

doi:10.3788/gzxb20184709.0919002

折射率线性调制晶体中超快倍频的数值分析

张留洋¹, 杨莹¹, 曲玉秋², 程广真¹, 赵子健¹, 浦绍质¹

(1 哈尔滨理工大学 理学院 物理系, 哈尔滨 150080)

(2 黑龙江大学 物理科学与技术学院, 哈尔滨 150080)

摘 要:对折射率线性调制晶体中超短脉冲倍频特性进行了数值计算,在泵浦衰减的情况下,研究了转换效率和脉冲宽度随匹配带宽和晶体长度的变化.大信号时各频率成份在晶体不同位置的不平衡转换致使脉冲展宽,且由于折射率的调制,脉冲宽度和转换效率出现了周期性变化.同时,分析了谐波脉冲啁啾随晶体长度和带宽的变化,发现随着晶体长度的增大,归一化最佳啁啾系数先增大后减小,在长晶体时趋于 1,其极大值位置决定于本征带宽和调制带宽.讨论了相位失配量对转换效率和脉宽的影响,结果表明失配因子 y 决定了中心频率的匹配位置,当 $y=0$ 时,中心频率在晶体中心匹配,这有利于提高转换效率并减小脉冲宽度.

关键词:非线性光学;频率变换;数值计算;折射率调制;群速度匹配;局域化相位匹配

中图分类号:O436

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)09-0919002-7

Numeric Analysis of Frequency-doubling of Ultrashort Pulses in Refractive-index-linear-modulating Crystals

ZHANG Liu-yang¹, YANG Ying¹, QU Yu-qiu², CHENG Guang-zhen¹,
ZHAO Zi-jian¹, PU Shao-zhi¹

(1 Department of Physics, School of Science, Harbin University of Science and Technology,
Harbin 150080, China)

(2 College of Physics Science and Technology, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: Frequency-doubling in refractive-index-linear-modulating crystals was investigated numerically. In the case of depleted-pump, changes of conversion efficiency and pulse width with crystal length and band width of phase matching were studied. With the increase of pump pulses energy, pulses are broadened resulted from the unbalanced conversion of fundamental pulses at the different position of the crystal. Due to the modulation of refractive index, there are periodic oscillations in conversion efficiency and pulse width. Subsequently, by analyzing the chirp in harmonic waves, it was found that with the increase of crystal length, the normalized chirp coefficient increase first then decrease and finally tend to 1. The maximum of the normalized chirp coefficient is governed by modulated bandwidth and intrinsic bandwidth. Finally, the effects of phase mismatching parameter on conversion efficiency and pulse width was discussed and the results showed that phase mismatching parameter y determines the location of phasing matching of central frequency. When $y=0$ is considered, central frequency reaches phase matching at the middle of crystals where is beneficial to improve conversion efficiency and pulse quality.

Key words: Nonlinear optics; Frequency conversion; Numeric calculation; Refractive-index modulation; Group velocity matching; Localized phase matching

OCIS Codes: 190.2620; 320.1590; 320.5520; 320.7110

基金项目:黑龙江省自然科学基金(No.2016023)和国家自然科学基金(No.61405049)资助

第一作者:张留洋(1981-),男,副教授,博士,主要研究方向为非线性光学和光学设计.Email:johnien@163.com

收稿日期:2018-03-22;录用日期:2018-06-12

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

非线性频率变换是增加固体激光器频谱范围的有效手段之一,其中通过多次频率变换获得的短波长超短脉冲在医学、生物、核聚变等方面有非常重要的应用^[1-4].频率变换最基本的方法是倍频,而短脉冲倍频不同于连续激光倍频,不但要满足相位匹配,同时还要考虑群速度失配,因此,超短脉冲倍频过程较为复杂.

解决该问题的方法有以下几类,一类为周期多晶体结构^[5-6],利用晶体的双折射特性,把两种不同的晶体粘合在一起,第一块晶体作为非线性源,产生倍频脉冲,第二块晶体作为补偿层,补偿源层中的群速度失配.这样的设计保证了在一个周期内同时满足(源层+补偿层)相位匹配和群速度匹配,因此在保证了脉冲质量的前提下,通过多个周期的组合提高了倍频效率,但这种结构加工较为复杂,需要仔细地选择源层和补偿层的厚度及其光轴取向.黄金哲等在此基础上设计的两种结构,降低了该类结构加工的复杂性^[7-8].第二类方法为光谱角色散技术,利用光栅或者棱镜等角色散元件产生空间啁啾,并用合适焦距的透镜聚焦,使不同频率的基波成份以各自的相位匹配角度入射到非线性晶体中,每个频率成份均能达到相位匹配^[9].从时域来看,这种匹配方式通过角色散元件使脉冲产生波前倾斜以改变其沿匹配方向的群速度,实现群速度匹配^[10],但棱镜对和光栅对的引入,给光路的调节带来一定的困难,同时也会带来一部分基频光的损耗.第三类为准相位匹配方案^[11-12],通过对晶体二阶非线性极化率的周期调制,来补偿折射率色散带来的失配,此方案多用于非线性系数较大的铁电晶体.类似地,黄金哲等提出了折射率(一阶极化率)线性调制晶体的倍频模型,分析了小信号时折射率线性调制晶体中稳态倍频^[13]和超快倍频^[14],发现线性调制晶体中相位匹配的空间局域化特征,即基波的不同频率成份在晶体的不同位置倍频,匹配位置与折射率调制系数有关.在引入一定预啁啾的情况下,折射率线性调制晶体可以有效地实现谐波的压缩.这些研究仅分析了小信号时超短脉冲倍频过程,而实际应用中,泵浦脉冲是衰减的,其衰减将给倍频过程带来不同于小信号时的变化.本文通过数值求解耦合波方程组,揭示泵浦衰减时折射率线性调制晶体的倍频特征,给出获得高转换效率和高质量脉冲的条件,为确定晶体参数提供理论支持.

1 折射率线性调制晶体的倍频模型

1.1 折射率线性调制晶体

折射率线性调制晶体指折射率沿晶体的轴向发生变化,即

$$n_j(z, \omega) = n_j(\omega) + \beta_j z \quad (1)$$

式中, $j=1,2$ 分别表示基波和谐波的参数, $n_j(\omega)$ 为未调制时的折射率,脉冲沿 z 向传播,即为晶体轴向坐标, β_j 为折射率线性调制的斜率.折射率调制晶体中的倍频图景如图 1.考察基频脉冲中任意两个频率成份 ω' 和 ω'' ,其产生的谐波成份分别为 $2\omega'$ 和 $2\omega''$.在不考虑高阶色散的情况下,设 ω' 和 ω'' 的群速度为 u_1 , $2\omega'$ 和 $2\omega''$ 的群速度为 u_2 .设 t_1 时刻基波的光谱成份 ω' 在 A 点刚好达到相位匹配产生频率为 $2\omega'$ 的谐波成份, t_2 时刻光谱成份 ω'' 在 B 点达到相位匹配生成 $2\omega''$ 的频率成份,即不同的频率成份在晶体的不同位置相位匹配(空间局域化匹配),由于群速度失配而产生时间延迟 δt ,则在晶体出射端得到啁啾脉冲.若对基波脉冲引入预啁啾,使频率成份 ω' 和 ω'' 在晶体入射端有一定的时间延迟补偿 δt ,则可以实现对脉冲的压缩.

折射率线性调制晶体的获得并不困难,通过晶体生长过程中的偏析过程可以改变掺杂比,进而实现折射率的调制,由于掺杂比的变化较小,其对折射率的影响自然也很小,其一阶近似可以认为是线性的.此外利用波导制作中的离子注入、质子交换及薄膜生长技术也能够改变介质的纵向折射率分布.

1.2 倍频模型

由平面波模型出发,通过非线性波动方程,可得折射率线性调制晶体中的耦合波方程为^[14]

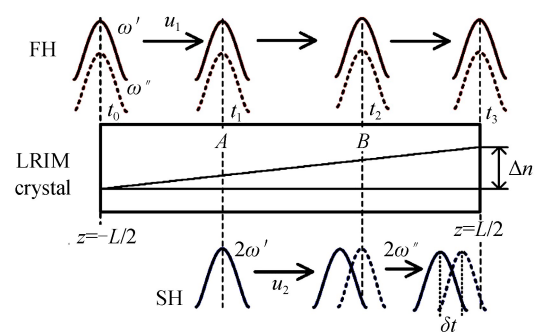


图 1 折射率调制晶体的倍频图景

Fig.1 Intuitive picture of frequency doubling in refractive-index-modulating crystals

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{z}{c}\beta_1\right) \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\partial A_1}{\partial z} - ik_0\beta_1 z A_1 = i\sigma A_1^* A_2 \exp(-i\Delta k z) \\ \left(\frac{1}{u_2} + \frac{z}{c}\beta_2\right) \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\partial A_2}{\partial z} - 2ik_0\beta_2 z A_2 = i\sigma A_1^2 \exp(i\Delta k z) \end{cases} \quad (2)$$

推导式(2)时,用到慢变振幅近似,并忽略了高阶色散的影响.其中, z 为晶体的纵向坐标, u_j 为群速度,可见调制晶体中脉冲群速度受到晶体调制的影响, $\Delta k = 2k_{10} - k_{20}$ 表示相位失配项. $A_j, j = 1, 2$ 分别为基波和谐波的振幅; $\sigma \approx \chi_{\text{eff}}\omega_{10}/(n_1 c)$ 为非线性系数, χ_{eff} 为有效二阶非线性极化率;引入移动坐标系 $z' = z, t' = t - z[1/u_2 + z\beta_2/(2c)]$,并对式(2)进行归一化处理,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1}{\partial \zeta} + (\mu + \delta T \zeta) \frac{\partial b_1}{\partial \tau} = iB b_1^* b_2 \exp[-i\pi(y\zeta + x\zeta^2)] \\ \frac{\partial b_2}{\partial \zeta} = iB b_1^2 \exp[i\pi(y\zeta + x\zeta^2)] \end{cases} \quad (3)$$

式中, $b_j = A_j \exp(-i\pi x_j \zeta^2/2)/A_0$ 为对泵浦脉冲振幅归一化后的基波和谐波复振幅, $x_j = k_0 \beta_j L^2 \pi^{-1}$; $\zeta = z'/L$ 为对晶体长度归一化的晶体坐标, L 为晶体长度; $\tau = t/T$ 为对泵浦脉冲 $1/e$ 宽度归一化的时延; $B = \sigma A_0 L$ 表示非线性项的强度; $\delta u = 1/u_1 - 1/u_2$ 为基波和谐波间的群速度失配; $L_{\text{tw}} = \Delta\tau/\delta u$ 为走离长度, $\Delta\tau$ 为泵浦脉冲宽度, $\mu = P_w \cdot L/L_{\text{tw}}$ 为对走离长度归一化的晶体长度, $P_w = 2\sqrt{\ln 2}$; $\delta T = P_w \cdot L^2 \Delta\beta/(c \Delta\tau)$; $y = \Delta k L/\pi$,表示中心频率的相位失配; $x = x_1 - x_2$ 体现了折射率调制带来的相位失配. $\Gamma = P_w \cdot \delta\omega/\delta\Omega$ 为对泵浦脉冲频谱宽度归一化的调制带宽, $\delta\Omega$ 为脉冲的频谱宽度, $\delta\omega$ 为折射率调制引入的匹配带宽.

2 倍频的数值分析

2.1 计算条件

在长晶体近似下(晶体长度趋于无穷大),当基波为高斯脉冲时,小信号倍频结果表明谐波为啁啾高斯脉冲^[14],其啁啾系数为

$$C_2 = -\mu^2/(\pi x) \quad (4)$$

式中, C_2 为折射率调制引入的啁啾,为了压缩脉冲,在入射脉冲引入预啁啾(预啁啾系数 $C_1 = -C_2$,最佳啁啾系数),因此调制晶体的长度不再局限于走离长度,长晶体的使用利于提高转换效率.

设入射脉冲中心频率为 800 nm,脉冲宽度 100 fs,数值计算中采用归一化的脉冲形式

$$b_1(\zeta, \tau) = \frac{1}{\sqrt{1-iC_1}} \exp\left[-\frac{(\tau - \zeta\mu)^2}{2(1-iC_1)}\right] \quad (5)$$

式中 $\tau = t/T$,因此归一化的变换极限基波脉冲宽度约为 $\Delta\tau_1 \approx 1.67$,其产生的变换极限谐波的脉宽为 $\Delta\tau_1/\sqrt{2} \approx 1.18$.

2.2 泵浦衰减对脉宽和波形的影响

为了研究泵浦能量的影响,分别计算了基波能量为 1 nJ、10 nJ、50 nJ、100 nJ,光斑半径为 100 μm 时,脉冲宽度和转换效率随晶体长度和匹配带宽的变化,在此范围内,脉冲能量密度大约为 1 MW/cm²,因此未考虑其三阶非线性效应^[15].图 2 给出了在不同泵浦能量时脉冲宽度的变化,脉冲宽度通过对谐波脉冲进行高斯拟合获得.转换效率的变化如图 3.图 2 和图 3 中的黄实线为理论预言的等高线波谷位置^[14],称之为波谷曲线,在此曲线上脉冲宽度达到极小值.图 2 中灰色的部分代表了谐波的脉宽大于等于基波脉宽的区域,这部分不在讨论范围之内.同时,从图 3 中可见,脉冲能量 $E = 1$ nJ 和 10 nJ 时,最大转换效率约为 0.87% 和 7.9%,转换效率较低,此时脉冲宽度和转换效率的振荡变化与小信号时基本相同^[13].

图 2 和图 3 中的振荡现象与光波干涉类似,可解释为由于不同空间位置产生的谐波相干叠加而产生.折射率线性调制晶体中,若某频率成份在晶体中 A 点刚好相位匹配,但该频率成份的转换并不仅限于 A 点产生,在 A 点附近的相干长度之内均可以产生谐波,只不过距离 A 点越近,相位失配越小,转换效率越高.晶体不同位置产生的谐波在出射面相干叠加,由于叠加脉冲的相对位相不同,形成振荡效应.但晶体长度较长时,相干长度变短,叠加产生的振荡效应趋于消失,所以波谷曲线在短晶体时吻合较好,在晶体较长时偏差较大.随着泵浦能量的增加,波谷曲线无明显变化,说明波谷的位置与折射率调制密切相关,而与其他因素的关系

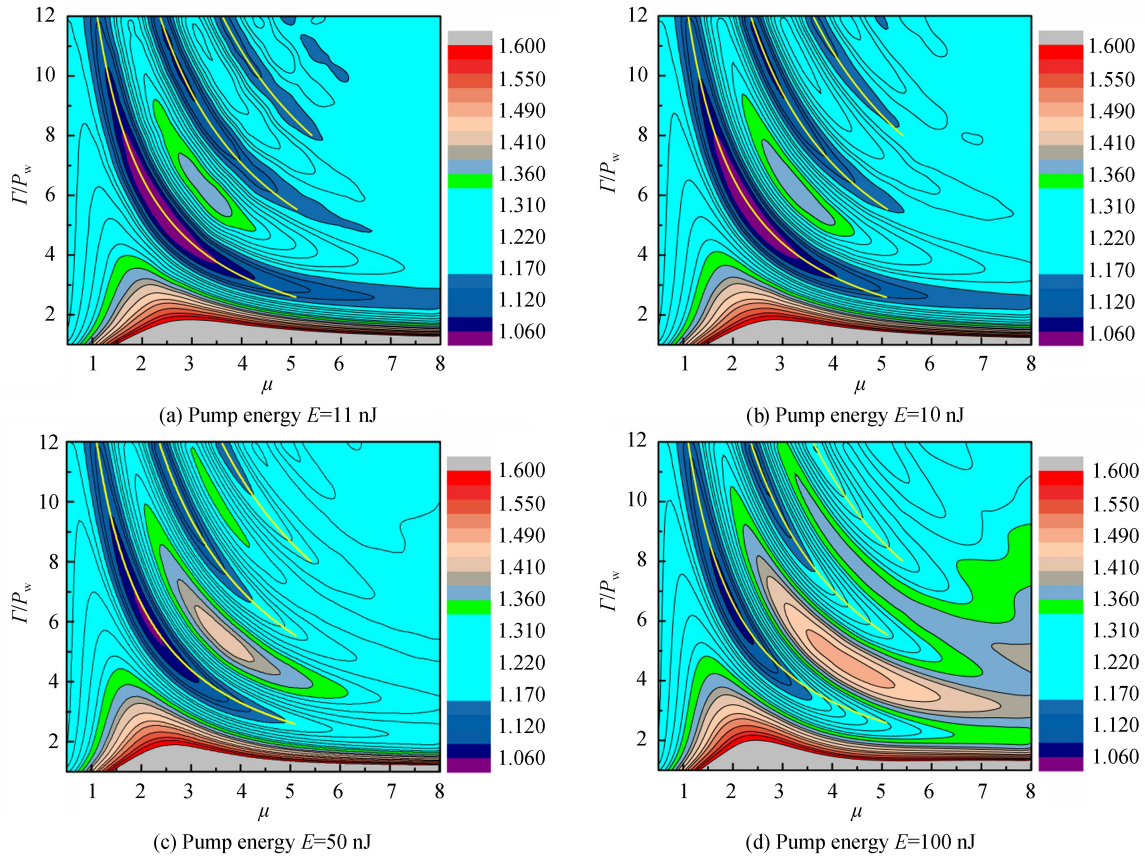


图2 不同泵浦脉冲能量时,脉冲宽度随晶体长度和带宽 Γ 的变化

Fig.2 Dependence of pulse width on crystal length μ and band width Γ with different pump energy

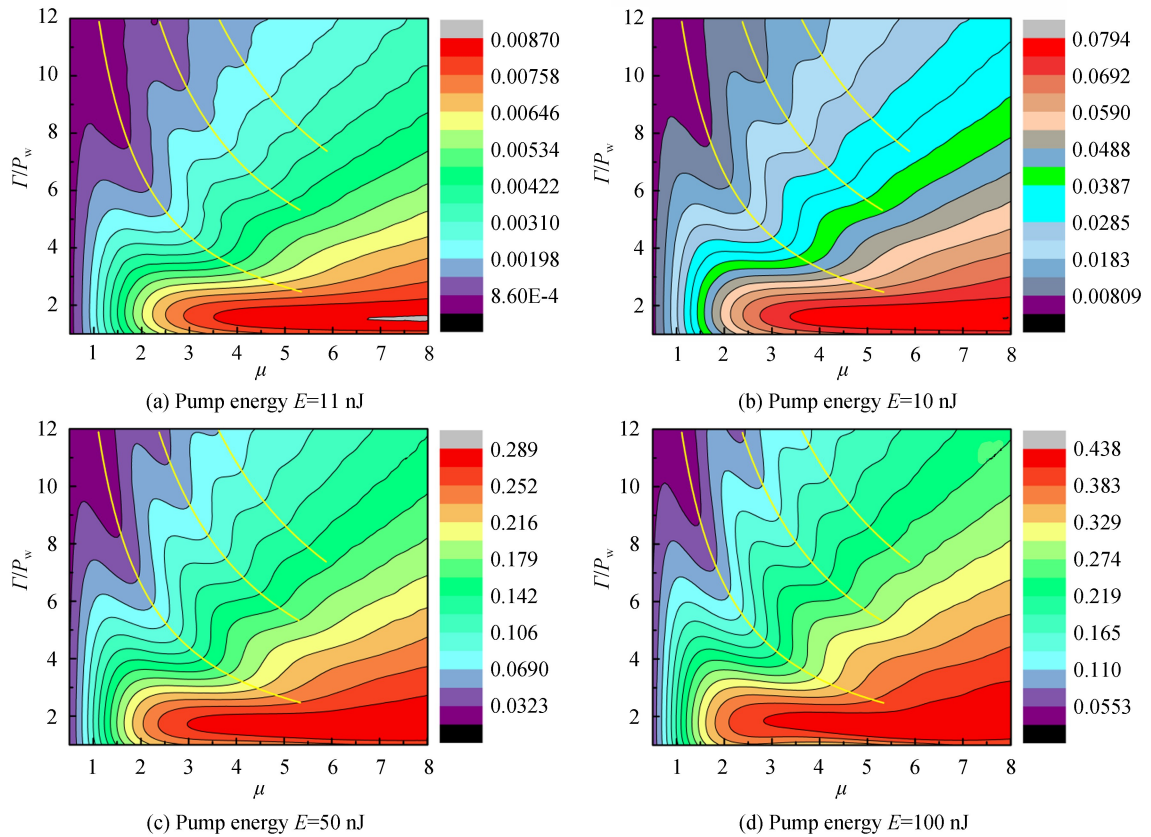


图3 不同泵浦脉冲能量时,转换效率随晶体长度 μ 和带宽 Γ 的变化

Fig.3 Conversion efficiency versus crystal length μ and band width Γ with different pump energy

不大,那么在大信号时,波谷曲线仍可以作为晶体参数选择的依据.处于波谷曲线上的晶体参数能够保证脉冲质量,同时选择长晶体可提高转换效率(如 $\Gamma=4P_w, \mu=3$),解决普通倍频(利用块状晶体对超短脉冲直接倍频)中转换效率与谐波质量的矛盾.

虽然波谷曲线变化较小,但随着泵浦能量的增加,脉冲宽度和转换效率却不断变大,为了更好地说明这个现象,考察不同能量泵浦下脉冲波形的变化,如图4.从图4(a)中可见,随着泵浦能量增加,脉冲畸变变大,但没有出现普通倍频中的拖尾现象.当泵浦脉冲较强时,随着泵浦脉冲在晶体中传输,由于其不断地转化为谐波而导致泵浦能量降低,因此在晶体前端倍频的波长成份转换效率相对较高,在晶体后端匹配的频率成份转换效率较低,各频率成份转化的不平衡导致在时域中脉冲发生畸变,与高斯线型有所偏差,图4(b)给出的谐波频谱恰好说明这一点.图4(b)中,当泵浦较强时,谐波强度最大的位置并非中心频率,且随着泵浦能量的增加,最大强度对应的频率位置相对于中心频率产生更明显的偏移.

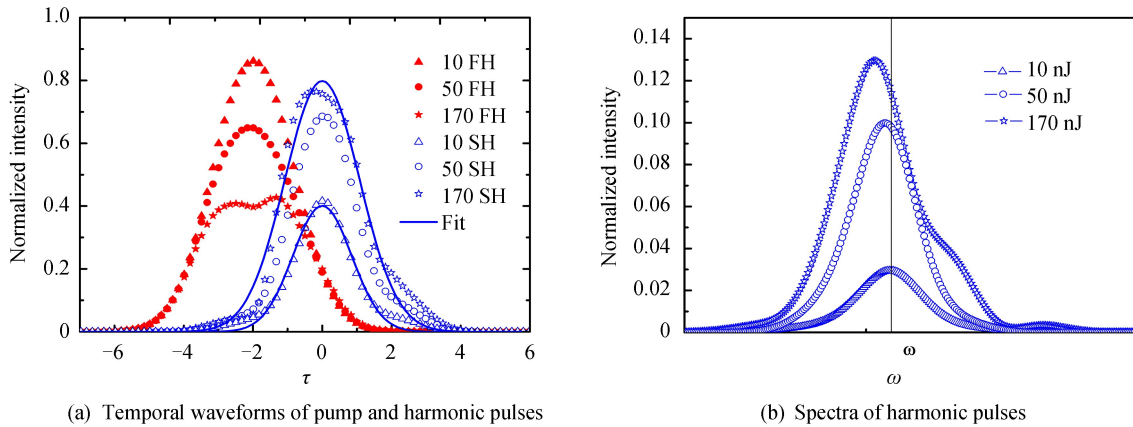


图4 $\mu=4, \Gamma=3P_w$,不同能量泵浦时,基波和谐波的时间波形及谐波频谱

Fig.4 Temporal waveforms of fundamental wave and harmonic wave and spectra of harmonic wave with different pump energy for $\mu=4, \Gamma=3P_w$

2.3 大信号时最佳啁啾系数的变化

超短脉冲倍频中,啁啾对脉冲波形有直接的影响,图5研究了脉冲啁啾随带宽和晶体长度的变化,以 $-C_1/C_2$ (归一化最佳啁啾系数)表征在不同晶体参数时啁啾的变化.

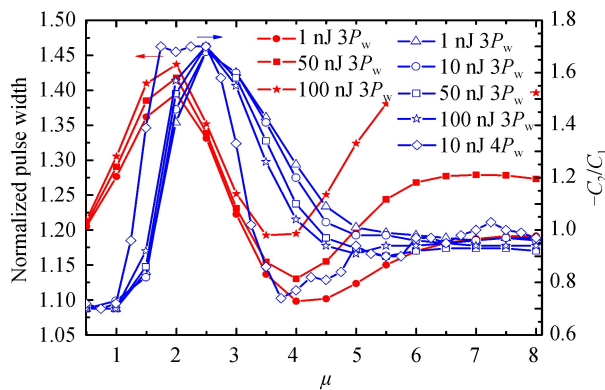


图5 归一化最佳啁啾和脉冲宽度随晶体长度的变化

Fig.5 Variation of normalized optimum chirp and corresponding pulse width with crystal length

晶体长度较小时,晶体的本征带宽决定了匹配带宽,此时即使在基波中引入预啁啾,脉冲宽度仍随晶体长度的增加而单调变大,说明此时谐波不仅存在线性啁啾,也有高阶啁啾,基波中的线性预啁啾不能完全补偿晶体色散.对于调制带宽 $\Gamma=3P_w$ 的情况,当 $\mu>2.5$ 时,归一化最佳啁啾系数和脉冲宽度随着晶体长度的增加而降低.此时,随着晶体长度的增加,本征带宽减小,调制带宽占据主导地位.如1.1节中倍频图景所述,仅考虑折射率线性调制时,谐波为啁啾脉冲,则预啁啾的引入能有效补偿谐波的线性啁啾,因此随着本征带宽影响的减弱,啁啾补偿的效果明显,脉冲宽度不断减小.随着晶体长度进一步增加,本征带宽趋于0,脉冲趋

于变换极限脉冲,最佳归一化啁啾系数趋于 1.在 $\Gamma=4P_w$ 的曲线中可以看到,随着调制带宽的增加,归一化最佳啁啾系数的最大值在 $\mu \approx 2$,相对于 $\Gamma=3P_w$ 时的 $\mu \approx 2.5$,向短晶体的方向移动,说明较长的晶体更容易补偿啁啾,提高脉冲质量,而长晶体也利于转换效率的提高.

2.4 相位失配量对倍频的影响

在频率转换中,相位失配量对转换过程有显著的影响,相位失配增加将使转换效率降低、脉冲波形畸变甚至分裂.在折射率调制晶体中,失配量与普通倍频不同,在普通倍频中失配量表示为 $\Delta kL/\pi$,而在折射率调制晶体中失配量为 $y\zeta + x\zeta^2$,除了与 y 有关,还受到调制参数 x 的影响.图 6 给出了 $\mu=4$,脉冲能量 $E=100$ nJ 时,脉冲宽度和转换效率随 y/x 和带宽 Γ 的变化.由图可见,当 $y=0$ 时,能够获得较高的转换效率和较窄的脉冲.随着 $|y|$ 的增大,脉宽变大,转换效率降低,但对于大带宽时,转换效率大约在 $|x/2|$ 处出现极值点.

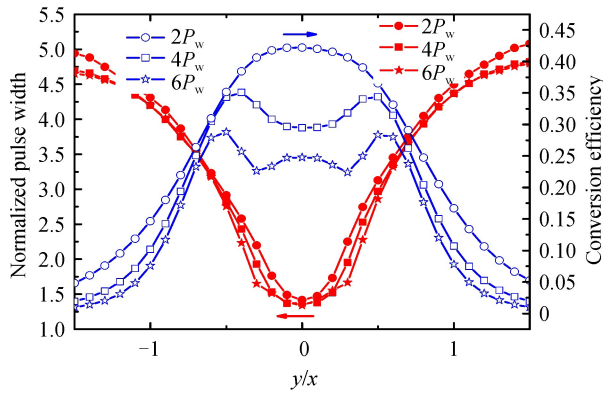


图 6 $\mu=4$,脉冲能量 $E=100$ nJ 时,脉冲宽度和转换效率随失配量 y/x 的变化

Fig.6 Dependence of pulse width and conversion efficiency on y/x with $\mu=4$ and $E=100$ nJ

在折射率调制晶体中, y 的意义与普通倍频时有所区别.根据式(1), y 可以表示为

$$y = \frac{L}{\pi}(2k_{10} - k_{20}) = \frac{2\omega_0 L}{\pi c}(n_{10} - n_{20} + \Delta\beta z) \quad (6)$$

若令 $y = ax$,可得

$$n_{10} - n_{20} = \Delta\beta \left(z - \frac{a}{2}L \right) \quad (7)$$

当式(7)中 $n_{10} - n_{20} = 0$ 时, $z = aL/2$,表明在 $aL/2$ 处中心频率达到相位匹配.例如, $a = 0$,即 $y = 0$,则 $z = 0$,表示中心频率在晶体中心达到相位匹配.因此,在折射率调制晶体中, y 表示中心频率在晶体中的匹配位置.当 $y = 0$ 时,中心频率在晶体中点相位匹配,则其他频率对称地在晶体两侧的位置达到相位匹配,此时可以保证晶体中主要的频率成份转化为谐波,脉冲宽度最小.当中心频率的匹配位置偏离晶体中心时,则在晶体中能够匹配的频率成份对中心频率失去对称性,不可避免地损失一部分频率成份,其难以转化为谐波,脉冲宽度变大.当晶体的匹配带宽较大时,脉宽曲线在 $y = 0$ 附近变化较小,说明此时中心频率的匹配位置稍微变动,对脉宽的影响也不大,因为此时晶体有足够的带宽让基波的主要频率成份被转换,这种特性使晶体有更大的加工误差容限.既然失配因子由 y 和 x 共同决定,两者可能相互补偿,使晶体中各频率成份的位相差变小,因此能够获得较高的转换效率,图 6 中的极值点正是两者相互补偿的结果,此极值点的位置随着带宽的不同而不同.因此,选择 $y = 0$,即中心频率在晶体中点相位匹配,可以在提高转换效率的同时降低脉冲宽度.

3 结论

本文对折射率线性调制晶体中超短脉冲倍频进行了数值计算,在大信号情况下,脉冲宽度和转换效率随泵浦能量的增加而提高,同时,由于谐波在晶体不同位置转换的不平衡导致谐波脉冲略偏离高斯型,但没有明显的拖尾现象,相对于普通倍频,折射率调制晶体能够同时获得高转换效率和脉冲质量;由调制参数决定的最小脉宽位置并未随着泵浦能量增加而产生大的偏移,波谷曲线对晶体参数的选择有一定的指导意义;在有限晶体长度的情况下,最佳啁啾系数本征由带宽和调制带宽共同决定,脉冲的过压缩现象来自于两种带宽

共同作用的结果;相位失配因子决定了中心频率的倍频位置,其对倍频过程有较大的影响,选择中心频率在晶体中点倍频有助于提高转换效率和脉冲质量.对于较高能量的飞秒脉冲的倍频,由于高阶非线性效应的出现,本文中的模型并不完善,且调制晶体直接应用于强飞秒脉冲的倍频,并没有明显的优势.若应用于强飞秒脉冲,需借鉴啁啾放大技术的思想,这将在以后的研究中讨论.

参考文献

- [1] XIAO X, YANG C, GAO S, *et al.* Analysis of ultrashort-pulse second-harmonic generation in both phase- and group-velocity-matched structures[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2005, **41**(1): 85-93.
- [2] SAPAEV U K, KULAGIN I A, USMANOV T, *et al.* Nonlinear pulse compression by the second-harmonic generation in quasiphase and group-velocity matched samples[J]. *Journal of Russian Laser Research*, **32**(1): 41-46.
- [3] TSAI M R, CHIU Y W, LO M T, *et al.* Second-harmonic generation imaging of collagen fibers in myocardium for atrial fibrillation diagnosis[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2016, **15**(2): 026002.
- [4] GREEN N H, DELAINE-SMITH R M, ASKEW H J, *et al.* A new mode of contrast in biological second harmonic generation microscopy[J]. *Scientific Reports*, 2017, **7**(1): 13331.
- [5] SARAVI S, QUINTEROBERMUDEZ R, SETZPFANDT F, *et al.* Effect of loss on slow-light-enhanced second harmonic generation in periodic nanostructures[J]. *Optics and Lasers*, 2016, **41**(13): 3110-3113.
- [6] RAO A, MALINOWSKI M, HONARDOOST A, *et al.* Second-harmonic generation in periodically-poled thin film lithium niobate wafer-bonded on silicon[J]. *Optics Express*, 2016, **24**(26): 29941.
- [7] HUANG Jin-zhe, SU Lin, PU Shao-zhi, *et al.* Design of an ultrafast frequency doubling photonic device[J]. *Chinese Physics Letters*, 2016, **33**(10): 67-70.
- [8] HUANG Jin-zhe, YANG Zhong-ying, ZHANG Liu-yang, *et al.* Photonic device design based on BBO for ultrafast frequency doubling[J]. *Chinese Physics Letters*, 2014, **31**(11): 114206.
- [9] ZHANG Liu-yang, SUN Pei-jing, HUANG Jin-zhe, *et al.* Optical design of ultrashort pulse frequency doubler system based on prism pair[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, **35**(9): 268-273.
张留洋, 孙培敬, 黄金哲, 等. 基于棱镜对的超短脉冲倍频系统的光学设计[J]. *光学学报*, 2015, **35**(9): 268-273.
- [10] HUANG Jin-zhe, ZHANG Liu-yang, ZHANG Wen-chao, *et al.* Theory of second harmonic generation of ultrashort pulses for collinear achromatic phase matching[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2013, **30**(30): 431.
- [11] REN Ai-hong, LIU Zheng-ying, ZHANG Rong-zhu, *et al.* Study on bandwidth properties of quasi-phase matching frequency-doubling system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(10): 7050-7054.
任爱红, 刘正颖, 张蓉竹, 等. 准相位匹配倍频系统的带宽性质研究[J]. *物理学报*, 2010, **59**(10): 7050-7054.
- [12] ZHANG Shuang-gen, HUANG Zhang-chao, XUE Yu-ming, *et al.* Autofocusing effect of ultrashort pulse propagation in quasi-phase matching crystal [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, **37**(10): 2550-2553.
张双根, 黄章超, 薛玉明, 等. 准相位匹配晶体中超短脉冲传输的自聚焦效应[J]. *中国激光*, 2010, **37**(10): 2550-2553.
- [13] HUANG Jin-zhe, MAO Bei-li, DAI Han, *et al.* Steady-state frequency-doubling in refractive index linear modulation crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2634-2638.
黄金哲, 毛蓓丽, 戴涵, 等. 折射率线性调制晶体中的稳态倍频研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2634-2638.
- [14] ZHANG Liu-yang, LIU Yu-jiang, HUANG Jin-zhe, *et al.* Second harmonic generation of ultrashort pulses in refractive-index-linear-modulating nonlinear crystals [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2014, **31**(5): 1202-1210.
- [15] LI Kun, ZHANG Bin, DIAO Xu, *et al.* Triple-frequency experiments of high-intensity femtosecond pulsed monolithic BBO crystals [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, **35**(7): 976-981.
李琨, 张彬, 刁煦, 等. 高强度飞秒脉冲单块 BBO 晶体三倍频实验[J]. *中国激光*, 2008, **35**(7): 976-981.

Foundation item: The Natural Science Foundation of Heilongjiang Province of China (No.F2016023) and The National Natural Science Foundation of China(No.61405049)

引用格式: ZHANG Liu-yang, YANG Ying, QU Yu-qiu, *et al.* Numeric Analysis of Frequency-doubling of Ultrashort Pulses in Refractive-index-linear-modulating Crystals[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, **47**(9): 0919002
张留洋, 杨莹, 曲玉秋, 等. 折射率线性调制晶体中超快倍频的数值分析[J]. *光子学报*, 2018, **47**(9): 0919002