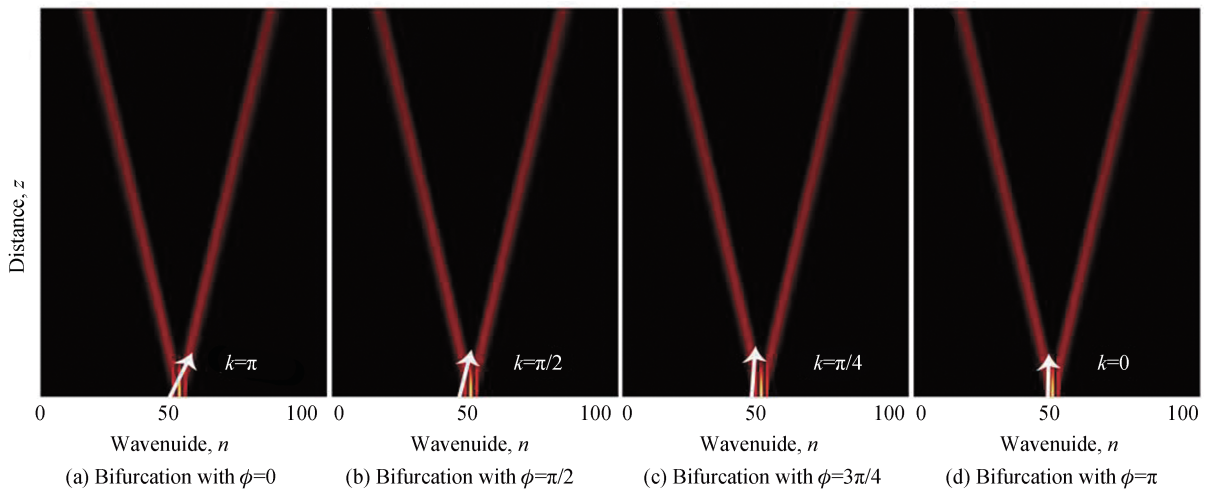


图4 不同的调制相位  $\phi$  调控入射波矢  $k$  出现分叉无衍射光传输

Fig.4 Light bifurcation with different incident wave vectors modulated by modulation phase  $\phi$

入该体系之后会无衍射分叉光传输。当 $k+\phi \neq \pm\pi$ 时,可以以图3(a)、(b)中的结果作为对比,此时是 $\phi=0$ 的特例,可以看到光波呈现分立衍射或是分叉但伴有衍射。可见调制相位 $\phi$ 拓宽了入射光波出现分叉无衍射光传输的入射条件。

另外,受到SSH模型的启发在此基础上考虑次近邻耦合 $\kappa$ ,结合群速度及群速度色散式(5)和(8)可知,当存在次近邻耦合作用时,入射光波仍然存在两个不同的群速度,并且存在衍射。当且仅当 $k=\pm\pi/2$ 及 $k+\phi=\pm\pi$ 时,入射光波仍然可以分叉无衍射传输。相应的能带结构及群速度曲线分别如图2(a)、2(b)中黄、墨蓝色点划线所示,可以看到当 $k=\phi=\pi/2$ 时,群速度分别达到正、负最大值,通过计算群速度色散,可知光束是无衍射传输的。图5模拟图展示了分叉无衍射光传输。数值模拟中对次近邻耦合作了奇、偶波导间之区分: $\kappa_o, \kappa_e$ 分别为波导 $a_n, a_{n+1}$ 与 $b_n, b_{n+1}$ 间的耦合,其中最近邻耦合 $J=1.5$ ,调制相位 $\phi=\pi/2$ ,入射波矢 $k=\pi/2$ ,模拟发现通过调节次近邻耦合强度 $\kappa_o, \kappa_e$ 相对大小可调节两分叉光束能量比(即分功比)。但是在周期性复式光子晶格中,光场分布一般没有精确的解析解,为了精确地控制分功比,通过数值模拟,拟合了分功比 $\eta=I_l/I_r$ 与耦合系数比 $\kappa_o/\kappa_e$ 的关系曲线,即

$$y = -11.98x^3 + 50.66x^2 - 69.33x + 31.23 \quad (9)$$

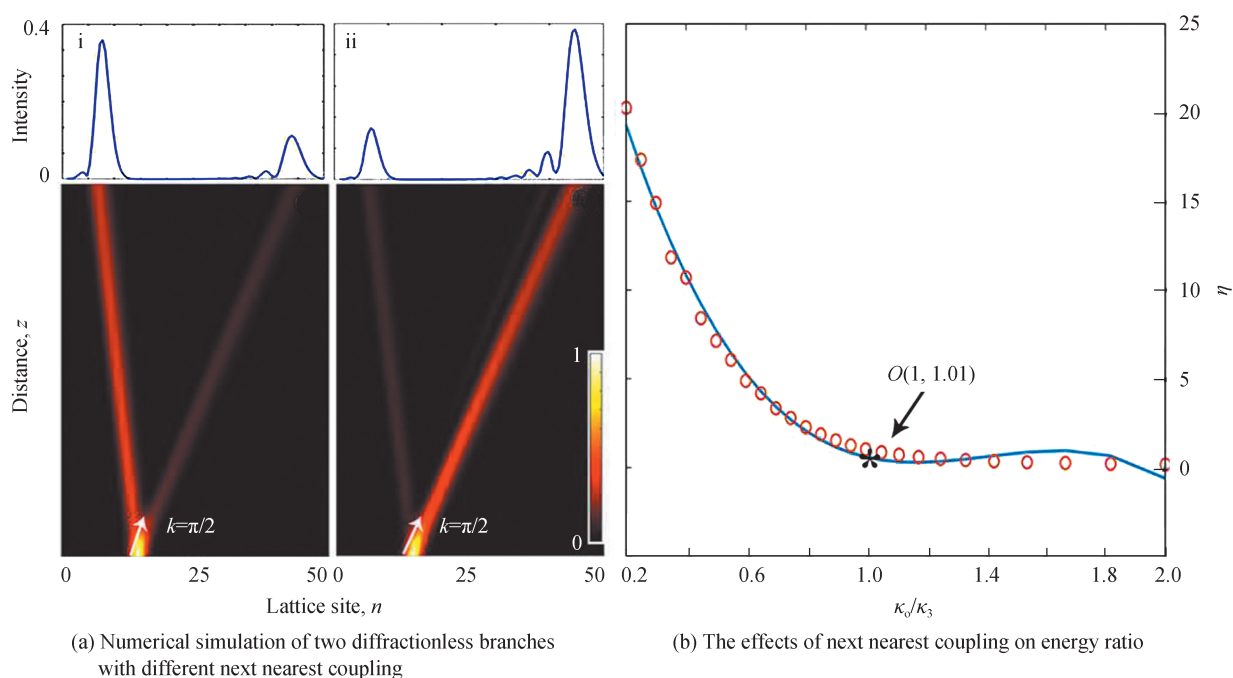


图5 次近邻奇偶波导间耦合强度 $\kappa_o, \kappa_e$ 调控分叉光束能量比

Fig.5 Energy ratio controlled by next-nearest couplings  $\kappa_o$  and  $\kappa_e$

实验中采样数据为27组,相应的关系曲线如5图(b)所示。显然, $\eta$ 随着 $\kappa_o/\kappa_e$ 的增大而减小最终趋于0,函数曲线接近反比函数。当 $\kappa_o/\kappa_e=1$ 时, $\eta=0.93$ (见图中O点),可知当奇偶次近邻耦合系数 $\kappa_o, \kappa_e$ 相等时,分功比 $\eta$ 接近1,表示两束光光强最为接近,这与本工作前面所述理论相一致;当 $\kappa_o/\kappa_e$ 比值小于1时, $\eta$ 随着 $\kappa_o/\kappa_e$ 的增大而减小,表示当 $\kappa_o < \kappa_e$ 时, $\eta > 1$ ,能量从右瓣光束转移到左瓣,左侧分支光束能量更强;当 $\kappa_o > \kappa_e$ 时, $\eta < 1$ ,能量由左瓣光束转移到右瓣,右侧分支光束能量更强,可见图5(a)中的模拟结果与拟合结果也是相吻合的。同时由于次近邻耦合强度不等,光束不再对称分布,呈现出一定的倾角。如图5(a)所示,其中图(i)和图(ii)为出射光场包络。

## 4 结论

构建了具有非厄密微扰调制的一维复式光子晶格,着重研究了入射光波在该体系传输时的分叉无衍射光现象。群速度及其色散结果表明,通过非厄密微扰引入的调制相位 $\phi$ 可以调控出现分叉无衍射光现象的入射条件,当入射波矢 $k$ 与调制相位 $\phi$ 满足条件 $k+\phi=\pm\pi$ 时,任意波矢 $k$ 入射的入射光都会出现分叉无衍射

射光传输。另外,我们计算得到了分叉角度与耦合强度的关系式,结果表明两分叉光束间的角度可由耦合系数来调控,光束分叉角度随耦合强度增大而增大。两分叉无衍射光束的能量比及光束倾角可由次近零耦合  $\kappa_o$ 、 $\kappa_e$  来调控,该传输现象为光学器件的设计及未来全光路的实现提供了理论指导作用。

#### 参考文献

- [1] LAHINI Y, AVIDAN A, POZZI F, et al. Anderson localization and nonlinearity in one-dimensional disordered photonic lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(1): 013906.
- [2] 李俊. 光的弱局域调控研究[D]. 天津:物理科学学院,2011.
- [3] PATSYK A, SIVAN U, SEGEV M, et al. Observation of branched flow of light[J]. *Nature*, 2020, 583(7814): 60-65.
- [4] LEDERER F, STEGEMAN G I, CHRISTODOULIDES D N, et al. Discrete solitons in optics[J]. *Physics Reports*, 2008, 463(1-3): 1-126.
- [5] CAO Z, QI X Y, FENG X, et al. Light controlling in transverse separation modulated photonic lattices [J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 19119.
- [6] SZAMEIT, GARANOVICH I L, HEINRICH M, et al. Polychromatic dynamic localization in curved photonic lattices [J]. *Nature Physics*, 2009. 5(4): 271-275.
- [7] LI S S, LU Y, HAN K, et al. Two-dimensional non-reciprocal transmission in dynamically modulated photonic lattices [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(22): 5242-5245.
- [8] WANG P, ZHENG Y, CHEN X, et al. Localization and delocalization of light in photonic moiré lattices[J]. *Nature*, 2020, 577(7788): 1-5.
- [9] JI K W, LIU Z J, DAI Y N, et al. Hermiticity-tunable beam reshaping: localization, recurrence and group velocity oscillation[J]. *New Journal of Physics*, 2019, 21(10): 103053.
- [10] EHSAN S G N, FULGA I C, MA L, et al. Topological phase transition in a stretchable photonic crystal[J]. *Physical Review A*, 2018, 98(3): 033830.
- [11] DONG J W, CHEN X D, ZHU H, et al. Valley photonic crystals for control of spin and topology[J]. *Nature Materials*, 2017, 16(3): 298-302.
- [12] HE X T, LIANG E T, YUAN J Y, et al. A silicon-on-insulator slab for topological valley transport. [J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 872.
- [13] JI K W, LIU Z J, DAI Y N, et al. Asymmetric near-zero edge mode in topological photonic lattice without chiral or particle-hole symmetries[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(1): 49-52.
- [14] LIANG F, EI-GANAINY R, LI G. Non-Hermitian photonics based on parity - time symmetry[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(12): 752-762.
- [15] BENDER C M, BOETTCHER S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(24): 5243-5246.
- [16] LIN Z, RAMEZANI H, EICHELKRAUT T, et al. Unidirectional invisibility induced by PT-symmetric periodic structures[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(21): 213901.
- [17] JIN L, SONG Z. Incident direction independent wave propagation and unidirectional lasing[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(7): 073901.
- [18] WIMMER M, MIRI M A, CHRISTODODULIDES D, et al. Observation of Bloch oscillations in complex PT symmetric photonic lattices[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 17760.
- [19] HALLER E, HART R, MARK M J, et al. Inducing transport in a dissipation-free lattice with super Bloch oscillations [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(20): 200403.
- [20] JI K W, WEN Z R, LIU Z J, et al. Asymmetric localization induced by non-hermitian perturbations with PT symmetry in photonic lattice[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(18): 4457-4460.
- [21] LONGHI S. Non-Hermitian bidirectional robust transport[J]. *Physical Review B*, 2017, 95(1): 014201.
- [22] MINKOV M, FAN S. Localization and time-reversal of light through dynamic modulation[J]. *Physical Review B*, 2018, 97: 060301.