

引用格式: WANG Xin-wen, ZHANG Hui-min, LIU Ke, *et al.* Dependence of Bipartite Entanglement on Qubit-basis in the Amplitude-damping Environment[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(10):1027002

汪新文,张慧敏,刘珂,等. 幅值阻尼环境中两体纠缠对量子比特基的依赖性[J]. 光子学报, 2020, 49(10):1027002

# 幅值阻尼环境中两体纠缠对量子比特基的 依赖性

汪新文<sup>1,2</sup>, 张慧敏<sup>1</sup>, 刘珂<sup>1</sup>, 刘延<sup>1</sup>

(1 衡阳师范学院 物理与电子工程学院, 湖南 衡阳 421002)

(2 衡阳师范学院 智能信息处理与应用湖南省重点实验室, 湖南 衡阳 421002)

**摘要:** 为了提高纠缠态的内禀鲁棒性, 并延长纠缠消退时间, 探讨了幅值阻尼环境中量子比特基对两体纠缠鲁棒性的影响. 展示了各种量子比特基下纠缠的退化特征和寿命, 并给出各种情况下的最佳量子比特基. 当纠缠态处于最佳量子比特基时, 其纠缠退化的速率最慢, 且不会在有限的时间内消失. 结果表明可适时通过旋转量子比特基的方法来增强纠缠态的稳健性, 将有助于提高基于纠缠的量子协议的实施质量或效率.

**关键词:** 量子光学; 量子比特基; 两体纠缠; 幅值阻尼; 鲁棒性

中图分类号: O431.2; O413.1

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20204910.1027002

## Dependence of Bipartite Entanglement on Qubit-basis in the Amplitude-damping Environment

WANG Xin-wen<sup>1,2</sup>, ZHANG Hui-min<sup>1</sup>, LIU Ke<sup>1</sup>, LIU Yan<sup>1</sup>

(1 College of Physics and Electronic Engineering, Hengyang Normal University,  
Hengyang, Hunan 421002, China)

(2 Hunan Provincial Key Laboratory of Intelligent Information Processing and Application, Hengyang, Hunan  
421002, China)

**Abstract:** In order to enhance the intrinsic robustness or prolong the disentangling time of entangled states, the influence of qubit-basis on the robustness of two-qubit entanglement under local amplitude-damping environments is discussed. The decay law and lifetime of entanglement under various qubit-bases are displayed. The optimal qubit-bases in variety of cases are found. When an entangled state is prepared in an optimal qubit-basis, the entanglement decays most slowly and won't disappear in a finite time. The results imply that one could improve the robustness of entangled states by rotating the bases of qubits, which are expected to be helpful for increasing the qualities or efficiencies of entanglement-based quantum protocols.

**Key words:** Quantum optics; Qubit-basis; Bipartite entanglement; Amplitude-damping; Robustness

**OCIS Codes:** 270.0270; 270.5565; 270.5580; 270.5585

## 0 引言

量子纠缠表征量子粒子之间的一种非经典关联, 其在量子信息科学中占有极重要的地位<sup>[1]</sup>. 许多量子通讯、量子计算及量子精密测量等协议都是建立在量子纠缠的基础之上的<sup>[2-4]</sup>. 由于所有的多体纠缠态都可由

基金项目: 国家自然科学基金(No. 11847010), 湖南省自然科学基金(No. 2020JJ4002)

第一作者: 汪新文(1980—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为量子光学与量子信息. Email: xwwang@hynu.edu.cn

收稿日期: 2020-05-29; 录用日期: 2020-08-16

<http://www.photon.ac.cn>

两体纠缠态来生成,进而所有基于纠缠的量子协议也都可用两体纠缠态来实现,所以两体纠缠的产生、分发和存储能力是实现量子纠缠应用的基本要求<sup>[1-3]</sup>.

由于处于纠缠态的粒子不可避免地会与其周围环境发生相互作用,量子纠缠非常脆弱而容易退化<sup>[5]</sup>.尽管所有的纠缠态都可用来实现一些超出经典物理范畴的目标<sup>[6-7]</sup>,纠缠退化会影响基于纠缠的量子任务的实施质量<sup>[8]</sup>.纠缠的衰退程度越小,相关量子任务的实施质量就会越高.环境诱导的退相干还可能导致纠缠在有限的时间内消失<sup>[9]</sup>,即所谓的“纠缠突然死亡”<sup>[10-11]</sup>.纠缠突然死亡的时间,或者说纠缠寿命,限制了纠缠粒子的传输距离或存储时间.然而,现实的量子通信或计算任务的成功通常依赖于量子纠缠的长时存在.

如何抵抗环境噪声的破坏效应并有效抑制纠缠衰退成为了量子纠缠和量子信息研究领域中的重要课题,其牵涉到量子信息技术的实现及量子纠缠在各方面的实际应用<sup>[2,12-13]</sup>.学者们现已提出了诸多关于抑制退相干和保护量子纠缠的方法<sup>[14-18]</sup>.纠缠蒸馏是提高处于混合态的远程粒子间纠缠的一种典型方法<sup>[2,19]</sup>.除了少数特殊情况之外<sup>[20-22]</sup>,在各种纠缠蒸馏方案中,初始纠缠混态的纠缠度或相对于某一最大纠缠态的保真度通常要求大于一定的阈值<sup>[2]</sup>.一般来说,在初始纠缠混态的纠缠度超过蒸馏阈值的条件下,其纠缠度越高,蒸馏方案的效率就会越高,或者最终所得量子态的纠缠度就会越高<sup>[2]</sup>.当初始纠缠混态的纠缠度低于蒸馏阈值时,可以通过量子过滤的方法来提高其纠缠度至阈值以上<sup>[23-24]</sup>.但量子过滤法只能概率性地提高单个纠缠态的纠缠度,所以在初始纠缠混态的纠缠度高于蒸馏阈值的情况下,量子过滤法可能导致最终纠缠蒸馏效率的降低<sup>[25]</sup>.因此,提高纠缠态在噪声环境中的内禀鲁棒性就显得非常重要<sup>[26]</sup>.

一个纠缠态在不同的环境中通常展现出不同的鲁棒性<sup>[27-29]</sup>.不同形式的纠缠态(纠缠度可能相同)在相同环境中的鲁棒性也可能不尽相同<sup>[30-31]</sup>.研究各种纠缠态在不同噪声环境中的鲁棒性可帮助人们更好地洞察量子退相干和纠缠的特征,进而为维护量子纠缠提供有用的信息.由于两体纠缠的基础性和重要性,两体纠缠态在各种噪声环境中的纠缠动力学已被广泛研究<sup>[10,15,26,32-36]</sup>.文献[11]报道了两-光子比特纠缠态在幅值阻尼环境中的纠缠动力学实验演示,并展示了纠缠突然死亡现象;文献[15]实验报道了如何通过弱测量来改变两-光子比特纠缠态在幅值阻尼环境中的纠缠动力学行为,并以一定的概率提高纠缠态的鲁棒性.

本文从新的角度探讨两-量子比特(qubit)纠缠动力学,研究幅值阻尼环境中量子比特基(qubit-basis)对两体纠缠鲁棒性的影响,并寻求能使纠缠退化速率最大限度降低的最佳量子比特基.另外,还讨论纠缠衰退速率与各种量子比特基的关系,及各种量子比特基下的纠缠寿命情况,并展示最佳量子比特基的优势.在实际中,将量子比特旋转到最佳基下,就可提高纠缠态的稳健性,从而可使纠缠传输距离或存储时间变长;在传输距离或存储时间一定时,就可使输出态的纠缠度增大.

## 1 噪声纠缠态的纠缠度量

设 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 为一个量子比特的计算基,则一个量子比特的任意基可表示成<sup>[37]</sup>

$$\begin{cases} |\psi^+(\theta, \phi)\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle \\ |\psi^-(\theta, \phi)\rangle = e^{-i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|0\rangle - \cos\frac{\theta}{2}|1\rangle \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\theta \in [0, \pi]$ 、 $\phi \in [0, 2\pi)$ .显然,一个量子比特基可用参数对 $(\theta, \phi)$ 来表示.

本文考虑的噪声模型是幅值阻尼噪声.幅值阻尼噪声模型适应于多种量子比特系统,如伴有光子损失的“真空-单光子”比特、在极化光纤中传播的光子极化比特、伴有自发辐射的原子比特、零温下的超导量子比特等.幅值阻尼噪声对量子比特的作用可用两个 Krauss 算子表示,即<sup>[37]</sup>

$$\begin{cases} \hat{K}_0 = |0\rangle\langle 0| + \sqrt{1-d}|1\rangle\langle 1| \\ \hat{K}_1 = \sqrt{d}|0\rangle\langle 1| \end{cases} \quad (2)$$

式中, $d \in [0, 1]$ 表征噪声强度.在物理层面上, $d = 1 - e^{-\gamma t}$ 是粒子在环境中经历退相干演化时间 $t$ 的参数化表示,其中 $\gamma$ 表示量子比特从 $|1\rangle$ 态衰变到 $|0\rangle$ 的速率; $d=0$ 表示初始时刻 $t=0$ , $d=1$ 表示 $t \rightarrow \infty$ .

设两个量子比特最初处于纠缠纯态,即

$$|\Psi\rangle = \alpha |\psi^+(\theta, \phi)\rangle_1 |\psi^+(\theta, \phi)\rangle_2 + \beta |\psi^-(\theta, \phi)\rangle_1 |\psi^-(\theta, \phi)\rangle_2 \quad (3)$$

式中,  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ . 不失一般性, 这里  $\alpha$  和  $\beta$  取正实数. 两个量子比特的纠缠程度可用共生纠缠(concurrence)来度量<sup>[38]</sup>. 对于一个任意的 2-qubit 态  $\rho$ , 共生纠缠的定义为

$$C(\rho) = \max\{0, \sqrt{E_1} - \sqrt{E_2} - \sqrt{E_3} - \sqrt{E_4}\} \quad (4)$$

式中,  $\{E_j, j=1, 2, 3, 4\}$  是  $\rho(\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y \rho^* \hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y)$  按降序排列的 4 个本征值,  $\rho^*$  是  $\rho$  的复共轭,  $\hat{\sigma}_y$  是泡利算符. 通过简单的计算可得上述 2-qubit 纠缠态  $|\Psi\rangle$  的纠缠度为  $C_m = 2\alpha\beta$ . 显然, 初始纯态的纠缠度与选取的量子比特基  $(\theta, \phi)$  无关. 但当两个量子比特处于幅值阻尼环境中时, 退相干态的纠缠度将与量子比特基  $(\theta, \phi)$  有关. 设两个量子比特分别经历强度为  $d$  的幅值阻尼退相干, 则初始纠缠纯态  $|\Psi\rangle$  将退化成一个混合态, 即

$$\rho_d = \sum_{m,n=0}^1 \hat{K}_m \otimes \hat{K}_n |\Psi\rangle \langle \Psi| \hat{K}_m^\dagger \otimes \hat{K}_n^\dagger \quad (5)$$

在 2-qubit 直积基  $\{|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle\}$  下,  $\rho_d$  可表示成矩阵形式, 即

$$\rho_d = \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & W_2 & W_3 \\ W_2^* & W_4 & W_5 & W_6 \\ W_2^* & W_5 & W_4 & W_6 \\ W_3^* & W_6^* & W_6^* & W_7 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中, 上标符号“\*”表示复数共轭,

$$\begin{cases} W_1 = |V_0|^2 + 2d|V_1|^2 + d^2|V_2|^3 \\ W_2 = \sqrt{1-d}V_0V_1^* + d\sqrt{1-d}V_1V_2^* \\ W_3 = (1-d)V_0V_2^* \\ W_4 = (1-d)|V_1|^2 + d(1-d)|V_2|^2 \\ W_5 = (1-d)|V_1|^2 \\ W_6 = (1-d)^{3/2}V_1V_2^* \\ W_7 = (1-d)^2|V_2|^2 \\ V_0 = \alpha \cos^2 \frac{\theta}{2} + \beta e^{-i2\phi} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ V_1 = (\alpha e^{i\phi} - \beta e^{-i\phi}) \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \\ V_2 = \alpha e^{i2\phi} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \beta \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (7)$$

通过直接计算可得退相干态  $\rho_d$  的纠缠度为

$$C_d = \max\left[0, 2(1-d)\left(|V_0V_2 - V_1|^2 - d|V_2|^2\right)\right] = \max\left[0, 2(1-d)\left(\alpha\beta - d|V_2|^2\right)\right] \quad (8)$$

式中,

$$|V_2|^2 = \frac{1}{4}(1 - \cos\theta)^2 + \beta^2 \cos\theta + \frac{1}{2}\alpha\beta \sin^2\theta \cos(2\phi) \quad (9)$$

接下来将讨论各种情况下  $C_d$  与  $(\theta, \phi)$  的关系, 即退相干态  $\rho_d$  的纠缠对量子比特基的依赖情况.

## 2 纠缠度与量子比特基的关系

仔细观察式(8)、(9), 不难发现:  $\pi/2$  和  $3\pi/2$  总是  $\phi$  的最佳取值(记为  $\phi_b = \pi/2$  或  $3\pi/2$ ), 其与初始态参数  $(\alpha$  或  $\beta)$  及噪声强度  $d$  无关, 即  $C_d(\phi_b) \geq C_d(\phi \neq \phi_b)$ ;  $\phi$  的可能最差取值  $\phi_w$  总是 0 或  $\pi$ . 而且  $C_d$  随  $\theta$  和  $\phi$  的整体变化规律与  $d$  无关. 另外, 对于任意给定的  $\theta$ ,  $C_d$  是  $\phi$  的一个周期函数, 且最小周期为  $\pi$ . 因此只需讨论  $0 \leq \phi < \pi$  的情况, 而  $\pi \leq \phi < 2\pi$  的情况可以直接根据周期性得到. 通过极值法, 还可求出  $\theta$  的最佳取值和最差取值或其所满足的条件. 令  $C_d$  对  $\theta$  的一阶偏导数等于零, 即  $\partial C_d / \partial \theta = 0$ , 并根据极值点二阶导数的符号情况, 可得  $\theta$  的最差取值  $\theta_w$  等于 0 或  $\pi$ ,  $\theta$  的最佳取值  $\theta_b$  满足条件

$$\theta_b = \arccos \frac{1 - 2\beta^2}{1 - 2\alpha\beta \cos(2\phi)} \quad (10)$$

显然,  $\theta_b$  与初态参数  $\alpha$  或  $\beta$  有关. 当  $\phi = \phi_b$  时, 有

$$\theta_b(\phi = \phi_b) = \arccos \frac{1 - 2\beta^2}{1 + 2\alpha\beta} \quad (11)$$

当  $\alpha = \beta = (1/2)^{1/2}$  时, 即初始纠缠态为最大纠缠态 ( $C_{in} = 1$ ), 此时  $\theta_b = \pi/2$ ,  $\theta_w = 0$  或  $\theta_w = \pi$ . 所以, 对于任意的噪声强度  $d$ , 退相干态  $\rho_d$  的纠缠  $C_d$  在  $\theta$  和  $\phi$  均等于  $\pi/2$  时取最大值, 即  $(\theta, \phi) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  是最佳量子比特基.

泡利算符  $\hat{\sigma}_y$  的两个本征态为

$$\begin{cases} |\psi^+(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \\ |\psi^-(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})\rangle = \frac{-i}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) \end{cases} \quad (12)$$

其对应的本征值分别为 1 和 -1. 这表明选取布洛赫球  $y$  轴上的两个正交归一的量子态矢为量子比特基时<sup>[37]</sup>, 2-qubit 纠缠态的鲁棒性最好. 一般情况下,  $C_d$  对  $\theta$  和  $\phi$  的依赖性如图 1 所示. 从图 1 可以看到: 对于任意给定的  $\phi$  和  $d$ ,  $C_d$  曲线总是关于  $\theta = \pi/2$  对称, 且  $\theta = \pi/2$  时  $C_d$  取最大值. 为了更清楚地展示量子纠缠在不同  $\theta$  或  $\phi$  的情况下的衰减速率, 图 2 给出了  $\phi = \phi_b$  时  $C_d$  随  $\theta$  和  $d$  的变化规律, 图 3 给出了  $\theta = \theta_b = \pi/2$  时  $C_d$  随  $\phi$  和  $d$  的变化规律. 从图 2 可以看出, 当  $\phi$  取最佳值  $\phi_b$  时,  $\theta$  的取值越靠近最佳值  $\pi/2$ , 纠缠的衰减速率越慢, 反之越快. 同样, 图 3 表明: 当  $\theta$  取最佳值  $\pi/2$  时,  $\phi$  的取值越靠近最佳值  $\phi_b$ , 纠缠的衰减速率越慢, 反之越快.

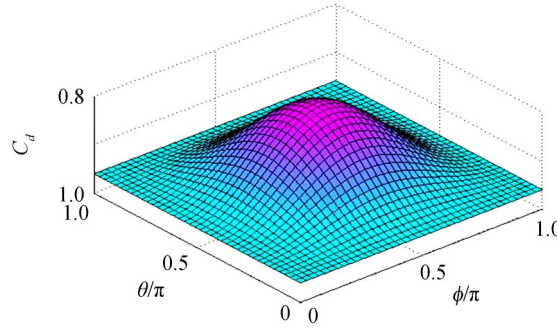


图 1  $C_d$  对  $\theta$  和  $\phi$  的依赖关系, 其中初始态叠加系数  $\alpha = \beta = (1/2)^{1/2}$ 、噪声强度  $d = 0.2$

Fig. 1 The dependence of  $C_d$  on  $\theta$  and  $\phi$ , where the superposition coefficients of the initial state  $\alpha = \beta = (1/2)^{1/2}$  and the noise strength  $d = 0.2$

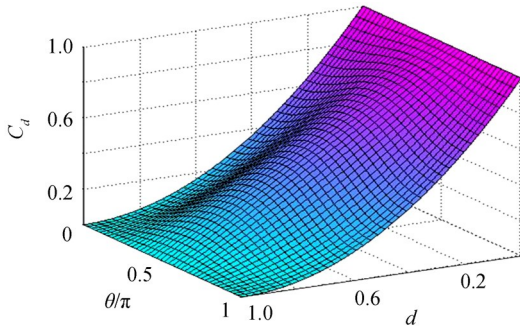


图 2 当  $\phi = \pi/2$  (最佳值) 时,  $C_d$  随  $\theta$  和  $d$  的变化规律  
Fig. 2 Variation of  $C_d$  with  $\theta$  and  $d$  for the case of  $\phi = \pi/2$  (optimal value)

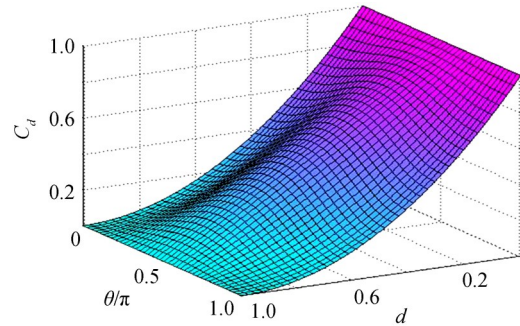


图 3 当  $\theta = \pi/2$  (最佳值) 时,  $C_d$  随  $\phi$  和  $d$  的变化规律  
Fig. 3 Variation of  $C_d$  with  $\phi$  and  $d$  for the case of  $\theta = \pi/2$  (optimal value)

当 $\alpha \neq \beta$ 时,即初始纠缠态为部分纠缠纯态( $C_m < 1$ )时, $C_d$ 的结果与 $\alpha$ 或 $\beta$ 的值也有关.当 $\alpha < (1/2)^{1/2}$ ,且 $\phi = \phi_b$ 时, $\theta_b > \pi/2, \theta_w = 0$ ;当 $\alpha > (1/2)^{1/2}$ ,且 $\phi = \phi_b$ 时, $\theta_b < \pi/2, \theta_w = \pi$ .所以, $\alpha < (1/2)^{1/2}$ 时的最佳基为 $(\theta_b > \pi/2, \phi_b)$ , $\alpha > (1/2)^{1/2}$ 时的最佳基为 $(\theta_b < \pi/2, \phi_b)$ .对于给定 $\alpha$ 或 $\beta$ 时,退相干态 $\rho_d$ 的纠缠 $C_d$ 对 $\theta$ 和 $\phi$ 的依赖特性如图4所示.与初始纠缠态为最大纠缠时的情形不同,此时对于给定的 $\phi$ 和 $d$ , $C_d$ 不再关于 $\theta$ 呈对称性分布.当 $\phi = \phi_b$ 时,图5分别给出了在 $\alpha < (1/2)^{1/2}$ 和 $\alpha > (1/2)^{1/2}$ 的情况下 $C_d$ 随 $\theta$ 和 $d$ 的变化规律.与 $\alpha = \beta$ 时的情况类似,当 $\theta$ 的取值越靠近最佳值时,纠缠的衰减速率仍然是越慢,反之仍然是越快.从图5还可以看到,在 $\alpha < (1/2)^{1/2}$ 的情况下,在 $\theta$ 临近0的一个区域内纠缠会突然死亡,即反应退相干时间的参数 $d$ 增大到1之前, $C_d$ 衰减到0;在 $\alpha > (1/2)^{1/2}$ 的情况下,在 $\theta$ 临近1的一个区域内会出现纠缠突然死亡的现象.因此,这些区域是 $\theta$ 的最不理想的取值范围.

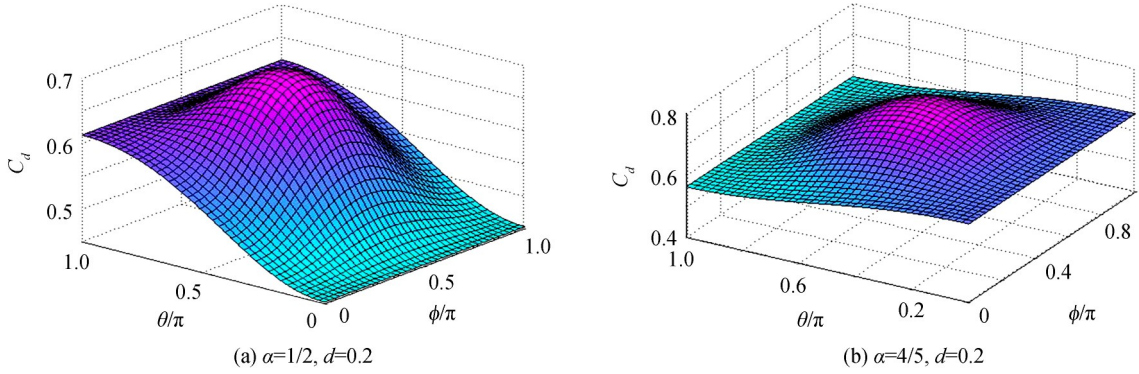


图4  $C_d$ 对 $\theta$ 和 $\phi$ 的依赖关系  
Fig. 4 The dependence of  $C_d$  on  $\theta$  and  $\phi$

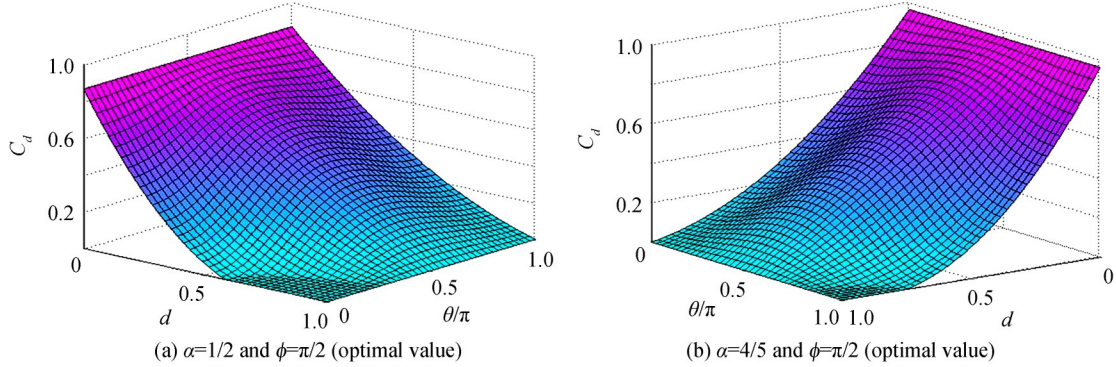


图5  $C_d$ 随 $\theta$ 和 $d$ 的变化规律  
Fig. 5 Variation of  $C_d$  with  $\theta$  and  $d$

综上所述,当两个量子比特的初始态是最大纠缠态时,量子比特振幅参数 $\theta$ 的最佳取值是 $\pi/2$ ,位相参数 $\phi$ 的最佳取值是 $\pi/2$ 或 $3\pi/2$ .当两个量子比特初始时刻处于部分纠缠态时, $\phi$ 的最佳取值仍是 $\pi/2$ 或 $3\pi/2$ ,但 $\theta$ 的最佳取值不是 $\pi/2$ ,而是稍偏离 $\pi/2$ ;  $\theta$ 的最佳取值是小于 $\pi/2$ 还是大于 $\pi/2$ 决定于初始纠缠态的叠加系数,即与初始纠缠度有关.上述结果可以从以下两个方面来部分地理解:幅值阻尼情况下的量子比特有一定的概率从 $|1\rangle$ 态跃迁到 $|0\rangle$ 态,从而改变噪声态 $\rho_d$ 中 $|00\rangle\langle 00|$ 、 $|11\rangle\langle 11|$ 、 $|00\rangle\langle 11|$ 和 $|11\rangle\langle 00|$ 四项成分间的比例;如果初始纠缠态处于较好的量子比特基下时,可减少 $\rho_d$ 中上述四项的失衡度,反之亦然.

最后,为了进一步展示量子比特基对维持量子纠缠的重要性,图6给出了在 $\phi = \phi_b$ 的情况下参数化的纠缠寿命 $d_t$ 与初始纠缠参数 $\alpha$ 及量子比特基参数 $\theta$ 的关系,图中的红色曲线为式(11)所描述的 $\theta_b$ .从图6可以看到,当初量子态为部分纠缠态时,如果量子比特基选取不当,会极大地缩短纠缠寿命,甚至会出现纠缠突然死亡(如文献[11]报道了在 $\theta = \phi = 0$ 情况下纠缠突然死亡的演示实验);但在合适的量子比特基下,对于任意初始纠缠态都可以避免纠缠突然死亡,即纠缠寿命趋于无穷.另外,还可以看到,当初量子态处于

最佳基( $\theta_b, \phi_b$ )下时,纠缠突然死亡现象总不会发生.事实上可以证实,只要 $\theta = \theta_b$ (不管 $\phi$ 取任何值),纠缠寿命总趋于无穷.

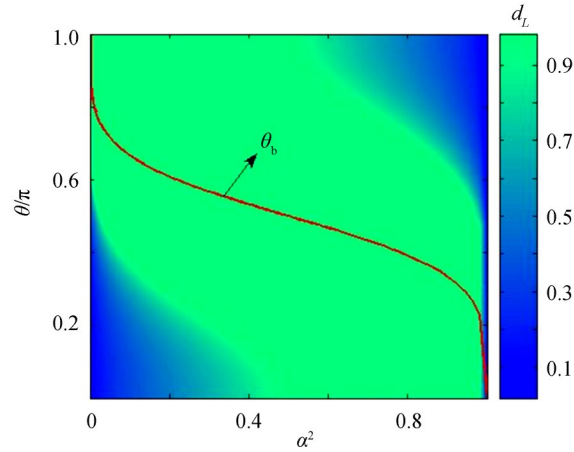


图6  $d_L$ 与 $\alpha$ 及 $\theta$ 的关系,其中 $\phi = \phi_b$

Fig. 6 The relationship of  $d_L$  with  $\alpha$  and  $\theta$ , where  $\phi = \phi_b$

本文理论结果可应用于“真空-单光子”比特纠缠、极化光子比特纠缠等多种物理系统或实际情况.研究结论也可通过相应的光学实验来检验.文献[11]和[15]中的两光子纠缠态的产生技术和光子比特的幅值阻尼退相干的模拟方法均可运用于本文结论的验证性实验中.关于光子比特的旋转或比特基的变换可简单地通过波片来实现.

### 3 结论

本文探讨了幅值阻尼环境中量子比特基对两体纠缠鲁棒性的影响.发现在不同量子比特基下的两体纠缠态具有不同的退相干特征和鲁棒性.当纠缠态处于较好的量子比特基下时,其纠缠退化的速率较慢;当纠缠态处于较差的量子比特基下时,其纠缠退化的速率较快.如果量子比特基选取不当,会导致纠缠突然死亡,极大地缩短纠缠的寿命;但在较好的量子比特基下,对于任意初始纠缠态都可以避免纠缠突然死亡,即纠缠寿命趋于无穷.给出了各种情况下的最佳量子比特基.在最佳量子比特基下,纠缠衰退的速率最慢,经历噪声后的剩余纠缠最多.研究表明:在制备两体纠缠态时,尽量将其制备在最佳量子比特基下,这样可最大限度地降低纠缠退化的速率或延长纠缠的维持时间,并避免纠缠在有限时间内消失.即将纠缠态制备在最佳量子比特基下可延长纠缠的传输距离和存储时间,或提高纠缠传输和存储的质量.另外,可根据需要适时通过旋量子比特基的方法来提高两体纠缠态的稳健性.与其它方法相比,该方法具有非概率性、无辅助粒子等优点,且在实际应用中简单易行.

多体纠缠态比两体纠缠态包括更丰富的非经典关联性,也通常展现出不一样的纠缠特性.因此,多体纠缠粒子在噪声环境中的退相干行为或动力学特征与两体纠缠粒子不尽相同.意味着本文中关于两体纠缠的结果或结论不一定适应或完全适应于三体等多体纠缠的情况.是否可通过选取适当的量子比特基来避免噪声环境中多体纠缠的“突然死亡”等问题有待进一步研究.三体等多体纠缠态在幅值阻尼环境中的最佳量子比特基也值得继续探寻.

#### 参考文献

- [1] VEDRAL V. Quantum entanglement[J]. *Nature Physics*, 2014, **10**: 256-258.
- [2] HORODECKI R, HORODECKI P, HORODECKI M, *et al.* Quantum entanglement[J]. *Review of Modern Physics*, 2009, **81**(2): 865-942.
- [3] PAN J W, CHEN Z B, LU C Y, *et al.* Multiphoton entanglement and interferometry[J]. *Review of Modern Physics*, 2012, **84**(2): 777-838.
- [4] WANG Si-meng, ZHANG Wei, LIAO Cong. Controlled bidirectional two-qubit quantum teleportation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, **47**(9): 0927002.  
王思萌,张炜,廖聪.二粒子态控制双向量子隐形传态[J],光子学报,2018, **47**(9): 0927002.

- [5] GARDINER C W, ZOLLER P. Quantum noise[M]. Springer: Berlin, Germany, 2004.
- [6] CAVALCANTI D, SKRZYPCZYK P, ŠUPIC I. All entangled states can demonstrate nonclassical teleportation [J]. *Physical Review Letters*, 2017, **119**(11): 110501.
- [7] MASANES L. All bipartite entangled states are useful for information processing [J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**(15): 150501.
- [8] KNOLL L T, SCHMIEGELOW C T, LAROTONDA M A. Noisy quantum teleportation: An experimental study on the influence of local environments [J]. *Physical Review A*, 2014, **90**(4): 042332.
- [9] YU T, EBERLY J H. Finite-time disentanglement via spontaneous emission [J]. *Physical Review Letters*, 2004, **93**(14): 140404.
- [10] YU T, EBERLY J H. Sudden death of entanglement [J]. *Science*, 2009, **323**(5914): 598-601.
- [11] ALMEIDA M P, DE MELO F, HOR-MEYLL M, *et al.* Environment-induced sudden death of entanglement [J]. *Science*, 2007, **316**(5824): 579-582.
- [12] DUAN L M, MONROE C. Quantum networks with trapped ions [J]. *Review of Modern Physics*, 2010, **82**(2): 1209-1224.
- [13] MEI F, YU Y F, FENG X L, *et al.* Quantum entanglement distribution with hybrid parity gate [J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(5): 052315.
- [14] PLATZER F, MINTERT F, BUCHLEITNER A. Optimal dynamical control of many-body entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2010, **105**(2): 020501.
- [15] KIM Y S, LEE J C, KWON O, *et al.* Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal [J]. *Nature Physics*, 2012, **8**: 117-120.
- [16] XU J S, SUN K, LI C F, *et al.* Experimental recovery of quantum correlations in absence of system-environment back-action [J]. *Nature Communications*, 2013, **4**: 2851.
- [17] TERHAL B M. Quantum error correction for quantum memories [J]. *Review of Modern Physics*, 2015, **87**(2): 307-346.
- [18] SUN Q, AL-AMRI M, DAVIDOVICH L, ZUBAIRY M, Reversing entanglement change by a weak measurement [J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(5): 052323.
- [19] BENNETT C H, BRASSARD G, POPESCU S, *et al.* Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels [J]. *Physical Review Letters*, 1996, **76**(5): 722-725.
- [20] CHEN P X, LIANG L M, LI C Z, *et al.* Necessary and sufficient condition for distillability with unit fidelity from finite copies of a mixed state: The most efficient purification protocol [J]. *Physical Review A*, 2002, **66**(2): 022309.
- [21] WANG X W, TANG S Q, YUAN J B, *et al.* Distilling perfect GHZ states from two copies of non-GHZ-diagonal mixed states [J]. *Optics Communications*, 2017, **392**(6): 185-189.
- [22] YUAN J B, TANG S Q, WANG X W, *et al.* One-step distillation of local-unitary-equivalent-GHZ-type states [J]. *Quantum Information Processing*, 2018, **17**(8): 259.
- [23] HORODECKI M, HORODECKI P, HORODECKI R. Inseparable two spin-1/2 density matrices can be distilled to a singlet form [J]. *Physical Review Letters*, 1997, **78**(4): 574-577.
- [24] KWIAT P G, BARRAZA-LOPEZ S, STEFANOV A, *et al.* Experimental entanglement distillation and 'hidden' non-locality [J]. *Nature*, 2001, **409**: 1014-1017.
- [25] WANG Xin-wen, YU Si-xia., ZHANG Deng-Yu, *et al.* Effect of weak measurement on entanglement distribution over noisy channels [J]. *Scientific Reports*, 2016, **6**: 22408.
- [26] FILIPPOV S N, FRIZEN V V, KOLOBOVA D V. Ultimate entanglement robustness of two-qubit states against general local noises [J]. *Physical Review A*, 2018, **97**(1): 012322.
- [27] ARTHUR T T, MARTIN T, FAI L C. Disentanglement and quantum states transitions dynamics in spin-qutrit systems: dephasing random telegraph noise and the relevance of the initial state [J]. *Quantum Information Processing*, 2018, **17**(2): 37.
- [28] ALI M, GUHNE O. Robustness of multiparticle entanglement: specific entanglement classes and random states [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2014, **47**(5): 055503.
- [29] LIAO Qing-hong, XU Juan, YAN Qiu-rong, *et al.* The study of dynamics properties of entanglement of two interacting atoms coupled to Markovian and non-Markovian environment [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(9): 0927001.  
廖庆洪, 许娟, 鄢秋荣, 等. 耦合到马尔科夫和非马尔科夫环境下两相互作用原子系统纠缠动力学特性的研究 [J]. *光子学报*, 2015, **44**(9): 0927001.
- [30] FROWIS F, DÜR W. Stability of encoded macroscopic quantum superpositions [J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(5): 052329.
- [31] WANG X W, TANG S Q, LIU Y, YUAN J B. Improving the robustness of entangled states by basis transformation [J]. *Entropy*, 2019, **21**(1): 59.
- [32] KONRAD T, DE MELO F, TIERSCH M, *et al.* Evolution equation for quantum entanglement [J]. *Nature Physics*,

- 2008, **4**: 99-102.
- [33] XU J S, LI C F, XU X Y, *et al.* Experimental characterization of entanglement dynamics in noisy channel[J]. *Physical Review Letters*, 2009, **103**(24): 240502.
- [34] LI J G, ZOU J, SHAO B. Entanglement evolution of two qubits under noisy environments[J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(4): 042318.
- [35] LIAO Qing-hong, LIU Zhi-wei, YUAN Shuo, *et al.*. Dynamics and transfer of entanglement between two jaynes-cummings atoms[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(3): 0327002.  
廖庆洪, 刘志伟, 袁硕, 等. 两 Jaynes-Cummings 原子间的纠缠动力学和转移特性[J]. 光子学报, 2016, **45**(3): 0327002.
- [36] HAN Wei, CUI Wen-kai, ZHANG Ying-jie, *et al.*. Comparison of entanglement decay between Bell-like states under different environmental model[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(23): 230302  
韩伟, 崔文凯, 张英杰, 等. 不同环境模型下 Bell 型纠缠态衰退行为的比较[J]. 物理学报, 2012, **61**(23): 230302.
- [37] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information [M]. Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2000.
- [38] WOOTERS W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. *Physical Review Letters*, 1998, **80**(10): 2245-2248.