

doi:10.3788/gzxb20184705.0512002

# 航发叶片型面激光点云三维重构误差分析

孙彬<sup>1</sup>, 杜虎兵<sup>1</sup>, 王建华<sup>1</sup>, 李兵<sup>2</sup>

(1 西安工业大学 机电工程学院, 西安 710021)

(2 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049)

**摘 要:** 针对航空发动机叶片型面的高精度检测需要, 阐述了基于激光扫描点云的叶片型面三维重构技术, 并对型面重构误差进行了深入分析. 该技术对测量数据进行点→线→面数学模型处理, 先由点云采用端点一阶导矢连续法拟合出光顺曲线, 再基于截面曲线的非均匀有理 B 样条曲面拟合, 依据曲面网格线光顺法重构出曲面, 然后根据空间测点到曲面的最小距离对重构误差进行分析. 最后通过叶片型面激光测量装置对算法进行了验证. 实验结果表明, 重构误差小于 0.019 mm, 满足对叶片型面质量的评价要求.

**关键词:** 激光传感器; 叶片; 点云; 三维重构; 误差分析; 检测

**中图分类号:** TH71; TH39

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2018)05-0512002-9

## Analysis of Aero-engine Blade Surface Laser Point Cloud 3D Reconstruction Error

SUN Bin<sup>1</sup>, DU Hu-bing<sup>1</sup>, WANG Jian-hua<sup>1</sup>, LI Bing<sup>2</sup>

(1 School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

(2 State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Aiming at the need of high-precision detection of aeroengine blade profile, the 3D reconstruction technology of blade profile based on laser scanning point cloud was described, and the error of profile reconstruction was analyzed. The measurement data was processed through the mathematical model of point → line → surface. First, the smoothing curve is fitted by the first-order end-point vector method of point cloud, then the Non-Uniform Rational B-Splines surface is fitted based on the section curve, smooth surface method is used to reconstruct the surface, and the reconstruction error is analysed by calculating the minimum distance between the space measuring point and the surface. Finally, the algorithm is verified by the blade profile laser measuring device. The experimental results show that the reconstruction error is less than 0.015 mm, which meets the evaluation requirements of blade profile quality.

**Key words:** Laser sensor; Blade; Point cloud; 3D reconstruction; Error analysis; Detection

**OCIS Codes:** 120.1880; 120.3930; 120.4640; 140.3295; 130.6010

## 0 引言

随着航空发动机性能的提高, 针对叶片型面的检测要求越来越高. 尤其是叶片的三维型面质量对发动机的性能起着至关重要的作用. 为此有必要对叶片型面检测后的三维重构及重构误差技术进行深入研究. 叶片型面测量的海量点云数据进行噪声点的剔除处理后, 需要对其做更进一步的曲线、曲面重建处理. 点云数据

**基金项目:** 国家自然科学基金(Nos. 61471288, 51475351)资助

**第一作者:** 孙彬(1977—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为几何量精密检测理论与工程应用. Email: sun075634@163.com

**收稿日期:** 2017-11-16; **录用日期:** 2018-01-19

<http://www.photon.ac.cn>

要经过点→线→面的数学模型建立,先由点云构成曲线,再依据构建的曲线采用蒙皮法或扫掠法处理重构曲面,然后采用实现整个叶片型面的统一描述,构造出精确光滑的曲面.然而叶片型面重构过程中,不可避免地会带来误差,误差的存在将影响对叶片型面几何参数的评价.因此误差分析是曲面重构系统中极其重要的一部分,重构所得的曲面误差大小是衡量曲面重构系统好坏的重要指标之一.误差主要来源于<sup>[1-3]</sup>:1)测量误差.点云数据是通过线激光位移传感器对叶片型面的实体扫描获取的,在测量过程中会存在坐标测量设备引起的系统误差、操作人员引起的粗大误差、叶片型面光照不均以及型面粗糙度引起的反射误差等,另外,环境温度、震动和噪声干扰也会引起测量数据的偏差;2)数据处理误差.激光传感器采集到的点云数据需要进行滤波、精简等预处理,处理过程中会引起误差;3)曲面重构误差.对于已处理好的点云数据还需经进一步通过非均匀有理 B 样条(Non-Uniform Rational B-Splines, NURBS)曲线曲面处理,先由点云拟合成曲线,再有曲线拟合成曲面,接着进行光顺处理,最后得到叶片型面实体模型,这个过程存在拟合误差和造型误差.

为了提高曲面的重构质量,国内外学者对曲线、曲面的拟合方法进行了广泛的研究.随着计算机辅助几何设计(Computer Aided Geometric Design, CAGD)技术的快速发展,自由型曲线、曲面的表达经历了 Ferguson 双三次曲面片<sup>[4]</sup>、Coons 双三次曲面片<sup>[5]</sup>、Bezier 方法<sup>[6]</sup>、B 样条方法<sup>[7]</sup>发展到目前广泛流行的 NURBS 方法<sup>[8]</sup>;20 世纪 80 年代后期,Piegl、Tiller 等 NURBS 方法<sup>[9]</sup>成为用于曲线、曲面描述的最广为流行的数学方法.朱心雄对自由曲线曲面造型技术进行了深入探讨<sup>[10]</sup>;许晓兰提出了一种利用数据点特征的 NURBS 曲面重构方法<sup>[11]</sup>;Chouychai B 通过正切函数的应用来减少 NURBS 曲线和曲面拟合方程中求逆矩阵的大小<sup>[12]</sup>;Shafieipour 尝试以新三角形正交局部修正方法制定的规则来生成 NURBS 曲面<sup>[13]</sup>.叶片测量误差和数据测量误差的研究<sup>[14-15]</sup>国内外有较多文献进行了详细论述,其中测量系统误差和激光传感器倾角误差通过误差模型修正后,对叶片测量精度的提高有一定的改善<sup>[16-17]</sup>;而与叶片曲面重构相关的资料较少,文献[18]提出了先由包围盒刚体变换求取初值,再基于单纯形优化方法求取最佳变换矩阵的匹配方法;文献[19]利用逆向工程软件 Imageware 对叶片曲面点云重构得到 CAD 模型并分析误差大于 0.9mm,显然无法满足叶片型面高精度检测评价要求,因此本文主要对重构曲面的精度误差进行分析和实验.

## 1 叶片三维型面重构

目前对叶片型面检测中最有效的传感器是线激光传感器,它一次扫描型面可采集海量数据,满足对型面三维重构的需要.因此采集到叶片型面点云数据后,需要根据点云数据构造出具有量化品质和光滑性的三维曲面.处理流程需要科学规划,通常需要先进行滤波和压缩处理,以便去掉冗余的数据,减少处理运算负担;然后进行控制点修改、节点重新参数化、曲线曲面光顺处理等曲面造型,处理过程遵循点-线-面的原则<sup>[20]</sup>.

### 1.1 基于端点一阶导矢连续法的曲线拟合

由曲线几何理论可知,当曲线端点的导矢发生变化时,曲线的形状会发生较大改变.根据不光顺点的分布情况,曲线的光顺问题可以分为连续“坏点”情况和散落“坏点”情况两大类.本文利用曲线端点导矢的这一特征,结合“坏点”附近的型值点来构建辅助曲线,以确保曲线中部分连续“坏点”的光顺.

假设 $\{B_k\}$ , $(k=0,1,\dots,n)$ 为曲线的型值点,其中 $D_0$ 和 $D_n$ 分别是曲线首末两个端点处的一阶导矢.通过型值点插值,构造出一条 NURBS 曲线,即

$$C(u) = \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(u)P_i, U = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad (1)$$

首先根据弦长参数化方法计算出型值点 $C_k$ 对应的参数值 $\bar{u}_k$ ,然后运用平均值法确定节点矢量 $U$ ,求出基函数之后,将型值点和基函数带入等式

$$B_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \quad (2)$$

式(2)是以控制点 $P_i$ 为未知量建立的线性方程组.式中有 $n+3$ 个未知的控制点和 $n+1$ 个方程,属于超静定方程问题,因此还需要建立另外两个方程.由首末端点一阶导矢与相邻两个控制顶点的关系可得

$$-P_0 + P_1 = \frac{u_{p+1}}{p}D_0 \quad (3)$$

$$-P_{n+1} + P_{n+2} = \frac{1 - u_{m-p-1}}{p} D_n \quad (4)$$

将式(3)、(4)与式(2)联立,得到一个系数矩阵为 $(n+3) \times (n+3)$ 的线性方程组,通过求解这个方程组可以得到 $n+3$ 个控制顶点的坐标值.由于 $P_i$ 的坐标值是三维的,因此实际上求控制点 $P_i$ ,需要求解三个这样的线性方程组.

根据理论推导,在进行曲线光顺处理时,需要首先确定待光顺的区域.叶片型面测量系统的精度为 $2 \mu\text{m}$ ,如果规定曲线拟合时不光顺的点是与曲线距离大于 $3 \mu\text{m}$ 的型值点.结合叶片截面线的特点,叶背、叶盆曲线上曲率突变的型值点即不光顺的点.求出截面曲线上所有测点的曲率,在曲率图中,锁定曲率升降频繁的区域为“连续坏点”.通过以上算法步骤,重新拟合曲线,将“连续坏点”区域两端相对较好的点列拟合为样条曲线,并作为相邻的光顺曲线组,然后对非光顺的区域再次进行修正.

设曲线 $C(t)$ 为由型值点 $\{B_i\}, (i=0, 1, \dots, n)$ 拟合形成的三次 NURBS 曲线,参数为 $t_i (i=1, \dots, n)$ .它的 $k$ 个“连续坏点”为 $B_i, \dots, B_{i+k}$ .那么光顺曲线的步骤为:

- 1) 在相邻区域内,取两个较好的型值点 $B_{i-1}, B_{i+k+1}$ ,再取两侧临近曲线的端点 $B_{i-2}, B_{i+k+2}$ 和端点切矢 $B'_{i-2}, B'_{i+k+2}$ ,构造出三次 B 样条曲线 $C(t)$ ;
- 2) 在曲线 $C(t)$ 上,依据等参数化法,分别取 $k$ 个点 $\bar{B}_i, \dots, \bar{B}_{i+k}$ 作为新型值点取代原来的型值点;
- 3) 接着对新的型值点列 $B_1, \dots, \bar{B}_i, \dots, \bar{B}_{i+k}, B_{i+k+1}, \dots, B_n$ ,重新拟合曲线,并计算出原来的每个“连续坏点”与新型值点一一对应的偏差.

曲线光顺过程见图 1,图 1(a)中可以看出有连续不光顺点的原始曲线,标定的曲率梳表明曲线在中部发生弯曲,并且曲率突变较大.通过图 1(b)确定待光顺区域,然后拟合该区域两端的型值点从而得到两条较为光顺的曲线.构建与两端的光顺曲线满足一阶导矢连续的辅助样条曲线,见图 1(c),在辅助样条曲线上按照等参数的方法取点替代原不光顺型值点.图 1(d)为曲线光顺后的曲率图.

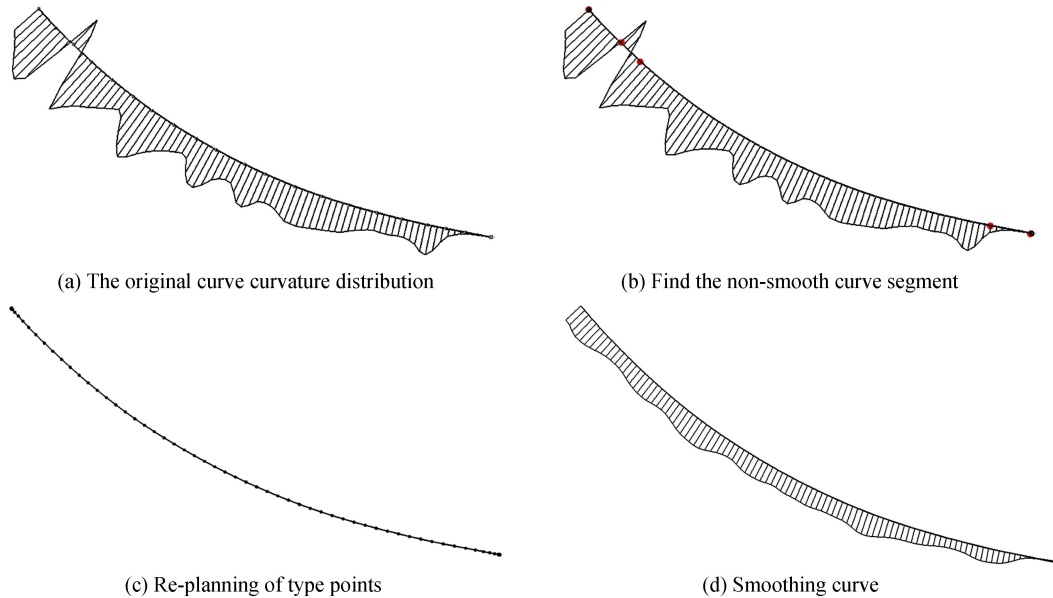


图 1 叶片型面曲线光顺过程  
Fig.1 Blade profile curve smooth process

### 1.2 基于截面曲线的 NURBS 曲面拟合

如图 2 所示,将点云数据 $\{B_{k,l}\}, k=0, 1, \dots, n, l=0, 1, \dots, m$ 插值为一张非均匀有理 B 样条曲面

$$B_{k,l} = S(\bar{u}_k, \bar{v}_l) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(\bar{u}_k) N_{j,p}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad u, v \in [0, 1] \quad (5)$$

曲面控制点的计算方法为:

首先,确定合理的参数值 $(\bar{u}_k, \bar{v}_l)$ 计算各截面线的节点矢量,保证每个节点区间都有测量数据点,并采用

平均值法统一节点矢量  $U$ 、 $V$ 。参数值选用弦长参数化法即可满足,而节点矢量采用平均值法.然后求解 NURBS 两个方向上的有理基函数.

曲面控制顶点的求解通常先沿  $U$  向对点云数据  $\{B_{k,l}\}$  进行插值,求出曲线的控制点云  $\{R_{i,l}\}$ ,见图2(b).然后,沿另一个方向插值控制点  $\{R_{i,l}\}$  得到曲面的控制点  $\{P_{i,l}\}$ ,见图2(c)所示,也即是先后求解两个方程组

$$B_k = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) R_{i,l} \quad (6)$$

$$R_{i,l} = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad (7)$$

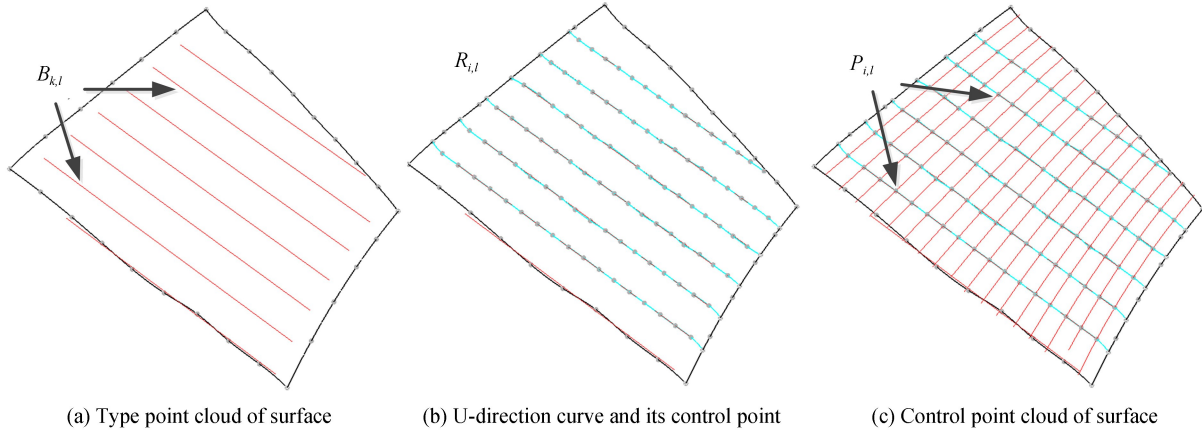


图 2 NURBS 曲面拟合过程  
Fig.2 NURBS surface fitting process

曲面拟合的完成依赖于曲线拟合,参数的求解以及曲面的描述等同于曲线拟合过程.矢量的张量积形式通常可以描述 NURBS 自由曲面,因此曲面的生成往往分成两个步骤,第一要沿着一个矢量方向对测量数据点进行 NURBS 曲线逼近,第二是对于生成的曲线的控制顶点再进行另外一个矢量方向上的逼近,并最终生成的控制点网格即为 NURBS 自由曲面的控制点,最后通过光滑的网格线构建辅助曲面,并将辅助曲面与原曲面缝合得到新的拟合曲面.

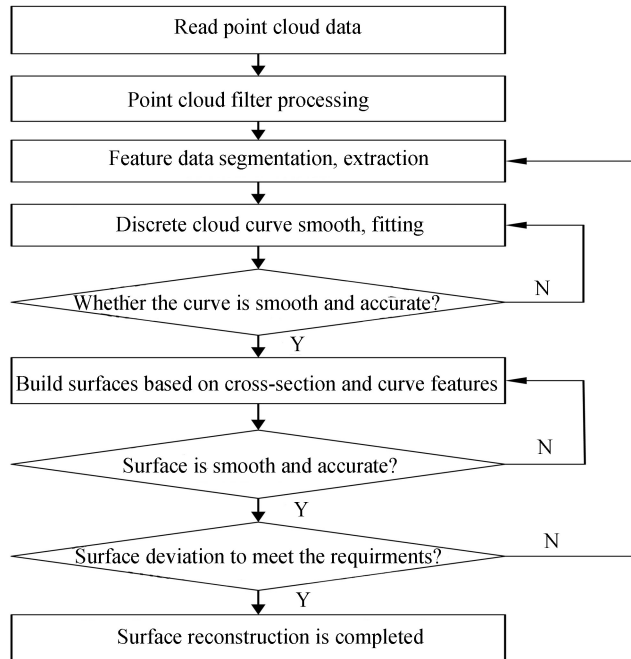


图 3 叶片点云数据处理流程图  
Fig.3 Flow chart of blade point cloud data processing

本文以激光采集的点云数据为内容,以 NURBS 曲线、曲面为理论研究基础,对航机叶片进行三维重构.点云处理流程如图 3.

在进行曲面光滑时,根据点-线-面的理论,需要首先对控制曲线进行光滑,把光滑后的控制顶点生成截面曲线,然后再对截面曲线进行光滑.由于控制曲线和截面曲线的光滑会产生相互影响,所以曲面的光滑处理要沿两个方向交替反复进行,直至曲面所有的截面线和控制曲线都达到光滑.那么就可以得到满足曲面光滑要求的网格骨架线,从而保证曲面的光滑性.以课题中的线激光位移传感器所采集的叶片型面数据,进行三维型面重构,重构过程如图 4.

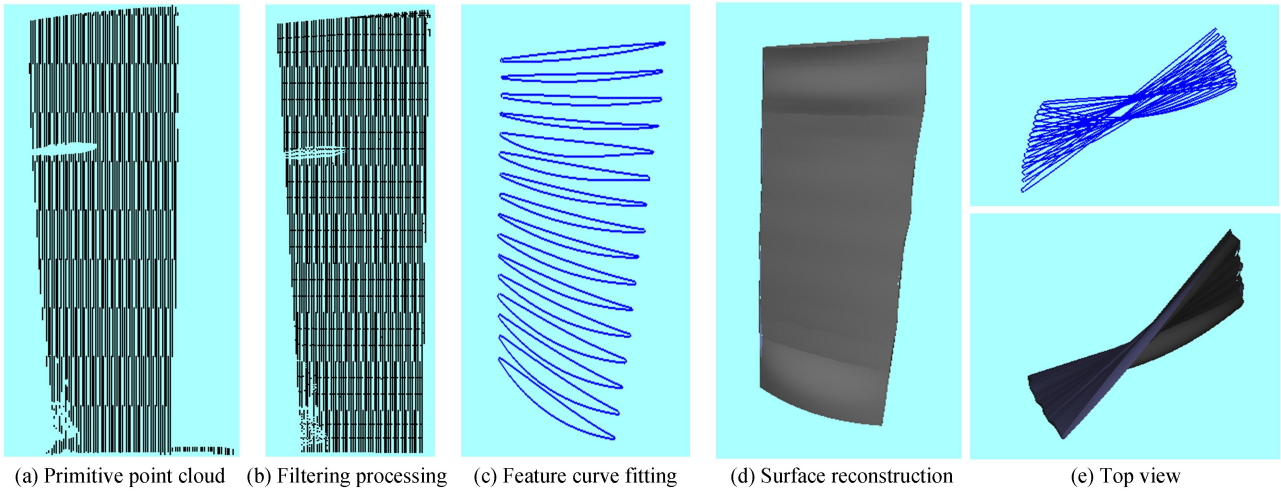


图 4 叶片型面测量点云重构过程

Fig.4 Blade profile measurement point cloud reconstruction process

## 2 叶片三维型面重构误差分析

曲面重构误差最终体现在待测点到曲面模型的距离,通常把最小距离作为衡量误差的指标.因此,叶片型面的数字化重构误差的求解模型可简化为:空间解析几何中测量点到拟合曲面的最小距离的求解.

针对点到自由曲面的距离,有许多学者对此进行了卓有成效的研究,何改云<sup>[21]</sup>用粒子群算法解决了被测曲面和设计曲面之间的定位问题,同时简化了计算空间点到 STL 模型的距离,该算法复杂,较难付诸于工程应用.刘书桂<sup>[22]</sup>采用 Newton 迭代算法来求点到曲面最小化问题,但是该方法强调在得到可靠的收敛方面,要求有一个好的初值,然而,通过实验验证,能够给出一个好的初值并非易事.CHOI B K<sup>[23-24]</sup>通过一种高效的雅可比转换方法进行近曲面点的求解,需要对曲面方程进行 Taylor 级数展开,因此代入了截断误差.

如图 5 所示,欲求一点  $P(x, y, z)$  到 NURBS 参数曲面  $S = S(u, v)$  的最小距离  $d$ ,考虑到平面是曲面的特例,可以先求出空间一点  $P(x, y, z)$  到平面的投影和距离.假设空间点  $S_0$  在该平面上,并且存在单位法矢  $n$ ,那么点  $P(x, y, z)$  到此平面的距离表示<sup>[25]</sup>为

$$d = |n(P - S_0)| \quad (8)$$

点  $P(x, y, z)$  到该平面的垂足或投影  $S$  为

$$S = P - \text{Sign}(n(P - S_0))dn \quad (9)$$

式中  $\text{Sign}(n(P - S_0))$  为括号内点积  $n(P - S_0)$  的符号,那么,  $\text{Sign}(n(P - S_0))d$  就是  $P(x, y, z)$  点到平面的有向距离.

与上面方法类似,求空间一点  $P(x, y, z)$  到自由曲面  $S = S(u, v)$  的最小距离  $d$ ,必须找到曲面  $S(u, v)$

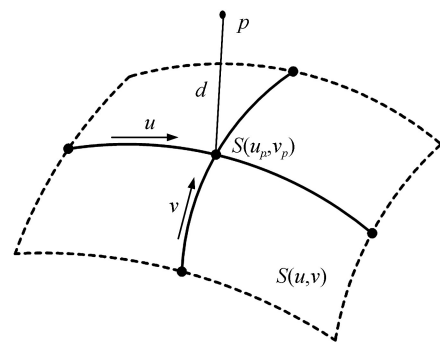


图 5 空间点到曲面的最小距离

Fig.5 Minimum distance from space point to surface

上一点,满足式

$$\begin{cases} S_u(u,v)(S(u,v)-P)=0 \\ S_v(u,v)(S(u,v)-P)=0 \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $S_u(u,v)$  和  $S_v(u,v)$  分别表示曲面  $S(u,v)$  对参数  $u,v$  的一阶偏导数, 方程求解过程中, 如果曲面  $S(u,v)$  上存在多个点满足方程要求, 那么取与  $P$  距离最小的点作为点  $P(x,y,z)$  在曲面  $S=S(u,v)$  上的投影, 并且以该距离为点  $P(x,y,z)$  到曲面  $S(u,v)$  的最小距离.

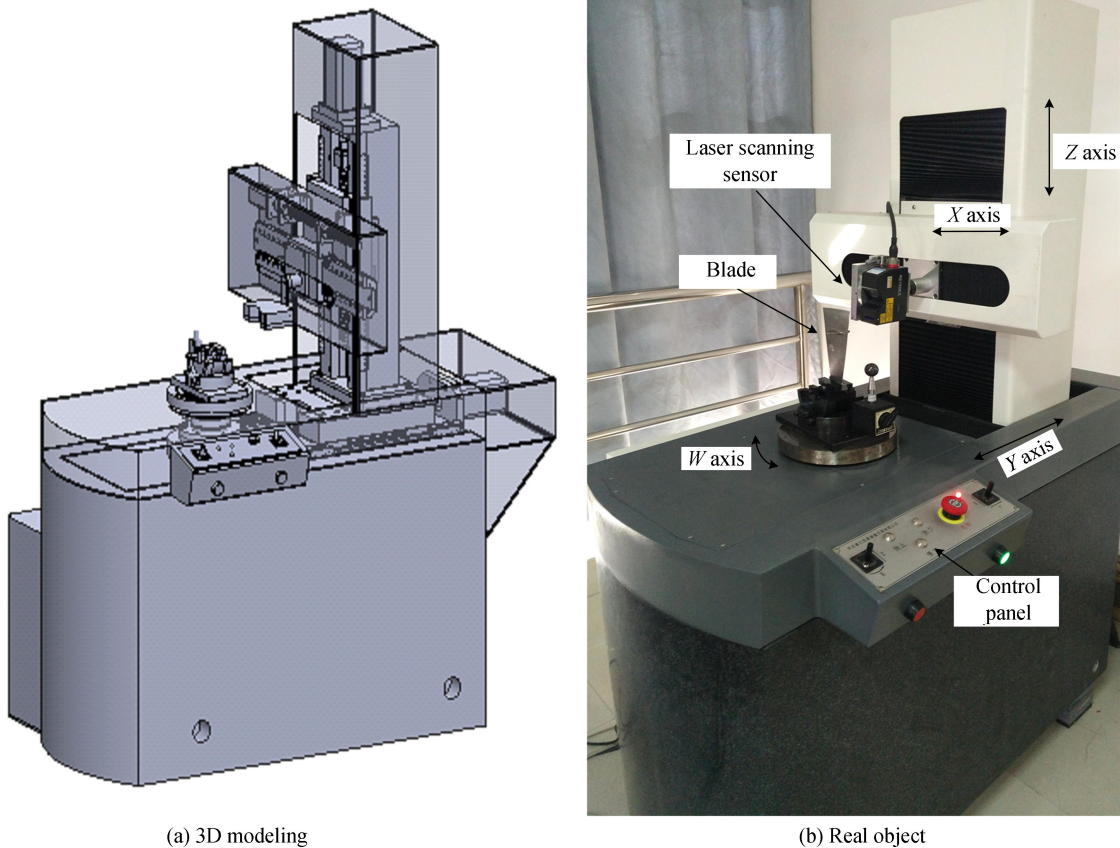
这种方法不需要把曲面  $S=S(u,v)$  转换为泰勒级数的形式, 可以直接求解这个非线性方程组, 从而避免代入误差. 求解上面方程组, 可以采用徐士良<sup>[26]</sup> 提出的梯度法求非线性方程组一组实根. 如果求出作为变量的参数  $u=u_p$  和  $v=v_p$  中, 存在多个实数解, 那么取距离

$$d = \min |(S(u_p, v_p) - P)| \quad (11)$$

且相应曲面上该点  $S(u_p, v_p)$  就是点  $P(x,y,z)$  在曲面  $S=S(u,v)$  上的投影, 也就是空间一点  $P(x,y,z)$  到自由曲面  $S=S(u,v)$  的最小距离.

### 3 叶片检测实验及重构误差评定

根据航机叶片型面三维重构的需要, 课题研制出四坐标测量仪一台, 如图 6 所示, 四坐标测量仪主体包括由  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三垂直坐标轴和回转台  $W$  组成, 各轴均由伺服电机控制精密滚珠丝杠运动, 轴上装配的雷尼绍光栅尺可以精确定位坐标系位置. 激光位移传感器安装在  $X$  轴上, 可以对放置在回转台上的被测物件进行型面检测. 坐标轴系统整体精度  $\leq 2 \mu\text{m}$ , 承载  $\geq 50 \text{ kg}$ . 电气控制系统主要功能包括: 通过测量软件控制测量系统的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴直线运动和  $W$  轴的回转运动, 以及通过以上运动的相互配合, 使激光位移传感器采集到叶片型面上需要检测的位置, 并准确读取传感器和光栅尺的数值, 从而实现零件型面三维空间点云数据的采集. 利用 VisualC++ 编程工具, 基于 OpenGL 技术编制的专用软件, 可以实现数据采集、运动控制、三维



(a) 3D modeling

(b) Real object

图 6 叶片检测激光四坐标测量系统

Fig.6 Laser four-coordinate measuring system for blade detection

显示等功能.测量系统总体结构设计布局如图 6 所示.

相比于接触式三坐标测量法,激光非接触四坐标测量法具有测量速度快、采样频率高等优点,此外,由于四坐标测量法是利用激光进行测量,避免了探针直接与叶片型面接触以及需要对测头补偿等问题,所以特别适合于小而薄型叶片的测量.激光扫描法具有快速准确的三维空间描绘能力,且测量精度高,检测速度快,抗干扰能力强.基于上述特点,激光非接触四坐标测量法将广泛应用于企业生产现场<sup>[27-28]</sup>.

课题对航机叶片型面进行扫描检测,通过第 2 节算法对采集到的点云数据重构出叶片的三维型面;然后根据第 3 节的重构误差分析,对拟合出的曲面模型进行误差评定,结果见图 7.

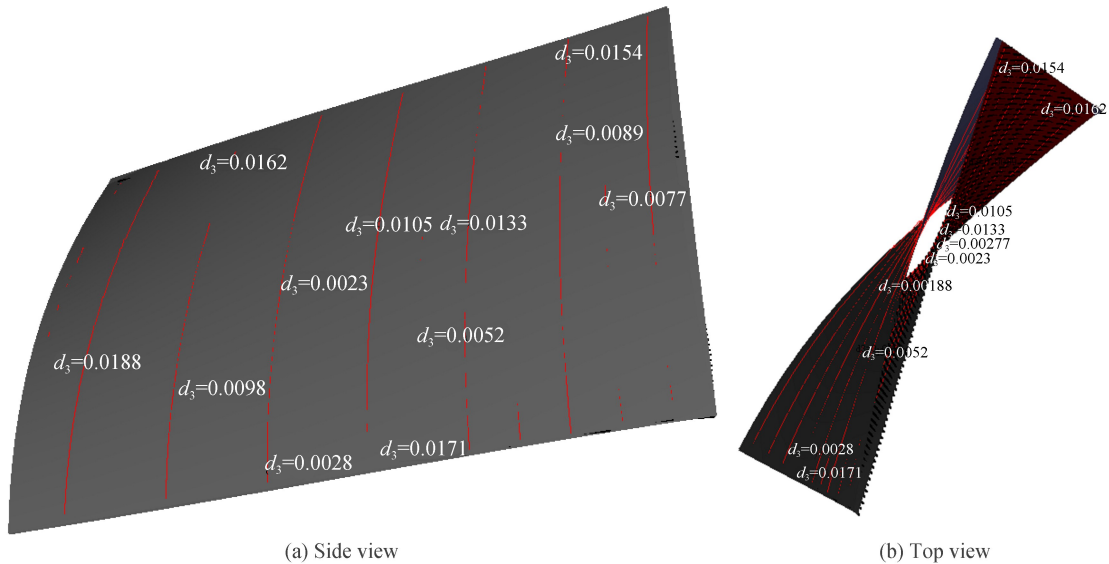


图 7 叶片型面三维重构偏差  
Fig.7 3D reconstruction error of blade profile

通过表 1 可以看出,重构误差最大值为 0.018 8 mm,最小值为 0.002 8 mm,因此本方法重构叶片三维型面精度较高,满足企业对叶片型面加工质量的评定要求.

表 1 重构误差数据表

**Table 1 Reconstruction error data table**

Serial number	Data value/mm	Remarks
1	0.007 7	
2	0.008 9	
3	0.015 4	
4	0.013 3	
5	0.005 2	
6	0.017 1	
7	0.010 5	
8	0.002 3	MIN
9	0.002 8	
10	0.009 8	
11	0.018 8	MAX
12	0.011 3	

## 4 结论

针对航空发动机叶片型面三维重构需要,详细阐述了基于激光扫描点云的叶片型面三维重构技术及重构误差分析.通过传感器扫描并采集到叶片型面的海量点云数据,经过点→线→面的数学模型处理,由点云采用端点一阶导矢连续法拟合出光滑曲线,基于截面曲线的 NURBS 曲面拟合,再依据曲面网格线光滑法重构出曲面,然后采用实现整个叶片型面的统一描述,构造出精确光滑的叶片型面.最后以某型号四级压气机

叶片为对象,在研制出的测量装置上通过激光位移传感器,通过叶片型面激光测量装置对算法进行了验证,实验结果表明重构误差小于 0.019 mm,满足对叶片型面质量的评价要求。

## 参考文献

- [1] LAI Wen-jing, BAO Hong, BAI Yu-lei, *et al.* High-precision multi-angle fusion of point cloud data of three-dimensional profile measurement[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, **30**(3): 665-671.  
赖文敬, 鲍鸿, 白玉磊, 等. 叶片三维轮廓测量点云数据高精度多角度融合[J]. *航空动力学报*, 2015, **30**(3): 665-671.
- [2] LI Zhi. Research and development of curved surface reconstruction system for twisted blade repair[D]. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2012.  
李志. 面向扭曲叶片修复的曲面重构系统研发[D]. 广州: 广东工业大学, 2012.
- [3] YU Cai-li. Surface part modeling based on 3D measurement technology [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.  
喻彩丽. 基于三维测量技术的曲面零件建模方法[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- [4] FERGUSON J. Multivariable curve interpolation[J]. *Journal of the ACM*, 1964, **11**(2): 221-228.
- [5] FARIN G. Curves and surfaces for computer-aided geometric design: a practical guide[M]. New York: Academic Press, Inc, 1993.
- [6] BEZIER P. The Mathematical Basis of the UNIURF CAD System[M]. London: Mid-County Press, 1986.
- [7] BOOR D C. On calculating with B-splines[J]. *Journal of Approximation Theory*, 1972, **6**(1): 50-62.
- [8] PIEGL L. On NURBS: a survey[J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1991, **11**(1): 55-71.
- [9] PIEGL L, TILLER W. The NURBS book[M]. New York: Springer Science & Business Media, 1997.
- [10] 朱心雄等. 自由曲线曲面造型技术[M]. 科学出版社, 2000.
- [11] XU Xiao-lan. Research on NURBS surface reconstruction in reverse engineering[D]. Nanjing University of Science and Technology, 2003.  
许晓兰. 逆向工程中的 NURBS 曲面重构研究[D]. 南京理工大学, 2003.
- [12] CHOUYCHAI B. Point cloud data reduction with tangent function method for nurbs curve and surface fitting[C]. 7th International Conference on Knowledge and Smart Technology, Chon Buri, Thailand, IEEE, 2015: 137-142.
- [13] SHAFIEIPOUR M, ARONSSON J, JEFFREY I, *et al.* On new triangle quadrature rules for the locally corrected nystrom method formulated on nurbs generated bezier surfaces in 3D [J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2016, **64**(7): 3027-3038.
- [14] LIN Xiao-jun, GUO Yan, WU Guang, *et al.* Algorithms for CMM measurement data processing of blade surface with equal height method[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013, **34**(11): 2442-2450.  
蔺小军, 郭研, 吴广, 等. 等高法叶片型面 CMM 测量数据处理算法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2013, **34**(11): 2442-2450.
- [15] ZHANG Ming-de, LUO Chong, ZHANG Wei-qing, *et al.* Study on error processing method of measuring data of aviation blade[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2017(1): 57-61.  
张明德, 罗冲, 张卫青, 等. 航发叶片的测量数据误差处理方法研究[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2017(1): 57-61.
- [16] SUN Bin, LI Bing. Laser displacement sensor in the application of aero-engine blade measurement[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, **16**(5): 1377-1384.
- [17] SUN Bin, LI Bing. A quantitative compensation model for inclination error of laser displacement sensor[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, **36**(5): 996-1004.  
孙彬, 李兵. 一种量化的激光位移传感器倾角误差补偿模型[J]. *仪器仪表学报*, 2015, **36**(5): 996-1004.
- [18] XU Shi-yong, ZHOU Jun. Surface reconstruction and error analysis of turbine blade[J]. *Machinery & Electronics*, 2014(10): 21-23.  
徐世勇, 周军. 涡轮叶片的曲面重构及误差分析[J]. *机械与电子*, 2014(10): 21-23.
- [19] CUI Han-guo, CHEN Yang, LIU Jian-xin, *et al.* A simplex matching test method for surface reconstruction error[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2012, **24**(2): 62-66.  
崔汉国, 陈阳, 刘健鑫, 等. 曲面重构误差的单纯形匹配检验方法[J]. *海军工程大学学报*, 2012, **24**(2): 62-66.
- [20] 钮建伟. 逆向造型技术及 3D 打印[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- [21] LANG Ai-len, HE Gai-yun, SONG Zhan-jie. Evaluation of freeform profile error based on STL model[J]. *Journal of Mechanical Design and Manufacturing*, 2015, (6): 13-16.  
郎爱蕾, 何改云, 宋占杰. 基于 STL 模型的自由曲面轮廓度误差评定[J]. *机械设计与制造*, 2015, (6): 13-16.
- [22] PENG Yue. Measurement data processing and error assessment of distorted freeform surface [D]. Tianjin: Tianjin University, 2013.  
彭悦. 扭曲自由曲面的测量数据处理与误差评定方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2013.
- [23] CHOI B K, KIM D H, JERARD R B. C-space approach to tool-path generation for die and mould machining[J]. *Computer-Aided Design*, 1997, **29**(9): 657-669.
- [24] LI Jian. Study on the basic technology of digital freeform manufacturing based on laser measurement [D]. Hangzhou:



Zhejiang University, 2001.

李剑. 基于激光测量的自由曲面数字制造基础技术研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2001.

[25] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条(修订版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.

[26] 徐士良. C 常用算法程序集[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.

[27] LI Bing, SUN Bin, CHEN Len, *et al.* Application of laser displacement sensor in free-form surface[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, **23**(7): 1939-1947.

李兵, 孙彬, 陈磊, 等. 激光位移传感器在自由曲面中的应用[J]. 光学精密工程, 2015, **23**(7): 1939-1947.

[28] SUN Bin, LI Bing. A rapid method to achieve aero-engine blade form detection[J]. *Sensors*, 2015, **15**(6): 12782-12801.