

引用格式: SHAN Liang, LI Hao-ran, HONG Bo, *et al.* Inversion of Multimodal Particle Size Distribution Based on the Artificial Bee Colony Algorithm[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(12):1229002

单良,李浩然,洪波,等.基于人工蜂群算法的多峰颗粒粒度分布反演[J].光子学报,2020,49(12):1229002

## 基于人工蜂群算法的多峰颗粒粒度分布反演

单良<sup>1</sup>,李浩然<sup>1</sup>,洪波<sup>1</sup>,王道档<sup>2</sup>,查婷婷<sup>1</sup>,孔明<sup>2</sup>

(1 中国计量大学 信息工程学院 浙江省电磁波信息技术与计量检测重点实验室, 杭州 310018)

(2 中国计量大学 计量测试工程学院, 杭州 310018)

**摘要:**使用人工蜂群算法实现对基于Mie散射理论的小角前向散射法的颗粒系粒径多峰分布的反演,并进行仿真和实验.对服从正态分布、Rosin-Rammler分布、Johnson's  $S_B$ 分布函数的均匀球形颗粒系进行仿真.分别模拟了单峰、双峰和三峰分布的颗粒群,人工蜂群算法均能较好地实现颗粒粒径的反演.在单峰分布时,颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差低至 $3.53 \times 10^{-8}$ .与独立模式 Philip-Twomey-NNLS 算法和 Chahine 算法相比,人工蜂群算法的仿真反演精度更高,其双峰宽分布的颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差分别由 3.38% 和 2.70% 降至 1.53%,且随着峰数增多、分布曲线宽度变窄和噪声增加,Philip-Twomey-NNLS 算法和 Chahine 算法的误差分别增加至 44.99% 和 24.36%,而人工蜂群算法的误差为 18.22%.搭建小角前向散射法颗粒测量系统,分别采集国家标准颗粒 35  $\mu\text{m}$  单一颗粒群和 30  $\mu\text{m}$ 、51  $\mu\text{m}$  混合颗粒群的散射图像进行实验研究,均得到较高精度的反演结果,与 Philip-Twomey-NNLS 算法相比,其特征粒径的相对误差可降低 50% 左右,特征参数的相对误差在 5% 以内.

**关键词:**颗粒粒度分布;人工蜂群算法;Mie 散射理论;小角前向散射法;多峰分布

中图分类号:O436

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20204912.1229002

### Inversion of Multimodal Particle Size Distribution Based on the Artificial Bee Colony Algorithm

SHAN Liang<sup>1</sup>, LI Hao-ran<sup>1</sup>, HONG Bo<sup>1</sup>, WANG Dao-dang<sup>2</sup>, ZHA Ting-ting<sup>1</sup>, KONG Ming<sup>2</sup>

(1 Key Laboratory of Electromagnetic Wave Information Technology and Metrology of Zhejiang Province, College of Information Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

(2 College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** This research proposes to use Artificial Bee Colony algorithm to realize the inversion of the multimodal distribution of the particle size of small angle forward scattering method based on Mie scattering theory. The inversions of uniform spherical particle systems which obeying normal distribution, Rosin-Rammler distribution or Johnson's  $S_B$  distribution function were performed, and the particle group is simulated as unimodal, bimodal and trimodal distribution respectively. The particle size can be well inverted by the Artificial Bee Colony algorithm. In the case of unimodal distribution, the relative root mean square error of the particle weight frequency distribution curve can be as low as  $3.53 \times 10^{-8}$ . The relative root mean square error of the particle weight frequency distribution curve of the wide bimodal distribution decreased from 3.38% and 2.70% to 1.53% when it's compared with the independent mode algorithm Philip-Twomey-NNLS and Chahine. The accuracy of the Artificial Bee Colony algorithm is higher, and as

基金项目:国家自然科学基金(Nos.51874264, 51476154, 51404223)

第一作者:单良(1979-),女,副教授,硕士,主要研究方向为信号处理、光电检测等.Email: lshan@cjlu.edu.cn

通讯作者:孔明(1978-),男,教授,博士,主要研究方向为光电检测、精密仪器等.Email: mkong@cjlu.edu.cn

收稿日期:2020-07-13;录用日期:2020-09-23

<http://www.photon.ac.cn>

the number of peaks increases, the width of the distribution curve becomes narrower and the noise increases, the errors of the Philip-Twomey-NNLS algorithm and the Chahine algorithm increase to 44.99% and 24.36%, respectively, while the error of the Artificial Bee Colony algorithm is 18.22%. A particle measurement system based on small angle forward scattering method was constructed, and the scattering images of 35  $\mu\text{m}$  particle group and 30 $\mu\text{m}$  and 51 $\mu\text{m}$  mixed particle group of national standard particles were collected for experimental study. The relative error of the characteristic particle diameter obtained by Artificial Bee Colony algorithm is within 5%, which is about 50% lower than that of Philip-Twomey-NNLS algorithm.

**Key words:** Particle size distribution; Artificial Bee Colony algorithm; Mie scattering theory; Small-angle forward scattering method; Multimodal distribution

**OCIS Codes:** 290.4020; 290.5825; 290.5850; 000.4430; 120.5820

## 0 引言

粒度分布(Particle Size Distribution, PSD)是一种度量标准,可提供有关粒度分布范围和宽度的信息.粒度是评价颗粒性能的重要参数,在环境、能源、航天、农业等领域中有着重要的影响<sup>[1]</sup>.对颗粒粒径实现快速、准确的实时在线测量是颗粒测量的研究热点之一,对于评价颗粒材料的性质和工业生产具有重要的意义<sup>[2]</sup>.

光散射颗粒粒径测量方法是一种光学非接触测量方法,可以对工业颗粒粒径进行实时在线测量.当光束直射到颗粒时,颗粒吸收和散射光能,散射光的强度与颗粒粒度分布信息有关,由散射光强可以反演求解颗粒粒径.颗粒粒径分布的求解属于第一类Fredholm积分问题<sup>[3]</sup>.目前,没有合理的方法求得这类问题的解析解,一般使用反演的方法求得最接近的结果,所以高性能的反演算法是颗粒测量领域研究的热点.反演颗粒粒径分布的算法可以分为两大类:非独立模式算法和独立模式算法.独立模式算法不需要预先知道颗粒的信息,理论上可以获得任意颗粒系的粒度分布,是目前多峰分布颗粒系粒径反演的主流方法,但这类方法对噪声和分布曲线宽度极其敏感,容易造成粒度测量结果的严重失真.非独立模式算法需要事先假设颗粒的粒度分布满足某个特定函数,其收敛速度快,抗噪能力较强,在处理单峰颗粒系时可以得到很好的反演结果,但对于多峰分布,由于反演的寻优参数增多,反演计算量迅速增大,增加了反演难度,寻优速度和反演精度会迅速恶化<sup>[4]</sup>.

人工蜂群算法(Artificial Bee Colony algorithm, ABC algorithm)是一种非独立模式算法,由土耳其Erciyes University的KARABOGA D教授于2005年提出<sup>[5]</sup>.该算法受蜜蜂的生物智能行为启发,模拟其觅食和舞蹈交流等行为,原理简单,有较高的反演精度、速度以及鲁棒性,控制参数少、灵活性及适应度高,在多维函数的寻优中有着更好的特性<sup>[6]</sup>,是仿生智能算法中的研究热点.此后,KARABOGA D教授不断对蜂群算法加以改进使之可以适应各种问题<sup>[7-8]</sup>.很多科学家将该算法应用到其他领域,如于东凯等使用改进的人工蜂群算法反演瑞利波曲线<sup>[9]</sup>;范成礼等将人工蜂群算法的可变邻域搜索和存储机制混合<sup>[10]</sup>;NAJARI S等用人工蜂群算法估计动力学参数并因此确定反应物转化率和产物沿反应器长度的分布<sup>[11]</sup>.在颗粒检测与反演领域,赵延军等用人工蜂群算法与泛化模式搜索算法相结合对RR单峰分布的粉尘进行颗粒粒径重建<sup>[12]</sup>;贺振宗等用人工蜂群-差分近似优化算法对气溶胶光学常数和粒径单峰分布进行了反演研究<sup>[13-14]</sup>.他们的研究都局限于颗粒群的单峰分布,没有涉及多峰分布颗粒系的反演,尚未充分挖掘人工蜂群算法在多维函数寻优中较其他非独立模式算法的特性和优势.

因此,本文将人工蜂群算法应用到多峰分布的颗粒系进行颗粒粒度反演.先进行仿真分析,对服从正态分布、Rosin-Rammler分布、Johnson's  $S_B$ 分布的均匀球形颗粒系在单峰、双峰和三峰分布下进行反演,与基于非负最小二乘法(Non-Negative Least Squares, NNLS)的Philip-Twomey-NNLS(NNPT)独立算法和非线性迭代算法Chahine算法进行反演精度对比.再进行实验研究,搭建小角前向散射法颗粒测量系统,采集国家标准颗粒的单峰颗粒系和双峰颗粒系的散射图像,验证人工蜂群算法在实际应用的性能.

## 1 测量原理与方法

### 1.1 小角前向散射

小角前向散射法属于光散射法,又被称为衍射散射法,是一种常见的测量粒径分布的方法.本文将小角

前向散射法与Mie散射理论相结合进行粒径测量反演.Mie散射理论在光散射法的颗粒粒度测量中有着广泛应用,它适用于任何大小和任何折射率的均匀球形颗粒<sup>[15]</sup>.Mie散射理论是对处于均匀介质中的各向同性的单个球体在一束平行光照射下的麦克斯韦方程边界条件的严格数学解<sup>[16]</sup>.基于Mie散射理论的各向同性球形颗粒散射模型如图1所示.

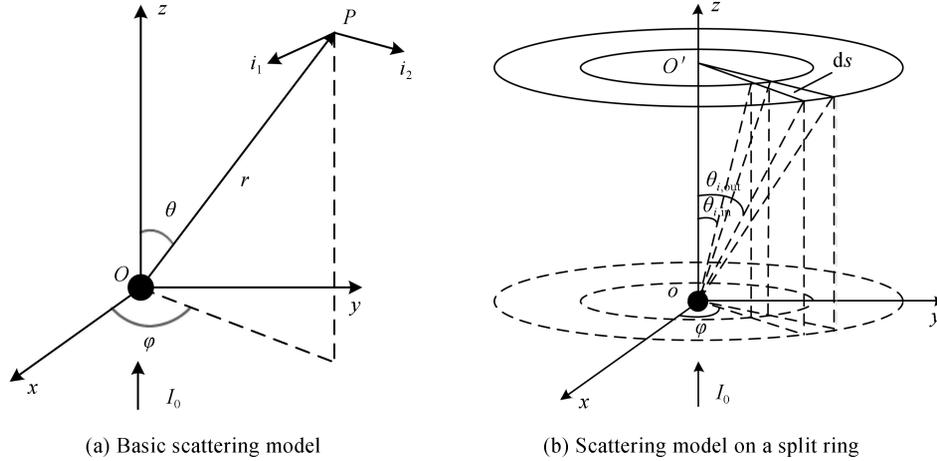


图1 单个球形颗粒散射模型  
Fig.1 Single particle scattering model

如图1(a)所示,一束平行单色光沿坐标轴Oz方向直射到均匀球形颗粒,光强为I<sub>0</sub>,发生散射后,传播方向变为沿OP方向,Oz和OP构成了散射平面POz,散射光可被分解为垂直于散射面的分量i<sub>1</sub>和平行于散射面的分量i<sub>2</sub>.

对于多分散颗粒系统,一般由光电探测器来接收平行光照射到颗粒上产生的散射光信号,散射光的强度分布与被测颗粒粒度分布有关.在光线入射面上放置一个环形探测器,使之与入射光方向垂直,便可得到单个球形颗粒在环形探测器上的散射光能分布模型,如图1(b).由此可推广到多颗粒系的散射光能分布.光电探测器的分环一般由数个同心半圆环组成,分环公式为

$$r_i D_i = \frac{1.357 \lambda f}{\pi} \quad (1)$$

式中,i=1,2,⋯,n,n为光电探测器总环数,r<sub>i</sub>表示第i环的半径,D<sub>i</sub>为第i环的平均粒度,λ为入射光波长,f为光电探测器透镜焦距.

光电探测器上的散射光能量与颗粒粒径分布之间的关系可以表示为

$$E_n = \sum_i \frac{W_i}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} (i_1 + i_2) \sin \theta d\theta \quad (2)$$

式中,W<sub>i</sub>(i=1,2,⋯,n)为颗粒重量分布,D<sub>i</sub>(i=1,2,⋯,n)为颗粒直径,θ<sub>n</sub>和θ<sub>n+1</sub>分别为光电探测器第n环上内径和外径的散射角.可以把式(2)写成

$$E = TW \quad (3)$$

$$T_{i,n} = \frac{1}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} (i_1 + i_2) \sin \theta d\theta \quad (4)$$

式中,E是归一化后的散射光能分布向量,T是散射光能系数矩阵.通过颗粒粒径反演算法计算获得颗粒重量频率分布W.

## 1.2 人工蜂群算法

### 1.2.1 人工蜂群算法原理

KARABOGA D提出的人工蜂群算法具有广泛的适用性,寻优精度高,算法实现简单直观,全局收敛性能好,应用了轮盘赌、自适应、贪婪选择和协作机制.

人工蜂群算法主要由食物源、雇佣蜂和非雇佣蜂三部分组成.

1)食物源(Food Sources):食物源即为蜜源,每个食物源代表一个待求问题的可行解.食物源的优劣是

适应度值来评价的,代表了可行解的好坏程度.

2) 雇佣蜂 (Employed foragers): 每只雇佣蜂与一个食物源的位置相对应, 雇佣蜂的任务是携带食物源信息并以一定的概率与跟随蜂分享. 这个概率一般是以轮盘赌的方法依据适应度值计算的.

3) 非雇佣蜂 (Unemployed foragers): 非雇佣蜂可分为观察蜂 (Onlookers) 和侦查蜂 (Scouts). 观察蜂先在蜂巢内等待, 根据雇佣蜂提供的蜜源信息进行贪婪选择来选择食物源. 若一个食物源的位置长期没有变动, 即认为它陷入局部最优, 则此雇佣蜂变成侦查蜂, 随机寻找一个新的食物源代替原来的食物源, 当找到后再次变成雇佣蜂.

人工蜂群算法的搜索过程如图 2 所示.

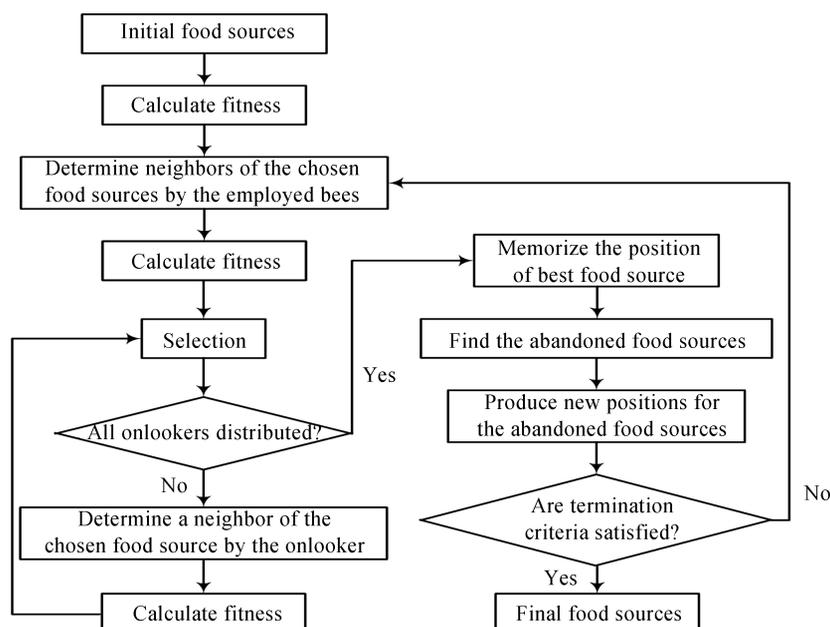


图 2 人工蜂群算法的基本流程  
Fig.2 Flowchart of ABC algorithm

### 1.2.2 人工蜂群算法应用

将人工蜂群算法应用到颗粒粒径的反演中, 待求解为最接近理论颗粒群散射光能分布的颗粒重量频率分布曲线的特征参数. 首先将算法初始化, 包括确定雇佣蜂数量即可行解数  $N$ 、最大迭代次数  $M$ 、控制参数  $limit$  和确定初始取值的搜索上下限. 在搜索空间内每只雇佣蜂由式(5)产生一个随机解  $X_i^j$

$$X_i^j = X_m^j + \text{rand}(0, 1)(X_M^j - X_m^j) \quad (5)$$

式中,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为初始生成的食物源个数,  $j = 1, 2, \dots, D$ ,  $D$  是问题的维数, 以颗粒粒径分布符合单峰分布时为例,  $X_i^j$  代表颗粒重量频率分布曲线的特征参数宽度  $\sigma$ ,  $X_i^j$  代表中值粒径  $M$ .  $X_M$  和  $X_m$  为初始搜索范围的上限和下限. 初始食物源生成后, 雇佣蜂在自己的领域内生成新解, 并根据式(6)计算新解和旧解的适应度值, 记作  $fit_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), 由于实际测量中只能得到颗粒的散射光能分布向量, 因此将它作为计算适应度值的依据. 本文将邻域限制在步长  $visual$  为 2 的范围里.

$$fit_i = \|E_{inv} - E_{set}\|_2^2 \quad (6)$$

式中,  $E_{set}$  为理论的散射光能分布向量,  $E_{inv}$  为反演得到的散射光能分布向量, 由  $X_i^j$  和  $X_i^j$  通过不同的分布函数公式计算得到.  $fit_i$  值越小, 说明该解与理论值差距越小, 越接近最优解. 根据新解的  $fit_i$  值进行评价, 若新解优于旧解, 则雇佣蜂将选择新解、舍弃旧解; 反之, 它将保留旧解.

在全部雇佣蜂完成搜索过程之后, 雇佣蜂会把解的位置信息及  $fit_i$  值传递给观察蜂. 观察蜂根据式(7)计算每个解的适应度值相对于整体的概率.

$$P_i = \frac{\text{fit}_i}{\sum_{k=1}^N \text{fit}_k} \quad (7)$$

观察蜂根据轮盘赌的方法进行选择后,按照式(8)产生新解,再将新解的适应度值  $\text{fit}_i$  与当前解的适应度值比较,保留更优的解.

$$V_i^j = X_i^j + \text{rand}(-1, 1)(X_i^j - X_k^j) \quad (8)$$

式中,  $V_i^j$  是候选新位置,  $k$  为随机下标,  $k=1, 2, 3, \dots, N$  且  $k \neq i$ .

在所有观察蜂完成搜索之后,如果一个解经过多次循环,直到达到限制的循环次数  $\text{limit}$  也没有改变位置,那么就认为此解陷入局部最优,因此舍弃该食物源,对应的雇佣蜂转变成一个侦查蜂,通过式(5)随机产生一个新的食物源取代它.

整个种群将重复进行雇佣蜂、观察蜂和侦查蜂搜寻过程的迭代,直到达到最大迭代次数  $M$ . 通过贪婪选择来评价食物源,计算此时  $N$  只雇佣蜂储存的可行解的适应度值  $\text{fit}_i$ , 输出令  $\text{fit}_i$  值最小的可行解为最优解,即得到与理论值最接近的颗粒重量频率分布曲线特征参数.

## 2 仿真与分析

### 2.1 实验条件

本文采用颗粒的重量(体积)频率分布来表示颗粒分布情况,它表示落在某个尺寸范围内的颗粒重量或颗粒体积占总量的百分率<sup>[17]</sup>. 颗粒重量频率分布常用的分布函数有正态分布、Rosin-Rammler分布、Johnson's  $S_B$ 分布等,这几种函数分布的单峰表达式分别为

$$\frac{dW}{dD} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{D-M}{\sigma}\right)^2\right) \quad (9)$$

$$\frac{dW}{dD} = \frac{\sigma}{M} (D/M)^{\sigma-1} \exp[-(D/M)^\sigma] \quad (10)$$

$$\frac{dW}{dD} = \frac{\sigma(D_{\max} - D_{\min})}{\sqrt{2\pi}(D - D_{\min})(D_{\max} - D)} \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2}\left[\ln\left(\frac{D - D_{\min}}{D_{\max} - D}\right) - \ln\left(\frac{M - D_{\min}}{D_{\max} - M}\right)\right]^2\right\} \quad (11)$$

式中,  $W$  表示直径为  $D$  的颗粒对应的重量,  $M$  和  $\sigma$  为分布特征参数,  $M$  代表了中值粒径,  $\sigma$  代表粒径分布曲线的宽度,  $D_{\max}$  和  $D_{\min}$  分别为被测颗粒系的最大和最小颗粒粒度.

仿真实验中,使用波长为 632.8 nm 的 HE-NE 激光器,相机焦距为 25 mm,颗粒的相对折射率为  $(1.596 \sim 0.1i)/1.33$ , 其中  $i$  为虚数单位. 将颗粒的上下限设置为  $3.85 \mu\text{m} \sim 101.85 \mu\text{m}$ , 环数设置为 50 环. 人工蜂群算法的参数设置为:初始化群体个数  $N$  为 50;雇佣蜂在邻域形成新解的时候,限制在直径  $V_{\text{visual}}$  为 2 的范围里,可大幅提高算法的速度;控制参数  $\text{limit}$  为 50,指为了避免陷入局部最优解,一个食物源经过 50 次循环后仍未更新便舍弃这个食物源;每次仿真算法运行 20 次;每次运行迭代 400 次.

### 2.2 单峰分布

对三种分布函数的粒径单峰分布进行反演,假设颗粒粒度理论特征参数为  $(\sigma, M) = (10, 45 \mu\text{m})$ , 参数  $M$  初始生成范围设为  $[3 \sim 100]$ ,  $\sigma$  初始生成范围设为  $[0 \sim 40]$ . 采用颗粒重量频率分布曲线的整体误差即相对均方根误差 RRMSE 对反演结果进行整体评价,表达式为

$$\text{RRMSE} = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n [\mathbf{W}_{\text{set}}(D_j) - \mathbf{W}_{\text{inv}}(D_j)]^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n [\mathbf{W}_{\text{set}}(D_j)]^2}} \times 100\% \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{W}_{\text{set}}$  为理论的重重量频率分布,  $\mathbf{W}_{\text{inv}}$  为反演得到的重量频率分布,  $D_j$  为第  $j$  环对应的平均粒度,  $n$  为光电探测器的总环数.

记录正态分布函数反演过程 400 次迭代中的目标函数适应度值,如图 3 所示,横坐标为迭代次数,纵坐标为适应度值,取对数形式. 可以看出,初期适应度值降低速度很快,随着迭代次数增加,适应度值的降低速

度变慢,在第200次左右迭代便开始稳定.

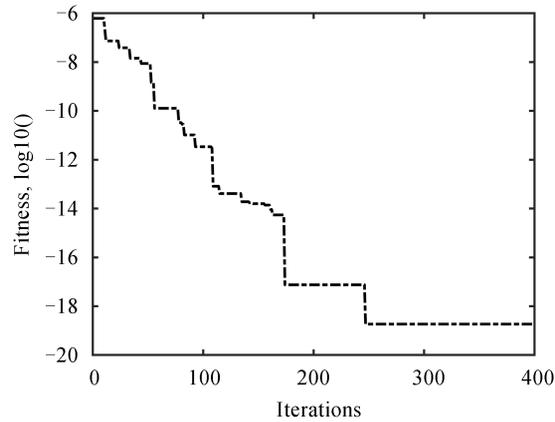


图3 适应度值变化图

Fig.3 Fitness value variation diagram

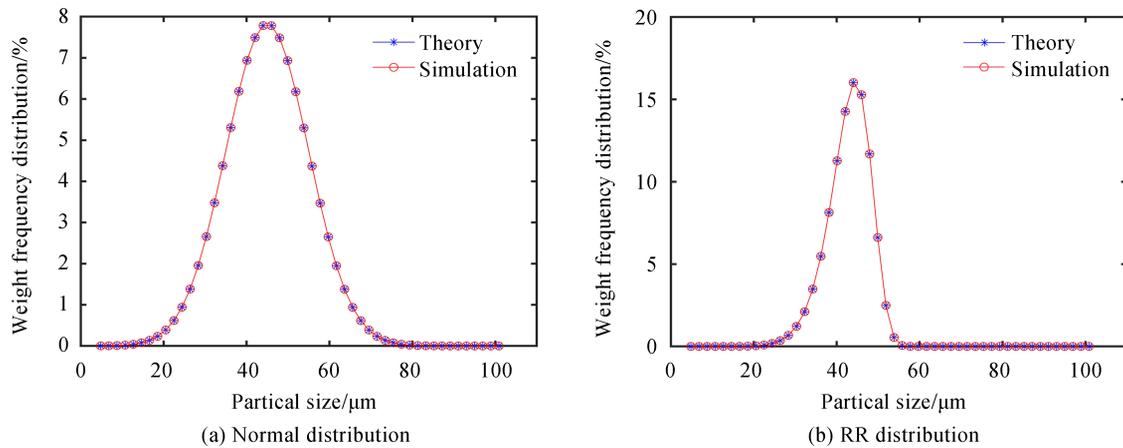
$\sigma$ 和 $M$ 取20次运算中每次运算结果的平均值,结果如表1所示.

表1 单峰分布反演结果

Table 1 The inversion results of unimodal distribution

Distribution function	Mean value ( $\sigma$ , $M$ )	Standard deviation ( $\sigma$ , $M$ )	RRMSE/%
Normal distribution	10.00, 45.00	$6.63 \times 10^{-6}$ , $6.28 \times 10^{-6}$	$2.26 \times 10^{-6}$
RR distribution	10.00, 45.00	$9.39 \times 10^{-8}$ , $6.61 \times 10^{-8}$	$3.53 \times 10^{-8}$
$JS_B$ distribution	10.00, 45.00	0.002, 0.001	0.02

可见,当颗粒为单峰分布时,人工蜂群算法反演精度较高,特征参数的标准差较小,颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差最低可达 $10^{-8}$ 数量级,说明人工蜂群算法寻优效果好且较为稳定.反演得到的颗粒重量频率分布曲线见图4,其中横坐标为颗粒粒径,纵坐标为颗粒重量频率分布.



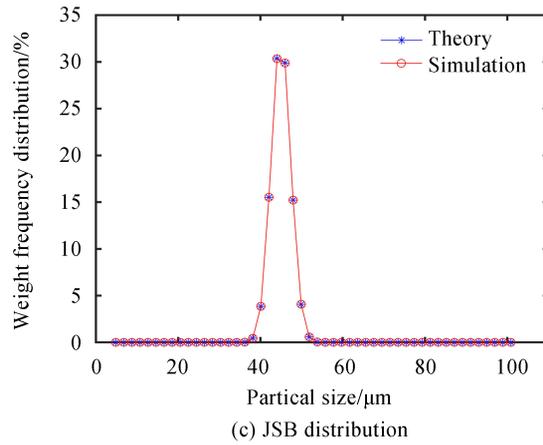


图4 单峰分布函数反演结果  
Fig.4 The inversion results of unimodal distribution

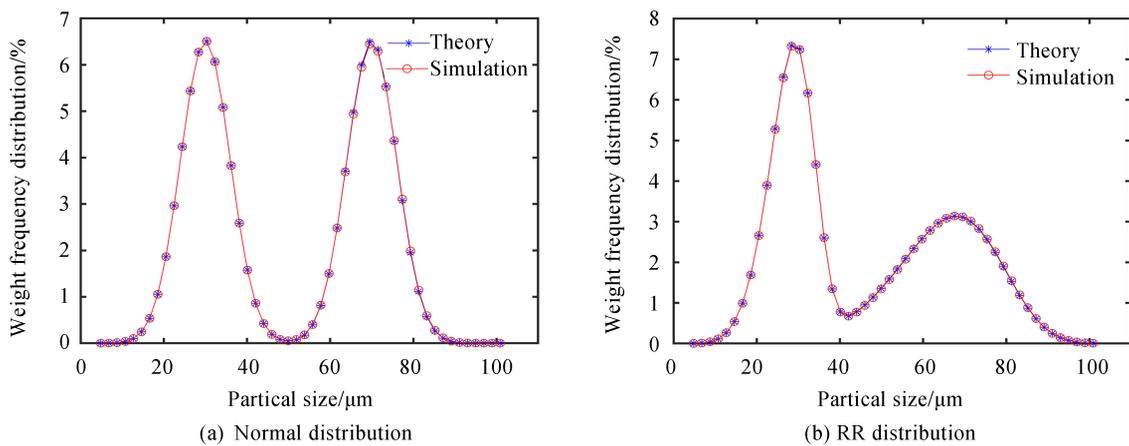
### 2.3 双峰分布

进行双峰分布颗粒系的粒径反演,颗粒粒度理论特征参数假设为 $(\sigma_1, \sigma_2) = (6, 6)$ ,  $(M_1, M_2) = (30 \mu\text{m}, 70 \mu\text{m})$ ,特征参数 $M_1$ 和 $M_2$ 的初始生成范围都为 $[3 \sim 100]$ , $\sigma$ 初始生成范围为 $[0 \sim 20]$ ,其他参数与单峰分布时相同,结果如表2所示.

表2 双峰分布反演结果  
Table 2 The inversion results of bimodal distribution

Distribution function	Mean value	Standard deviation	RRMSE/%
	$(\sigma_1, \sigma_2, M_1, M_2)$	$(\sigma_1, \sigma_2, M_1, M_2)$	
Normal distribution	6.00, 6.04	0.002, 0.001	0.48
	30.00, 70.03	0.001, 0.002	
RR distribution	5.99, 6.02	0.034, 0.019	0.33
	30.01, 70.10	0.025, 0.197	
JS <sub>B</sub> distribution	5.99, 6.16	0.038, 0.312	1.58
	30.01, 70.03	0.024, 0.076	

可见,人工蜂群算法可以正确反演双峰分布的颗粒粒径,颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差小于2%,特征参数标准差依然较小.颗粒重量频率分布曲线反演结果如图5所示.



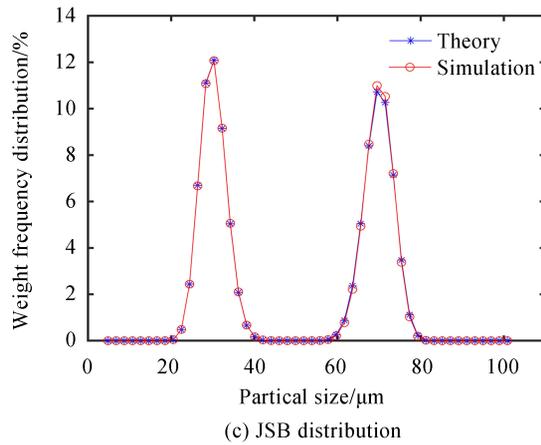


图5 双峰分布函数反演结果  
Fig.5 The inversion results of bimodal distribution

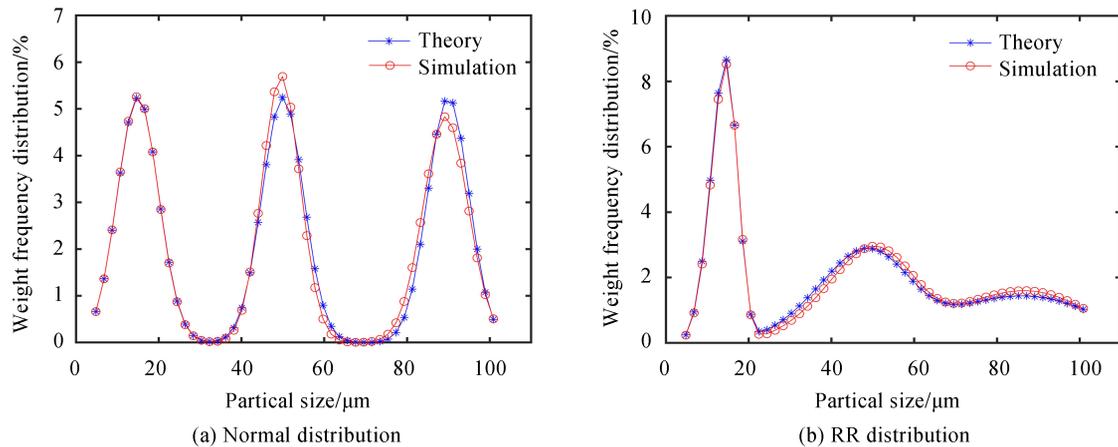
### 2.4 三峰分布

同理,假设颗粒系的粒径分布符合三峰分布函数,颗粒粒度理论特征参数为 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (5, 5, 5)$ ,  $(M_1, M_2, M_3) = (15 \mu\text{m}, 50 \mu\text{m}, 90 \mu\text{m})$ ,将峰值粒径的初始取值范围设定在理论值的 $\pm 20$ 且在测量的上下限内,即 $M_1 \in [3 \sim 35]$ ,  $M_2 \in [30 \sim 70]$ ,  $M_3 \in [70 \sim 100]$ ,使用人工蜂群算法进行反演的结果如表3所示.

表3 三峰分布反演结果  
Table 3 The inversion results of trimodal distribution

Distribution function	Mean value	Standard deviation	RRMSE/%
	$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, M_1, M_2, M_3)$	$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, M_1, M_2, M_3)$	
Normal distribution	4.98, 4.60, 5.43	0.08, 0.94, 3.06	8.60
	14.98, 49.57, 89.34	0.05, 0.70, 2.23	
RR distribution	5.00, 5.39, 5.61	0.08, 0.33, 3.03	5.54
	15.07, 51.43, 89.60	0.13, 4.62, 8.05	
JS <sub>B</sub> distribution	5.35, 7.81, 4.55	0.61, 4.51, 3.04	19.62
	15.02, 49.93, 89.63	0.06, 0.78, 4.90	

可见,人工蜂群算法可以在预先知道粒径大概范围的情况下正确反演符合三峰分布的颗粒粒径分布,但由于峰数增加、参数增多,反演的复杂度提高,导致反演误差较单峰、双峰分布变大,正态分布和RR分布的误差较低,JS<sub>B</sub>分布的误差略大.颗粒重量频率分布曲线反演结果如图6所示.



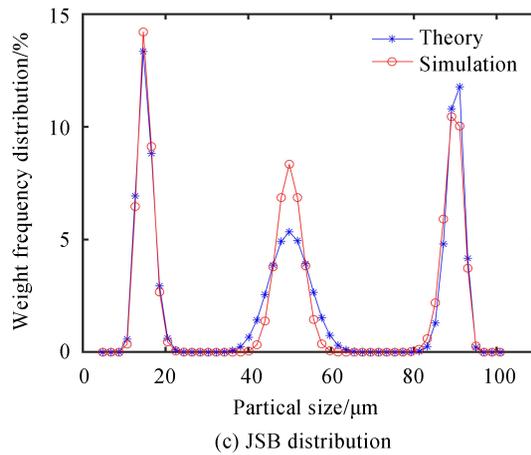


图6 三峰分布函数反演结果

Fig.6 The inversion results of trimodal distribution

从图中可以看出,符合三峰分布的颗粒粒径分布反演误差主要体现在粒径分布曲线的宽度特征参数 $\sigma$ 中,而峰值即特征粒径 $M$ 与理论值基本吻合.且在三峰分布中,由于粒径较小的颗粒产生的散射光能主要分布在靠近外环的位置,粒径较大的颗粒产生的散射光能主要分布在靠近内环的位置<sup>[18]</sup>,而中间粒径的颗粒散射光能由于同时受到了内环和外环两侧的干扰,造成了中间峰的误差最大.

### 2.5 抗噪性能分析

为了验证算法的鲁棒性和抗噪能力,在单峰、双峰和三峰分布反演中对散射光能分布向量分别添加不同程度的随机噪声进行仿真反演,参数设置与之前一样,以RR分布函数为例,给出反演结果,见表4.

表4 RR分布函数加噪反演结果  
Table 4 The inversion results of RR distribution function with random noise

Distribution function	Random noise	Mean value	Standard deviation	RRMSE/%
Unimodal ( $\sigma, M$ )=(10, 45 $\mu\text{m}$ )	1%	9.97, 45.00	0.002, 0.001	0.26
	3%	10.14, 45.15	0.021, 0.013	2.40
	5%	9.89, 44.67	0.006, 0.004	5.03
	10%	9.05, 45.14	0.013, 0.014	8.73
Bimodal ( $\sigma_1, \sigma_2$ )=(6, 6), ( $M_1, M_2$ )=(30 $\mu\text{m}$ , 70 $\mu\text{m}$ )	1%	6.04, 6.26 29.90, 70.02	0.005, 0.023 0.012, 0.073	2.41
	3%	6.10, 5.85 29.84, 70.68	0.008, 0.043 0.007, 0.056	3.34
	5%	5.71, 4.99 30.80, 72.11	0.014, 0.099 0.038, 0.341	14.27
	10%	6.33, 8.39 29.53, 69.58	0.012, 0.050, 0.014, 0.047	18.55
Trimodal ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ )=(5, 5, 5), ( $M_1, M_2, M_3$ )= (15 $\mu\text{m}$ , 50 $\mu\text{m}$ , 90 $\mu\text{m}$ )	1%	4.95, 5.47, 7.48 15.12, 50.61, 93.79	0.14, 0.45, 4.90 0.12, 2.99, 3.14	12.00
	3%	4.99, 5.17, 5.88 15.27, 54.62, 89.37	0.11, 3.52, 4.85 0.20, 1.77, 3.37	14.45
	5%	4.57, 5.30, 4.88 15.50, 55.72, 89.68	0.13, 1.25, 6.47 0.17, 2.07, 11.81	18.87
	5%	5.58, 5.71, 6.18	0.11, 0.70, 2.39	20.14
	10%	15.11, 57.02, 100.02	0.08, 2.10, 1.93	

可以看出,随着噪声增加,误差也略微增加;峰数增多,反演误差也会加大,但颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差依然基本在20%以内,说明人工蜂群算法对单峰和多峰分布反演都有较好的鲁棒性和抗噪能力.

## 2.6 与独立模式算法的反演精度比较

将人工蜂群算法与另外两种应用广泛的独立模式算法——NNPT算法和Chahine算法进行仿真反演对比.在团队前期的研究中已知NNPT算法对颗粒重量频率分布曲线的宽度较为敏感<sup>[18]</sup>,且NNPT算法和Chahine算法都对噪声较为敏感.因此选取不同宽度的粒径分布曲线并对理论散射光能分布向量添加5%的随机噪声进行反演精度对比实验.假设颗粒粒度理论特征参数 $\sigma$ 分别取2、4、6,对服从Johnson's  $S_B$ 分布函数的粒径单峰分布和双峰分布进行反演,人工蜂群算法的参数 $M$ 初始生成范围为[3~100], $\sigma$ 初始生成范围为[0~40],其他参数与之前一样.采用颗粒重量频率分布曲线相对均方根误差作为评价标准,反演结果如表5所示.

表5 ABC算法、NNPT算法、Chahine算法的仿真结果  
Table 5 The simulation results of ABC algorithm, NNPT algorithm and Chahine algorithm

Theoretical value	Random noise	NNPT RRMSE/%	Chahine RRMSE/%	ABC RRMSE/%
$(\sigma, M)=(2, 30 \mu\text{m})$	0%	0.87	3.49	0.02
	5%	29.88	14.13	1.48
$(\sigma, M)=(4, 30 \mu\text{m})$	0%	21.82	1.16	$2.27 \times 10^{-8}$
	5%	40.27	14.31	3.65
$(\sigma, M)=(6, 30 \mu\text{m})$	0%	45.98	0.20	$1.72 \times 10^{-5}$
	5%	52.93	12.13	2.41
$(\sigma_1, \sigma_2)=(2, 2), (M_1, M_2)=(30 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m})$	0%	3.38	2.70	1.53
	5%	23.11	25.56	10.34
$(\sigma_1, \sigma_2)=(4, 4), (M_1, M_2)=(30 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m})$	0%	20.94	8.06	0.07
	5%	26.86	25.17	5.75
$(\sigma_1, \sigma_2)=(6, 6), (M_1, M_2)=(30 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m})$	0%	41.85	6.36	1.23
	5%	44.99	24.36	18.22

可以看出,人工蜂群算法的性能明显优于NNPT算法和Chahine算法.对于服从Johnson's  $S_B$ 分布的颗粒,当特征参数 $\sigma$ 较小时,颗粒粒径分布不集中,分布曲线较宽,NNPT算法反演精度较高;随着特征参数 $\sigma$ 增大,颗粒分布更为集中,分布曲线逐渐变窄,NNPT算法反演的精度迅速降低;Chahine算法对噪声比较敏感.人工蜂群算法对分布曲线宽度和噪声都有较好的鲁棒性,在不同的分布曲线宽度和噪声下人工蜂群算法都保持了较高的反演精度,颗粒重量频率分布曲线相对均方根误差均小于20%,解决了独立模式算法对噪声敏感和NNPT算法对分布曲线宽度十分敏感的问题.

## 3 实验与分析

### 3.1 实验平台

选取国家标准乳胶颗粒作为被测样本,蒸馏水作为分散剂,则乳胶颗粒的相对折射率 $m=(1.596 \sim 0.1i)/1.33$ .光源为632.8 nm的HE-NE激光器,激光经过衰减片和扩束准直镜获得平行且强度均匀的光束照射在颗粒样本上,产生散射光.用CCD相机代替光电探测器采集信号,焦距为25 mm,像素为1 024×1 280.实验平台如图7所示.

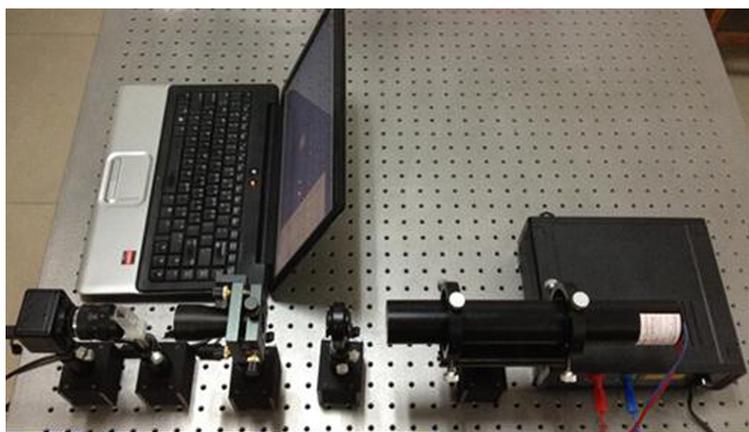


图7 实验平台  
Fig.7 Experimental platform

### 3.2 单峰分布实验反演

首先选用  $35\ \mu\text{m}$  的乳胶颗粒作为被测颗粒,样品颗粒的体积浓度约为  $0.02\%$ . 实验中需拍摄没有激光照射的本底噪声图,激光照射空白溶液的散射背景图(如图8(a))和照射被测颗粒的散射信号图(如图8(b)).

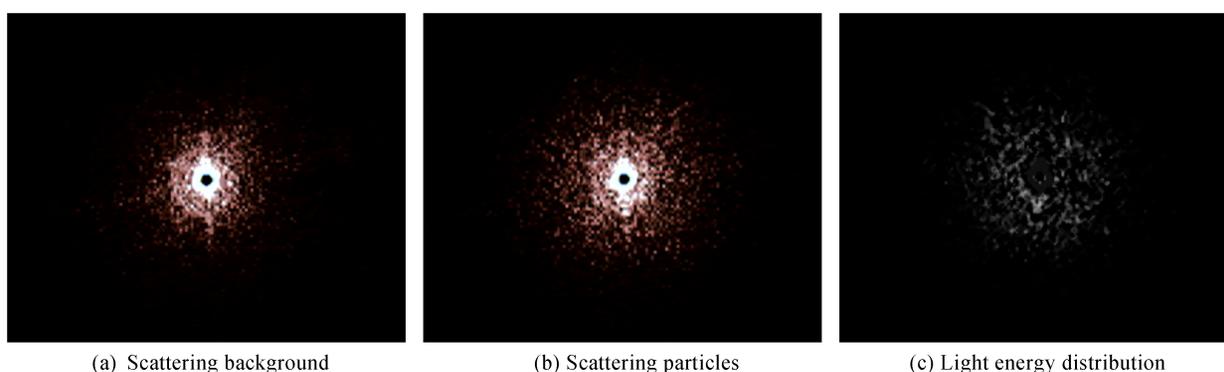


图8 单峰颗粒系实验图像  
Fig.8 Experimental image of unimodal particle system

对于实验得到的散射信号图,首先进行灰度化及降噪处理,然后提取焦点中心的暗斑及饱和区域,并计算暗斑的中心坐标.将散射信号图减去散射背景图便获得实际的散射信号图,如图8(c)所示,以暗斑的中心为圆心,向外做同心圆,计算每一圆环内的灰度值作为光能分布列向量.

由于被测颗粒系没有给出分布情况,无法用颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差RRMSE作为评价标准,因此采用颗粒的特征粒径  $M$  作为标准.利用人工蜂群算法将颗粒粒径分布假设为RR分布进行反演,同时与NNPT算法反演结果进行对比,算法的参数设置与仿真中一致,反演结果如表6所示.

表6 单峰颗粒实验反演结果  
Table 6 The inversion results of unimodal particle system

Theoretical value ( $M$ )	Initial value range	Inversion algorithm	Inversion value( $M$ )	Relative error ( $M$ ) / %
30 $\mu\text{m}$	$M \in [3 \sim 100]$	ABC	30.97 $\mu\text{m}$	3.23
		NNPT	32.27 $\mu\text{m}$	7.57

可见人工蜂群算法反演得到的误差小于  $5\%$ ,而NNPT算法的误差大于  $5\%$ ,人工蜂群算法在单峰分布的实验反演中有更高的精度.

### 3.3 双峰分布实验反演

采用国家标准颗粒  $30\ \mu\text{m}$  和  $51\ \mu\text{m}$  按照 1:1 的比例混合作为被测颗粒溶液,样品颗粒的体积浓度约为

0.02%.按照上述方法拍摄得到的散射背景图、散射信号图如图9(a)、(b)所示.

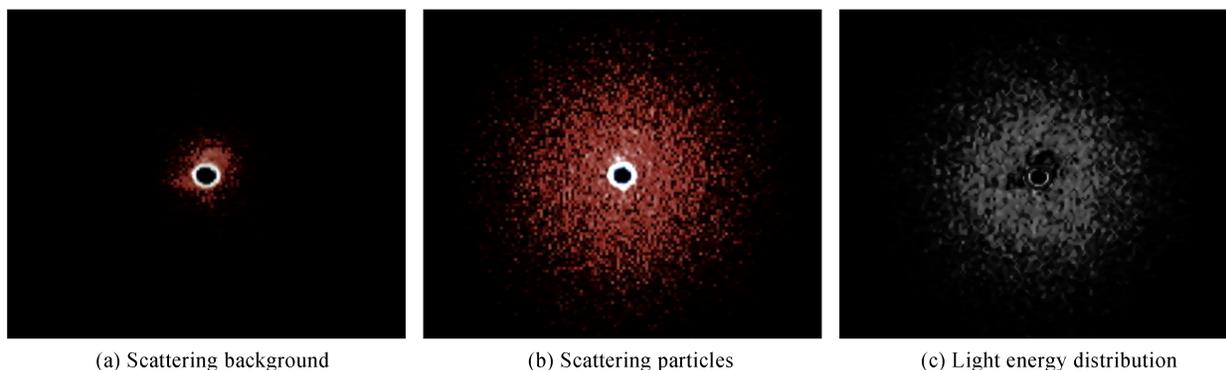


图9 双峰颗粒系实验图像

Fig.9 Experimental image of bimodal particle system

对两种混合颗粒得到的散射图进行与单一颗粒系散射图同样的处理得到光能值分布图(图9(c)),计算得到光能分布列向量,使用人工蜂群算法,将颗粒粒径分布假设为RR分布进行反演,同时与NNPT算法对比,结果如表7.可以看出人工蜂群算法反演得到的特征粒径相对误差比NNPT算法更小,证明人工蜂群算法在双峰粒径分布反演中也有更高的精度.

表7 双峰颗粒实验反演结果

Table 7 The inversion results of bimodal particle system

Theoretical value( $M_1$ , $M_2$ )	Initial value range	Inversion algorithm	Inversion value( $M_1$ , $M_2$ )	Relative error ( $M_1$ , $M_2$ )/%
30 $\mu\text{m}$ , 51 $\mu\text{m}$	$M \in [3 \sim 100]$	ABC	31.48 $\mu\text{m}$ , 51.90 $\mu\text{m}$	4.93, 1.76
		NNPT	32.27 $\mu\text{m}$ , 53.83 $\mu\text{m}$	7.57, 5.55

使用人工蜂群算法进行50次反演,统计其中两个峰值特征粒径 $M_1$ 和 $M_2$ 值的分布情况. $M_1$ 的50个值分布在31.16~32.03  $\mu\text{m}$ 之间,最大值和最小值仅相差0.87  $\mu\text{m}$ ,中值为31.58  $\mu\text{m}$ ,平均值为31.57  $\mu\text{m}$ ,50组数据的标准差为0.28; $M_2$ 分布在51.42~52.90  $\mu\text{m}$ 之间,最大值和最小值相差1.48  $\mu\text{m}$ ,中值为51.79  $\mu\text{m}$ ,平均值为51.93  $\mu\text{m}$ ,标准差为0.41,表明了人工蜂群算法在对颗粒群粒径分布的反演中有较好的鲁棒性.

图10是实际得到的光能值分布与反演得到的光能值分布进行归一化后的对比图.可以看出反演得到的光能值分布和实际的光能值分布进行归一化后大致重合,由于被测颗粒粒径较大,光能值在外环出现了翘尾现象<sup>[19]</sup>.

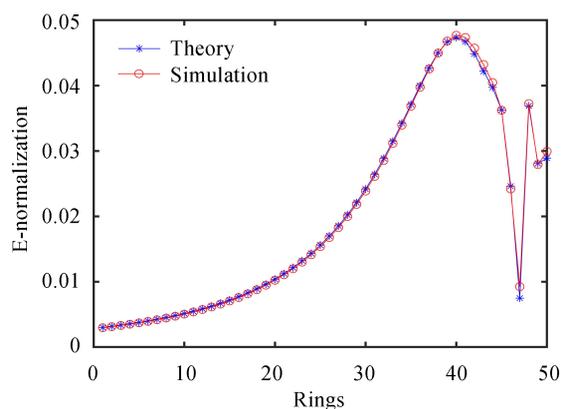


图10 光能值分布

Fig.10 Distribution of light energy values

## 4 结论

使用人工蜂群算法对多峰分布的颗粒粒径反演进行了仿真和实验. 仿真中,对于服从正态分布、Rosin-Rammler分布、Johnson's SB分布函数的均匀球形颗粒系进行反演,分别模拟了粒径的单峰、双峰和三峰分布,结果显示人工蜂群算法均可以得到正确的反演结果,在三峰分布的情况下,上述三种分布函数得到的颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差分别为8.6%、5.54%、19.62%;以RR分布函数为例,对该算法进行了抗噪性能分析,对假设的散射光能分布向量添加10%随机噪声的情况下三峰分布颗粒重量频率分布曲线的相对均方根误差仍然可以控制在20%左右,表明人工蜂群算法有较好的鲁棒性和抗噪能力;与NNPT和Chahine独立模式算法进行对比,结果表明在颗粒粒径单峰分布和双峰分布下人工蜂群算法的反演精度均更高,且不易受分布曲线宽度和噪声的影响,稳定性更好. 实验中,搭建了小角前向散射法颗粒测量系统,采集了国家标准颗粒单峰颗粒系和双峰颗粒系的散射图像,对图像进行处理提取光能值,以人工蜂群算法和NNPT算法分别进行反演,结果人工蜂群算法的精度更高,特征参数的相对误差皆在5%以内,且有较好的鲁棒性,验证了人工蜂群算法能实现对粒径多峰分布的正确反演,有较好的实用性.

### 参考文献

- [1] JIA Nan, TIAN Chang, SU Ming-xu. In situ measurement of crystallization temperature and particle size distribution during crystallization of sodium acetate[J]. *CIESC Journal*, 2019, **70**(12):4664-4672.  
贾楠,田昌,苏明旭. 无水醋酸钠结晶过程中析晶温度和颗粒粒径在线测量[J]. 化工学报, 2019, **70**(12):4664-4672.
- [2] LI H, LI J W, BODYCOMB J, *et al.* Experimental methods in chemical engineering: Particle size distribution by laser diffraction—PSD[J]. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2019, **97**(7):1974-1981.
- [3] CAI S Y, MAO J D, HU Z, *et al.* Inversion algorithm for non-spherical dust particle size distributions [J]. *Optical Review*, 2019, **26**(3): 319-331.
- [4] LIU Yan-long. Inversion algorithm applying in the particle size distribution measured by total light scattering[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2013.  
刘延龙. 反演算法在光全散射法测量颗粒粒径分布中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2013.
- [5] KARABOGA D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization [R]. Kayseri: Engineering Faculty Computer Engineering Department, Ereiyes University, 2005.
- [6] ZHANG Su-qi, TENG Jian-fu, GU Jun-hua. Artificial bee colony algorithm based on multi-dimensional greedy search [J]. *Computer Engineering*, 2014, **40**(11):189-193.  
张素琪,滕建辅,顾军华. 基于多维贪婪搜索的人工蜂群算法[J]. 计算机工程, 2014, **40**(11):189-193.
- [7] HANCER E, XUE B, ZHANG M, *et al.* Pareto front feature selection based on artificial bee colony optimization [J]. *Information Sciences*, 2017, **422**: 462-479.
- [8] KARABOGA D, GORKEMLI B. Solving traveling salesman problem by using combinatorial artificial bee colony algorithms[J]. *International Journal of Artificial Intelligence Tools*, 2019, **28**(1): 1950004.
- [9] YU Dong-kai, SONG Xian-hai, JIANG Dong-wei, *et al.* Improvement of artificial bee colony and its application in Rayleigh wave inversion[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2018, **61**(4): 1482-1495.  
于东凯,宋先海,江东威,等. 改进蜂群算法及其在面波频散曲线反演中的应用[J]. 地球物理学报, 2018, **61**(4):1482-1495.
- [10] FAN C L, FU Q, LONG G Z, *et al.* Hybrid artificial bee colony algorithm with variable neighborhood search and memory mechanism[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2018, **29**(2): 405-414.
- [11] NAJARI S, GRÓF G, SAEIDI S, *et al.* Modeling and optimization of hydrogenation of CO<sub>2</sub>: Estimation of kinetic parameters via Artificial Bee Colony (ABC) and Differential Evolution (DE) algorithms [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2019, **44**(10): 4630-4649.
- [12] ZHAO Yan-jun, FENG Guo-qi, CHEN Lei, *et al.* Reconstruction of particle size distribution based on hybrid artificial bee colony algorithm and generalized pattern search algorithm [J]. *Safety in Coal Mines*, 2016, **47**(10): 231-234.  
赵延军,冯国旗,陈磊,等. 基于混合人工蜂群与泛化模式搜索算法的颗粒粒径分布重建[J]. 煤矿安全, 2016, **47**(10): 231-234.
- [13] HE Zhen-zong, WU Xiang-rui, WANG Hao, *et al.* Retrieval of aerosol particle size distribution based on the angular light-scattering measurement method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2018, **39**(11): 2503-2506.  
贺振宗,伍祥瑞,王昊,等. 基于角度散射法的气溶胶粒子粒径分布反演研究[J]. 工程热物理学报, 2018, **39**(11):2503-2506.
- [14] HE Z Z, LIANG D, MAO J K, *et al.* Simultaneous estimation of aerosol optical constants and size distribution from angular light-scattering measurement signals [J]. *Chinese Physics B*, 2018, **27**(5): 564-572.

- [15] SHAO Hong-fei, CHAI Juan, HUANG Hui. Research progress of particle size analysis and particle size standard reference material[J]. *Chemical Analysis and Meterage*, 2012, **21**(2): 99-101.  
邵鸿飞,柴娟,黄辉.粒度分析及粒度标准物质研究进展[J].化学分析计量,2012,**21**(2):99-101.
- [16] KONG M, CAO L X, SHAN L, *et al.* A modified landweber algorithm for inversion of particle size distribution combined with tikhonov regularization theory[J]. *IEEE Access*, 2019, **6**: 10814-10821.
- [17] CAI Xiao-shu, SU Ming-xu, SHEN Jian-qi, *et al.* Particle size measurement technology and application [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2010.  
蔡小舒,苏明旭,沈建琪,等.颗粒粒度测量技术及应用[M].北京:化学工业出版社,2010.
- [18] XU Liang. Research on particle size measurement technology based on light scattering [D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2019.  
徐良.基于光散射的颗粒粒度检测技术研究[D].杭州:中国计量大学,2019.
- [19] CAO Li-xia. Research on measurement technology of particle size based on static light scattering[D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2015.  
曹丽霞.基于静态光散射的颗粒粒度检测技术的研究[D].杭州:中国计量大学,2015.