

引用格式: LU Dao-ming. Non-classical Properties of Laguerre Polynomial's Photon Added Coherent State[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, **49**(4):0427001

卢道明.拉盖尔多项式算符激发相干态的非经典性质[J].光子学报,2020,**49**(4):0427001

# 拉盖尔多项式算符激发相干态的非经典性质

卢道明

(武夷学院 机电工程学院,福建 武夷山 354300)

**摘 要:**将拉盖尔多项式算符作用在相干态上,构造了拉盖尔多项式算符激发相干态.利用有序算符积分技术,导出了它的归一化系数以及 $\langle a^l a^{+m} \rangle$ 的计算表达式.采用数值计算方法,讨论了相干态相位角和平均光子数对它的非经典性质的影响.研究结果表明:一阶拉盖尔多项式算符激发相干态呈现出压缩效应、反聚束效应、亚泊松分布和 Wigner 函数负性等量子特性,并且相干态的相位角对它的量子特性有重要影响;另一方面,随相干态平均光子数增大,它的反聚束效应和亚泊松分布性质逐渐减弱,压缩效应和 Wigner 函数的负性却先增强,而后又逐渐减弱.

**关键词:**量子光学;拉盖尔多项式;相干态;非经典性质

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20204904.0427001

## Non-classical Properties of Laguerre Polynomial's Photon Added Coherent State

LU Dao-ming

(College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

**Abstract:** Laguerre polynomial's photon added coherent state is constructed by operation of Laguerre polynomial's photon added operator on coherent state. By the technique of integration within an ordered product of operators, its normalization factor and the calculation expression of  $\langle a^l a^{+m} \rangle$  are derived. The influences of the phase angle and the average photon number of coherent state on its non-classical properties are discussed. Numerical results show that, the first-order Laguerre polynomial's photon added coherent state presents squeezing effect, anti-bunching effect, sub-Poissonian statistical property and negativity of Wigner function, and the phase angle of the coherent state has an important influence on its quantum properties. On the other hand, its anti-bunching effect is weakened with the increase of the average photon number of coherent state, and so is the sub-Poissonian distribution property. However, its squeezing property and the negativity of Wigner function are firstly enhanced and then gradually weakened with the increase of the average photon number of coherent state.

**Key words:** Quantum optics; Laguerre polynomial; coherent state; non-classical property

**OCIS Codes:** 270.0270;270.5585;030.0030;030.5290

## 0 引言

非经典光场在量子物理的基本原理中起着关键性作用,并在量子态隐形传送、量子密集编码和量子通讯等领域中具有重要应用<sup>[1-3]</sup>.因此,非经典量子态的构建及其量子特性的研究至关重要,一直是研究者们关注的重要课题之一.构建新的量子态的方法有多种,其中算符作用在参考态上构建目标态是一种常用方法,最

基金项目:福建省自然科学基金(No.2015J01020)

第一作者:卢道明(1963-),男,教授,硕士,主要研究方向为量子光学.Email:ludmnp@163.com

收稿日期:2019-12-11;录用日期:2020-01-13

<http://www.photon.ac.cn>

早于 1991 年由 AGARWAL G S 和 TARA K 等提出<sup>[4]</sup>, 研究者们已提出了光子增<sup>[5-8]</sup>、光子减<sup>[9-12]</sup>、以及光子增减方法构建新的量子态的方案<sup>[13-15]</sup>. 如 REN Gang 等研究了光子增加压缩态的非经典性质<sup>[5]</sup>; WANG Zhen 等讨论了光子增双模压缩相干态的统计性质<sup>[6]</sup>; ZAVATTA 等在实验上实现了单光子激发相干态的制备<sup>[16]</sup>. 研究者们将单一算符的激发作用推广到光场算符的叠加作用<sup>[17-19]</sup>. 随着研究的深入, 近年来算符激发作用被进一步推广到厄密算符激发作用的情况<sup>[20-23]</sup>. 如 REN Gang 等构建了厄密多项式光子增加相干态, 并研究了它的 Q 函数、光子数分布等统计性质<sup>[20]</sup>; ZHANG 等引入了厄密多项式算符激发相干态, 并讨论了它在振幅衰减模型中的演化<sup>[21]</sup>. 实验方面, 在文献[4]和[22-23]中, 研究者们已提出了产生光子增加相干态的实验方案. 厄密多项式光子增加相干态和拉盖尔多项式光子增加相干态都是光子增加相干态的叠加态, 它们的叠加形式分别是厄密多项式和拉盖尔多项式. 受现有研究的启发, 本文将拉盖尔多项式算符作用在相干态上, 构造了拉盖尔多项式算符激发相干态(Laguerre Polynomial Excited Coherent State, LECS), 并采用数值计算方法研究了它的压缩效应、反聚束效应、统计性质和 Wigner 函数的负性等量子特性.

## 1 LECS 的构建

拉盖尔多项式可用其母函数  $\Psi(x, t) = \frac{1}{1-t} \exp\left[-\frac{tx}{1-t}\right]$  表示为

$$L_n(x) = \left. \frac{\partial^n \Psi}{\partial t^n} \right|_{t=0} \quad (1)$$

式中,  $n$  表示阶数. 在式(1)中将  $a^+$  代替  $x$ , 得到拉盖尔多项式算符

$$L_n(a^+) = \left. \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[ \frac{1}{1-t} \exp\left(-\frac{ta^+}{1-t}\right) \right] \right|_{t=0} \quad (2)$$

式中,  $a$  和  $a^+$  分别表湮没和产生算符. 将  $L_n(a^+)$  作用相干态  $|z\rangle$  上, 构建拉盖尔多项式算符激发相干态, 即 LECS

$$|\varphi_n\rangle = L_n(a^+) |z\rangle = N_n \left. \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[ \frac{1}{1-t} \exp\left(za^+ + \frac{-ta^+}{1-t}\right) |0\rangle \right] \right|_{t=0} \quad (3)$$

式中,  $N_n$  为归一化系数, 相干态  $|z\rangle = \exp\left(-\frac{|z|^2}{2} + za^+\right) |0\rangle$ ,  $z = |z| e^{i\varphi} = \sqrt{\bar{m}} e^{i\varphi}$ ,  $\varphi$  表示相位角,  $\bar{m}$  表示相干态的平均光子数. 利用真空投影算符的正规乘积表示  $|0\rangle\langle 0| = : \exp(-a^+a) :$ , 其中“ $::$ ”表示算符的正规排序. 那么, LECS 的密度算符为

$$\rho_n = N_n^2 \times \left. \frac{\partial^{2n}}{\partial t^n \partial s^n} \left\{ \frac{1}{(1-t)(1-s)} \times \exp\left(za^+ + z^*a - \frac{ta^+}{1-t} - \frac{sa}{1-s} - a^+a\right) \right\} \right|_{t=s=0} \quad (4)$$

利用  $\text{tr } \rho_n = 1$  ( $\text{tr}$  表示求迹), 以及正规乘积算符  $:f(a^+, a):$  的相干态矩阵元  $\langle z' | :f(a^+, a) | z \rangle = f(z'^*, z) \langle z' | z \rangle$  和相干态的完备性  $\int \frac{d^2z}{\pi} |z\rangle\langle z| = 1$ , 导出归一化系数的表达式为

$$N_n^{-2} = \left. \frac{\partial^{2n}}{\partial t^n \partial s^n} \left\{ \frac{1}{(1-t)(1-s)} \exp\left[|z|^2 - \frac{sz}{1-s} - \frac{tz^*}{1-t} + \frac{ts}{(1-t)(1-s)}\right] \right\} \right|_{t=s=0} \quad (5)$$

为简单起见, 讨论  $n=1$  的情况, 即研究一阶拉盖尔多项式算符激发相干态的量子特性.

## 2 一阶 LECS 的压缩效应

为了讨论光场的压缩效应, 定义两个正交算符

$$\begin{cases} F_1 = \frac{1}{2}(a + a^+) \\ F_2 = \frac{1}{2i}(a - a^+) \end{cases} \quad (6)$$

由于  $[F_1, F_2] = \frac{i}{2}$ , 所以

$$\Delta F_1^2 \Delta F_2^2 \geq \frac{1}{4} \quad (7)$$

式中,  $\Delta F_i^2 = \langle F_i^2 \rangle - \langle F_i \rangle^2$  ( $i=1,2$ ) 表示均方偏差. 定义压缩参量

$$\begin{cases} Y_1 = \frac{1}{4} [\langle a^2 + a^{+2} \rangle + 2\langle a^+ a \rangle] - \frac{1}{4} \langle a + a^+ \rangle^2 \\ Y_2 = \frac{1}{4} [-\langle a^2 + a^{+2} \rangle + 2\langle a^+ a \rangle] + \frac{1}{4} \langle a - a^+ \rangle^2 \end{cases} \quad (8)$$

那么,  $Y_i < 0$  ( $i=1,2$ ) 表示  $F_i$  分量被压缩. 利用式(3)求得

$$\langle a^n a^{+m} \rangle = N_n^{-2} \frac{\partial^{2n}}{\partial t^n \partial s^n} \left\{ \frac{1}{(1-t)(1-s)} \frac{\partial^l}{\partial x^l} \left\{ x^m \exp \left[ x \left( z - \frac{t}{1-t} \right) \right] \right\} \right\} \Big|_{x=z^* - \frac{s}{1-s}} \Big|_{t=s=0} \quad (9)$$

当  $n=1$  时, 从式(5)和(9)求得

$$\begin{cases} N_1^{-2} = (2 - z - z^* + |z|^2) \exp(|z|^2) \\ \langle a \rangle = \langle a^+ \rangle^* = N_1^2 (3z - z^2 - 1 - |z|^2 + z^* z^2) \exp(|z|^2) \\ \langle a^2 \rangle = \langle a^{+2} \rangle^* = N_1^2 (4z^2 - z^3 - 2z - z|z|^2 + z^2|z|^2) \exp(|z|^2) \\ \langle a^+ a \rangle = N_1^2 (3 + 5|z|^2 - (z + z^*)|z|^2 - 2(z + z^*) + |z|^4) \exp(|z|^2) - 1 \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)计算压缩参量, 计算结果  $Y_2$  均大于零, 表明  $F_2$  分量不存在压缩, 压缩体现在  $Y_1$  分量方向上. 平均光子数  $\bar{m}=1.0$  时,  $Y_1$  随  $\varphi$  的演化描绘于图 1. 图中曲线显示, 相位角  $\varphi$  在一定区域内,  $Y_1$  呈现负值, 表明  $F_1$  分量出现压缩. 并且, 在  $\varphi=\pi$  时,  $Y_1$  负值最深, 这时压缩效应最强.

另一方面, 为了讨论相干态平均光子数对压缩效应的影响, 取  $\varphi=\pi$ ,  $Y_1$  随  $\bar{m}$  的演化如图 2 所示. 可见, 随平均光子数  $\bar{m}$  逐渐增大, 一阶 LECS 的压缩效应首先逐渐增强, 但当  $\bar{m}$  大于一定值后又逐渐减弱, 体现出它们之间的非线性关系.

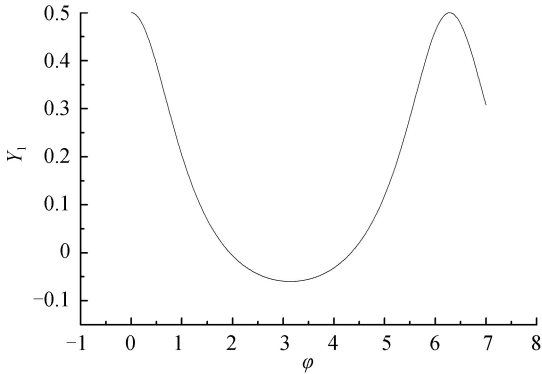


图 1  $Y_1$  随相位角  $\varphi$  的演化

Fig.1 The evolution of  $Y_1$  with phase angle  $\varphi$

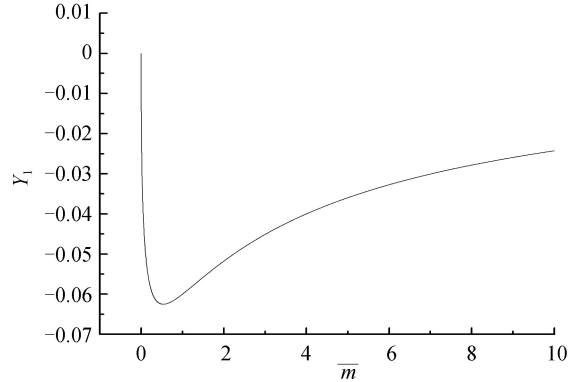


图 2  $Y_1$  随平均光子数  $\bar{m}$  的演化

Fig.2 The evolution of  $Y_1$  with the average number of photons  $\bar{m}$

### 3 一阶 LECS 的反聚束效应

光场的聚束和反聚束效应, 通常用二阶关联函数来描述, 定义为

$$G = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2} - 1 \quad (11)$$

$G < 0$  意味着光场展示出反聚束效应. 同样, 取  $n=1$  时, 利用式(9)推导出

$$\begin{cases} \langle a^2 a^{+2} \rangle = N_1^2 [8 + 22|z|^2 - 6z - 6z^* - 8z|z|^2 - 6z^*|z|^2 + 10|z|^4 - \\ (z + z^*)|z|^4 + |z|^6] \exp(|z|^2) \\ \langle a^{+2} a^2 \rangle = a^2 a^{+2} - 4a^+ a - 2 \end{cases} \quad (12)$$

利用式(12)和(10)的相应结果, 能够计算二阶关联函数  $G$ .  $\bar{m}=1.0$  时,  $G$  随  $\varphi$  的数值计算结果如图 3 所示. 图 3 的演化规律与图 1 相似, 相位角  $\varphi$  在一定区域内, 呈现出反聚束效应. 同样, 在  $\varphi=\pi$  时,  $G$  的负值最深, 这时反聚束效应最强.

为了讨论相干态平均光子数对一阶 LECS 反聚束效应的影响,取  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , 依据式(11)和(12),描绘了二阶关联函数  $G$  随相干态平均光子数  $\bar{m}$  的演化曲线,如图 4 所示.可见,随  $\bar{m}$  增大, $G$  逐渐增大, $\bar{m}$  大于一定值后  $G > 0$ .这表明随相干态平均光子数增大,一阶 LECS 的反聚束效应减弱.

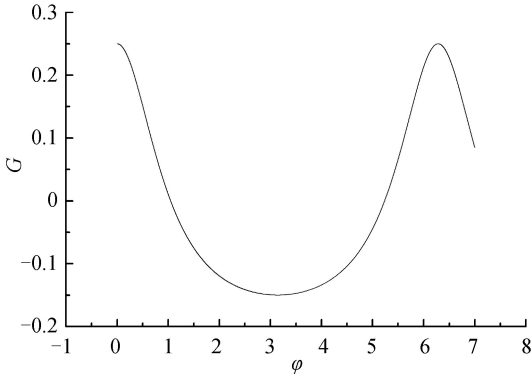


图 3  $G$  随相位角  $\varphi$  的演化  
Fig.3 The evolution of  $G$  with phase angle  $\varphi$

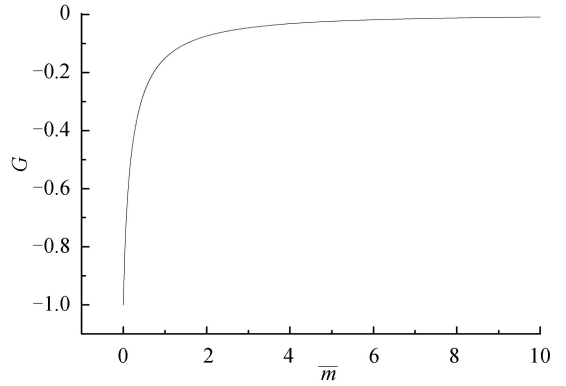


图 4  $G$  随平均光子数  $\bar{m}$  的演化  
Fig.4 The evolution of  $G$  with the average number of photons  $\bar{m}$

### 4 一阶 LECS 的统计性质

光场的统计性质,通常用 Mandel  $Q$  参量来描述,定义为

$$Q = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle - \langle a^+ a \rangle^2}{\langle a^+ a \rangle} \quad (13)$$

$Q = 0, > 0, < 0$  分别对应于泊松分布、超泊松分布和亚泊松分布.

取  $\bar{m} = 1.0$ , Mandel  $Q$  参量随相位角  $\varphi$  的演化曲线如图 5 所示.图 5 与图 1 和图 3 相似,同样显示出相位角  $\varphi$  在一定区域内,展示出亚泊松分布.并且,在  $\varphi = \pi$  时,其亚泊松分布性质最强.

同样,取  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , 结合式(10)~(12), Mandel  $Q$  参量随相干态平均光子数  $\bar{m}$  的演化的计算结果如图 6 所示.从图 6 可见,随相干态平均光子数增大,一阶 LECS 的亚泊松分布性质逐渐减弱.

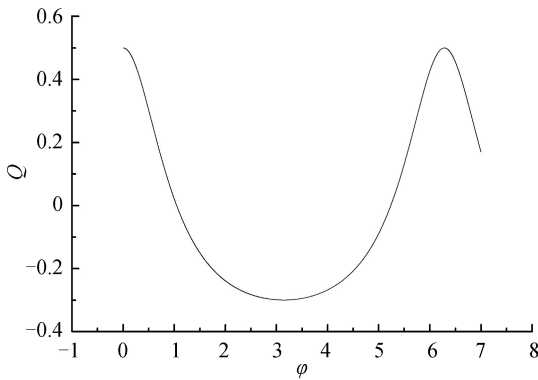


图 5  $Q$  随相位角  $\varphi$  的演化  
Fig.5 The evolution of  $Q$  with phase angle  $\varphi$

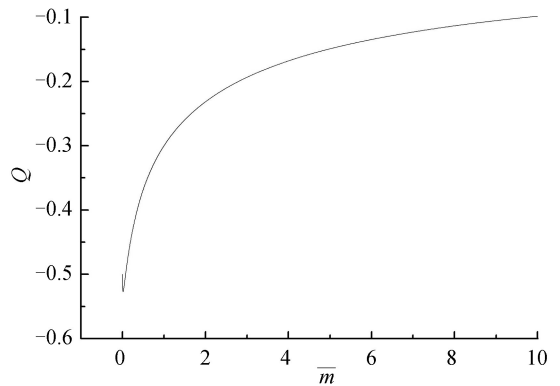


图 6  $Q$  随平均光子数  $\bar{m}$  的演化  
Fig.6 The evolution of  $Q$  with the average number of photons  $\bar{m}$

### 5 一阶 LECS 的 Wigner 函数

在相空间理论中,Wigner 函数具有重要地位.它的边缘分布分别表示坐标空间和动量空间观察到粒子的几率,它的负性是非经典性质的一种很好的表征.在相干态表象中,Wigner 算符的表达式为

$$\Delta = \exp(2|\alpha|^2) \int \frac{d^2\beta}{\pi^2} |\beta\rangle \langle -\beta| \exp[-2(\alpha^*\beta - \alpha\beta^*)] \quad (14)$$

式中,  $|\beta\rangle$  表示相干态. 因此, 密度算符为  $\rho$  的量子态的 Wigner 函数为

$$W(\alpha, \alpha^*) = \exp(2|\alpha|^2) \int \frac{d^2\beta}{\pi^2} \langle -\beta | \rho | \beta \rangle \exp[-2(\alpha^*\beta - \alpha\beta^*)] \quad (15)$$

将式(4)代入式(15), 计算得出

$$\begin{cases} W(\alpha, \alpha^*) = \frac{1}{\pi} N_n^2 \exp(-2|\alpha|^2 - |z|^2 + 2z\alpha^* + 2z^*\alpha) \frac{\partial^{2n}}{\partial t^n \partial s^n} \left[ \frac{1}{(1-t)(1-s)} \exp(A) \right] \Big|_{t=s=0} \\ A = -\frac{st}{(1-s)(1-t)} + \frac{s}{1-s}(z-2\alpha) + \frac{t}{1-t}(z^*-2\alpha^*) \end{cases} \quad (16)$$

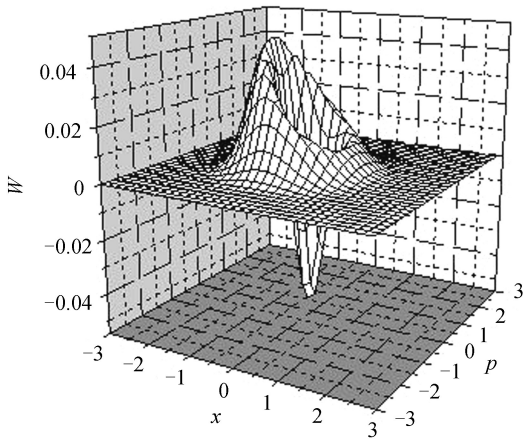
仍然讨论  $n=1$  的情况, 这时

$$W(\alpha, \alpha^*) = \frac{1}{\pi} N_1^2 (z+z^* - 2(\alpha+\alpha^*) + |z|^2 - 2\alpha^*z - 2\alpha z^* + 4|\alpha|^2) \times \exp(-|z|^2 - 2|\alpha|^2 + 2\alpha^*z + 2\alpha z^*) \quad (17)$$

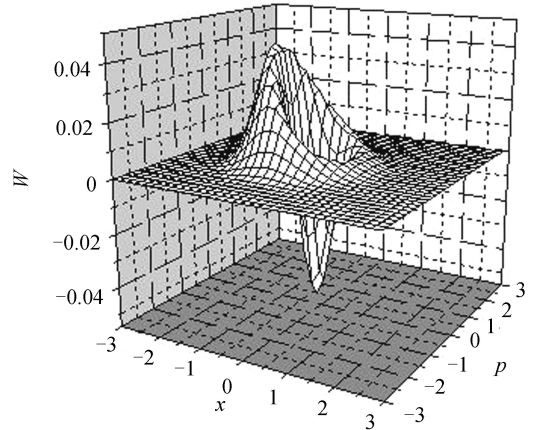
再利用  $\alpha = \frac{(x+ip)}{\sqrt{2}}$ , 将 Wigner 函数转变为坐标  $x$  和动量  $p$  的函数, 那么

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} N_1^2 (2|z|\cos\varphi - 2\sqrt{2}x + |z|^2 - 2\sqrt{2}|z|x\cos\varphi - 2\sqrt{2}|z|p\sin\varphi + 2x^2 + 2p^2) \times \exp(-|z|^2 - 2x^2 - 2p^2 + 2\sqrt{2}|z|x\cos\varphi + 2\sqrt{2}|z|p\sin\varphi) \quad (18)$$

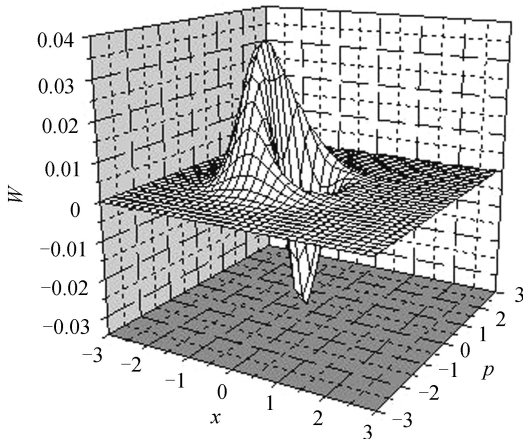
当  $\varphi = \pi$ , 相干态平均光子数  $\bar{m}$  分别取 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0 和 3.0 时, Wigner 函数分布曲线如图 7 所示. 可见, 随相干态平均光子数  $\bar{m}$  增大, Wigner 函数负性深度逐渐减小, 平均光子数  $\bar{m}$  大于一定值后, Wigner 函



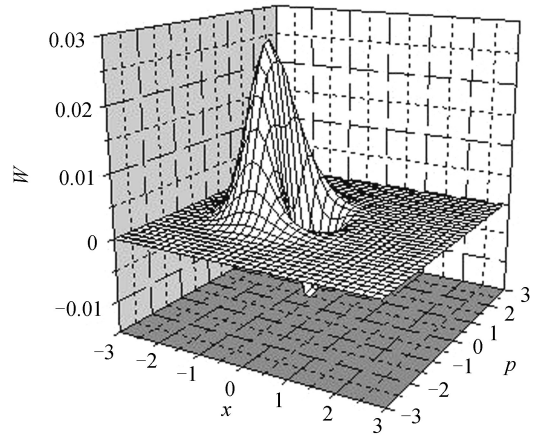
(a)  $\bar{m}=0.1$



(b)  $\bar{m}=0.2$



(c)  $\bar{m}=0.5$



(d)  $\bar{m}=1.0$

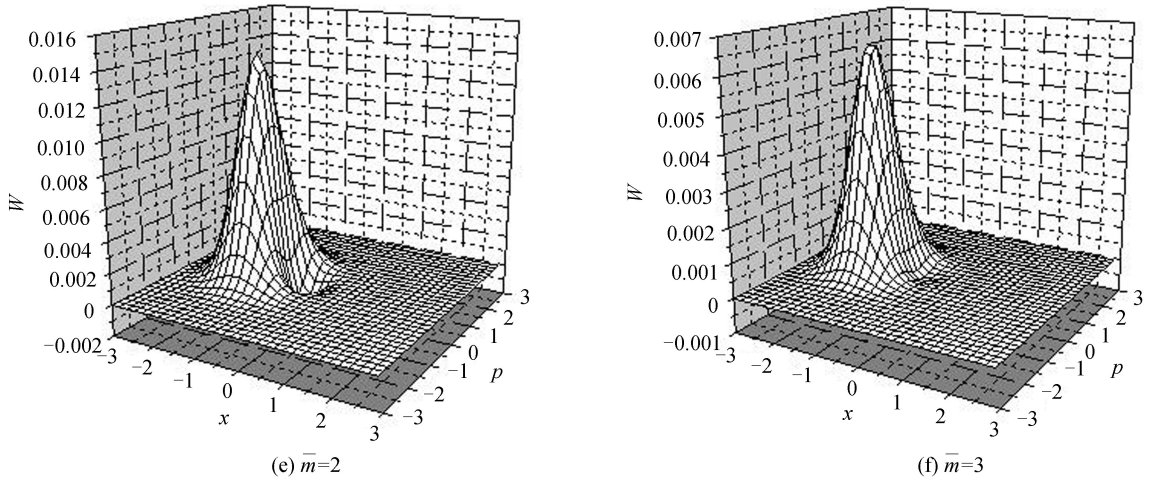


图7 Wigner函数的演化  
Fig.7 The evolution of Wigner function

数的负性消失.这表明随相干态平均光子数  $\bar{m}$  逐渐增大,Wigner函数的负性减弱,直至消失.

另一方面,为了讨论相干态平均光子数对 Wigner 函数负性的影响,进一步计算 Wigner 函数的负部体积.它定义为

$$V = \frac{1}{2} \int [ |W(\alpha, \alpha^*)| - W(\alpha, \alpha^*) ] d\alpha d\alpha^* = \frac{1}{2} \int [ |W(x, p)| - W(x, p) ] dx dp \quad (19)$$

图8展示了负部体积  $V$  随平均光子数  $\bar{m}$  的演化规律.曲线显示出,随  $\bar{m}$  的逐渐增大,Wigner函数的负

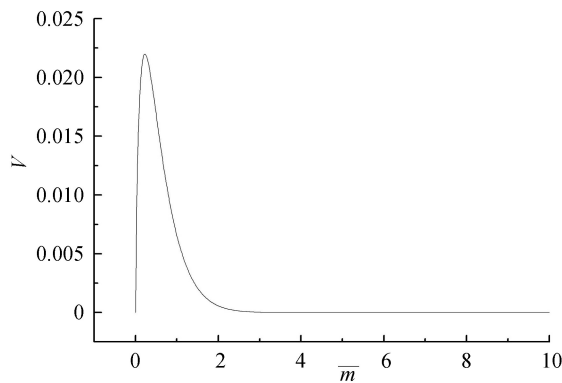


图8 Wigner函数负部体积  $V$  随平均光子数  $\bar{m}$  的演化

Fig.8 The evolution of the negative volume of Wigner function with the average number of photons  $\bar{m}$

部体积首先增大,增大到峰值后,逐渐衰减,直至衰减到零.这表明 Wigner 函数负性与平均光子数  $\bar{m}$  之间存在非线性关系.

## 6 结论

将拉盖尔多项式产生算符作用在相干态上,构建了 LECS 态.利用有序算符乘积技术,导出了态的归一化系数,以及  $\langle a^l a^{+m} \rangle$  的计算公式.通过量子态的两个正交分量涨落、二阶关联函数、Mandel Q 参量和 Wigner 函数的计算,具体讨论了一阶拉盖尔多项式算符激发相干态的量子特性,给出了它们的数值计算曲线.计算结果表明:1)相干态的相位角对一阶 LECS 态的量子特性有重要影响,相位角在一定区域内,一阶 LECS 展现出压缩效应、反聚束效应和 Wigner 函数的负性;2)随相干态平均光子数增大,一阶 LECS 的压缩效应首先逐渐增强,达到最强压缩后又逐渐减弱,体现出它们之间的非线性关系;3)随相干态平均光子数增大,一阶 LECS 的反聚束效应和亚泊松分布性质却逐渐减弱;4)随相干态平均光子数增大,它的 Wigner 函数的负值深度逐渐减小,但它的负部体积却首先增大,增大到峰值后,又逐渐衰减,直至衰减到零.

## 参考文献

- [1] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**(13): 1895-1899.
- [2] VERLOT P, TAVERNARAKIS A, BRIANT T, *et al.* Backaction amplification and quantum limits in optomechanical measurement[J]. *Physical Review Letters*, 2010, **104**: 133602.
- [3] PURDY T P, YU P L, PETERSON R W, *et al.* Strong optomechanical squeezing of light[J]. *Physical Review X*, 2013, **3**: 031012.
- [4] AGARWAL G S, TARA K. Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state[J]. *Physical Review A*, 1991, **43**(1): 492-497.
- [5] REN Gang, MA Jiang-guo, DU Jiang-ming, *et al.* Non-classical properties of photon-added compass state [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2014, **53**(3): 856-859.
- [6] WANG Zhen, LI Heng-mei, YUAN Hong-chun, *et al.* Statistical properties of photon-added two-mode squeezed coherent state[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, **56**(3): 729-740.
- [7] XU Xue-xiang, HU Li-yun, FAN Hong-yi. Photon-added squeezed thermal states: statistical properties and its decoherence in a photon-loss channel[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**: 1801-1809.
- [8] WU Wei-feng, FAN Hong-yi. Single-mode photon-addition for the two-mode squeezed state and its statistical properties [J].*International Journal of Theoretical Physics*, 2017, **56**(8): 2651-2658.
- [9] ZHOU Jun, FAN Hong-yi, SONG Jun. Photon-subtracted two-mode squeezed thermal state and its photon-number distribution[J]. *International Journal Theoretical Physics*, 2012, **51**(5): 1591-1599.
- [10] BISWAS A, AGARWAL G S. Nonclassicality and decoherence of photon-subtracted squeezed states [J]. *Physical Review A*, 2007, **75**: 032104.
- [11] HU Li-yun, XU Xue-xiang, WANG Zi-sheng, *et al.* Photon-subtracted squeezed thermal state: nonclassicality and decoherence[J]. *Physical Review A*, 2010, **82**: 043842.
- [12] ZHOU Jun, SONG Jun, YUAN Hong-chun, *et al.* The statistical properties of a new type of photon-subtracted squeezed coherence state[J]. *Chinese Physics Letters*, 2012, **29**(5): 050301.
- [13] THAPLIYAL K, SAMANTRAY N L, BANERJI J, *et al.* Comparison of lower- and higher-order nonclassicality in photon added and suntracted squeezed coherent states[J]. *Physics Letters A*, 2017, **381**: 3178-3187.
- [14] MA Shan-jun, LUO Wen-wei. Comparison of nonclassicality between photon-added and photon-subtracted squeezed vacuum states[J].*Chinese Physics B*, 2012, **21**: 024203.
- [15] ZAVATTA A, PARIGI V, KIM M S, *et al.* Experimental demonstration of the bosonic commutation relation via superpositions of quantum operations on thermal light fields[J]. *Physical Review Letters*, 2009, **103**: 140406.
- [16] LEE S Y, JI S W, KIM H J, *et al.* Enhancing quantum entanglement for continuous variables by a coherent superposition of photon subtraction and addition[J]. *Physical Review A*, 2011, **84**: 012302.
- [17] ZHANG Hao-liang, JIA Fang, XU Xue-xiang, *et al.* Decoherence of a photon-subtraction-addition coherent state in a thermal environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**: 014208.  
张浩亮, 贾芳, 徐学翔, 等. 光子增减叠加相干态在热环境中的退相干[J]. *物理学报*, 2013, **62**: 014208.
- [18] REN Gang, MA Jian-guo, DU Jiang-ming, *et al.* Hermite polynomial's photon added cohereht state and its non-classical properties[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, **55**(4): 2071-2088.
- [19] ZHANG Chun-cao, DU Jian-ming, REN Gang. Amplitude damping of Hermite-polynomial-field excited coherent state [J].*International Journal of Theoretical Physics*, 2019, **58**(1): 261-274.
- [20] REN Gang, DU Jiang-ming, ZHANG Wen-hai, *et al.* Nonclassicality generated by applying Hermite-polynomials photon-added operator on the even/odd coherent states[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, **56**(5): 1537-1549.
- [21] LI Heng-mei, XU Xue-fen. Non-Gaussianity and decoherence of generalized photon-added coherent state as a Hermite-excited coherent state[J].*Chinese Physics B*, 2012, **21**: 024202.
- [22] ZAVATTA A, VICIANI S, BELLINI M. Single-photon excitation of a coherent state: Catching the elementary step of stimulated light emission[J].*Physical Review A*, 2005, **72**: 023820.
- [23] ZAVATTA A, PARIGI V, BELLINI M. Experimental nonclassicality of single-photon-added thermal light states[J]. *Physical Review A*, 2007, **75**: 052106.