

doi:10.3788/gzxb20184706.0612005

稀疏子孔径区域内正交多项式重构波前

罗倩^{1,2}, 吴时彬¹, 汪利华¹, 杨伟¹, 范斌¹

(1 中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要:提出了基于稀疏子孔径正交多项式的拼接算法,该算法采用 Mathematica9.0 对圆域 Zernike 多项式进行 Gram-Schmidt 正交化,构造出稀疏子孔径区域内的标准正交多项式——Z-sparse 多项式,并采用该正交多项式进行稀疏子孔径区域波前数据的拟合.实验表明:根据算法重构与直接检测的全孔径波前残差 $PV=0.071\ 9\lambda$, $RMS=0.007\ 4\lambda$.该算法可对所提取的七个子孔径波前像差数据进行有效的拼接.

关键词:稀疏子孔径;正交多项式;Mathematica 符号计算;拼接检测;波面重构

中图分类号:O436

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)06-0612005-8

Wavefront Reconstruction with Orthonormal Polynomials in a Sparse Subaperture Area

LUO Qian^{1,2}, WU Shi-bin¹, WANG Li-hua¹, YANG Wei¹, FAN Bin¹

(1 Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: A stitching algorithm based on orthonormal polynomials in a sparse subaperture area was proposed. In this algorithm, Gram-Schmidt orthogonalization of circular Zernike polynomials is performed by using Mathematica9.0, and the standard orthonormal polynomials, Z-sparse polynomials, which show orthogonality in sparse subaperture area were established. Wavefront data in sparse subaperture area can be fitting with the new orthogonal polynomials. The experimental results show that the wavefront residuals of peak to valley value and root mean square are $0.071\ 9\lambda$ and $0.007\ 4\lambda$ respectively compared with direct testing result. Therefore the algorithm can effectively stitch the seven subapertures wavefront data of interferometry.

Key words: Sparse subaperture; Orthogonal polynomials; Mathematica symbol calculation; Sticking; wavefront reconstruction

OCIS Codes: 120.4630; 120.3180; 000.3870

0 引言

在大口径光学元件和系统的检测技术中,子孔径拼接检测方法从 20 世纪 80 年代提出以来^[1],一直广受青睐.子孔径拼接检测方法有重叠子孔径拼接和稀疏子孔径两种,不同于通常采用的重叠子孔径拼接^[2-3],稀疏子孔径拼接检测的核心思想是将若干稀疏排列的反射镜阵列替代大口径平面反射镜进行自准直光学系统检测,通过算法将波前传感器采集的子孔径离散化波前数据进行拼接,重构出全孔径波前信息.当被检光学系统尺寸达到米级以上,甚至更大口径,子孔径拼接需要复杂的机械机构,算法要求重叠区域在 15% 以上,并且重叠区域内点对点精确匹配,使得整个测试周期长,效率低.基于测试成本考虑,采用稀疏子孔径拼接检测具有效率高、可行性高、成本低同时易于扩展的优点.

基金项目:国家重点研发计划(No.2016YFB0500200)资助

第一作者:罗倩(1990—),女,硕士研究生,主要研究方向为大口径光学系统检测. Email:luoqian_yy@163.com

导 师:吴时彬(1963—),男,研究员,硕士,主要研究方向为光学检测及精密仪器. Email:sbwu@ioe.ac.cn

收稿日期:2018-01-09; **录用日期:**2018-03-22

<http://www.photon.ac.cn>

稀疏子孔径拼接算法均是以 Zernike 多项式拟合波前为基础,1982 年 THUNEN J G 等提出了一种基于 Zernike 多项式的数据处理算法^[4],即 Thunen-Kwon 算法.1983 年,CHOW W W 等随后提出了一种基于 Zernike 多项式的同时拟合算法,即 Simultaneous Fit Method 算法^[5],其运算速度比 Thunen-Kwon 算法快 2~4 倍,而且对子孔径的调整误差和噪声均不灵敏.

1996 年开始,美国宇航局采用稀疏孔径自准直检测技术进行詹姆斯·韦伯望远镜的光学镜面的校准和测试^[6-9].近年来,国内也有一些科研单位应用该项技术对大口径光学元件进行面形检测.中国科学院光电技术研究所闫锋涛采用稀疏子孔径采样检测大口径光学器件^[10],北京空间机电研究所王琰对稀疏孔径的波前重构算法进行了研究^[11].大口径光学系统波前检测技术的瓶颈亟待突破,因此开展稀疏孔径检测技术研究极具工程价值.

对离散化的波前数据进行拟合分析从而得到所关注的信息是拼接算法的核心,其本质是利用合适的数学波前函数来拟合离散的采样数据,使得重构的波前与实际波前残差尽可能小.波前重构通常分为区域法和模式法^[3],大多数情况下,检测的光学元件具有圆形光瞳或通光孔,反射或透射的波前也总是趋于光滑且连续的,常采用模式法进行波前检测.一般选用 Zernike 多项式作为基底函数进行波前数据拟合.

但是,当数据的采样区域不是圆域时,Zernike 多项式不再具有正交性,若用其拟合非圆域的采样波面,就会产生模式耦合和模式混淆误差,将出现交叉耦合的现象,仍用它作为基底函数求得的拟合系数就可能得到错误的结果.本文针对稀疏子孔径区域采样的波前数据,构造出稀疏子孔径区域正交多项式,并提出基于此多项式的拼接算法,实验验证了该算法的合理性.

1 稀疏子孔径区域正交多项式

1.1 Zernike 多项式在稀疏子孔径区域的相关性

稀疏子孔径拼接检测光学元件时,干涉仪采样的是离散的稀疏子孔径区域数据,波面拟合就是将采样的离散数据拟合成连续的波前函数,然后得到所关注的信息.常在圆域内选用 Zernike 多项式作为基底函数进行波前数据拟合,因为它在单位圆上加权正交,函数正交的性质使其系数相互独立,有利于消除偶然误差的影响,并且 Zernike 系数能与 Seidel 像差建立联系^[12-13].

Zernike 多项式是一组定义在单位圆连续区域内的完备正交基^[14],记为 $\{Z_i(x, y)\}$.

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} Z_i(x, y) Z_j(x, y) dx dy = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} Z_{nm}(x, y) Z_{pq}(x, y) dx dy = \frac{\pi}{n+1} \delta_{np} \delta_{mq} \quad (1)$$

式中, $Z(x, y)$ 是每一个采样点的 Zernike 函数,

$$\delta_{np} = \begin{cases} 1, n=p \\ 0, \text{其他} \end{cases}, \delta_{mq} = \begin{cases} 1, m=q \\ 0, \text{其他} \end{cases}, n \text{ 是径向模式}, m \text{ 是方位角频率.}$$

但是,Zernike 多项式仅能作为圆域内的正交多项式.对于稀疏子孔径的采样区域,Zernike 多项式则不再具有正交性.

稀疏子孔径拼接检测的精度与子孔径排列方式、数目以及大小息息相关.通过数学推算及大量的仿真实验,得出结论:单位圆内,选取七个子孔径,子孔径之间相互外切,外圈子孔径与单位圆内切时,稀疏排列的子孔径覆盖全口径的区域最大,采集的信息最多,拼接检测的结果就越接近全口径直接测量.最优排列布局如图 1 所示.图中表示全口径为单位圆,即 $R=1$ 时的子孔径放置的大小及位置,当实际检测不同口径的光学系统时,全口径及子孔径放置的大小及位置等比例放大.

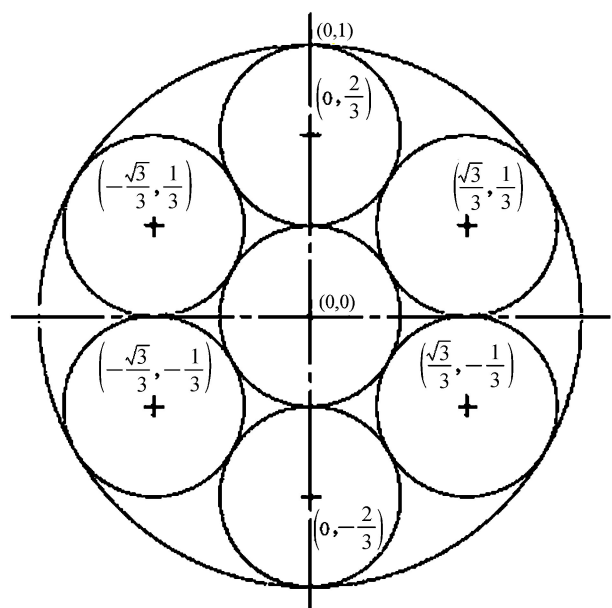


图 1 子孔径分布示意图
Fig.1 Subaperture distribution map

利用 Mathematica9.0 分别计算圆 Zernike 多项式前 4、9、16、25、36 项在稀疏子孔径区域的相关性。Zernike 多项式的相关性如图 2,白色表示完全相关,蓝色表示无相关性.从图中可以看出:

1)前 4、9、16、25、36 项所有图中的对角区域都为白色,完全相关.非对角区域出现多处白色区域,说明在此区域内多项式间存在交叉耦合现象,若用它拟合的得出的波面将出现模式耦合误差,求得的拟合系数就不能准确得到该区域的 PV 和 RMS 值.

2)对比前 4、9、16、25、36 项,随着拟合阶数的增加,白色区域越来越多,说明耦合增强,计算出的拟合系数误差增加.当被测光学元件中含有高阶项像差时,如果选择低阶拟合,高阶项将被迫解释为低阶项,从而影响低阶拟合系数.

3)图 2 中可以看出,并非所有的非对角区域都出现白色,说明耦合现象有一定规律性.前 9 项之间, Z_1 与 Z_3 、 Z_1 与 Z_6 、 Z_2 与 Z_6 、 Z_3 与 Z_6 、 Z_4 与 Z_7 、 Z_4 与 Z_8 、 Z_7 与 Z_8 存在耦合现象,由两种初级像差函数 Seidel 与 Zernike 之间的关系,畸变、场曲、慧差、球差分别与 (Z_1, Z_6, Z_2, Z_7) 、 (Z_3, Z_8) 、 (Z_6, Z_7, Z_8) 有关,由于他们之间表现的耦合性,使得计算误差很大, Astigmatism 与 (Z_4, Z_5) 有关,由于这两项跟其他项的弱耦合现象,所以计算误差较小.

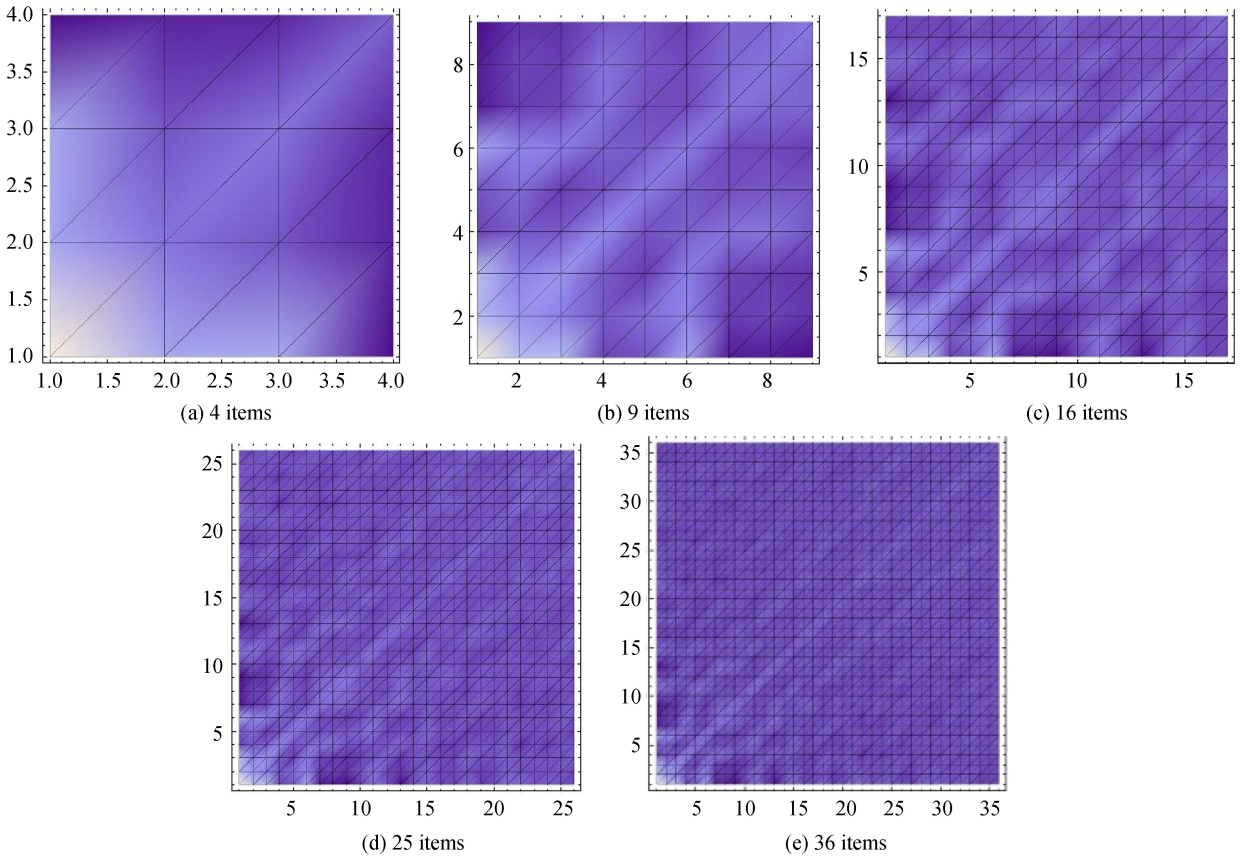


图 2 Zernike 多项式在稀疏子孔径区域的相关性
Fig.2 Correlation of Zernike polynomials in sparse subaperture regions

1.2 稀疏子孔径区域正交多项式的计算方法

一个欧式空间 V 中,存在一个线性无关向量组,使得对所有空间中的向量,都能被这个组线性表示,这个向量组就是 V 的基^[15].任意一个欧式空间,总是能构造出一组正交基,取其范数等于 1,即为标准正交基. Gram-Schmidt 正交化就是将一组欧式空间线性无关向量组改造为正交向量组的方法.基于以上对稀疏子孔径采样区域上 Zernike 多项式的正交性进行分析,需要对 Zernike 多项式进行正交归一化处理,得到一组新的标准正交多项式,命名为 Z-sparse 多项式,记为 $\{S_i(x, y)\}$.

$$\begin{cases} S_1 = Z_1 \\ S_{r+1} = Z_{r+1} - \sum_{i=1}^r \frac{(Z_{r+1}, S_i)}{(S_i, S_i)} S_i \end{cases} \quad (2)$$

显然, Z-sparse 多项式 $\{S_i(x, y)\}$ 在稀疏子孔径区域 D 的正交关系为

$$\iint_D S_i(x, y) S_j(x, y) dx dy = \begin{cases} C_j, i=j, C_j \text{ 是常数} \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

同样使用 Mathematica 9.0 编写计算程序得出新的标准正交多项式, 并画出多项式之间的相关性. 一般的光学元件, 高阶波像差、面形误差不会特别大, 用多项式的前 36 项拟合就足以达到拟合精度^[16]. 所以, 本文仅计算了 Z-sparse 多项式的前 36 项表达式, 由于篇幅有限, 表 1 仅列出了 Zernike 多项式和 Z-sparse 多项式前 9 项, 以上的计算方法甚至可以推广计算出任意稀疏子孔径阵列的任意项的 Z-sparse 多项式表达式, 适用于不同口径光学系统的稀疏子孔径拼接检测.

表 1 Zernike 多项式和 Z-sparse 多项式

Table 1 Zernike polynomials and Z-sparse polynomials

i	Zernike polynomials	Z-sparse polynomials
1	1	1
2	x	x
3	y	y
4	$-0.873\ 059+2x^2+2y^2$	$2(x^2+y^2)-1$
5	$-3.373\ 04 \times 10^{-6}+0.999\ 933x^2-1.000\ 07y^2$	x^2-y^2
6	$2xy$	$2xy$
7	$-1.77377x+3x^3+3x \cdot y^2$	$x(3(x^2+y^2)-2)$
8	$-1.773\ 78y+3x^2 \cdot y+3y^3$	$y(3(x^2+y^2)-2)$
9	$0.844\ 051-5.481\ 07x^2+6x^4-5.481\ 11y^2+12x^2 \cdot y^2+6y^4$	$1-6(x^2+y^2)+6(x^2+y^2)^2$

Gram-Schmidt 正交化的实质就是 QR 分解, Zernike 标准正交多项式集合与 Z-sparse 多项式集合之间, 就是通过一个三角矩阵变换得到, 所以他们之间具有线性关系, Z-sparse 多项式可以分解成特定像差类型的组合^[17-18].

用 Mathematica 9.0 画出任意两个多项式之间的相关性. 对于稀疏子孔径区域, 如图 3 可以看出, 前 4、9、

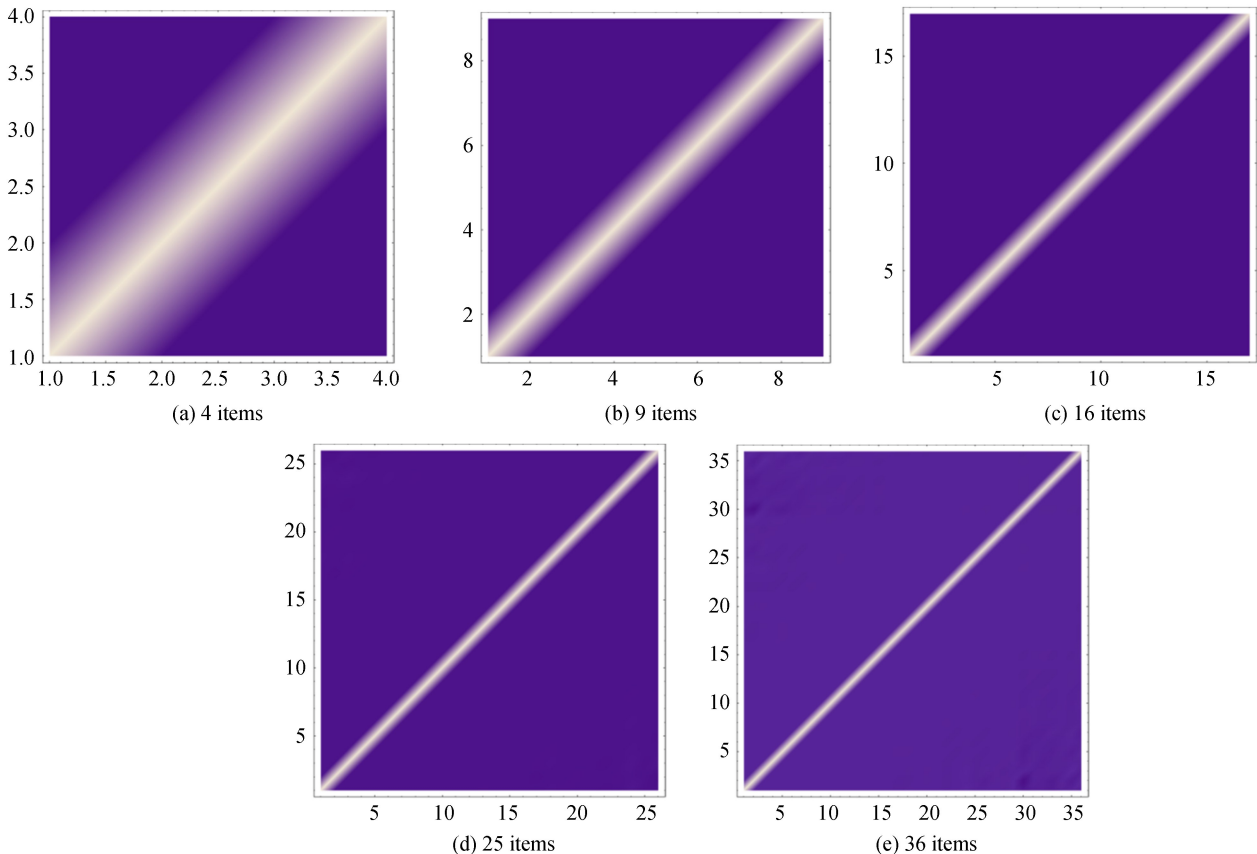


图 3 Z-sparse 多项式在稀疏子孔径区域的相关性

Fig.3 Correlation of Z-sparse polynomials in sparse subaperture regions

17、26、36 项所有图中的对角区域都为白色,而非对角区域全是背景色蓝色,说明同一个多项式在稀疏子孔径区域积分为 1,完全相关,不同多项式在稀疏子孔径区域积分为 0,无相关性.即 Z-sparse 多项式具有正交性,若用它拟合得出的波面将不会出现模式耦合误差,求得的拟合系数就可以准确得到该区域的峰谷值(Peak Valley,PV)和均方根(Root Mean Square, RMS)值.

2 基于稀疏子孔径区域正交多项式的拼接算法

利用 Z-sparse 多项式对稀疏子孔径区域采样的波前传感的相位数据进行重构,每个采样点的坐标为 (x, y) ,则被拟合波面函数可表示为

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^N b_i S_i(x, y) \quad (4)$$

式中 b_i 为 Z-sparse 多项式系数, N 为选取的多项式阶数, $S_i(x, y)$ 为 Z-sparse 多项式.

根据最小二乘法原理

$$\Delta^2 = \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N b_i S_i(x_j, y_j) - D(x_j, y_j) \right]^2 \quad (5)$$

式中 M 为采样点的总和, $D(x_j, y_j)$ 为实际测量的第 j 个采样相位值.

使得 Δ^2 最小,求

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b_k} \Delta^2 &= 2 \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N b_i S_i(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) - D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \right] = \\ &2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M b_i S_i(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) - 2 \sum_{j=1}^M D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

即

$$b_i \sum_{j=1}^M S_i(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) = \sum_{j=1}^M D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \quad (7)$$

式(2)称为最小二乘正则方程,其表征求解系数的稳定性.

在整个测量过程中,每个子孔径之间不可避免地产生相位平移、倾斜等调整误差.带有调整误差的全口径波前函数可表示为

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^{NS} [P_i S_1(x, y) + T_{x_i} S_2(x, y) + T_{y_i} S_3(x, y)] + \sum_{r=4}^N B_r S_r(x, y) \quad (8)$$

式中, NS 为子孔径数目, N 为 Z-sparse 多项式的阶数, P, T_x, T_y 分别为子孔径的相位平移、 x 倾斜、 y 倾斜的系数, B 为全口径拟合系数.

带有调整误差的全口径波前函数代入到最小二乘正则方程得

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^{NS} [P_i S_1(x_j, y_j) + T_{x_i} S_2(x_j, y_j) + T_{y_i} S_3(x_j, y_j)] \right\} S_k(x_j, y_j) + \\ \sum_{j=1}^M \sum_{r=4}^N B_r S_r(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) = \sum_{j=1}^M D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \end{aligned} \quad (9)$$

当 $1 \leq k \leq 3$ 且 $1 \leq i \leq NS$ 时

$$\begin{aligned} \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_1(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \cdot P_i + \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_2(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \cdot T_{x_i} + \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_3(x_j, y_j) \cdot \\ S_k(x_j, y_j) \cdot T_{y_i} + \sum_{r=4}^N \left[\sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_r(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \right] \cdot B_r = \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \end{aligned} \quad (10)$$

当 $k \geq 4$ 且 $1 \leq i \leq NS$ 时

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{NS} \left[\sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_1(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \cdot P_i + \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_2(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \cdot T_{x_i} + \sum_{j=M_{i-1}+1}^{M_i} S_3(x_j, y_j) \cdot \right. \\ \left. S_k(x_j, y_j) \cdot T_{y_i} \right] + \sum_{r=4}^N \left[\sum_{j=1}^M S_r(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \right] \cdot B_r = \sum_{j=1}^M D(x_j, y_j) S_k(x_j, y_j) \end{aligned} \quad (11)$$

改写成矩形形式

$$[W]_{3NS+(L-3)\times 3NS+(L-3)} [B]_{3NS+(L-3)\times 1} = D_{3NS+(L-3)\times 1} \quad (12)$$

通过矩阵计算出包含所有子孔径调整误差系数和全口径面形系数的向量 B .
全口径波面用 Zernike 多项式表示为

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^N a_i Z_i(x, y) \quad (13)$$

全口径波面用 Z-sparse 多项式表示为

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^N b_i S_i(x, y) \quad (14)$$

式(13)和(14)写成矩阵形式为

$$W = AZ = A C^{-1} S = BS \quad (15)$$

$$A = BC \quad (16)$$

通过对应子孔径上的相关相位数据,即可求出 Zernike 多项式系数 a_i .求出 Zernike 多项式系数后,即可得到重构全口径面形.

$$W(x, y) = \sum_{i=4}^N A_i Z_i(x, y) \quad (17)$$

3 采用 Z-sparse 多项式重构波前

为了验证 Z-sparse 多项式重构波前的算法,采用 12"的 Zygo GPI 干涉仪对一口径为 150 mm 平面镜波前进行检测,图 4 是实际检测装置,子孔径直径为 50 mm,按照图 1 所示的稀疏子孔径的布局采用七个直径为平面镜替代 150 mm 的平面镜,由于实验条件受限,在全口径波前数据内在对应的位置上通过 Mask 分别取七个 50 mm 子孔径波前数据,并分别为七个子孔径波前如表 2 所示加入不同的相位常数和倾斜系数,保留子孔径的相位常数和倾斜系数,代入拼接算法,与全口径检测波前进行对比实验,验证该算法的可行性.



图 4 实验装置图

Fig.4 Photograph of experimental setup

表 2 七个子孔径的相位常数和倾斜系数
Table 2 Piston and x y tilt of seven subapertures

Subaperture	Piston	x Tilt	y Tilt
1	-0.753	0.213	0.919
2	-0.819	0.793	0.919
3	-0.875	0.781	0.793
4	-0.764	1.093	-1.282
5	-0.654	1.321	1.782
6	-0.761	1.234	1.902
7	-0.853	0.293	0.909

图 5 为 Zygo 干涉仪测量的去除相位常数、倾斜后的全口径波前图,全口径波前 PV=0.181λ, RMS=0.034λ.

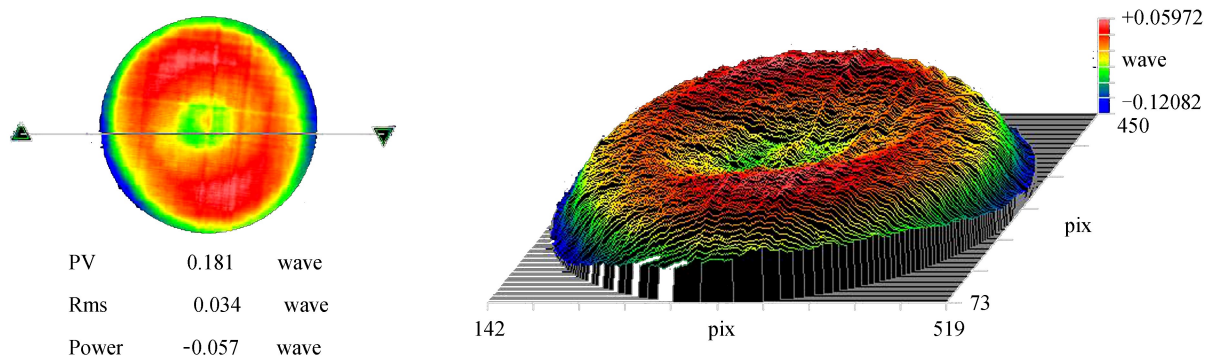


图 5 去倾斜的全口径波前图

Fig.5 Full aperture wavefront map of remove tilt

提取并保存 7 个子孔径波前数据,根据算法重构得到全孔径波前,去除相位常数和倾斜后全孔径波前如图 6(a)所示, $PV=0.185\ 9\lambda$, $RMS=0.034\ 0\lambda$,直接检测与拼接检测的残差图如图 6(b)所示, $PV=0.071\ 9\lambda$, $RMS=0.007\ 4\lambda$.

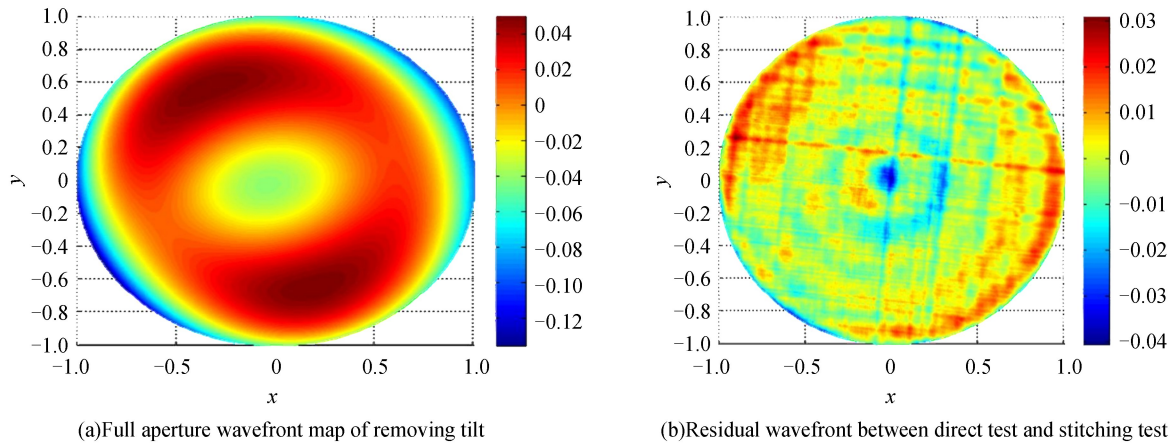


图 6 提取的七个子孔径拼接重构波前图
Fig.6 Stitching wavefront map by seven subapertures

求出由 Z-sparse 多项式重构稀疏子孔径区域波前系数后,利用 Zernike 多项式与 Z-sparse 多项式之间的转换矩阵 C ,经线性变换得到拼接检测的 Zernike 模式系数,与直接检测的波前系数进行对比,如图 7 所示,可见他们之间趋势与量级基本上相同.从而验证了该拼接技术能较好地检测被测波前信息,有较高的实用性.

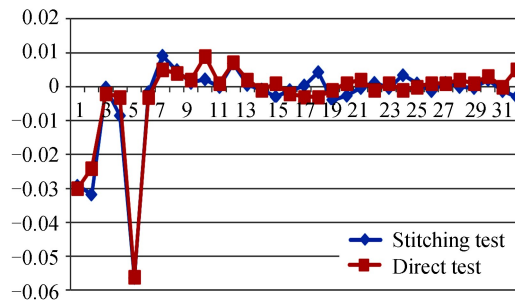


图 7 拼接检测与直接检测 Zernike 多项式系数对比
Fig.7 Comparison of Zernike polynomial coefficients of direct test and stitching test

4 结论

通过分析 Zernike 多项式在稀疏子孔径区域的非正交性,利用 Mathematica9.0 符号计算功能对圆域 Zernike 进行线性 Gram-Schmidt 正交化,得到一组新的归一化正交多项式——Z-sparse 多项式.对比 Zernike 多项式与 Z-sparse 多项式在稀疏子孔径区域的相关性,Z-sparse 多项式在稀疏子孔径区域表现出正交性.提出基于 Z-sparse 多项式的拼接算法,利用 Z-sparse 多项式进行波前拟合.实验证明,在稀疏子孔径拼接检测中,根据算法重构与直接检测的全孔径波前残差 $PV=0.071\ 9\lambda$, $RMS=0.007\ 4\lambda$,采用该正交基实现了在稀疏子孔径区域内对提取的七个子孔径波前像差数据有效的拟合.本文仅验证了 Z-sparse 多项式适用于光学元件的稀疏子孔径拼接检测,下一步验证该正交基底不仅可以检测光学元件,也适用于检测大型的光学系统的平面波前.

参考文献

- [1] HOU Xi, WU Fan. Current status and development trend of subaperture stitching interferometry [J]. *Optics&Optoelectronic Technology*, 2005, **3**(3): 50-53.
候溪,伍凡等.子孔径拼接干涉测试技术现状及发展趋势[J].光学与光电术, 2005, **3**(3): 50-53.
- [2] WANG Li-hua, WU Shi-bin, HOU Xi, et al .Measurement of flat wavefront by sub-aperture stitching interferometry[J].

- Opto-Electronic Engineering*, 2009, **36**(6):126-130.
- 汪利华, 吴时彬, 候溪, 等. 子孔径拼接干涉检测大口径平面波前[J]. 光电工程, 2009, **36**(6):126-130.
- [3] WANG Li-hua, WU Shi-bin, REN Ge, *et al.* Location error compensation algorithm for measuring optical system wave front by sub-aperture stitching[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(1):123-130.
- 汪利华, 吴时彬, 任戈, 等. 子孔径拼接检测光学系统波前机械定位误差补偿算法[J]. 光学学报, 2012, **32**(1):123-130.
- [4] KIM C J. Polynomial fit of subaperture interferograms[J]. *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, 1983, **351**:28-33.
- [5] CHOW W W, LAWRENCE G N. Method for subaperture testing interferogram reduction[J]. *Optics Letters*, 1983, **8**(9):468-470.
- [6] SABELHAUS P A, CAMPBELL D, CLAMPIN M, *et al.* An overview of the James Webb Space Telescope (JWST) project[C]. *UV/Optical/IR Space Telescopes: Innovative Technologies and Concepts II*, San Diego, CA: SPIE, 2005.
- [7] BARTO A A, ATKINSON C, CONTRERAS J. Optical performance verification of the james webb space telescope[C]. *Conference on Space Telescopes and Instrumentation*, Marseille, France: SPIE, 2008, **7010**: 70100P.
- [8] GUILLAUME A, TERRILE R J, ALLMEN P V. Fine alignment of the james webb space telescope with a genetic algorithm[C]. *IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, USA: IEEE*, 2009.
- [9] ATKINSON C, HARRISON P, MATTHEWS G, *et al.* Integration and verification of the james webb space telescope [C]. *Optical manufacturing and testing*, Bellingham, WA: SPIE, 2003, **5180**: 157-168.
- [10] YAN Feng-tao, FAN Bin. Large aperture mirror testing using sparse sub-aperture sampling[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(12):3193-3196.
- 闫锋涛, 范斌. 稀疏子孔径采样检测大口径光学器件[J]. 强激光与粒子束, 2011, **23**(12):3193-3196.
- [11] WANG Yan, FU Rui-min, LIAO Zhi-bo. Wavefront reconstruction algorithm based on sparse aperture [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2015, **36**(5):51-59.
- 王琰, 伏瑞敏, 廖志波. 基于稀疏孔径的波前重构算法[J]. 航天返回与遥感, 2015, **36**(5):51-59.
- [12] WU Dong-mei. Large aperture long focal distance image quality detection system research[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007:34.
- 吴冬梅. 大口径长焦距像质检测系统研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007:34.
- [13] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. YANG Jia-sun, Transl, Beijing: Science Press, 1978:434-436.
- 玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙, 译. 北京: 科学出版社, 1978:434-436.
- [14] SHAN Bao-zhong, WANG Shu-yan, NIU Han-ben, *et al.* Zernike polynomial fitting method and its application[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, **10**(3):318-323.
- 单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, **10**(3):318-323.
- [15] Department of mathematics Tongji university. linear algebra[M]. Beijing: Higher Education Press, 1992, 103-109.
- 同济大学数学教研室. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992, 103-109.
- [16] ASPDEN R, DPNOUGH R M. Computer assisted optical surfacing[J]. *Applied Optics*, 1972, **11**(12):2739.
- [17] YAN Gong-jing, ZHANG Xian-zhong. Technology of sub-aperture stitching testing optical convex spherical mirror[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, **45**(5): 0517002.
- 闫公敬, 张宪忠. 子孔径拼接检测凸球面技术研究[J]. 红外与激光工程, 2016, **45**(5): 0517002.
- [18] LI Qing-yang, WANG Chao-neng, YI Da-yi. Numerical analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008, 259.
- 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008, 259.

Foundation item: National Key Research and Development Plan (No.2016YFB0500200)

引用格式: LUO Qian, WU Shi-bin, WANG Li-hua, *et al.* Wavefront Reconstruction with Orthonormal Polynomials in a Sparse Subaperture Area[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, **47**(6): 0612005

罗倩, 吴时彬, 汪利华, 等. 稀疏子孔径区域内正交多项式重构波前[J]. 光子学报, 2018, **47**(6):0612005