

doi:10.3788/gzxb20184708.0822002

# 衍射元件表面粗糙度对衍射效率的影响

赵丽东, 崔庆丰, 毛珊, 赵渊明, 朴明旭, 胡洋

(长春理工大学 光电工程学院, 长春 130022)

**摘 要:** 基于多层衍射光学元件的位相延迟表达式, 提出了单点金刚石车削影响下的多层衍射光学元件衍射效率和带宽积分平均衍射效率的数学模型, 并给出了相应的分析表达式. 以基底材料分别是碲化锌和硫化锌构成的多层衍射光学元件在近红外波段(1.4~2.5  $\mu\text{m}$ )的应用为例进行分析. 结果表明表面粗糙度会导致多层衍射光学元件衍射效率和带宽积分平均衍射效率的明显降低, 从而降低了混合成像光学系统的成像质量. 因此, 单点金刚石车削衍射元件时, 要根据使用需求制定合理的表面粗糙度加工误差.

**关键词:** 衍射光学; 光学系统设计; 衍射效率; 表面粗糙度; 红外系统; 微结构加工

中图分类号: 0436

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2018)08-0822002-6

## Effect on Diffraction Efficiency of Diffractive Optics with Consideration of Surface Roughness

ZHAO Li-dong, CUI Qing-feng, MAO Shan, ZHAO Yuan-ming, PIAO Ming-xu, HU Yang  
(Institute of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, 130022, China)

**Abstract:** Based on the expression of phase delay of the multi-layer diffractive optical elements, the mathematical model of diffraction efficiency and polychromatic integral diffraction efficiency under the influence of single-point diamond turning is proposed, and the analytical expressions are correspondingly provided. The application of the multi-layer diffractive optical elements whose substrates are composed of ZnSe and ZnS for each layer is simulated and analyzed in near-infrared waveband (1.4~2.5  $\mu\text{m}$ ). The results show that the surface roughness error leads to a decrease in the diffraction efficiency and the polychromatic integral diffraction efficiency of the multilayer diffractive optical elements, making the imaging quality of the hybrid imaging optical system decreased. Therefore, when the single-point diamond turning is used to cut optical elements, the result is instructive to draw out justified limit surface roughness error according to usage requirements.

**Key words:** Diffractive optics; Optical system design; Diffraction efficiency; Surface roughness; Infrared system; Microstructure fabrication.

**OCIS Codes:** 220.4830; 050.1970; 220.0220; 050.196; 220.4610; 220.4000

## 0 引言

混合成像光学系统是由传统的折射光学系统以及有特殊色散特性和热特性的衍射光学元件组成, 不仅可以获得无热化设计和消色散, 而且能够提高系统的性能<sup>[1-3]</sup>. 衍射光学元件可以改善成像质量, 在降低混合光学系统重量和成本的同时减小混合光学系统的体积<sup>[4-6]</sup>. 衍射效率是衍射光学元件的应用和可工作波段考虑的关键因素<sup>[7]</sup>. 单点金刚石车削被广泛应用于在可见和红外甚至是紫外波段工作的平面、球面以及非球面基底上加工衍射浮雕结构, 但其会对衍射光学元件的衍射效率造成影响, 从而降低混合成像光学系统的成像

基金项目: 国家重大科技专项高分专项(No.51-H34D01-8358-13/16)资助

第一作者: 赵丽东(1990—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为衍射光学. Email: lidongzhao@sina.cn

导师(通讯作者): 崔庆丰(1954—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光学设计和衍射光学. Email: qf\_cui@163.com

收稿日期: 2018-03-12; 录用日期: 2018-05-30

<http://www.photon.ac.cn>

质量<sup>[8-9]</sup>.

衍射效率是评价成像光学系统中衍射元件性能的重要指标,在加工和使用过程中会受到多种因素的影响.2007年,BITTNER R F以单点金刚石加工衍射光学元件为例,提出了轴对称光学元件的加工过程中出现的倾斜误差以及对准误差的数学模型<sup>[10]</sup>.2011年,杨亮亮等给出了衍射光学元件的装配误差与衍射效率关系的表达式,对衍射光学元件的设计具有指导意义<sup>[11]</sup>.2015年,毛珊等在理论上研究了带宽积分平均衍射效率(Polychromatic Integral Diffraction Efficiency, PIDE)与多层衍射光学元件(Multi-Layer Diffractive Optical Elements, MLDOE)微结构高度和周期宽度的连续加工误差之间的关系,得到了可用于控制微结构高度和周期性宽度误差的结论<sup>[12]</sup>.2016年,杨红芳等提出了有效面积法用来设计多层衍射光学元件,得到的衍射光学元件具有更高的衍射效率<sup>[13]</sup>.同年,毛珊等又建立了多层衍射光学元件加工误差与带宽积分平均衍射效率的数学关系,该带宽积分平均衍射效率可以直接评价宽波段光学系统的成像质量<sup>[14]</sup>.到目前为止,对多层衍射光学元件的表面粗糙度与衍射效率以及带宽积分平均衍射效率之间的关系的研究鲜有报道.

本文基于成像光学系统中多层衍射光学元件的位相表达式,提出了单点金刚石车削造成的衍射光学元件表面粗糙度对衍射效率和带宽积分平均衍射效率影响的数学模型,推导并给出了相应的数学表达式.分析了基底材料分别为硒化锌(ZnSe)和硫化锌(ZnS)的近红外波段多层衍射光学元件在垂直入射和一般入射情况下表面粗糙度对衍射效率的影响.

## 1 数学模型

在整个宽波段范围内,多层衍射光学元件可以获得很高的衍射效率.典型的多层衍射光学元件是有两种不同色散材料组成的双分离型衍射光学元件,其结构如图1所示.

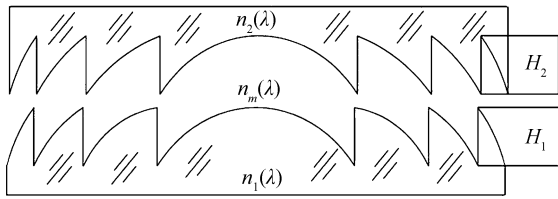


图1 多层衍射光学元件连续浮雕结构  
Fig.1 Relief-profile of MLDOEs

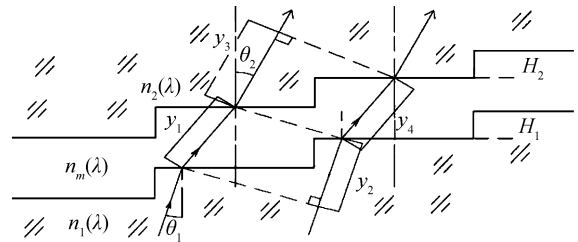


图2 多层衍射光学元件二元结构  
Fig.2 Binary-profile of MLDOEs

对于混合光学系统,衍射光学元件能够引入新的设计自由度.实际上,衍射光学元件是一种周期为 $2\pi$ 的位相型光栅,只有在位相差为 $2\pi$ 时,在设计波长处衍射光学元件能够获得100%的衍射效率和最大的带宽积分平均衍射效率.本文讨论的单点金刚石车削所带来的表面粗糙度基于多层衍射光学元件的浮雕结构表面,同属于同一量级.当衍射光学元件微结构特征尺寸远大于光波波长,输出平面距离衍射元件足够远时,采用标量衍射理论可以进行足够精度的分析.根据傅里叶光学和标量理论,连续表面的多层衍射光学元件衍射效率表示为<sup>[12]</sup>

$$\eta_m(\lambda, \theta) = \{ \text{sinc}[m - \varphi(\lambda, \theta)] \}^2 \quad (1)$$

式中, $\eta_m(\lambda, \theta)$ 为多层衍射元件的衍射效率, $m$ 为多层衍射光学元件衍射级次,取值为1, $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ , $\varphi(\lambda, \theta)$ 为多层衍射光学元件的位相延迟.当位相延迟 $\varphi(\lambda, \theta) = 1$ 时,一级衍射可以得到100%的衍射效率.

如图2,当光束斜入射至衍射光学元件基底材料时,衍射微结构产生的位相延迟可以表示为<sup>[15]</sup>

$$\varphi(\lambda, \theta) = \frac{H_1}{\lambda} [\sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - n_1(\lambda) \cos \theta] + \frac{H_2}{\lambda} [\sqrt{n_2^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}] \quad (2)$$

式中, $H_1$ 、 $H_2$ 分别是多层衍射元件位相微结构高度, $\theta$ 为入射角, $\lambda$ 为入射波长, $n_m(\lambda)$ 是双层衍射元件中间介质折射率, $n_1(\lambda)$ 、 $n_2(\lambda)$ 分别是多层衍射元件基底材料的折射率.当 $n_m(\lambda) = 1$ 时,即为空气层时,该结构为常用的分离型衍射光学元件.

将式(2)带入式(1),可得到多层衍射光学元件衍射效率的表达式为

$$\eta_m(\lambda, \theta) = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{H_1}{\lambda} [\sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - n_1(\lambda) \cos \theta] + \frac{H_2}{\lambda} [\sqrt{n_2^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}] \right\} \quad (3)$$

单点金刚石车削技术加工精度高、重复性好以及加工复杂面型光学表面能力突出,适合批量生产精密光学元件.然而从微观来看,金刚石车削刀具具有一定的圆弧形状和大小,这会导致衍射光学元件微结构表面存在过渡区域以及遮挡区域,造成衍射元件浮雕结构表面轮廓的变化,最终引起衍射元件位相的变化,导致衍射元件衍射效率、带宽积分平均衍射效率的降低.

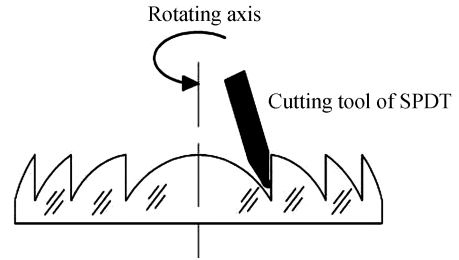


图3 单点金刚石车削模型

Fig.3 Model of single-point diamond turning process

实际上,表面粗糙度由切削工具的边缘轮廓和进给量等多种加工因素引起.图3为单点金刚石车削过程.单点金刚石车削采用球形刀具产生的表面理论粗糙度可以表示为  $f^2/8R_T$ ,而与球形切割工具车削造成的遮挡效应相比,半圆弧切割工具可以在转换点进行尖锐的车削,避免车削不完全造成的遮挡效应.以半圆弧切割工具为例,单点金刚石车削半圆弧刀具产生的表面粗糙度可以表示为<sup>[16]</sup>

$$R_{th} = \frac{f^2}{2R_T} \quad (4)$$

式中,  $R_{th}$  为表面粗糙度,  $f$  为每圈切削工具的进给量,  $R_T$  为切削工具的切削半径.

单点金刚石车削衍射光学元件引起的表面粗糙度是基于衍射光学元件衍射浮雕结构表面的.根据 Debye-Waller factor 因子中关于表面粗糙度对单层衍射光学元件衍射效率的影响<sup>[17]</sup>,给出表面粗糙度影响下的多层衍射元件的衍射效率表达式为

$$\eta_m(\lambda, \theta, R_{th}) = \eta_m(\lambda, \theta) \left\{ 1 - \left\{ \frac{2\pi R_{th}}{\lambda} [n_1(\lambda) - n_m(\lambda)] \right\}^2 + \left\{ \frac{2\pi R_{th}}{\lambda} [n_2(\lambda) - n_m(\lambda)] \right\}^2 \right\} \quad (5)$$

因此,考虑表面粗糙度影响的多层衍射光学元件带宽积分平均衍射效率可以表示为

$$\bar{\eta}(\theta, R_{th}) = \frac{1}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \eta_m(\lambda, \theta) \left\{ 1 - \left\{ \frac{2\pi R_{th1}}{\lambda} [n_1(\lambda) - n_m(\lambda)] \right\}^2 + \left\{ \frac{2\pi R_{th2}}{\lambda} [n_2(\lambda) - n_m(\lambda)] \right\}^2 \right\} d\lambda \quad (6)$$

式中,  $R_{th1}$ 、 $R_{th2}$  分别为单点金刚石车削造成的两个基底衍射面的表面粗糙度.为了简化分析模型,假定  $R_{th1}$  和  $R_{th2}$  相等.

另外,考虑表面粗糙度影响的多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率对折衍混合光学系统的成像质量造成一定的影响,折衍射混合成像光学系统的调制传递函数 (Modulation Transfer Function, MTF) 与多层衍射光学元件带宽积分平均衍射效率的关系为<sup>[11]</sup>

$$\text{MTF}(f_x, f_y) = \bar{\eta}(\theta, R_{th}) \cdot \text{MTF}_{100\%}(f_x, f_y) \quad (7)$$

式中,  $f_x$ 、 $f_y$  分别为光学系统在像面的频率,  $\text{MTF}_{100\%}$  为设计级次的衍射效率为 100% 时系统的调制传递函数,在常用的光学设计软件中可以直接得到该值.

## 2 仿真结果的讨论与分析

在近红外波段,选用两种常用的红外光学材料硒化锌 (ZnSe) 和硫化锌 (ZnS) 作为多层衍射光学元件的基底材料,为了在整个波段得到最大带宽积分平均衍射效率,计算出设计波长为 1.64  $\mu\text{m}$  和 2.2  $\mu\text{m}$ , 相应的衍射微结构高度为 12.09  $\mu\text{m}$  和 8.55  $\mu\text{m}$ <sup>[18]</sup>,采用 MATLAB 软件进行对单点金刚石车削产生的表面粗糙度对多层衍射光学元件的衍射效率和带宽积分平均衍射效率的影响进行分析.

在未考虑表面粗糙度时,多层衍射光学元件衍射效率与入射角和波长之间的关系如图 4 所示.考虑到表面粗糙度的影响,当光束垂直入射时,衍射效率与表面粗糙度和波长之间的关系如图 5.

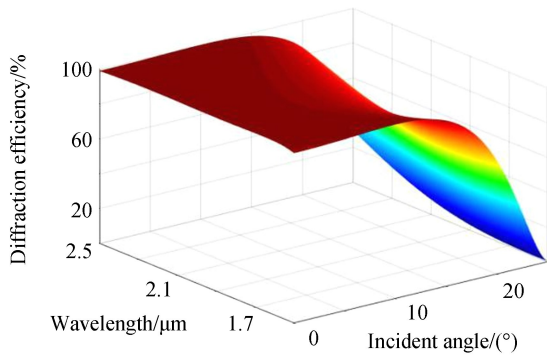


图4 衍射效率与波长和入射角的关系

Fig.4 Diffraction efficiency versus wavelength and incident angle

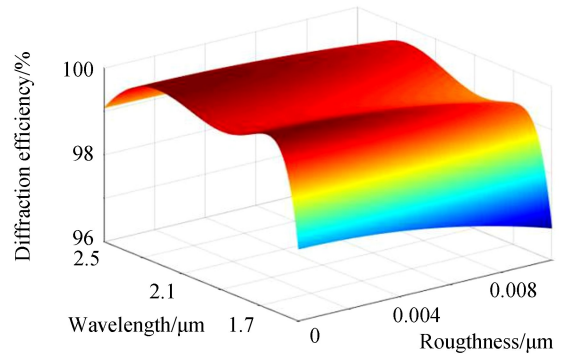


图5 衍射效率与波长和表面粗糙度的关系

Fig.5 Diffraction efficiency versus wavelength and surface roughness

由图4可知,当不存在表面粗糙度影响时,多层衍射光学元件的衍射效率对入射角敏感.由图5可知,多层衍射光学元件的衍射效率对表面粗糙度敏感.因此,应该考虑一般入射情况下表面粗糙度对多层衍射光学元件衍射效率的影响,这样更符合普遍应用情况.

在有表面粗糙度和无表面粗糙度的情形下,多层衍射光学元件带宽积分平均衍射效率与入射角之间的关系如图6.选取入射角大小为 $9.36^\circ$ ,即设计波长处衍射效率由100%的下降到99%时的对应角度.在两种入射条件下,多层衍射光学元件带宽积分平均衍射效率与表面粗糙度之间的关系如图7.

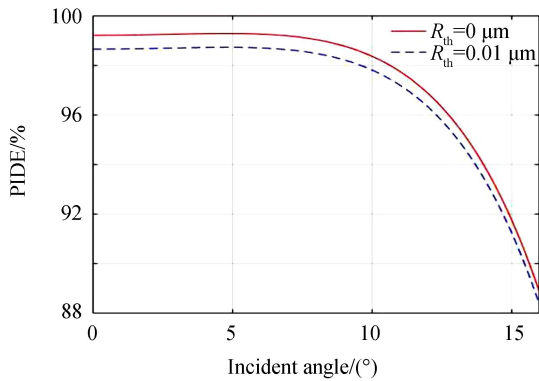


图6 PIDE与入射角的关系

Fig.6 PIDE versus angle of incidence

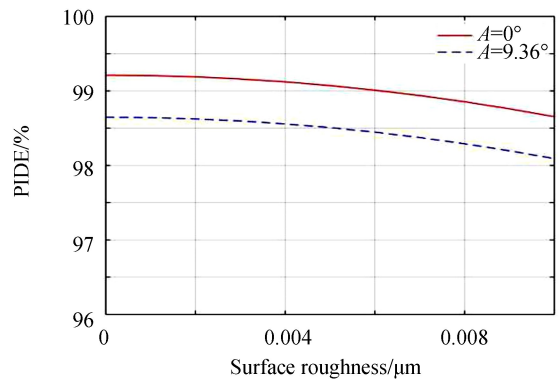


图7 PIDE与表面粗糙度的关系

Fig.7 PIDE versus surface roughness

由图6可知,多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率对入射角敏感.由图7可知,多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率对表面粗糙度也敏感.最后,对入射角和表面粗糙度对多层衍射光学元件的影响进行分析,衍射效率与波长之间的关系如图8.

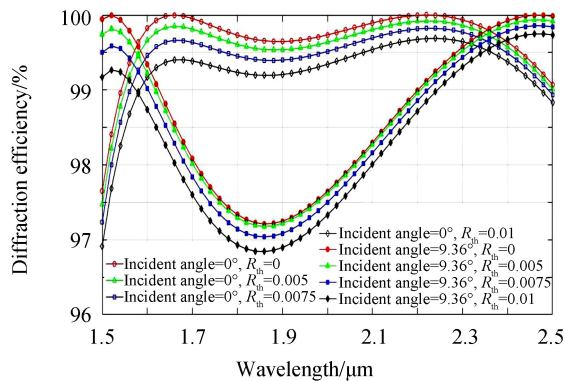


图8 衍射效率与波长的关系

Fig.8 Diffraction efficiency versus wavelength



在不同的入射情况下,表面粗糙度对不同波长衍射效率和该波段内的带宽积分平均衍射效率的影响分别如表1和表2所示.其中,表1为垂直入射情况,表2为一般入射情况,即入射角度选择为 $9.36^\circ$ .

表1 入射角为 $0^\circ$ 时的衍射效率与表面粗糙度Table 1 Diffraction efficiency with surface roughness when incident angle is  $0^\circ$ 

Surface roughness/ $\mu\text{m}$	$\eta/\%$		PIDE/ $\%$
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1 - \lambda_2$
0	100	100	99.208
0.005	99.832	99.916	99.069
0.0075	99.640	99.816	98.894
0.01	99.371	99.676	98.651

根据表1,表面粗糙度可以同时导致多层衍射光学元件的衍射效率和带宽积分平均效率较大的减少,对于设计波长 $\lambda_1$ ,表面粗糙度从0增大到 $0.01\ \mu\text{m}$ ,衍射效率从 $100\%$ 下降到 $99.371\%$ ,减少了 $0.629\%$ ;对于设计波长 $\lambda_2$ ,表面粗糙度从0增大到 $0.01\ \mu\text{m}$ ,衍射效率从 $100\%$ 下降到 $99.676\%$ ,减少了 $0.324\%$ .最终,带宽积分平均衍射效率从 $99.208\%$ 下降到 $98.651\%$ ,减少了 $0.557\%$ ,导致混合成像光学系统MTF下降,从而降低混合光学系统的成像质量.

表2 入射角为 $9.36^\circ$ 时的衍射效率与表面粗糙度Table 2 Diffraction efficiency with surface roughness when incident angle is  $9.36^\circ$ 

Surface roughness/ $\mu\text{m}$	$\eta/\%$		PIDE/ $\%$
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1 - \lambda_2$
0	98.814	98.993	98.645
0.005	98.721	98.956	98.506
0.0075	98.531	98.857	98.331
0.01	98.265	98.718	98.089

比较表1和表2,在考虑表面粗糙度的情形下,多层衍射光学元件的衍射效率和带宽积分平均衍射效率均对入射角敏感.表面粗糙度为 $0.01\ \mu\text{m}$ ,入射角分别为 $0^\circ$ 、 $9.36^\circ$ 时,对于设计波长 $\lambda_1$ ,衍射效率从 $99.371\%$ 下降到 $98.265\%$ ,减少了 $1.103\%$ ;对于设计波长 $\lambda_2$ ,衍射效率从 $99.676\%$ 下降到 $98.718\%$ ,减少了 $0.958\%$ .可知在设计波长处,随着表面粗糙度和入射角度的增大,衍射效率和带宽积分平均衍射效率迅速减小.

### 3 结论

采用硒化锌(ZnSe)和硫化锌(ZnS)作为单点金刚石车削加工的多层衍射元件的基底,分析了表面粗糙度影响下的衍射效率和带宽积分平均衍射效率.研究表明,入射角为 $0^\circ$ 时,表面粗糙度从0增大到 $0.01\ \mu\text{m}$ ,设计波长 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 衍射效率分别下降了 $0.629\%$ 、 $0.324\%$ ,带宽平均积分衍射效率下降了 $0.557\%$ ,可知表面粗糙度对多层衍射光学元件的衍射效率、带宽积分平均衍射效率造成影响,降低了光学系统的成像质量.另外,表面粗糙度影响下的多层衍射光学元件的衍射效率对入射角度敏感,表面粗糙度为 $0.01\ \mu\text{m}$ ,入射角由 $0^\circ$ 增大到 $9.36^\circ$ 时,设计波长 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 衍射效率分别下降了 $1.103\%$ 、 $0.958\%$ ,带宽平均积分衍射效率下降了 $0.556\%$ .因此,当使用单点金刚石车削方法加工衍射光学元件时,应将表面粗糙度考虑在内,结合实际要求制定合适的加工误差.

#### 参考文献

- [1] BIGWOOD C, WOOD A. Two-element lenses for military applications[J]. *Optical Engineering*, 2011, **50**(12):121705.
- [2] GANDHI V, ORAVA J, TUOVINEN H, et al. Diffractive optical elements for optical identification[J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(7): 1606-1611.
- [3] ANDREW W, MANE S, SIMONE C. Infrared hybrid optics with high broadband efficiency[C]. SPIE, 2005, 5874: 58740G.
- [4] TAKEHIKO N, HIDEKI O. Study of multi-layer diffractive optical elements, and method of application to optical lens system[J]. *Journal of The Society of Photographic Science and Technology of Japan*, 2002, **65**(3):180-185.
- [5] PIAO Ming-xu, CUI Qing-feng, ZHU Hao, et al. Diffraction efficiency change of multilayer diffractive optics with environmental temperature [J]. *Journal of Optics*, 2014, **16**: 035707.
- [6] LIU Zhi-hui, YANG Huan, SHI Zhen-dong. Homogenization of semiconductor laser using diffractive micro-lens array

- [J].*Chinese Journal of Lasers*, 2014, **41**(1): 01020051.  
刘志辉, 杨欢, 石振东. 衍射微透镜阵列用于半导体激光光束匀化[J]. 中国激光, 2014, **41**(1): 01020051.
- [7] MAO Wen-feng, ZHANG Xin, QU He-meng, *et al.* Broad dual-band kinform infrared double-layer diffractive optical system design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(10):1022002.  
毛文峰, 张新, 曲贺盟, 等. 红外双色宽波段高衍射效率衍射光学系统设计[J]. 光学学报, 2014, **34**(10):1022002.
- [8] XUE Chang-xi, CUI Qing-feng. Design of multilayer diffractive optical elements with polychromatic integral diffraction efficiency[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**: 986-988.
- [9] JUERGENS R C, HAMILTON SHEPARD R, SCHAEFER J P. Simulation of single point diamond turning fabrication process errors[C]. SPIE, 2003, **5174**:93-104.
- [10] BITTNER R F. Tolerancing of single diamond turned diffractive optical elements and optical surfaces[J]. *JEOS:RP*, 2007, **2**:07028.
- [11] YANG Liang-liang, CUI Qing-feng, LIU Tao, *et al.* Effects of manufacturing errors on diffraction efficiency for multilayer diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(32): 6128-6133.
- [12] MAO Shan, CUI Qing-feng, PIAO Ming-xu. Tolerance analysis of multilayer diffractive optics based on polychromatic integral diffraction efficiency [J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(36): 9528-9532.
- [13] YANG Hong-fang, XUE Chang-xi, LI Chuang, *et al.* Optimal design of multilayer diffractive optical elements with effective area method[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(7): 1675-1682.
- [14] MAO Shan, CUI Qing-feng. Effect on polychromatic integral diffraction efficiency for two-layer diffractive optics [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(1): 0105001.  
毛珊, 崔庆丰. 双层衍射元件加工误差对带宽积分平均衍射效率的影响[J]. 光学学报, 2016, **36**(1): 0105001.
- [15] WOOD A P, ROGERS P J. Diffractive optics in modern optical engineering[C]. International Society for Optics and Photonics, 2005, 5865:83-97.
- [16] DUŠAN K, ZDENKO Z, CLAUDIO F, *et al.* Cross-sectional TEM study of subsurface damage in SPDT machining of germanium optics[J]. *Applied Optics*, 2018, **57**(8): 1940-1943.
- [17] STEARNS D G, GAINES D P, SWEENEY D W, *et al.* Nonspecular X-ray scattering in a multilayer coated imaging system[J]. *Applied Physics*, 1998, **84**(2):1003-1028.
- [18] XUE Chang-xi, CUI Qing-feng, PAN Chun-yan, *et al.* Design of multi-layer diffractive optical elements with bandwidth integral average diffraction efficiency [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10):3016-3020.  
薛常喜, 崔庆丰, 潘春艳, 等. 基于带宽积分平均衍射效率的多层衍射光学元件设计[J]. 光学学报, 2010, **30**(10):3016-3020.

**Foundation item:** National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (No.51-H34D01-8358-13/16)

引用格式: ZHAO Li-dong, CUI Qing-feng, MAO Shan, *et al.* Effect on Diffraction Efficiency of Diffractive Optics with Consideration of Surface Roughness[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, **47**(8):0822002

赵丽东, 崔庆丰, 毛珊, 等. 衍射元件表面粗糙度对衍射效率的影响[J]. 光子学报, 2018, **47**(8):0822002