

引用格式: ZHANG Yin-chao, WANG Chen, CHEN He, *et al.* Calculation Method of Lidar Geometric Factor Based on Field of View[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(10):1001001

张寅超,王琛,陈和,等. 基于视场权重的激光雷达几何因子计算方法[J]. 光子学报, 2020, 49(10):1001001

# 基于视场权重的激光雷达几何因子计算方法

张寅超,王琛,陈和,陈思颖,郭磐

(北京理工大学光电学院光电成像技术与系统教育部重点实验室,北京 100081)

**摘要:**为了解决传统激光雷达几何因子计算方法存在偏差的问题,通过几何光学推导出望远镜中全视场和半视场的视场函数,通过对均匀发射激光光束区域的视场函数二重积分与激光光束截面积的比值得到几何因子.考虑激光光轴倾斜失调的影响,推导出大气探测同轴激光雷达的几何因子计算公式.根据所提出的计算公式对典型大气探测同轴激光雷达的几何因子进行计算,并与传统方法进行了对比,结果显示最小全重叠距离一致.最后分析了与激发发射相关的激光光束直径、发散角和激光光轴倾斜角对几何因子的影响,结果表明激光发散角的影响比光束直径更大.该方法适用于均匀分布激光发射光束的激光雷达几何因子快速计算,可为激光雷达的光机设计提供参考.

**关键词:**激光雷达;几何因子;全视场;大气探测;同轴

中图分类号:O439

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20204910.1001001

## Calculation Method of Lidar Geometric Factor Based on Field of View

ZHANG Yin-chao, WANG Chen, CHEN He, CHEN Si-ying, GUO Pan

(Key Laboratory of Photoelectronic Imaging Technology and System, Ministry of Education, School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of deviation in the calculation method of traditional lidar geometric factors, the full field and half field of view functions in the telescope are derived through geometric optics, and the geometric factor is obtained by the ratio of the double integral of the field of view function of the uniformly emitted laser beam area to the cross-sectional area of the laser beam. Considering the effect of the laser optical axis tilt misalignment, the geometric factor calculation equation for the atmospheric detection coaxial lidar is derived. According to the proposed calculation equation, the geometric factor of the typical atmospheric detection coaxial lidar is calculated and compared with the traditional method result. The result shows that the minimum full overlap distance is consistent. Finally, the effects of laser beam diameter, divergence angle, and laser optical axis tilt angle related to excitation-emission on geometric factors are analyzed. The results show that the influence of the laser divergence angle is greater than that of the beam diameter. The method is suitable for the rapid calculation of the lidar geometric factor of the uniformly distributed laser emission beam and can provide a reference for the design of the lidar.

**Key words:** Lidar; Geometric factor; Full field of view; Atmospheric detection; Coaxial

**OCIS Codes:** 010.3640; 280.3640; 080.1753; 220.2740

## 0 引言

激光雷达作为一种主动可控的遥感工具,已经广泛应用于气象和环境监测等领域.大气探测激光雷达

基金项目:国家自然科学基金(No.61505009)

第一作者:张寅超(1961—),男,教授,博士,主要研究方向为光电遥感探测技术. Email: ychang@bit.edu.cn

通讯作者:陈和(1982—),男,讲师,博士,主要研究方向为激光大气探测技术和光学设计. Email: shinianshao@bit.edu.cn

收稿日期:2020-04-20;录用日期:2020-05-28

<http://www.photon.ac.cn>

利用大气分子和气溶胶后向散射回波信号得到的光强、频率、相位、偏振及目标距离等多种信息,反演出大气温度、密度、水汽和风速等特性.大气后向散射信号通常由激光雷达的望远镜接收,这种信号强度与距离的平方成反比,该特点导致探测信号动态范围极大,即近场信号比远场信号大几个数量级,难以同时测量.

在早期大气激光雷达的信号反演中,往往会舍弃近场信号,只对远场信号进行分析<sup>[1]</sup>.对于无法忽略近场信号的激光雷达,压缩信号动态范围成为一个必须要解决的关键问题.采用光机结构特性使发射的激光束在一定距离处不能完全与接收视场重合,能够有效压缩动态范围,且该方法比用电子学等方法更加方便.为了对采用光机结构压缩动态范围的方法进行精确描述,引入了几何因子(几何压缩因子或重叠因子)的概念<sup>[2]</sup>.几何因子作为对几何压缩动态范围方法进行分析的关键参数,其合理的计算方法在近场信号的准确探测和反演中尤为重要.

实验测试法是一种常用的几何因子获取手段.SASANO Y等提出在均匀大气中使用实验方法得到非同轴激光雷达几何因子<sup>[1]</sup>.TOMINE K等提出了在薄雾天气下的实验法求解几何因子<sup>[3]</sup>.DHO S W进一步提出在不均匀大气中利用多项式拟合的方法测量几何因子<sup>[4]</sup>.WANDINGER U等提出用米通道(粒子弹性散射通道)对比拉曼通道(分子散射通道)求解几何因子<sup>[5-7]</sup>.GUERRERO J L等提出用云高仪作为参考通道求解红外激光雷达的几何因子<sup>[8]</sup>.FAN Guang-qiang等提出了使用米散射激光雷达和差分吸收激光雷达同时测量信号的几何因子实验法<sup>[9]</sup>.虽然实验法能够精确计算出激光雷达系统的几何因子,但不能指导光学系统的初始设计,因此有必要在系统设计阶段,对影响几何因子的相关参数进行详细的分析计算.

理论分析法把望远镜简化为单透镜并通过几何光学的方法计算几何因子,可以在激光雷达设计阶段确定光机系统参数,而且可以更加方便快速地获取几何因子.该方法一般把激光视为均匀光或者TEM<sub>00</sub>高斯激光,建立针对对称结构且不考虑像差和中心遮挡等影响的理想模型<sup>[10-12]</sup>.尽管传统的分析方法简单易行,但它们不考虑望远镜视场权重以简化计算<sup>[2,13-16]</sup>.王威等提出了基于激光强度分布的激光雷达几何因子计算<sup>[17]</sup>,狄慧鹤等提出了米散射激光雷达重叠因子的计算方法<sup>[18-19]</sup>,依然没有考虑视场权重.MAO Fei-yue等开发了一种基于直角坐标系的蒙特卡罗积分几何因子计算方法<sup>[20]</sup>,可以有效计算几何因子.

本文提出一种简单的激光雷达几何因子计算方法,充分考虑了望远镜的全视场和半视场的区别.针对同轴激光雷达推导出几何因子理论计算公式,然后对典型的同轴激光雷达参数进行计算并将其与原有理论计算结果进行对比分析.

## 1 几何因子定义

望远镜接收到的功率可以由雷达方程计算,即

$$P_r(z) = P_0 \frac{c\Delta\tau}{2} \beta(z) \frac{A}{z^2} O(z) \times \exp\left[-2 \int_0^z \alpha(r) dr\right] \quad (1)$$

式中, $P_0$ 表示激光输出功率, $c$ 表示光速, $\Delta\tau$ 表示激光脉冲时间, $\beta(z)$ 表示大气体后向散射系数, $A$ 表示望远镜接收面积, $O$ 表示几何因子, $z$ 表示探测距离, $\alpha(z)$ 表示大气消光系数.

几何因子为探测器上接收到的能量与望远镜主镜接收到的能量的比值<sup>[12,21]</sup>

$$O(z) = \frac{E_{\text{det}}(z)}{E_{\text{scat}}(z)} \quad (2)$$

式中, $E_{\text{det}}$ 为探测器上接收到的能量, $E_{\text{scat}}$ 为到达望远镜主镜上的能量.

## 2 几何因子的计算原理

### 2.1 发射激光束

将激光视为均匀光束,激光光束在不同距离处的截面为 $G(z)$ ,如图1所示. $D_1$ 为望远镜主镜直径, $D_t$ 为激光光束初始直径, $\theta_r$ 为望远镜视场角, $\theta_l$ 为激光发散角, $\omega$ 为发射激光束与望远镜光轴的夹角, $v$ 为激光光束中心与望远镜光轴距离. $G_1$ 处激光光束完全在望远镜全视场内; $G_2$ 处激光光束部分在望远镜全视场内; $G_3$ 处激光光束完全在望远镜全视场内.

激光光束随距离发散,光束半径为

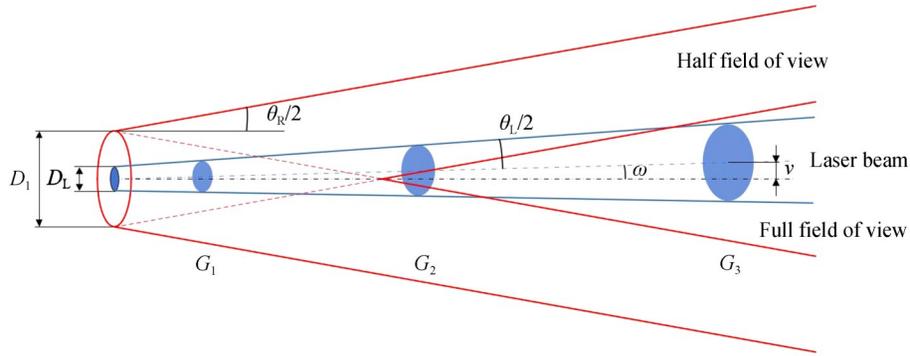


图1 激光雷达发射和接收的关系  
Fig. 1 Relational diagram of lidar transmitter and receiver

$$G(z) = \frac{D_L + z\theta_L}{2} \quad (3)$$

对于同轴激光雷达,一般要求发射激光轴与望远镜光轴平行.但实际激光雷达两个光轴会存在微小的偏差,加工和装调带来的误差很难完全消除.考虑装调误差带来的激光发射光轴倾斜情况,激光光束中心离望远镜光轴距离  $v$  为

$$v(z) = \omega z \quad (4)$$

## 2.2 视场函数

在理论计算公式中,通常认为望远镜视场中各处效果是等效的,即不考虑望远镜全视场概念,这会导致几何因子的计算产生偏差.本文考虑望远镜的全视场范围和半视场范围.

用薄透镜代替望远镜进行分析计算,并考虑望远镜次镜产生的中心遮挡.如图2所示,  $D_2$  表示由于次镜形成的中心遮挡直径(通常  $D_1 > 3 \times D_2$ ).视场光阑在望远镜焦平面内并处在望远镜光轴上,红色实线和圆分别表示视场光阑在子午面和光轴截面内的大小.  $s$  为视场光阑半径,可以通过视场光阑的大小对激光雷达

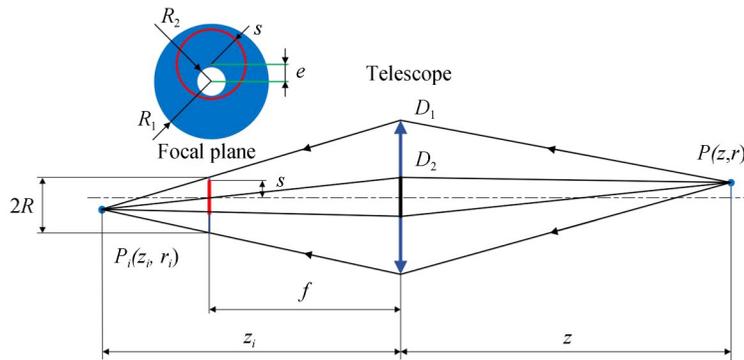


图2 望远镜的近轴点成像  
Fig. 2 Paraxial point imaging in a telescope

回波信号和几何因子进行调节.望远镜的近轴点  $P$  在焦平面(视场光阑平面)上形成一个外径为  $R_1$  内径为  $R_2$  的环形光斑.  $P(z, r)$  点成的像  $P_i(z_i, r_i)$  满足

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z_i} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

$$r_i = \frac{y \cdot z_i}{z} \quad (6)$$

对于有限距离处望远镜视场中的物点,其像距大于望远镜的焦距,会在焦平面上形成一个光斑.当物点距离比较近时,像点在焦平面上的光斑大于视场光阑,望远镜处于半视场范围内,如图3(a)和(b)所示.当物点距离较远时,像点在焦平面上的光斑小于视场光阑,同时可以完全通过视场光阑,处于望远镜的全视场范围,如图3(c)所示.图3中蓝色圆环为激光光斑,红色圆为视场光阑.

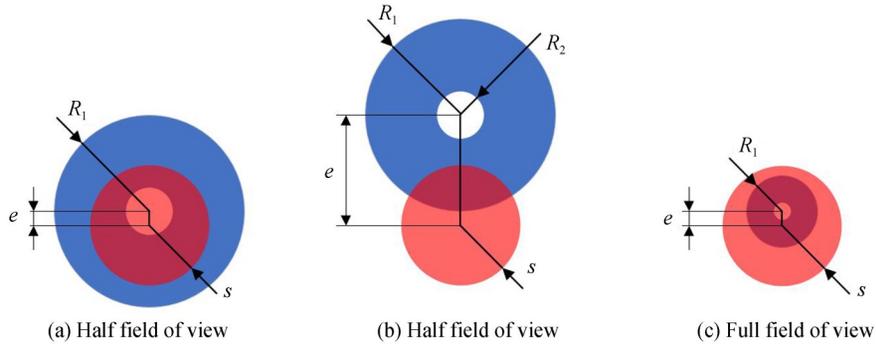


图 3 焦平面上光斑与视场光阑的关系

Fig. 3 The relationship between the spot on the focal plane and the field stop

根据图 2 的几何关系可以得到  $P$  点在焦平面上形成的环形光斑外半径  $R_1$  为

$$R_1 = \frac{z_i - f}{z_i} \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{f \cdot D_1}{2z} \quad (7)$$

环形光斑内半径  $R_2$  为

$$R_2 = \frac{f \cdot D_2}{2z} \quad (8)$$

光斑距离光轴的距离  $e$

$$e = \frac{f \cdot r}{z} \quad (9)$$

当  $P$  点较近时, 光斑半径  $R$  大于视场光阑半径  $s$ , 只有部分通过视场光阑的能量才能被望远镜接收. 将  $P$  点发出的光束通过视场光阑占有所有通过主镜光束的比值定义为  $P$  点的视场函数  $F(r, z)$ . 根据图 3 所示的几何关系, 可以推导出望远镜的视场函数为

$$F(r, z) = \begin{cases} 0 & e \geq R_1 + s \text{ or } 0 \leq e < R_2 - s \\ \frac{s^2 - R_2^2}{R_1^2 - R_2^2} & 0 \leq e < s - R_2 \cap R_2 \leq s \leq (R_1 + R_2)/2 \text{ or } 0 \leq e \leq R_1 - \\ & s \cap (R_1 + R_2)/2 \leq s \leq R_1 \\ \frac{\pi s^2 - A(R_2, s; e)}{\pi R_1^2 - \pi R_2^2} & 0 < R_2 - s < e < R_2 + s \text{ or } R_2 < s < \frac{R_1 - R_2}{2} \cap s - R_2 < \\ & e < R_2 + s \text{ or } \frac{R_1 - r}{2} < s < \frac{R_1 + r}{2} \cap s - r < e < R_1 - s \\ \frac{A(R_1, s; e) - \pi R_2^2}{\pi R_1^2 - \pi R_2^2} & \frac{R_1 + R_2}{2} < s < R_1 \cap R_1 - s \leq e \leq s - R_2 \text{ or } 0 < s - \\ & R_1 < e < s - R_2 \\ \frac{s^2}{R_1^2 - R_2^2} & s \leq \frac{R_1 - R_2}{2} \cap R_2 + s \leq e \leq R_1 - s \\ \frac{A(R_1, s; e) - A(R_2, s; e)}{\pi R_1^2 - \pi R_2^2} & R_1 - s \leq e \leq R_2 + s \cap \frac{R_1 - R_2}{2} < s < \frac{R_1 + R_2}{2} \text{ or } s - \\ & R_2 \leq e \leq s + R_2 \cap s \geq \frac{R_1 + R_2}{2} \\ \frac{A(R_1, s; e)}{\pi R_1^2 - \pi R_2^2} & R_1 - s < e < R_1 + s \cap s \leq \frac{R_1 - R_2}{2} \text{ or } R_2 + s < e < R_1 + \\ & s \cap s > \frac{R_1 - R_2}{2} \\ 1 & e \leq s - R_1 \cap s > R_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $A(R, s; e)$  为圆形光斑与视场光阑的重叠面积<sup>[10]</sup>, 即

$$A(R, s; e) = R^2 \arccos\left(\frac{e^2 + R^2 - s^2}{2eR}\right) + s^2 \arccos\left(\frac{e^2 + s^2 - R^2}{2es}\right) - \frac{1}{2} \sqrt{[(R+s)^2 - e^2][e^2 - (R-s)^2]} \quad (11)$$

当视场函数  $F(r, z) = 0$  时, 点  $(r, z)$  处于视场之外的盲区; 当视场函数为 1 时, 点  $(r, z)$  处于全视场区域. 当光斑  $P_i$  和视场光阑大小相等时, 距离  $Z_0$  为最小的全视场距离.

### 2.3 几何因子

在一定距离处发射激光光束截面与望远镜视场的几何关系如图 4 所示. 图中蓝色实线圆代表激光发射光束大小, 红色虚线圆代表望远镜视场, 坐标原点  $O$  在望远镜光轴上. 对于同轴激光雷达, 激光光轴与望远镜光轴夹角较小, 假设两轴夹角小于激光发散角的一半, 即  $\omega < \theta_L / 2$ .

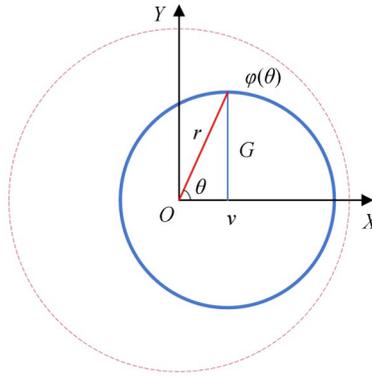


图 4 接收视场范围内的激光光束截面

Fig. 4 Cross-section of the laser beam in the field of view

激光发射光束范围内, 不同点可能存在不同的接收效率. 通过对激光光束范围内的视场函数进行积分来赋予望远镜视场的权重. 一定距离  $z$  处, 激光光束截面范围内视场函数的二重积分与激光截面积之比即为该处几何因子. 几何因子计算公式为

$$O(z) = \frac{2 \times \int_0^\pi d\theta \int_0^{\varphi(\theta)} F(r, z) \cdot r dr}{\pi G^2} \quad (12)$$

式中,  $\varphi(\theta) = v \cos\theta + \sqrt{v^2 \cos^2\theta - v^2 + G^2}$ .

## 3 几何因子计算与分析

对同轴大气探测激光雷达的几何因子求解并绘制其廓线. 激光雷达的发射激光参数如表 1 所示.

表 1 发射激光参数  
Table 1 Laser parameters

Parameter	Value
Laser distribution	Uniform
$D_L/\text{mm}$	40
$\theta_L/\text{mrad}$	0.4

望远镜参数如表 2 所示.

首先把表 1~2 中的参数代入式 (12), 求解各点的几何因子并绘制出理论计算的几何因子廓线. 如图 5 (a) 所示, 红色实线为本文提出的几何因子计算公式得出的结果, 蓝色虚线为根据 Stelmaszczyk 提出的理论求得的结果<sup>[12]</sup>.

图 5(a) 表明, 本文所提出的几何因子计算公式求得的全重叠距离与原有理论计算结果一致. 本文方法

表 2 接收望远镜参数  
Table 2 Parameters of receiving telescope

Parameter	Value
$\theta_R/\text{mrad}$	1
$D_1/\text{mm}$	200
$D_2/\text{mm}$	50
$f/\text{mm}$	1 000
$s/\text{mm}$	0.5

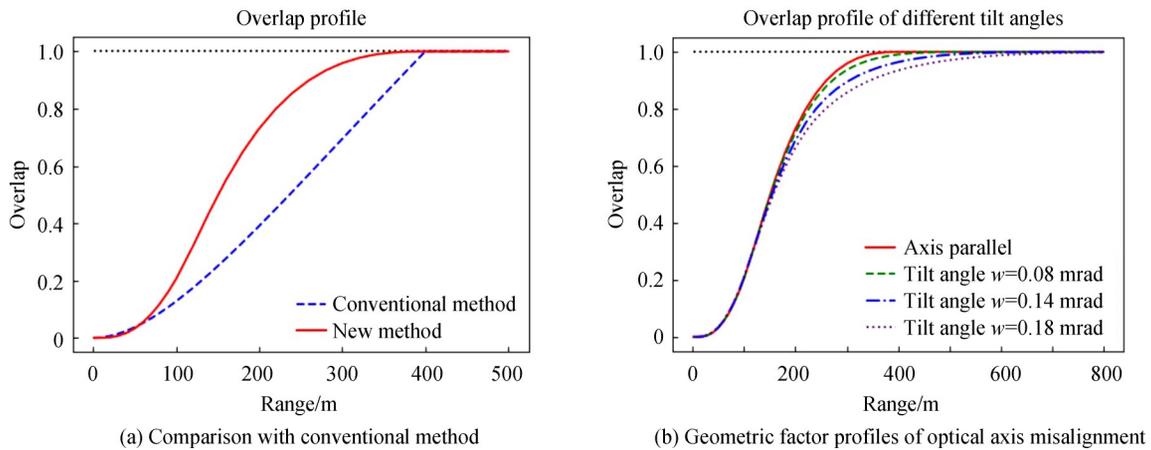


图 5 理论计算的几何因子廓线

Fig. 5 The theoretically calculated geometric factor profiles

考虑了望远镜次镜遮挡,近距离处由于遮挡几何因子较小,符合理论预期.传统理论计算的几何因子廓线假设光束均匀分布,只在全重叠距离处考虑了全视场.由于中间计算过程中没有考虑全视场和半视场的区别,曲线中间部分较为平缓.本文方法在所有距离处都加入了半视场的权重,几何因子中间段上升较快,接近全重叠区时趋于平缓,与实际激光雷达几何因子吻合.

在激光雷达实际使用中,激光发射光轴和望远镜接收光轴很难保证平行.对装调产生的不同光轴夹角  $\omega$  分别进行了计算,结果如图 5(b) 所示.光轴倾斜角越大,几何因子下降越多,全重叠距离变长.当  $\omega=0$  时,  $O(300)=0.959$ ; 当  $\omega=0.08$  mrad 时,  $O(300)=0.937$ ; 当  $\omega=0.14$  mrad 时,  $O(300)=0.895$ ; 当  $\omega=0.18$  mrad 时,  $O(300)=0.857$ .收发光轴平行时,压缩范围为 0~400 m,倾斜角为 0.14 mrad 时,压缩范围为 0~700 m.

对不同初始直径  $D_L$  的发射激光光束进行计算,其中激光光束直径分别为 20 mm、40 mm、80 mm、160 mm,几何因子如图 6(a) 所示.图 6(a) 表明,初始激光光束直径越大,则最小的全重叠距离也越大.

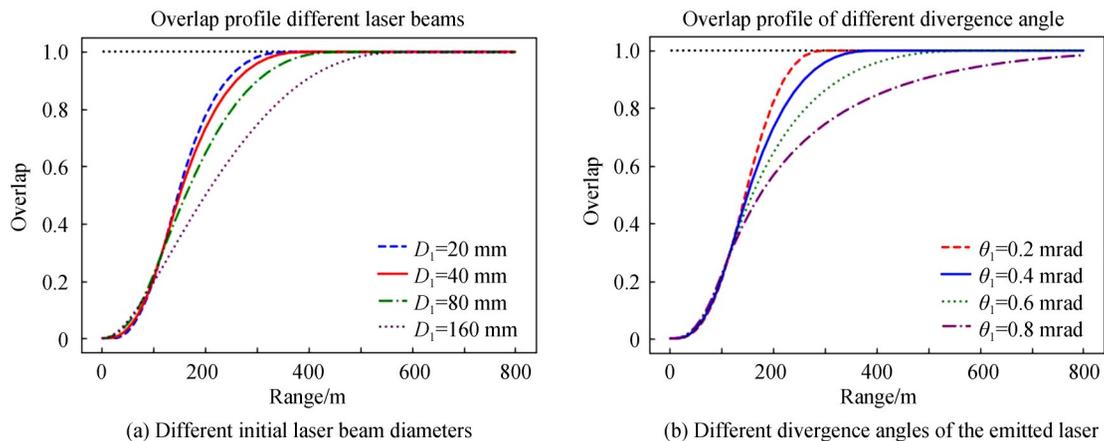


图 6 不同激光光束的几何因子廓线

Fig. 6 Geometric factor profiles of different laser beams

对不同发散角  $\theta_L$  的发射激光光束进行计算,其中激光光束发散角分别为 0.2 mrad、0.4 mrad、0.6 mrad、0.8 mrad,几何因子如图 6(b)所示.图 6(b)表明,激光光束发散角越大,则最小的全重叠距离也越大.

在激光雷达中,一般需要对激光光源进行扩束来压缩激光发散角.对于一定的激光光源,扩束后的激光发散角与扩束倍率成反比,此处对同一种激光光源不同扩束倍率进行分析,结果如图 7 所示.由图 7 可知,在一定的扩束范围内,扩束倍率对激光雷达几何因子的影响很小.当扩束倍率较大或者较小时,几何因子均存在一定程度的下降,最小全重叠距离变大.其中,发散角较大时,对几何因子的下降影响更大.

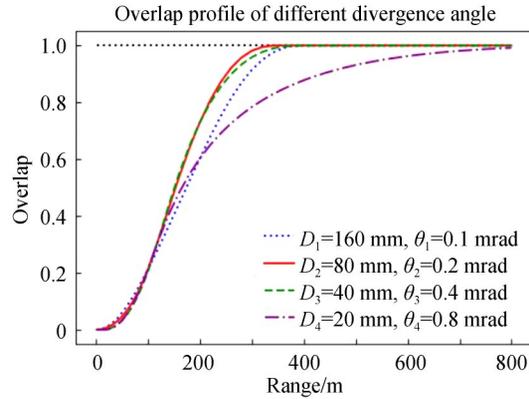


图 7 一定激光光源不同扩束倍率下的几何因子

Fig.7 Geometric factors of a certain laser beam under different beam expansion magnifications

在设计阶段可以通过改变发射激光光束直径  $D_L$  和发散角  $\theta_L$  来对几何因子进行控制.对于需要加大最小全重叠距离,即加大信号压缩距离的要求,当对探测距离要求较远,可加大激光光束直径.若探测距离要求不高,可适当降低扩束倍率,增大激光发散角,以达到更远的最小全重叠距离.同时,理论公式对激光光轴倾角  $\omega$  装调有一定的指导意义.光轴夹角失调越小,最小全重叠距离越小.

## 4 结论

本文提出一种基于几何光学的大气探测激光雷达几何因子计算方法,在望远镜物方的视场函数加入视场权重.通过在发射激光光束范围内的视场函数二重积分得到几何因子理论计算公式.本方法考虑了望远镜的中心遮挡,把激光光束视为均匀分布.对同轴激光雷达设计参数进行计算并与原有理论计算进行对比,得到一致的结果.本方法适用于均匀分布激光发射光束的几何因子快速计算,可为激光雷达的光机设计提供参考.

### 参考文献

- [1] SASANO Y, SHIMIZU H, TAKEUCHI N, *et al.* Geometrical form factor in the laser radar equation: an experimental determination[J]. *Applied Optics*, 1979, **18**(23): 3908-3910.
- [2] BEREZHNYI I. A combined diffraction and geometrical optics approach for lidar overlap function computation[J]. *Optics and lasers in Engineering*, 2009, **47**(7-8): 855-859.
- [3] TOMINE K, HIRAYAMA C, MICHIMOTO K, *et al.* Experimental determination of the crossover function in the laser radar equation for days with a light mist[J]. *Applied Optics*, 1989, **28**(12): 2194-2195.
- [4] DHO S W, PARK Y J, KONG H J. Experimental determination of a geometric form factor in a lidar equation for an inhomogeneous atmosphere[J]. *Applied Optics*, 1997, **36**(24): 6009-6010.
- [5] WANDINGER U, ANSMANN A. Experimental determination of the lidar overlap profile with Raman lidar[J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(3): 511-514.
- [6] CAO Kai-fa, DU Xiao-yong, HU Shun-xing, *et al.* Determination of lidar geometric form factor with pure rotational Raman scattering signal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **27**(8): 1349-1354.  
曹开法,杜小勇,胡顺星,等.纯转动拉曼法确定激光雷达几何因子[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1349-1354.
- [7] ZHAO Pei-tao, LI Wei, ZHANG Yin-chao, *et al.* Determination of lidar geometric form factor with vibration Raman scattering signals[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **30**(7): 1938-1944.  
赵培涛,李伟,张寅超,等.振动拉曼散射信号反演激光雷达几何因子分析[J]. *光学学报*, 2010, **30**(7): 1938-1944.
- [8] GUERRERO-RASCADO J L, COSTA M J, BORTOLI D, *et al.* Infrared lidar overlap function: an experimental

- determination[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(19): 20350-20369.
- [9] FAN Guang-qiang, LIU Jian-guo, LIU Wen-qing, *et al.* Experimental determination of lidar geometric factor in differential absorption lidar[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2013, **30**(1): 93-97.  
范广强,刘建国,刘文清,等. 差分吸收激光雷达几何因子实验确定方法[J]. 量子电子学报, 2013, **30**(1): 93-97.
- [10] HALLDORSSON T, LANGERHOLC J. Geometrical form factors for the lidar function[J]. *Applied Optics*, 1978, **17**(2): 240-244.
- [11] HARMS J, LAHMANN W, WEITKAMP C. Geometrical compression of lidar return signals[J]. *Applied Optics*, 1978, **17**(7): 1131-1135.
- [12] STELMASZCZYK K, DELL'AGLIO M, CHUDZYŃSKI S, *et al.* Analytical function for lidar geometrical compression form-factor calculations[J]. *Applied Optics*, 2005, **44**(7): 1323-1331.
- [13] SASSEN K, DODD G C. Lidar crossover function and misalignment effects[J]. *Applied Optics*, 1982, **21**(17): 3162-3165.
- [14] KANG Sheng, XIA Ming-zhuo, WANG Jiang-an, *et al.* Influence of anti-coaxial lidar system parameters on geometrical factor[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2012, **10**(2): 47-51.  
康圣,夏明卓,王江安,等. 非共轴激光雷达系统参数对几何因子的影响[J]. 光学与光电技术, 2012, **10**(2): 47-51.
- [15] HARMS J. Lidar return signals for coaxial and noncoaxial systems with central obstruction[J]. *Applied Optics*, 1979, **18**(10): 1559-1566.
- [16] GONG W, MAO F, LI J. OFLID: Simple method of overlap factor calculation with laser intensity distribution for biaxial lidar[J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(12): 2966-2971.
- [17] WANG Wei, MAO Fei-yue, GONG Wei, *et al.* Overlap factor calculation method based on laser intensity distribution and its sensitivity analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(2): 0228005.  
王威,毛飞跃,龚威,等. 基于激光强度分布的激光雷达重叠因子计算及其敏感性分析[J]. 光学学报, 2014, **34**(2): 0228005.
- [18] DI Hui-ge, HUA Deng-xin, WANG Yu-feng, *et al.* Investigation on the correction of the Mie scattering lidar's overlapping factor and echo signals over the total detection range[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(9): 094215.  
狄慧鸽,华灯鑫,王玉峰,等. 米散射激光雷达重叠因子及全程回波信号标定技术研究[J]. 物理学报, 2013, **62**(9): 094215.
- [19] SONG Yue-hui, LU Lei-lei, HUA Deng-xin, *et al.* Design of auto collimation system for coaxial Mie lidar[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, **43**(7): 0710001.  
宋跃辉,鲁雷雷,华灯鑫,等. 同轴米散射激光雷达自准直系统设计[J]. 中国激光, 2016, **43**(7): 0710001.
- [20] MAO F, GONG W, LI J. Geometrical form factor calculation using Monte Carlo integration for lidar[J]. *Optics and Laser Technology*, 2012, **44**(4): 907-912.
- [21] VELOTTA R, BARTOLI B, CAPOBIANCO R, *et al.* Analysis of the receiver response in lidar measurements[J]. *Applied Optics*, 1998, **37**(30): 6999-7007.