引用格式: WANG Xia, ZHANG Ya-sheng, XU Can, *et al*. Attitude Estimation of GEO Objects of Space-based Optical Observation Based on the Improved Phong Model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, **49**(1): 0112004 汪夏,张雅声,徐灿,等.基于改进 Phong 模型的天基光学观测 GEO 目标姿态估计方法[J].光子学报,2020,**49**(1):0112004

# 基于改进 Phong 模型的天基光学观测 GEO 目标姿态估计方法

**汪夏<sup>1</sup>,张雅声<sup>2</sup>,徐灿<sup>2</sup>,李鹏<sup>1</sup>,张峰<sup>1</sup>,周童<sup>1</sup>** (1 航天工程大学 研究生院,北京 101416)

(2 航天工程大学 航天指挥学院,北京 101416)

摘 要:针对于缺少基于天基光学观测的空间目标姿态估计的问题,提出将无味卡尔曼滤波应用于基于 天基光学观测的地球同步轨道目标姿态估计中.以光学横截面积代替星等作为观测量,提高观测方程的 线性化水平,实现观测方程的简化;同时建立基于改进 Phong 模型的光学横截面积观测模型,在提高观 测方程描述能力的同时,以角度作为模型的输入,极大地简化了计算,增强了实时性.最后,以贴敷聚酰 亚胺薄膜及朗伯体材质的长方体为例,对比分析了姿态估计情况,验证了所提方法的有效性;并进一步 对正六棱柱、正八棱柱进行了姿态估计.

关键词:天基观测;光学观测模型;无味卡尔曼滤波;姿态估计;改进 Phong 模型 中图分类号:V19; O432.2 文献标识码:A doi:10.3788/gzxb20204901.0112004

# Attitude Estimation of GEO Objects of Space-based Optical Observation Based on the Improved Phong Model

WANG Xia<sup>1</sup>, ZHANG Ya-sheng<sup>2</sup>, XU Can<sup>2</sup>, LI Peng<sup>1</sup>, ZHANG Feng<sup>1</sup>, ZHOU Tong<sup>1</sup>
(1 Department of Graduate Management, Space Engineering University, Beijing 101416, China)
(2 Department of Command, Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: In view of the lack of space objects' attitude estimation based on space-based optical observation, this paper applied the Unscented Kalman Filter (UKF) to the Geosynchronous Orbit objects' attitude estimation based on space-based optical observation. Taken the Optical Cross Section (OCS) instead of magnitude as observed variable, linearizing and simplifying the observation equation. In addition, an OCS observation model based on the improved Phong model was established, which improves the description ability of the observation equation. And the angle was used as the input of the model, which greatly simplifies the calculation and enhances the real-time capability. Finally, compare the attitude estimation of the Kapton cuboid and the Lambert cuboid, the effectiveness of this method is verified, and the attitude estimation of the regular hexagonal prism and eight prism is also carried. Key words: Space-based observation; Optical observation model; Unscented Kalman Filter; Attitude

estimation; Improved Phong model

OCIS Codes: 120.5240; 150.1135; 330.7326; 350.6090

# 0 引言

地球同步轨道(Geosynchronous Orbit, GEO),是当今各大航天强国的必争之地,无论是在商业领域、民用

http://www.photon.ac.cn

基金项目:国家自然科学基金(No.61304228)

第一作者:汪夏(1995—),男,硕士研究生,主要研究方向为空间目标光学散射特性. Email: 627176089@qq.com 导师(通讯作者):张雅声(1974—),女,研究员,博导,主要研究方向为航天任务分析与设计. Email: lizhizys@263.net 收稿日期:2019-07-10:录用日期:2019-09-29

领域还是战略领域都起到举足轻重的作用.知己知彼,百战不殆,因此,对 GEO 轨道卫星的监测就显得尤为重要.地基雷达监视系统由于受到观测距离的限制,主要应用于中低轨空间目标的探测;地基光学望远镜监视系统,由于受到气象、"天光地影"等条件的限制,极大缩短了可视窗口的时长和数量<sup>[1]</sup>,同时由于地理位置受限以及大气对光学传播的影响,只能对测站上空的有限天域<sup>[2-3]</sup>进行观测.因此,为了突破地理位置和天气的限制,美国、加拿大等航天强国已率先进行了天基监视系统的研究,先后诞生了"蓝宝石"、GSSAP、ORS-5 等性能优异的天基监视卫星<sup>[4-5]</sup>.由于光学成像距离较短、成本较高,故点目标光度数据仍是天基空间目标监视系统获取的主要数据,但利用天基平台的运动特性及机动能力,可以极大地弥补地基观测的盲区,提供丰富的测角信息,再结合一些可行的光度反演技术<sup>[6-9]</sup>,可以分析空间目标的形状、姿态、质量、面积、材质等重要特征.

随着天基观测的战略地位越发凸显,越来越多的可视载荷被送上太空,相应的观测模型和估计算法也层 出不穷.观测模型方面,文献[10]根据目标的背景辐射环境及目标表面状况,引入描述目标表面特性的双向 反射分布函数建立了天基空间目标可见光特性数学分析模型;文献[11]基于双向反射分布函数 (Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF)五参数模型建立了天基探测空间目标等效星等计 算模型;文献[12]基于 BRDF 的传统 Phong 模型进行了地球同步轨道目标视星等仿真研究.这三种方法的 共同点在于均将目标表面按形状和材质规律拆分成一个个面元,再根据目标形状对各面元坐标系进行旋转 调整,来计算相应的光度信息,虽然建立了较为完善的光学观测模型,但过程较为繁杂;同时,传统 BRDF 模 型在描述菲涅尔反射特性强的材质时,表现出了一定的局限性.针对这一问题,课题组前期通过对 27 种空间 目标常用材质的 BRDF 测量数据进行统计分析验证,提出一种针对菲涅尔反射现象具有一定描述能力的改 进 Phong 模型<sup>[13]</sup>,对于具有明显菲涅尔反射现象的材质,该模型拟合精度比经典 Phong 模型高 90%.本文 所提模型的改进在于:一是采用精度更高,适用范围更广的改进 Phong 模型;二是以极坐标表示向量,采用 角度计算的方式,以入射、反射向量与面元法向量的夹角为输入计算 BRDF,无需考虑天体、测站的具体位置 坐标以及各坐标系的转换,极大地简化了计算,增强了实时性.

基于光度数据的姿态估计方面,文献[14-16]利用 BRDF 对目标表面材质的光学特性进行描述,通过建 立完善的光学观测解析模型进行星等数据仿真,并作为观测方程进行 GEO 目标姿态的滤波估计,同时反演 出了目标姿态和角速度,具有较大的应用价值.但以往的文献中,对光学观测模型的引用往往局限于文献[6] 和文献[14]中的两种星等计算模型,且大多只讨论了基于地基观测设备进行的场景建立及姿态估计.

本文基于改进 Phong 模型提出准确度更高,适用范围更广的光学观测模型.以光学横截面积(Optical Cross Section, OCS)代替星等作为观测量,提高了观测方程的线性化水平,起到简化计算的作用,同时,由于 去除了距离对观测结果的影响,OCS 相比星等更能直接反映目标自身的属性及运动规律对光学观测的影响,有利于姿态的估计;另一方面,采用基于 OpenGL 拾取技术的空间目标光学横截面积计算方法来进行光 学观测数据的仿真<sup>[17]</sup>,代替传统的以观测模型加白噪声作为观测数据的模式.

常见的非线性滤波方法有:扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF),无味卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF),粒子滤波(Particle Filter, PF)等.文献[18]利用 EKF 分别解决了不同坐 标系下的目标跟踪问题;文献[6,7]利用 UKF 实现了基于光度数据和角度数据对空间目标的形状姿态进行 表征;文献[19]利用改进的粒子滤波实现了对 GEO 目标的姿态反演,并通过实验验证了其有效性.但 EKF 的不足在于需要计算雅可比矩阵,计算较复杂,且只适用于弱非线性计算;PF 的不足为,由于采用非确定性 采样,故存在严重的粒子退化问题,同时大量的样本导致计算速度过慢,实时性较差<sup>[20]</sup>.因此,采用较为主流 的 UKF 来进行姿态估计.

本文利用美国 Analytical Graphics 公司开发的卫星工具箱(Satellite Tool Kit, STK)软件,建立低轨光 学监视卫星,对 GEO 轨道空间目标进行观测;基于改进 Phong 模型建立光学观测模型参与 UKF 计算;另由 基于 OpenGL 拾取技术的空间目标光学横截面积计算方法生成的仿真数据参与后验估计;最后对 GEO 目 标的姿态四元数进行估计,实现了天基观测下的空间目标姿态估计.

#### 1 观测模型建立与数据获取

1.1 观测模型的建立

为了对材质自身的光学散射特性进行描述,国内外通常采用 BRDF 这一概念,BRDF 是表面材质的特

有属性,定义为单位面元辐射亮度与辐射照度的比值,与光入射角和反射角有关<sup>[21]</sup>,用于表征材质在某一入 射条件下不同观测角度的散射特性.OCS 用于表征目标的可见光散射特性<sup>[22]</sup>,能够全面反映目标表面材质 及其几何结构、形状、姿态等因素对目标光学特性的影响.在空间目标的姿态估计仿真实验中,OCS 相对于星 等的优势在于排除了观测距离对测量数据的影响,能够直接反映出目标本身形状姿态改变对测量数据的影 响;同时,星等较 OCS 具有较强的非线性,不利于解析计算,采用 OCS 为观测量,能够简化观测方程,加快运 算.因此,本文以基于 OpenGL 拾取技术的空间目标光学横截面积计算方法为依据,生成目标 OCS 观测数据 库,同时基于改进 Phong 模型建立 OCS 观测模型,之后选取部分观测场景和卫星姿态下基于观测模型生成 的 OCS 数据与库中相同场景下的观测数据进行对比,对观测模型的可行性进行评价.

由文献[13]可得改进 Phong 模型以角度为输入的表达式为

$$f_{\rm r}(\theta_{\rm i};\theta_{\rm r},\varphi) = \rho_{\rm d}\cos\theta_{\rm i} + \rho_{\rm s} \frac{\cos^a\beta}{\cos^a\theta_{\rm i}} \exp\left[-b \left(1 - \cos\beta\right)^{1/\pi}\right] \tag{1}$$

$$\beta = \begin{cases} \arccos(\cos\theta_{i}\cos\theta_{r} + \sin\theta_{i}\sin\theta_{r}\cos\varphi) & \beta \leqslant \pi/2\\ \pi/2 & \beta > \pi/2 \end{cases}$$
(2)

式中, $f_r(\theta_i;\theta_r,\varphi)$ 为材质的 BRDF; $\rho_d$  和  $\rho_s$  分别为 材质的漫反射系数和镜面反射系数; $\alpha$  为镜向指数, 用以调节镜面反射强度; $\theta_i$  为入射天顶角, $\theta_i \in (0,$  $\pi/2$ ); $\theta_r$  为观测天顶角, $\theta_r \in (0,\pi/2);\varphi$  为观测方位 角,表示观测方向在受射面投影与入射方向在受射 面投影的夹角, $\varphi \in (0,\pi);\beta$  指代观测方向与镜反方 向的夹角,且满足 $\beta = \min{\{\pi/2,\beta\}},$ 如图 1 所示;增 补指数a,b > 0,分别用以调节菲涅尔现象的强度以 及镜面反射分量的增降速度.

设太阳指向目标的向量,即入射光向量为 $\lambda_i$ ;目 标指向测站的向量,即观测向量为 $\lambda_i$ ,如图1所示.则 得到入射天顶角  $\theta_i$ ,观测天顶角  $\theta_r$ ,以及观测方位角  $\varphi$ ,其表达式为

$$\begin{cases}
\theta_{i} = \arccos\left(\frac{-\lambda_{i} \cdot n}{\|\lambda_{i}\| \cdot \|n\|}\right) & \theta_{i} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\
\theta_{r} = \arccos\left(\frac{\lambda_{r} \cdot n}{\|\lambda_{r}\| \cdot \|n\|}\right) & \theta_{r} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\
\varphi = \arccos\left\{\frac{[n \times (-\lambda_{i})] \cdot (\lambda_{r} \times n)}{\|n \times (-\lambda_{i})\| \cdot \|\lambda_{r} \times n\|}\right\} & \varphi \in (0, \pi)
\end{cases}$$
(3)

式中,*n*为在地球惯性坐标系中面元的法向量,由 $n = \Theta_{B}^{I} \cdot n_{B}$ 转换得到, $n_{B}$ 为本体系下的面元法向量, $\Theta_{B}^{I}$ 为由本体系到地球惯性坐标系的坐标转换矩阵,即姿态转换矩阵 $A_{B}^{I}$ 的逆; $-\lambda_{i}$ 为入射向量的反向量; $a \times b$ 表示向量的叉积,方向符合右手定则.结合式(1)和式(2),即可求得观测模型中 BRDF.

由文献[23]得面元 OCS 表达式为

$$S_{OCS}(i) = f_{r}(\theta_{i};\theta_{r},\varphi)\cos\theta_{i}\cos\theta_{r}S(i)$$
(4)

式中, $S_{ocs}(i)$ 为面元 OCS 值;S(i)为面元受射面积.由于面元对光线入射和观测均存在遮挡关系即一次遮挡和二次遮挡,当入射光向量与面元法向量夹角大于 $\frac{\pi}{2}$ 或观测向量与面元法向量夹角大于 $\frac{\pi}{2}$ 时,认为测站接收不到反射光.故定义判定系数  $\eta$  满足

$$\eta = \begin{cases} 1 & \theta_{i} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \& \theta_{r} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$
(5)

累加得到空间目标 OCS 计算表达式为

$$S'_{\text{OCS}} = \sum_{i} \left[ f_{r}(\theta_{i}; \theta_{r}, \varphi) \cos \theta_{i} \cos \theta_{r} S(i) \cdot \eta \right]$$
(6)

0112004-3



图 1 面元受射示意

Fig.1 Schematic diagram of a plane element being irradiated

1.2 可行性分析

定义均方根误差为

$$\mu = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{T} |y_1(k) - y_2(k)|^2\right)/T} \qquad (7)$$

式中,T 为观测时长,k 为当前时刻, $y_1(k)$ 、 $y_2(k)$ 为各时刻两种模型仿真对应的观测数据.

为了分析该观测模型的可行性,本文通过 3d Max 建模得到一个长为 3 m,宽为 2 m,高为 1.5 m 的长方体卫星,并在其表面贴敷空间目标常用的聚 酰亚胺薄膜,如图 2 所示.



图 2 贴敷聚酰亚胺薄膜的长方体卫星 Fig.2 CubeSat applied by Kapton

聚酰亚胺材质的改进 Phong 模型参数由大量样片实测数据拟合得到,精度达到了百分之三<sup>[24]</sup>,见表 1.

表 1 部分卫星表面材质的改进 Phong 模型参数 Table 1 Improved Phong model parameters of some satellite surface materials								
Kapton	0.012 2	287.740 3	4 119.569 6	$\min\{\pi/2,\beta\}$	1.327 2	0.093 3		
Labmbert-plate	0.248 1	0.017 6	0.031 9	$\min\{\pi/2,\beta\}$	0.005	0.004		
GaSa	0.042 8	23.006 7	2 122.500 0	$\min\{\pi/2,\beta\}$	2.112 4	4.856 9		
Al	0.077 4	8.755 6	389.993 6	$\min\{\pi/2,\beta\}$	1.687 8	4452 0		

#### 给出以上材料的传统 Phong 模型参数,见表 2.

表 2 部分卫星表面材质的传统 Phong 模型参数

Table 2 Traditional Phong model param	neters of some satellite surface materials
---------------------------------------	--

Material	$ar{R}_{ m  diff}$	${ar R}_{ m spec}$	$n_{\rm u}(n_{\rm v})$
Kapton	0.141 8	0.823 4	12 455.889 2
Labmbert-plate	0.635	0.022 0	0.071 9
GaSa	0.274 6	0.642 7	2 233.310 1
Al	0.368 5	0.574 6	596.978 3

式中, $\bar{R}_{diff}$ 为漫反射系数, $\bar{R}_{spec}$ 为镜面反射系数, $n_u$ 和 $n_v$ 分别为镜面反射量沿该平面内两个坐标轴方向上的 分布特性,这里取 $n_u = n_v$ <sup>[25]</sup>.

将待测 GEO 目标分别设置为慢旋转和快旋转状态,分别利用本文的改进观测模型和基于 OpenGL 拾 取技术的空间目标光学横截面积计算方法生成可观测窗口内的 OCS 数据曲线,如图 3 和图 4 所示,计算得 慢旋状态下均方根误差为 0.038 6;快旋状态下均方根误差为 0.039 9(由于快旋曲线较密,故只给出部分时 间段的曲线图).

图中,波峰处的凸变为发生镜面反射现象.







0112004-4





为了进一步探究观测模型的完善性和适用性,暂不考虑观测条件的限制,对待测 GEO 目标进行 24 h 的 连续观测,如图 5 所示,均方根误差为 0.031 4.



图 5 长时间连续观测数据对比

Fig.5 Long-time continuous observation data

由以上分析可知,本文提出的基于改进 Phong 模型的观测模型,对与 GEO 目标不同的自旋速度,以及 不同的"太阳-卫星-测站"相对几何关系均维持较好的准确度,鲁棒性较强,故该模型可用于姿态估计中.

## 2 基于 UKF 的姿态估计

2.1 系统方程的建立

姿态描述方面,为了避免"三分量"参数计算过程中可能出现的奇异值问题,本文选用运算相对线性的四元数作为描述参量.四元数定义为 $q = [\mathbf{\epsilon}^T \quad q_4]^T$ , $\mathbf{\epsilon}^T$ 为三维矢量, $q_4$ 为标量,并满足约束 $q^Tq = 1$ .

四元数表示的姿态运动方程与角速度动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{q}}(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi} [\boldsymbol{q}(t)] \boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{w}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \mathbf{J}^{-1} (\boldsymbol{\Pi}(t) - [\boldsymbol{\omega}(t) \times] \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega}(t)) + \boldsymbol{v}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \mathbf{J}^{-1} (\boldsymbol{\Pi}(t) - [\boldsymbol{\omega}(t) \times] \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega}(t)) + \boldsymbol{v}(t) \end{cases}$$

$$\vec{x} \mathbf{p}, \boldsymbol{\Xi}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} q_4 \boldsymbol{E}_{3\times 3} + [\boldsymbol{\varepsilon} \times] \\ -\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{E}_{3\times 3} \mathbf{z}, \mathbf{z}$$

角速度, $\Pi(t)$ 为目标所受外部力矩和自身控制力拒之和,J为目标的转动惯量.w(t)和v(t)分别为过程噪声 和观测噪声,以均值为0的高斯白噪声代替.对于三维向量a, $[a \times]$ 表示向量叉积矩阵, $[a \times]$ =  $\begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{a}_3 & \boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{a}_3 & 0 & -\boldsymbol{a}_1 \\ -\boldsymbol{a}_2 & \boldsymbol{a}_1 & 0 \end{bmatrix}.$ 

四元数姿态转移矩阵为

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Xi}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q})$$
(9)

式中,
$$\Psi(q) = \begin{bmatrix} q_4 E_{3\times 3} - [\varepsilon \times] \\ -\varepsilon^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}.$$

结合 1.1 节的观测模型,得到观测方程为

$$z(k) = h[\boldsymbol{q}(k), \boldsymbol{\omega}(k)] = \sum_{i} \{f_{r}(k) \cos[\theta_{i}(k)] \cos[\theta_{r}(k)]S(i) \cdot \boldsymbol{\eta}(k)\}$$
(10)

式中, k 为观测时刻.

2.2 滤波估计

由于在滤波过程中产生的"加性"误差会破坏四元数的范数约束条件  $q^{T}q=1$ ,导致滤波结果发散,因此, 本文采用"乘性"误差四元数的方式,同时,结合广义罗德里格参数(Generalized Rodrigues Parameters, GRPs),利用 GRPs 表示局部姿态,参与均值和协方差的更新,在数学模型上避开四元数范数约束条件;利用 四元数表示全局姿态,参与状态量的传递,避开了 GRPs 的奇异值问题.

由于 GEO 目标姿态与角速度的密切相关性,本文采用 GRPs 与角速度的联合估计,将状态向量设置为  $x = \begin{bmatrix} \delta p \\ \omega \end{bmatrix}$ ,其中, $\delta p$  表示误差罗德里格参数(errorGRPs);目标姿态指目标本体系相对地球惯性坐标系的姿

#### 态.具体滤波步骤如下:

状态向量经过无味(Unscented Transform, UT)变换得到 2n+1 个 sigma 点,其表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{k}^{+}(i) = \begin{cases} \boldsymbol{x}_{k}^{+} & i = 0 \\ \boldsymbol{x}_{k}^{+} + \sigma(i) & i \in [1, 2n], i \in N \end{cases} \\ \boldsymbol{\chi}_{k}^{+} + \sigma(i) & i \in [1, 2n], i \in N \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{(modchol}[(n + \lambda)\boldsymbol{P}_{k}^{+}]_{i} & i \in [1, n], i \in N \\ - \{\text{modchol}[(n + \lambda)\boldsymbol{P}_{k}^{+}]_{(i-n)} & i \in [n+1, 2n], i \in N \end{cases}$$

$$\end{cases}$$

$$(11)$$

式中, $\chi_{k}^{+}(i) = \begin{bmatrix} \delta p_{k}^{+}(i) \\ \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \end{bmatrix}$ 为当前状态量的第 *i* 个 sigma 点;将第 *k* 时刻的滤波值  $x_{k}^{+}$  作为当前的均值 sigma

点,记为 $\chi_{k}^{+}(0)$ ; $P_{k}^{+}$ 为k时刻状态协方差矩阵的滤波值;用 $P_{i}$ 表示矩阵 P 的第i列;modchol(P)表示对矩 阵 P进行修正的 cholesky 分解,相较于传统 cholesky 分解,修正的 cholesky 分解不需要取标量平方根,在保证不损失原有精度的前提下减少了计算量<sup>[26]</sup>.其对应权值为

$$W(i) = \begin{cases} W_{\text{mean}}(0) = \frac{\lambda}{n+\lambda}, W_{\text{cov}}(0) = W_{\text{mean}}(0) + (1-\alpha^{2}+\beta) & i = 0 \\ W_{\text{mean}}(i) = W_{\text{cov}}(i) = \frac{1}{2(n+\lambda)} & i \in [1,2n], i \in N \end{cases}$$
(12)

式中,*n* 为状态向量的维数,mean 为均值,cov 为协方差, $\alpha$  为控制 sigma 点扩散程度的系数,取值范围通常 为[10<sup>-4</sup>,1]; $\beta$  为权值调整系数,通常取值为 2; $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$ ,为缩放比例系数,通常有  $\kappa = 3 - n$ .

2.2.1 状态预测阶段

首先获取误差四元数的 sigma 点步骤如下,

$$\begin{cases} \delta q_{4,k}^{+}(i) = \frac{-a \| \delta \mathbf{p}_{k}^{+}(i) \|^{2} + f \sqrt{f^{2} + (1 - a^{2})} \| \delta \mathbf{p}_{k}^{+}(i) \|^{2}}{f^{2} + \| \delta \mathbf{p}_{k}^{+}(i) \|^{2}} & i = 1, 2, \cdots, 2n \\ \delta \mathbf{z}_{k}^{+}(i) = f^{-1} [a + \delta q_{4,k}^{+}(i)] \cdot \delta \mathbf{p}_{k}^{+}(i) & i = 1, 2, \cdots, 2n \end{cases}$$

$$(13)$$

$$\delta \boldsymbol{q}_{k}^{+}(i) = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{+}(i) \\ \delta \boldsymbol{q}_{4,k}^{+}(i) \end{bmatrix} \qquad i = 1, 2, \cdots, 2n$$
(14)

式中,a=1,f=2(a+1);再由式(15)进行误差四元数向四元数的转换,

$$\boldsymbol{q}_{k}^{+}(i) = \delta \boldsymbol{q}_{k}^{+}(i) \otimes \boldsymbol{q}_{k}^{+}(0) \qquad i = 1, 2, \cdots, 2n$$

$$(15)$$

式中, $q_k^+(0) = q_k^+$ 表示当前四元数 sigma 点的均值;四元数乘法定义如下,

$$\boldsymbol{q}_{a} \otimes \boldsymbol{q}_{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}_{a}) & \boldsymbol{q}_{a} \end{bmatrix} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{q}_{b}$$
(16)

四元数 sigma 点和角速度 sigma 点由离散化的状态方程(17)进行传递,

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_{k+1}^{-}(i) = \boldsymbol{\Omega} \big[ \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \big] \boldsymbol{q}_{k}^{+}(i) & i = 0, 1, \cdots, 2n \\ \boldsymbol{\omega}_{k+1}^{-}(i) = \boldsymbol{\Gamma} \big[ \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \big] & i = 0, 1, \cdots, 2n \end{cases}$$
(17)

式中,

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{k}^{+}(i) & \boldsymbol{\Phi}_{k}^{+}(i) \\ -\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{k}^{+}(i) \end{bmatrix}^{T} & \cos(0.5 \parallel \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \parallel \Delta t) \end{bmatrix} & i = 0, 1, \cdots, 2n \\ Z_{k}^{+}(i) = \cos(0.5 \parallel \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \parallel \Delta t) \boldsymbol{E}_{3\times3} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{k}^{+}(i) \times \end{bmatrix} & i = 0, 1, \cdots, 2n \\ \boldsymbol{\Phi}_{k}^{+}(i) = \sin(0.5 \parallel \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \parallel \Delta t) \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) / \parallel \boldsymbol{\omega}_{k}^{+}(i) \parallel & i = 0, 1, \cdots, 2n \end{cases}$$

 $\Delta t$  为测站采样时间间隔;  $\Gamma(\omega_k)$ 由动力学方程在时域离散化得到.基于以上传递后的四元数 sigma 点, 再进行误差 GRPs 点的转换,

$$\delta \boldsymbol{q}_{k+1}^{-}(i) = \boldsymbol{q}_{k+1}^{-}(i) \otimes [\boldsymbol{q}_{k+1}^{-}(0)]^{-1} \qquad i = 1, 2, \cdots 2n$$
(18)

式中,共轭四元数  $q^{-1}$ 定义为  $q^{-1} = \begin{bmatrix} -\varepsilon \\ q_4 \end{bmatrix}$ ;继而,

$$\delta \boldsymbol{p}_{k+1}^{-}(i) = f \frac{\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^{-}(i)}{a + \delta \boldsymbol{q}_{4,k+1}^{-}(i)} \qquad i = 1, 2, \cdots, 2n$$
<sup>(19)</sup>

令其均值 sigma 点  $\delta p_{k+1}^-(0) = 0^{[7]}$ ,得到传递后状态向量的 sigma 点为  $\chi_{k+1}^-(i) = \begin{bmatrix} \delta p_{k+1}^-(i) \\ \delta \omega_{k+1}^-(i) \end{bmatrix}$ , i = 0,

1,…,2*n*.最后通过加权求和的方式进行状态更新和协方差更新,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1}^{-} = \sum_{i=0}^{2n} W_{\text{mean}}(i) \mathbf{\chi}_{k+1}^{-}(i) \\ \mathbf{P}_{k+1}^{-} = \sum_{i=0}^{2n} W_{\text{cov}}(i) [\mathbf{\chi}_{k+1}^{-}(i) - \mathbf{x}_{k+1}^{-}] [\mathbf{\chi}_{k+1}^{-}(i) - \mathbf{x}_{k+1}^{-}]^{\mathrm{T}} + Q_{k+1} \end{cases}$$
(20)

式中, $Q_{k+1}$ 为离散时间的过程噪声协方差.

2.2.2 状态更新阶段

观测变量设置为  $\mathbf{y} = S_{
m ocs}'$ ,由观测方程可计算得到每个  ${
m sigma}$  点的观测预测值,

$$\boldsymbol{\gamma}_{k+1}^{-}(i) = h \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{k+1}^{-}(i), \boldsymbol{\omega}_{k+1}^{-} \end{bmatrix} \qquad i = 0, 1, \cdots, 2n$$
(21)

 $\gamma_{k+1}^{-}(i)$ 为 sigma 点对应的观测预测值;再通过加权求和得到观测预测均值以及量测协方差和互协方差

$$\mathbf{y}_{k+1}^{-} = \sum_{i=0}^{2n} W_{\text{mean}}(i) \mathbf{\gamma}_{k+1}^{-}(i)$$
(22)

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}_{k+1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_{cov}(i) [\boldsymbol{y}_{k+1}^{-} - \boldsymbol{\gamma}_{k+1}^{-}(i)] [\boldsymbol{y}_{k+1}^{-} - \boldsymbol{\gamma}_{k+1}^{-}(i)]^{\mathrm{T}} + R_{k+1} \\ [\boldsymbol{P}_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_{cov}(i) [\boldsymbol{x}_{k+1}^{-} - \boldsymbol{\chi}_{k+1}^{-}(i)] [\boldsymbol{y}_{k+1}^{-} - \boldsymbol{\gamma}_{k+1}^{-}(i)]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(23)

卡尔曼增益计算,

$$K_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^{xy} \cdot (\mathbf{P}_{k+1}^{yy})^{-1}$$
(24)

状态更新和协方差更新,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1}^{+} = \mathbf{x}_{k+1}^{-} + K_{k+1} (\bar{\mathbf{y}}_{k+1} - \mathbf{y}_{k+1}^{-}) \\ \mathbf{p}_{k+1}^{+} = \mathbf{p}_{k+1}^{-} - K_{k+1} \mathbf{p}_{k}^{yy} K_{k+1}^{T} \end{cases}$$
(25)

式中, $\bar{y}_{k+1}$ 为第 k+1 时刻的设备观测值,即基于 OpenGL 拾取技术的空间目标光学横截面积计算方法生成的目标 OCS 观测数据库中第 k+1 时刻的数据.

最后,将状态滤波值中的误差 GRPs 转化为四元数,并在下一次滤波开始前进行误差 GRPs 置零,即 $\delta p_{k+1}^+ = \boldsymbol{\theta}_{3 \times 1}^{[27]}$ .

#### 仿真应用与分析 3

基干 STK 的天基观测场景设置:观测时间设置为 5 May 2019 04:30:00.000 UTCG TO 5 May 2019 06:30:00.000 UTCG:天基测站轨道选为赤道轨道,a=6 678.14 km,运行状态为三轴稳定,运行初始速度  $\begin{bmatrix} 0 & 7.725 & 0 \end{bmatrix}$  km/s;待测目标轨道根数设置:a = 42 163 km, $e = 0^{\circ}, i = 0.943^{\circ}, \omega = 65.902$  2°, $\Omega = 0^{\circ}, f = 0^{\circ}, i = 0.943^{\circ}, \omega = 65.902$  2°, $\Omega = 0^{\circ}, f = 0^{\circ}, i = 0^{\circ}, j =$ 241.971°,运行状态为自旋,力矩设为 0,运行初始速度[0 3.074 7 0] km/s,初始角速度[0 -0.1 0]°/s,初 始状态四元数设为「-0.646 924 0.401 929 -0.333 014 0.555 917].观测噪声设为标准差为 0.05 m<sup>2</sup> 的 零均值白噪声.以长为 3 m,宽为 2 m,高为 1.5 m 的长方体聚酰亚胺模型为待测目标进行姿态估计,以欧拉 角表示姿态误差,单位为°,得到结果如图 6.

为了研究目标表面材质对估计结果的影响,使用形状大小相同的长方体,设置三组材质不同的对比实验 分别为:

1)设置为各面 BRDF 均为 0.3 的朗伯体, 仿直结果见图 7:

3)以表 1 中的 GaSa 作为表面材质, 仿真结果见图 9.

2) 设置 6 个面的 BRDF 分别为 0.3、0.05、0.001, 其中每一组对称面的 BRDF 相等, 仿真结果见图 8;



Results of the attitude estimation of a cuboid with each surface of equal BRDF

对比以上仿真结果,材质为聚酰亚胺和 GaSa 等复杂材质时,滤波曲线收敛较快,且收敛后稳定性较好; 设置为朗伯面时,收敛速度较慢,振幅较大,且收敛后仍然出现较大波动,部分参数在规定时间内并未收敛 到 0.可知,在形状相同的前提下,GEO 目标表面材质的光学特性越复杂,材质 BRDF 与"太阳—目标—测 站"观测几何的关系越密切,姿态估计准确率越高,稳定性越好.之后,再以边长为1m,高为2m,贴敷聚酰亚 胺薄膜的正六棱柱和正八棱柱为对象进行姿态估计,得到估计结果如图 10 和图 11.

以上对贴敷聚酰亚胺材质的长方体、正六棱柱和正八棱柱卫星的姿态估计在规定时间内均平稳收敛,证 明了本文模型及算法的有效性;同时,对比长方体的估计结果,在材质相同的前提下,随着目标表面数目的增 加,收敛速度提高,振幅变小,稳定性提升,估计误差整体降低.





Fig.11 Results of the eightprism body attitude estimation

### 4 结论

提出了基于天基观测平台的 OCS 反演 GEO 目标姿态的方法;取代传统基于星等的姿态估计,以 OCS 为观测量,排除观测距离的影响,同时降低非线性,简化观测方程;提出了基于准确度更高、适用性更好的改 进 Phong 模型的 OCS 观测模型,以角度为输入变量,极大简化了计算;姿态估计方面,基于 UKF,采用"乘 性"误差四元数来避免四元数范数约束的限制,对朗伯长方体和贴敷聚酰亚胺薄膜的长方体、正六棱柱、正八 棱柱等进行姿态估计;估计结果表明,基于光学观测的姿态估计结果与目标表面材质和目标形状有关,目标 表面材质的光学特性越复杂,其 BRDF 与"太阳-目标-测站"观测几何的关系越密切,姿态估计准确率越高, 收敛性越好.同时,对于规则几何体来说,其形状越复杂,目标面数目越多,越有利于姿态的估计.因此,目标 的材质和形状都是影响估计结果的重要因素,也是下一步的研究重点.

#### 参考文献

014152.

- [1] FUNGE A D. Daytime detection of space objects [R]. Air Force Inst of Tech Wright-Patterson Afb Oh School of Engineering and Management, 2005.
- [2] SCHILDKNECHT T, VANANTI A, KRAG H, *et al*. Reflectance spectra of space debris in GEO[C]. Advanced Maui Optical & Space Surveillance Technologies Conference, 2009.
- [3] NISHIMOTO D L, AFRICANO J L, SYDNEY P F, *et al.* Spectroscopic observations of space objects and phenomena using spica and kala at AMOS[C]. International Society for Optics and Photonics, 2001, **4490**: 212-221.
- [4] SONG Bo. Development of u.s. space-based space situational awareness system[J]. Space International, 2015, 444(12): 13-20.

宋博.美国天基空间态势感知系统发展[J].国际太空,2015,444(12):13-20.

- [5] 国家航天局. 加拿大蓝宝石卫星 Sapphire 开始在轨运行[EB/OL]. (2014-02-13)[2019-05-31]. http://www.cnsa.gov. cn/n6758823/n6759010/c6774569/content.html.
- [6] LINARES R, CRASSIDIS J L, JAH M K, et al. Astrometric and photometric data fusion for resident space object orbit, attitude, and shape determination via multiple-model adaptive estimation[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Aug. 2-5, 2010, Toronto, Ontario Canada: AIAA, 2010, 8341.
- [7] LINARES R, JAH M K, CRASSIDIS J L, et al. Space object shape characterization and tracking using light curve and angles data[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, **37**(1): 13-25.
- [8] LINARES R, JAH M K, CRASSIDIS J L, *et al*. Astrometric and photometric data fusion for inactive space object mass and area estimation[J]. *Acta Astronautica*, 2014, **99**(1): 1-15.
- [9] LINARES R , JAH M , HILL K , *et al*. Astrometric and photometric data fusion for mass and surface material estimation using refined bidirectional reflectance distribution functions-solar radiation pressure model[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2013, **133**(5): 3395-3395.
- [10] ZHANG Wei, WANG Hong-yuan, WANG Zhi-yue, *et al.* Modeling method for visible scattering properties of space target[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, 37(12): 2462-2467.
   张伟,汪洪源,王治乐,等. 空间目标可见光散射特性建模方法研究[J]. 光子学报,2008.37(12): 2462-2467.
- [11] LI Yan-jie, JIN Guang, ZHONG Xing. Modeling and simulation of visible light scattering properties of spatial object using STK[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2013, **33**(2): 188-193.

李艳杰,金光,钟兴. 基于 STK 的空间目标可见光散射特性建模与仿真[J]. 空间科学学报,2013,33(2):188-193.

- [12] LIU Hao, DU Xiao-ping, GOU Rui-xing. Apparent magnitude measurement of geosynchronous orbit space object based on phong model[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(4): 014152.
   刘浩,杜小平,苟瑞鑫. 基于 Phong 模型的地球同步轨道目标视星等仿真研究[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(4):
- [13] LIU Cheng-hao, LI Zhi, XU Can. A refined phong model for fresnel reflection of the commonly using materials on space targets[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(10): 102901.
   刘程浩,李智,徐灿. 针对空间目标常用材质菲涅耳反射现象的改进 Phong 模型[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54 (10): 102901.
- [14] CHARLES J W, MORIBA J. Attitude estimation from light curves [J]. Journal Of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(5): 1648-1651.
- [15] LINARES R, JAH M K, CRASSIDIS J L, et al. Astrometric and photometric data fusion for inactive space object feature estimation[J]. Acta Astronautica, 2014, 99(1): 1-15.
- [16] SHAN Bing, LIANG Yong-qi, LI Heng-nian. Attitude and angular speed estimation of spacial objects based on photometric observation[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(5): 0512002.

单斌,梁勇奇,李恒年.基于光度观测的空间目标姿态与角速度估计[J].光学学报,2017,37(5):0512002.

[17] XU Can, ZHANG Ya-sheng, LI Peng, et al. Space-based OCS calculation method based on OpenGL picking technique

[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0720001.

徐灿,张雅声,李鹏,等. 基于 OpenGL 拾取技术的空间目标光学横截面积计算方法[J]. 光学学报,2017,**37**(7): 0720001.

[18] ZHAO Yan-li.Study on radar tracking and discrimination for ballistic missiles[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.

赵艳丽.弹道导弹雷达跟踪与材料研究[D].长沙:国防科学技术大学,2007.

- [19] DU Xiao-ping, WANG Yang, HU Heng, et al. The attitude inversion method of geostationary satellites based on unscented particle filter[J]. Advances in Space Research, 2018: S0273117718300449.
- [20] LIU Hao, DU Xiao-ping. Development of shape estimation of space target based on light curve inversion[J]. Chinese Optics, 2015, 8(5): 744-754.

<u>刘浩,杜小平.光度曲线反演空间目标形状的发展现状[J].中国光学,2015,8(5):744-754.</u>

[21] HAN Yi, SUN Hua-yan, LI Ying-chun, et al. Simulation of space object laser radar cross section[J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(5): 819-823.

韩意,孙华燕,李迎春,等.空间目标激光雷达散射截面仿真分析[J].红外与激光工程,2010,39(5):819-823.

[22] HAN Yi, SUN Hua-yan. Advanced in space target optical scattering character research [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(3): 758-766.

韩意,孙华燕.空间目标光学散射特性研进展[J].红外与激光工程,2013,42(3):758-766.

- [23] ACKERMANN M R, MCGRAWJ T, MARTION J B, et al. Blind search for micro satellites in LEO: optical signatures and search strategies AMOS: Proc[C]. Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference. 2003: 1-24.
- [24] ZHANG Feng, ZANG Ya-sheng, XU Can, et al. Optical scattering characteristics of satellite with fold surface[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(5): 052401.

张峰,张雅声,徐灿,等. 卫星褶皱表面的光学散射特性[J]. 激光与光电子学进展,2018,55(5):052401.

- [25] ASHIKHMIN M, SHIRLEY P. An anisotropic phong BRDF model[J]. Journal of Graphics Tools, 2000, 5(2): 25-32.
- [26] GREWAL M S, ANDREWS A P.Kalman filtering: theory and practice using MATLAB[M]. LIU Yu-lin, CHEN Shaorong, XU Shun, Transl. 4th ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2017: 225-234.
   莫欣德 S. 格雷沃, 安格斯 P. 安德鲁斯. 卡尔曼滤波理论与实践 MATLAB 版[M]. 刘郁林, 陈绍荣, 徐舜, 译. 4 版. 北京: 电子工业出版社, 2017: 225-234.
- [27] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(4): 536-542.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (No. 61304228)