

引用格式: DING Peng, HUANG Jun-bin, GU Hong-can, *et al.* Demodulation of Weak Fiber Bragg Grating Using a Double Square Wave and B-spline Wavelet[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, **49**(3):0306002

丁朋, 黄俊斌, 顾宏灿, 等. 采用双方波信号和 B-样条小波解调弱反射光纤布拉格光栅[J]. 光子学报, 2020, **49**(3):0306002

采用双方波信号和 B-样条小波解调弱反射光纤 布拉格光栅

丁朋^{1,2}, 黄俊斌², 顾宏灿², 汪云云², 刘文², 唐劲松¹

(1 海军工程大学 电子工程学院, 武汉 430033)

(2 海军工程大学 兵器工程学院, 武汉 430033)

摘 要:提出了一种采用双方波信号和 B-样条小波解调弱反射光纤布拉格光栅(WFBG)的方法,并进行了实验验证.单个方波周期设置为相邻 WFBG 间光纤中激光往返传输的时间,对单个方波进行猝发操作形成双方波,则前 WFBG 反射的对方波与后 WFBG 反射的前方波重叠干涉.采用 B-样条小波变换降低干涉信号的噪声,利用 Hilbert 变换对干涉信号进行 $\pi/2$ 相移,对原干涉信号和相移后干涉信号比值进行反正切运算,得到干涉信号的相位信息.将间隔为 50 m 的 5-WFBG 阵列置于木地板上,分别接收不同振幅和频率的正弦声波.采用上述方法解调的干涉相位信号能较好地反映声波信息.该解调方法解调光路简单,数据处理简单.

关键词:光纤布拉格光栅;信号解调;小波变换;B-样条

中图分类号:TN253

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20204903.0306002

Demodulation of Weak Fiber Bragg Grating Using a Double Square Wave and B-spline Wavelet

DING Peng^{1,2}, HUANG Jun-bin², GU Hong-can², WANG Yun-yun², LIU Wen², TANG Jin-song¹

(1 College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(2 Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A double square wave and B-spline wavelet for demodulation of a Weak Fiber Bragg Grating (WFBG) was proposed and demonstrated. A period of single square wave is set as the round trip time of laser transmission in the fiber between two adjacent WFBGs. The burst operation is conducted to the single square wave to form a double square wave, for which the rear square wave reflected by former WFBG and the front square wave reflected by latter WFBG overlap and interfere. B-spline wavelet transform is used to reduce the noise of interference signal. Hilbert transform is applied to produce $\pi/2$ phase-shift of the interference signal. Arc tangent operation is conducted to the ratio of the interference signal with the phase-shifted signal to obtain the phase signal of the interference signal. A 5-WFBG array with 50 meters equispaced length is put on a wooden platform, and received sinusoidal sounds with different amplitudes and frequencies respectively. The experimental results can reflect the information of the sounds well. The advantage of the proposed demodulation method is that the optical structure and data processing is simple.

Key words: Fiber Bragg grating; Signal demodulation; Wavelet transform; B-spline

OCIS Codes: 060.2310; 060.3735; 100.7410; 120.1880

基金项目:国家自然科学基金(No.11774432),湖北省自然科学基金(No.2018CFB788)

第一作者:丁朋(1985-),男,博士研究生,主要研究方向为光纤传感技术. Email: happylading@hotmail.com

导师(通讯作者):黄俊斌(1965-),男,教授,博士,主要研究方向为光纤传感技术. Email: tsyj98@163.com

收稿日期:2019-12-10;录用日期:2020-01-07

0 引言

弱反射光纤布拉格光栅(Weak Fiber Bragg Grating, WFBG)由拉丝塔在线制备^[1],具有相同的弱反射率、中心波长和间隔长度.通过对 WFBG 时分复用,可进行水下潜艇探测^[2]、地震预警^[3]和结构健康监测^[4]等.

WFBG 信号解调是实现应用的关键,日益受到广大学者的关注.微波光子方法^[5-8]能够实现高速信号解调,但由于频移、差频和鉴频器件的存在,解调结构庞大而复杂.可调谐激光器^[9]和可调谐 Fabry-Perot 滤波器^[10]用以检测 WFBG 的中心波长漂移,但很难检测漂移很小的中心波长.非平衡 Michelson 干涉仪^[11]和 Mach-Zehnder 干涉仪^[12]采用匹配光纤和 3×3 耦合器实现对称解调,但系统复杂.采用两个声光调制器(Acousto-Optical Modulator, AOM)调制双偏振脉冲^[13]以降低光路的偏振衰减,而上述采用 Faraday 反射镜的非平衡 Michelson 干涉仪结构也能起到类似作用.设置单脉冲宽度为 $4/3$ 倍相邻 WFBG 间光纤中激光往返传输的时间,则相邻 WFBG 反射的脉冲有 $1/3$ 脉宽重叠干涉,对干涉区和左右非干涉区进行简单的数学运算,得到干涉信息^[14];同样的脉冲结合 3×3 耦合器对称解调也可用于检测干涉信息^[15],这两种方法的核心是干涉区域短,对 WFBG 的间距精度要求高.设置双脉冲,其中单个脉冲周期等于相邻 WFBG 间光纤中激光往返传输的时间,该解调系统简单,但抗噪声能力弱,通过探测的信号均方根值变化来鉴定是否有异物入侵^[16].为了降低噪声,采用同样的双脉冲,并增加一路 10% 的光源信号对双脉冲形成的干涉信号进行补偿,可以获得稳定的 PZT 振动信号^[17].

在文献[16]的基础上,为了获得稳定的振动信号,本文提出一种双方波信号和 B-样条小波解调 WFBG 的方法.设置单个方波信号的周期等于相邻 WFBG 间光纤中激光往返传输的时间,对单个方波进行猝发操作形成双方波信号,则前 WFBG 反射的后方波与后 WFBG 反射的前方波重叠干涉,计算干涉区光强的平均值作为干涉信号.对干涉信号进行 Hilbert 变换产生 $\pi/2$ 相移,对原干涉信号和相移信号的比值进行反正切运算,获得干涉信号的相位信息.5-WFBG 阵列放置在木地板上探测外界声波,采用上述解调方法得到的实验结果能够较好地反映声波信息.

1 原理

1.1 双方波干涉原理

实验系统如图 1 所示.连续波长(Continuous Wave, CW)激光器发射单频激光.任意波形发生器(Arbitrary Waveform Generator, AWG)发出双方波信号驱动声光调制器(AOM),使连续激光转换为双方波激光.掺铒光纤放大器(Erbium-Doped Fiber Amplifier, EDFA)放大双方波激光强度.间隔长度为 L 的 N -WFBG 阵列反射双方波激光.探测器获得的光强信号经 B-样条小波变换、Hilbert 变换和反正切运算,最后得到干涉信号的相位信息.

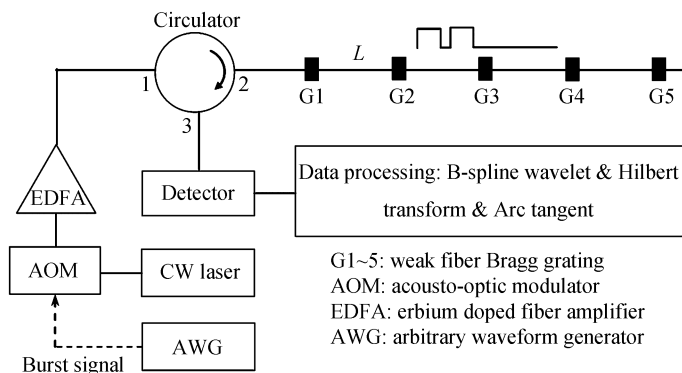


图 1 实验系统

Fig.1 The experiment setup

为了说明系统的工作原理,以 3-WFBG 阵列为例.双方波激光分别由 3 个 WFBG 按时间顺序反射(图 2).G1、G2 和 G3 为三个 WFBG.信号 $t_8 t_0$ 包含两个相同的方波 $t_2 t_0$ 和 $t_4 t_2$.方波周期 $t_2 t_0$ 等于相邻 WFBG 间光纤中激光往返传输的时间,即 $2n_{\text{eff}}L/c$ (n_{eff} 为光纤的有效折射率, c 为光速),则前 WFBG 反射的后方波与

后 WFBG 反射的前方波重叠干涉. 方波占空比为 85% ($t_1 t_0 = 85\% t_2 t_0$), 以形成较宽的干涉区, 并且避免相邻干涉区的混叠. 双方波信号周期大于单个方波周期的 $(N+1)$ 倍, 以避免相邻的双方波信号里干涉信号的混叠.

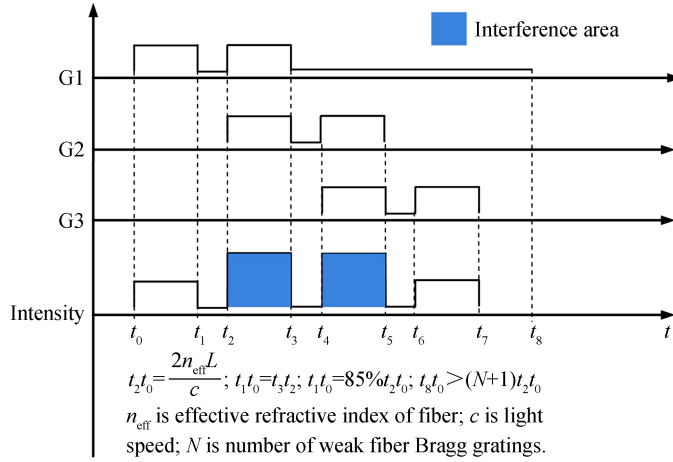


图 2 WFBG 反射的双方波信号时序图

Fig.2 Sequence diagram of double square waves reflected by WFBGs

以干涉区 $t_3 t_2$ 为例, 讨论解调方法. G1 反射的后方波和 G2 反射的前方波的光场 E_1 和 E_2 如式(1)和式(2)所示.

$$E_1 = E_0 \sqrt{R} \exp\{i[\omega(t + \tau_0) + \varphi_0]\} \quad (1)$$

$$E_2 = E_0 \sqrt{R} (1-R) \exp\left[i\left(\omega t + \frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} + \varphi_0\right)\right] \quad (2)$$

式(1)、(2)中, E_0 、 ω 、 λ 和 φ_0 分别为激光的振幅、角频率、波长和初始相位. R 为 WFBG 的反射率. τ_0 为方波的周期, 并且 $\tau_0 = 2n_{\text{eff}} L / c$. 光电探测器输出的光强交流分量表示为

$$I_{\text{AC}} = E_1 E_2^* + E_1^* E_2 = 2E_0^2 R (1-R) \cos\left(\frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} - \omega \tau_0\right) \quad (3)$$

对 I_{AC} 进行 Hilbert 变换, 产生 $\pi/2$ 相移, 如式(4)所示

$$I_{\text{ACH}} = \text{Hilbert}(I_{\text{AC}}) = 2E_0^2 R (1-R) \sin\left(\frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} - \omega \tau_0\right) \quad (4)$$

则 I_{AC} 的相位 φ 为

$$\varphi = \arctan\left(\frac{I_{\text{ACH}}}{I_{\text{AC}}}\right) = \frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} - \omega \tau_0 \quad (5)$$

当外界没有振动信号时, $\varphi = 0$; 当外界有振动信号时, n_{eff} 和 L 将发生变化, 从而 φ 发生变化.

1.2 传感机理

激光往返经过长为 L 的传感光纤, 相位为

$$\varphi = \frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} \quad (6)$$

对式(6)进行微分, 相位变化为

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi n_{\text{eff}} L}{\lambda} \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}} \right) \quad (7)$$

其中光纤有效折射率变化 Δn_{eff} 与应变的关系为

$$\Delta n_{\text{eff}} = -\frac{1}{2} n_{\text{eff}}^3 (p_{11} \epsilon_r + p_{12} \epsilon_\theta + p_{12} \epsilon_z) \quad (8)$$

式中, p_{11} 和 p_{12} 分别为光纤的光弹系数; ϵ_r 、 ϵ_θ 、 ϵ_z 分别为径向、周向和轴向应变. 传感光纤视为均匀的圆柱体, 根据广义胡克定律, 应变 ϵ 和应力 δ 的关系为

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_\theta \\ \delta_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, E 和 ν 分别为光纤的杨氏模量和泊松比, δ_r 、 δ_θ 、 δ_z 分别为径向、周向和轴向应力. 光纤受声波信号 P 影响, 则各方向应力为

$$\begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_\theta \\ \delta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P \\ -P \\ -P \end{bmatrix} \quad (10)$$

由式(6)至(10)得

$$\Delta\varphi = LP \left[-\frac{4\pi n_{\text{eff}}(1-2\nu)}{\lambda} + \frac{2\pi n_{\text{eff}}^3(1-2\nu)(p_{11}+2p_{12})}{\lambda E} \right] \quad (11)$$

当声波信号 P 为正弦波时, 即

$$P = P_0 \cos(2\pi f_{\text{sound}}t + \varphi_{\text{sound}}) \quad (12)$$

式中, P_0 、 f_{sound} 和 φ_{sound} 分别为声波的振幅、频率和初始相位. 把式(12)代入(11)得

$$\Delta\varphi = L \left[-\frac{4\pi n_{\text{eff}}(1-2\nu)}{\lambda} + \frac{2\pi n_{\text{eff}}^3(1-2\nu)(p_{11}+2p_{12})}{\lambda E} \right] P_0 \cos(2\pi f_{\text{sound}}t + \varphi_{\text{sound}}) \quad (13)$$

由式(13)可知式(5)中 φ 随外界振动信号变化的关系.

2 实验和分析

实验系统如图 1 所示, 其中 1 550 nm 波长的半导体激光器, 线宽为 10 KHz; AOM 工作频率为 150 MHz、上升时间为 20 ns; 光电探测器 1 550 nm 波长响应度为 0.85 A/W, 带宽为 200 MHz; 5-WFBG 阵列由拉丝塔在线制备而成, WFBG 间隔 50 m, 中心波长为 1 550 nm, 带宽为 2 nm, 反射率为 0.01%, 将 WFBG 阵列卷成光纤环放置在木地板上, 以标准加速度计检测的振动信号作为参考信号(图 3). 采集卡采集频率为 50 MHz. 设置 AWG 方波信号周期为 5 μ s, 占空比分别为 6%、7.5%、8.5% 和 9%, 以驱动 AOM. 测量 5-WFBG 反射信号(图 4), 图中蓝色曲线为 AOM 驱动信号, 红色曲线为 WFBG 反射信号. 由图可知相邻两个反射区域间隔约为 500 ns. 激光通过 AOM 调制后, 各个 WFBG 反射信号相应变窄(AOM 存在上升时间), 且顶部存在起伏波动(类似于滤波器纹波).



图 3 5-WFBG 阵列的设置

Fig.3 The 5-WFBG array setup

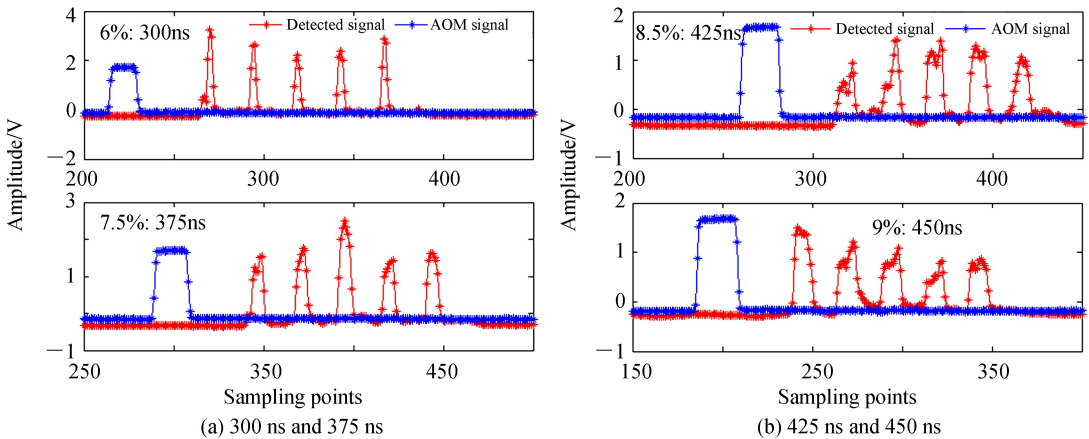


图 4 5-WFBG 阵列反射信号

Fig.4 The reflected signal of 5-WFBG array

根据时间间隔, 设置 AWG 的方波周期和占空比分别为 500 ns 和 85%, 然后对方波进行猝发操作(即形成双方波), 猝发信号的周期和个数分别设置为 5 μ s 和 2. 光电探测器检测到的光强和提取的干涉强度信号如图 5 所示. 在图 5(a)中, 红色曲线是双方波信号, 蓝色曲线是由光电探测器检测到的光强信号, 在一个双方波周期内有六个明显的区域, 各个区域波形不一致的原因可能为形成干涉区域的原始反射波形(见图 4)存在差异, 叠加干涉后差异更加明显. 区域 1 和区域 6 分别由 G1 和 G5 反射而成, 无需关注. 区域 2 至区域 5 为有用的干涉区域, 分别取各自干涉区域光强平均值作为干涉特征值. 在图 5(b)中, 绿色曲线显示了多个连续双方波周期下区域 2 提取的干涉特征值形成的干涉强度信号. 通过式(4)和(5)计算, 即可获得干涉强度信号的相位信息.

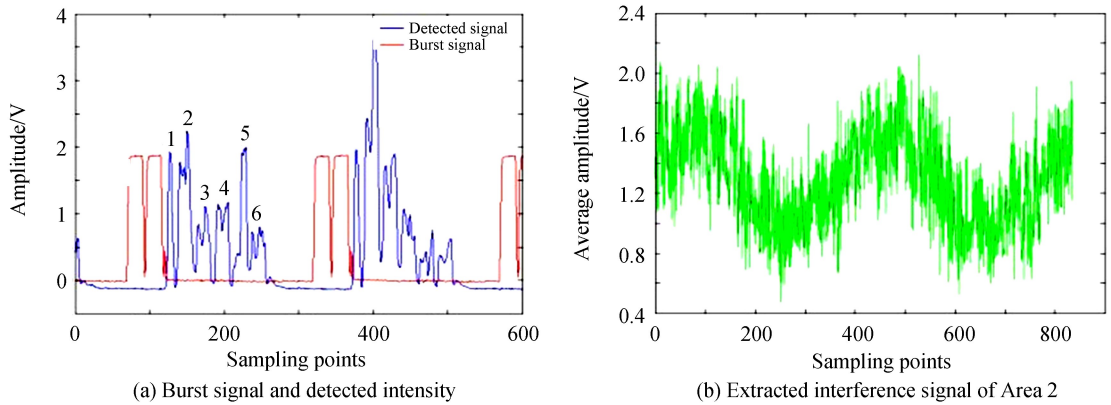


图 5 光电探测器检测的光强信号和区域 2 的干涉信号
Fig.5 The detected intensity and extracted interference signal

2.1 不同占空比双方波测试

为了对比不同占空比方波解调效果, 固定方波周期为 500 ns, 占空比分别设置为 60%、75%、85% 和 90%, 然后对方波进行猝发操作, 猝发周期和个数分别设置为 5 μ s 和 2, 以形成双方波信号. 施加正弦波声信号, 参考加速度计幅度为 4.5 V, 频率为 500 Hz. 分别采用每种占空比双方波测量 10 次同一正弦波声信号, 由干涉区域 2 解调的相位信号如图 6 所示, 并对相位信号进行正弦曲线拟合. 当占空比为 85% 时, 10 次全部拟合成功, 拟合度(R-square)平均值为 0.269 1, 幅度均方偏差为 0.073 8 rad, 频率均方根误差为 16.55 Hz. 60% 时有 2 次失败, 拟合度平均值为 0.250 8, 幅度均方偏差为 0.078 9 rad, 频率均方根误差为 23.52 Hz. 75% 时有 3 次失败, 拟合度平均值为 0.211 4, 幅度均方偏差为 0.050 1 rad, 频率均方根误差为 24.80 Hz. 90% 时有 2 次失败, 拟合度平均值为 0.095 5, 幅度均方偏差为 0.055 5 rad, 频率均方根误差为 36.25 Hz. 由此, 85% 占空比双方波工作稳定. 60% 双方波拟合不理想, 主要原因为方波参与干涉的点数较少(见图 4), 导致探测能力降低. 90% 占空比双方波拟合不理想, 主要原因为双方波之间的间隔太小(见图 2 中 $t_1 t_3$), 容易造成相邻干涉区域的混叠, 导致干涉信号不正常.

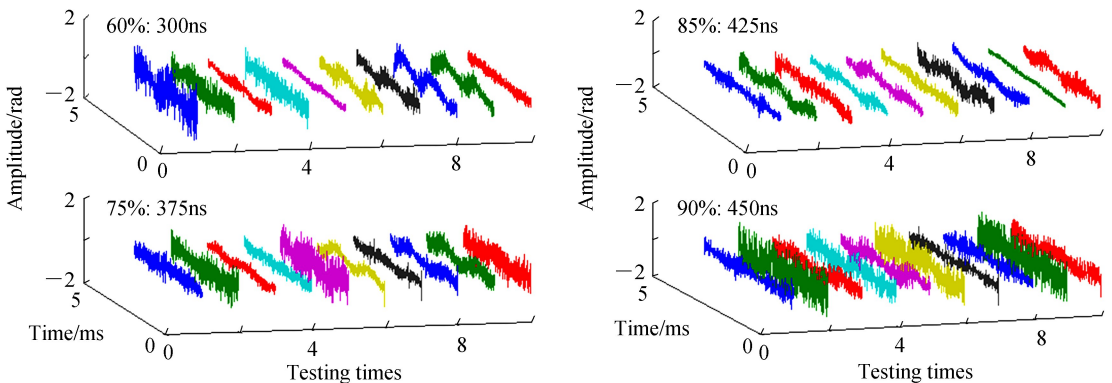


图 6 采用四种占空比的双方波探测正弦声波信号
Fig.6 Detection of sine wave signal by four kinds of double square waves with different duty cycles

2.2 声波频率响应测试

设置方波周期为 500 ns, 占空比为 85%, 猝发后形成双方波. 对各个区域提取的干涉强度信号进行式(5)运算, 得到干涉相位信号, 经 FFT 运算得到相位信号的频率信息. 参考加速度计探测的激励声源振幅固定为 4.5 V, 频率分别为 500 Hz、1 KHz. 四个区域干涉相位信号及其频率信息如图 7 所示. 由时域曲线可知, 相位信号受系统噪声的影响很大, 需要降噪; 由幅频曲线可知, 探测的信号频率与正弦声信号的频率一致.

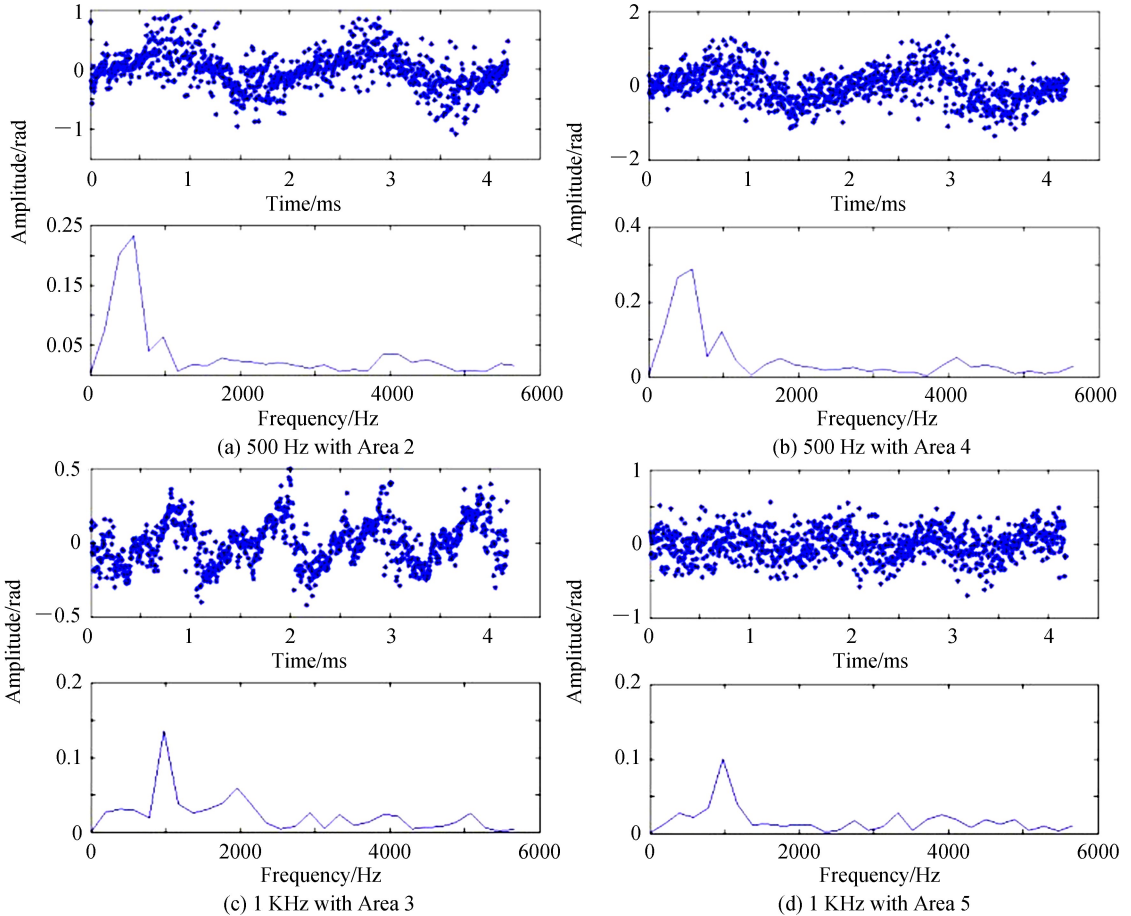


图 7 干涉相位信号及其频率信息

Fig.7 The interferometric phase signals and their frequency information

2.3 B-样条小波降噪测试

M 阶 B-样条函数具有正交性、紧支撑性、递归性和满足光滑函数条件的特点, 可以构造线性相位变换的小波函数^[18-19], 已经在降噪处理^[20-21]、图像识别^[22-23]中得到应用. 采用 3 阶 B-样条小波变换对提取的干涉强度信号进行降噪处理. 对信号进行 6 层分解, 高频系数设为零, 对分解系数进行重构. 区域 2 的原始干涉强度信号和相位信号及去除噪声的干涉强度信号和相位信号如图 8 所示. 从图中可以看出, 采用 3 阶 B-样条小波去除干涉强度信号的噪声, 有助于提高提取的相位信号信噪比.

由图 8 可知 B-样条小波能够提高干涉相位信号信噪比, 但不知是否会影响相位信号的幅度、频率和相位信息. 为此, 固定参考加速度计接收正弦声波振幅为 4.5 V、频率为 500 Hz. 对四个干涉区强度信号在未经去噪和去噪两种情况下解调的相位信号进行具体分析(表 1). 比较四组拟合相位信号, 经过去噪处理后, 各相位信号的拟合精度得到改善, 均方根误差下降, 并且去除噪声和未去除噪声拟合的正弦波幅度、频率和相位差别分别小于 0.05 rad、4 Hz 和 0.12 rad. 因此通过 B-样条小波去噪, 相位信号的信噪比得到改善, 而且基本没有改变原相位信号的幅度、频率和相位.

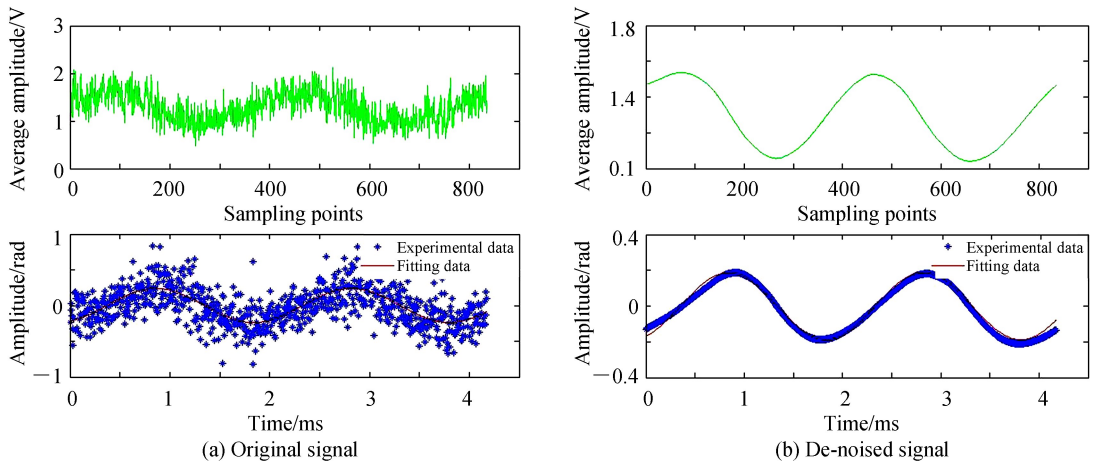


图 8 干涉强度信号和它们的相位信号

Fig.8 The interferometric intensity signals and their phase signals

表 1 原始干涉强度信号与去噪干涉强度信号的相位信号拟合

Table 1 The fitting phase signals of the original interference signals and the ones of the de-noised interference signals

| 500 Hz, 4.5 V | Fitting function | R-square | RMSE | Amplitude difference/rad | Frequency difference /Hz | Phase difference/rad |
|-------------------------|-------------------------------|----------|--------|--------------------------|--------------------------|----------------------|
| Original Data 1 (OD 1) | $0.2377 \sin(3.197t - 1.189)$ | 0.4039 | 0.2027 | 0.0497 | 3.6 | 0.071 |
| Processed Data 1 (PD 1) | $0.1880 \sin(3.174t - 1.118)$ | 0.9755 | 0.0208 | | | |
| OD 2 | $0.1888 \sin(3.382t - 1.576)$ | 0.2022 | 0.2642 | 0.0430 | -1.1 | -0.081 |
| PD 2 | $0.1458 \sin(3.389t - 1.657)$ | 0.8824 | 0.0354 | | | |
| OD 3 | $0.5754 \sin(3.187t - 0.764)$ | 0.5139 | 0.3883 | 0.0226 | 2.7 | 0.052 |
| PD 3 | $0.5528 \sin(3.170t - 0.712)$ | 0.9208 | 0.0922 | | | |
| OD 4 | $0.0802 \sin(2.989t - 0.666)$ | 0.0971 | 0.1713 | 0.0174 | -3.0 | -0.117 |
| PD 4 | $0.0628 \sin(3.008t - 0.783)$ | 0.7699 | 0.0225 | | | |

2.4 声波幅度响应测试

固定正弦波声音频率为 500 Hz, 改变幅度. 参考加速度计检测到的正弦声音振幅为 1 V、2 V、3.5 V、4.5 V、6 V 时, 区域 2 的干涉相位信号的幅度也随声音幅度变化而变化(图 9). 从图 7(b)可以看出, 当声音的振幅增大时, 拟合相位信号的振幅线性增大, 拟合精度为 0.9533.

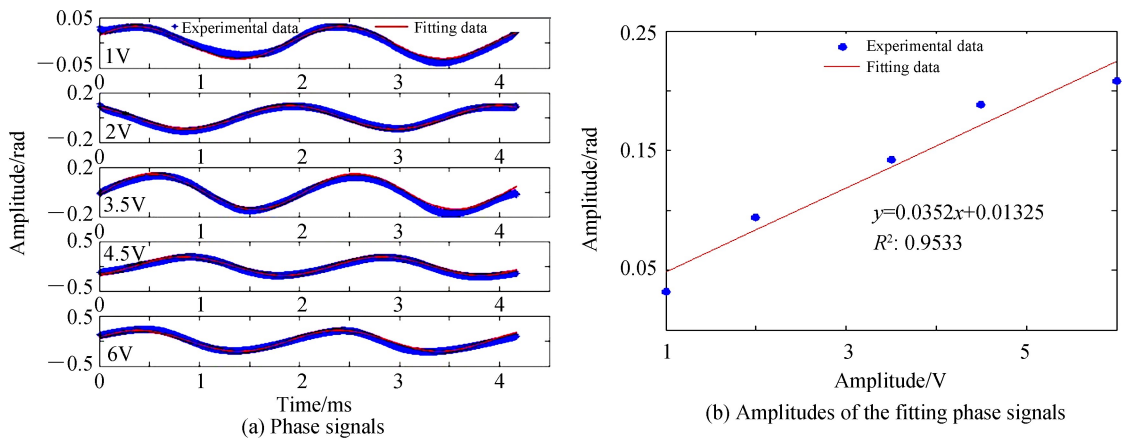


图 9 区域 2 干涉信号在不同幅度的正弦声波下的相位信号

Fig.9 The phase signals of the interference signals in Area 2 under different amplitudes of sinusoidal sounds

3 结论

提出了一种使用双方波信号和 B-样条小波解调 WFBG 的方法.通过适当提高双方波的占空比到 85%,可以提高信号的解调稳定性.采用 3 阶 B-样条小波对干涉强度信号进行去噪,可以提高相位信号解调精度,并且去噪前后的相位信号拟合的幅度、频率和相位差别分别小于 0.05 rad、4 Hz 和 0.12 rad.线性增加激励声源振幅,解调的相位信号幅度随之线性增加,拟合度为 0.9533.由此,通过简单的光路系统,采用提出的方法可以高精度解调 WFBG.

参考文献

- [1] YU Hai-hu, ZHENG Yu, GUO Hui-yong, *et al.* Research progress in online preparation techniques of fiber Bragg gratings on optical fiber drawing tower[J]. *Functional Materials*, 2014, **45**(12): 12001-12005.
余海湖, 郑羽, 郭会勇, 等. 光纤光栅在线制备技术研究进展[J]. 功能材料, 2014, **45**(12): 12001-12005.
- [2] KIRKENDALL C, BAROCK T, TVETEN A, *et al.* Fiber optic towed arrays[J]. *NRL Review*, 2007, 121-123.
- [3] NASKSTAD H, KRINGLEBOTN T. Realisation of a full-scale fibre optic ocean bottom seismic system[C]. SPIE, 2008, **7004**: 700436-700439.
- [4] GAN Wei-bing, LI Sheng, LI Zheng-ying, *et al.* Identification of ground intrusion in underground structures based on distributed structural vibration detected by ultra-weak FBG sensing technology[J]. *Sensors*, 2019, **19**(9): 2160-2071.
- [5] ZHOU Lei, LI Zheng-ying, XIANG Na, *et al.* High-speed demodulation of weak fiber Bragg gratings based on microwave photonics and chromatic dispersion[J]. *Optics Letters*, 2018, **43**(11): 2430-2433.
- [6] HERVAS J, BARRERA D, MADRIGAL J, *et al.* Microwave photonics filtering interrogation technique under coherent regime for hot spot detection on a weak FBGs array[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, **36**(4): 1039-1045.
- [7] OU Yi-wen, CHENG Chun-fu, ZHOU Ci-ming, *et al.* Synchronous reflectivity measurement of a weak fiber Bragg grating array using frequency-shifted interferometry[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2018, **10**(2): 1-9.
- [8] LIANG Xiao, XIANG Na, LI Zheng-ying, *et al.* Precision dynamic sensing with ultra-weak fiber Bragg grating arrays by wavelength to frequency transform[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2019, **37**(14): 3526-3531.
- [9] LIU Quan, WANG Yi-ming, LI Zheng-ying, *et al.* High-speed interrogation system of multi-encoding weak FBGs based on FDM wavelength swept laser[J]. *Optics Laser Technology*, 2018, (107): 54-58.
- [10] WANG Jing-yi, AI Fan, CHENG Jian-wei, *et al.* High accurate and stable demodulation for 3-D encoded optical fiber sensing network[J]. *IEEE Photonic Technology Letters*, 2018, **30**(18): 1657-1660.
- [11] LI Wei, ZHANG Jian. Distributed weak fiber Bragg grating vibration sensing system based on 3×3 fiber coupler[J]. *Photonics Sensors*, 2018, **8**(2): 146-156.
- [12] LI Zheng-ying, TONG Yu-heng, FU Xue-lei, *et al.* Simultaneous distributed static and dynamic sensing based on ultra-short fiber Bragg gratings[J]. *Optics Express*, 2018, **26**(13): 17437-17446.
- [13] WANG Feng, LIU Yu, WEI Tao, *et al.* Polarization fading elimination for ultra-weak FBG array-based Phi-OTDR using a composite double probe pulse approach[J]. *Optics Express*, 2019, **27**(15): 20468-20478.
- [14] SOTO V D M, JASON J, KURTOGLU D, *et al.* Spectral shadowing suppression technique in phase-OTDR sensing based on weak fiber Bragg grating array[J]. *Optics Letters*, 2019, **44**(3): 526-529.
- [15] LI Wei, ZHANG Yong-jia. Enhanced phase sensitive optical time-domain reflectometer vibration sensing system based on weak grating array[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, **45**(8): 0810001.
黎威, 张永佳. 基于弱光栅阵列的增强相位敏感光时域反射仪振动传感系统[J]. 中国激光, 2018, **45**(8): 0810001.
- [16] LIU Tao, WANG Feng, ZHANG Xu-ping, *et al.* Phase sensitive distributed vibration sensing based on ultraweak fiber Bragg grating array using double-pulse[J]. *Optical Engineering*, 2017, **56**(8): 084104.
- [17] LIU Tao, WANG Feng, ZHANG Xu-ping, *et al.* Interrogation of ultra-weak FBG array using double-pulse and heterodyne detection[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2018, **30**(8): 677-680.
- [18] MASSOPUST P, FORSTER B. Four short courses on harmonic analysis: wavelets, frames, time-frequency methods, and applications to signal and image analysis[M]. Birkhauser: Birkhauser Basel Press, 2010.
- [19] DAUBECHIES I. Ten lectures of wavelets[M]. New York: Society for Industrial and Applied Mathematics Press, 1992.
- [20] REINSCH C H. Smoothing by spline functions[J]. *Numerische Mathematik*, 1967, **10**(3): 177-183.
- [21] QIANG Lin, LI Lun. A method denoising by multi-scale B spline wavelet transform[J]. *Journal of Xi'an Shiyou University (Natural Science Edition)*, 1998, **13**(2): 40-43.
强琳, 李论. 多尺度 B 样条小波变换去除噪声的一种方法[J]. 西安石油学院学报(自然科学版), 1998, **13**(2): 40-43.
- [22] GONG Wu-peng. Theory and technology of infrared image processing based on B-spline wavelet transform[D]. Changsha: National University of Defense Science and Technology, 2000.
宫武鹏. 基于 B 样条小波变换的红外图像处理理论与技术[D]. 长沙: 国防科技大学, 2000.
- [23] YUAN Wei-qi, WANG Hao. Iris recognition based on correlation of 2-D nonseparable wavelet[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2010, (4): 593-597.
苑玮琦, 王浩. 基于二维不可分小波相关性分析的虹膜识别[J]. 光电子·激光, 2010, (4): 593-597.