

doi:10.3788/gzxb20184705.0512001

# 基于线面模型的偏折术测量方法

李晨,张旭,屠大维

(上海大学 机电工程与自动化学院,上海 200072)

**摘 要:**将传统的反射光线与入射光线求交问题转化为反射光线与入射光线所在平面的求交问题并构建线面模型.使用点光源替代传统连续面光源,通过检测入射光线上两点或多点光源的投射光线确定入射光平面,通过反射光线和入射光平面求交确定镜面三维点.基于镜面位姿标定方法提出线面偏折术系统的标定方法,只需一次标定即可用于镜面测量.仿真分析了位姿关系标定结果对系统重建精度的影响.系统测量最大误差为 0.25 mm,误差均方根值为 0.073 mm.实验验证了所提方法的可行性,实验结果表明该方法具有较高的测量精度.

**关键词:**入射光线;反射光线;入射光平面;线面模型;镜面位姿标定;仿真分析

中图分类号:TH74

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)05-0512001-11

## Deflectometry Measurement Based on Line-plane Model

LI Chen, ZHANG Xu, TU Da-wei

(School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** The intersection issues between the reflected light and the incident light are transformed into the intersection problems between the reflected light and the plane containing the incident light, and the line-plane model is constructed. The point light source is used to replace the traditional continuous surface light source, and the incident light plane is determined by detecting the projected lights of two or more light source points on the incident light. Then the mirror point is determined by the intersection between the reflected light and the incident light plane. The calibration method for line-plane deflectometry is proposed on the basis of the mirror calibration method, which can be used for specular measurement with only once calibration. The effect of the posed relationship on reconstruction accuracy of the system is analyzed in simulations. The maximum error of system measurement is 0.25 mm, the root mean square error is 0.073 mm. Experiments verify the feasibility of the proposed methods, and the experimental results show that the method has high accuracy.

**Key words:** Incident light; Reflected light; Incident light plane; Line-plane model; Mirror calibration method; Simulation analysis

**OCIS Codes:** 120.6650;150.1488;120.4800;120.5700

## 0 引言

物体表面的反射主要分为两种:漫反射和镜面反射.针对漫反射物体表面三维测量,主要采用结构光三维面形测量技术.该技术具有测量速度快、测量精度高和非接触的特点.而针对镜面反射物体表面的三维测量需求也日益增多,比如精密加工零件表面和各种光学元件表面等.在镜面三维测量中,可以采用干涉测量技术,该技术的优点为测量精度高、非接触.但由于操作复杂且价格昂贵,不能测量一般自由曲面等原因致使该技术的广泛应用受到了限制.近年来,相位测量偏折术<sup>[1]</sup>成为镜面测量领域的研究热点,该技术的特点

**基金项目:**国家自然科学基金(Nos. 51575332,61673252)和科技部重点研究项目(No.2016YFC0302401)资助

**第一作者:**李晨(1990—),男,博士研究生,主要研究方向为光学三维测量. Email: lichenhaod@126.com

**导师(通讯作者):**张旭(1982—),男,副教授,博士,主要研究方向为光学三维测量和智能测量. Email: xuzhang@shu.edu.cn

**收稿日期:**2017-11-20; **录用日期:**2018-01-17

<http://www.photon.ac.cn>

表现为:原理简单、成本低、动态测量范围大、适用于一般自由曲面三维测量。

相位测量偏折术用于测量镜面或类镜面的三维面形,通常包括3步:1)测量系统采用显示器或投影仪投影调制图案;2)相机拍摄获取经被测镜面反射的变形调制图案,然后通过解码技术完成相位恢复;3)最终根据系统结构参数和梯度积分算法重建镜面面形。相位测量偏折术测量依赖于梯度积分,且梯度积分要求曲面满足一定的约束条件,积分步长以及积分算法参数的设置对面形重建的精度有较大影响。另外,由于相机成像考虑的仅是小孔模型,测量较大尺寸的镜面元件时,相机标定精度对测量精度的影响比较大。现有相位偏折术测量方法,根据实现原理的不同,主要分为:逆向光线追踪<sup>[2]</sup>,移动屏幕<sup>[3-7]</sup>,立体偏折术<sup>[1,8,9-10]</sup>以及需要预知面形的软件配置光学测量系统(Software Configurable Optical Test System, SCOTS)技术<sup>[11-12]</sup>。移动屏幕模型<sup>[3-6]</sup>获取镜面三维信息包括:首先通过移动屏幕和相位恢复技术获取同一像素点对应在两个屏幕位置上的匹配相位点;然后通过连接匹配相位点获得与相机像素点对应的入射光线;最终根据入射光线和反射光线求交计算镜面点的坐标。Petz等<sup>[13]</sup>提出采用三角交汇取代相位偏折术的梯度积分,直接利用入射光线和反射光线求交计算镜面三维点。该方法对待测镜面的形状没有特殊要求,但在测量过程中,显示器必须在精密移动台上平行移动,这在一定程度上限制了测量的精度和简易性。肖永亮等<sup>[5]</sup>进一步提出采用三角交汇确定镜面点,不再要求显示器在精密移动台下平行移动,而是采用镜面标定法对显示器的两个位置分别进行标定确定。该方法虽然使测量结构更加简单和灵活,但增加了标定的复杂度。张宗华等<sup>[14]</sup>提出采用分光镜构建平行平面,通过反射光线和入射光线求交计算镜面三维点。该技术在硬件上需要通过调整分光镜严格保证两显示器平面平行。在软件上,需要通过相位校正<sup>[15]</sup>进一步提高两显示器平面的正对平行度,操作较为复杂。

根据反射定律,反射光线和入射光线相交于镜面点,并且关于镜面点法线对称。传统镜面测量方法是通过入射光线和反射光线求交来计算镜面三维点,当反射光线和入射光线不共面时,则计算其公垂点作为镜面三维点。在传统镜面测量方法中反射光线一般是由相机图像像素所决定,入射光线则需要比较复杂的方法才能求解。例如移动屏幕偏折术测量方法,每次测量均需要移动屏幕并进行标定,通过两个位置屏幕上对应于同一个物点的匹配相位点的连线表示入射光线。事实上,反射光线与包含入射光线的平面求交均是镜面点。求解入射光线所在的平面具有更大的自由度,并且检测入射光线所在的二维平面相比一维入射光线具有更强的抗噪声能力。在三维空间中,一条空间直线和不在这条直线上的一点即可完全确定这个平面。

基于以上分析,本文提出了线面偏折术:入射光线和点光源光心点构建入射光平面,通过检测入射光线上两点或多点光源的投影光线确定入射光平面,计算反射光线和入射光平面的交点确定镜面三维点。基于点光源的编码特性,使用投影仪作为光源投射编码光线。根据提出的线面偏折术测量模型,采用迭代标定法<sup>[16]</sup>对相机和投影仪的内参数进行标定,并采用镜面位姿标定法<sup>[5,9,17-18]</sup>对不具有共同视场的相机和投影仪的位姿关系进行标定。该方法相比传统的镜面测量方法,入射光平面获取简单,能够测量非连续大梯度镜面物体。且系统只需标定一次即可用于镜面测量,降低了镜面测量的复杂度。

## 1 线面偏折术模型

在线面偏折术测量模型中,线指的是反射光线,面指的是入射光平面。入射光平面由两条不共线的投射光线确定。在传统镜面测量方法中,如图1(a)所示,采用连续面光源,相机获取经镜面反射的连续面光源的像,通过查找相机像素点和面光源投射点的对应性来确定反射光线和入射光线,从而计算入射光线和反射光线的交点来确定镜面点三维信息。反射光线由相机图像像素点决定,入射光线通过两个连续面光源上的同名像素点的连线来确定。两个连续面光源一般通过单个面光源的两个不同位置分时实现<sup>[5,13]</sup>或通过两个面光源和一面分光镜来实现<sup>[14-15]</sup>。在提出的线面偏折术方法中,如图1(b)图所示,采用可以编码确定投射光线方向的点光源来代替面光源,采用漫反射白板接收线面偏折术所需的点光源的空间投射连续像。相机获取经镜面反射的漫反射白板位置1和漫反射白板位置2处的点光源投射像,通过解码确定与反射光线对应的投射光线1和投射光线2。反射光线仍由相机图像像素点决定,入射光线在由投射光线1和投射光线2确定的入射光平面上,通过求解反射光线和入射光平面的交点确定镜面点三维坐标。反射光线与入射光线求交和反射光线与入射光线所在的入射光平面求交具有等效性。在线面模型中,每次测量均需要确定两个连续面光源在相机坐标系下的位姿,标定操作较为复杂和耗时。在本文提出的线面模型中,只需要标定一次点光源和相机的位姿关系,系统即可用于测量镜面面形,无需重复标定。

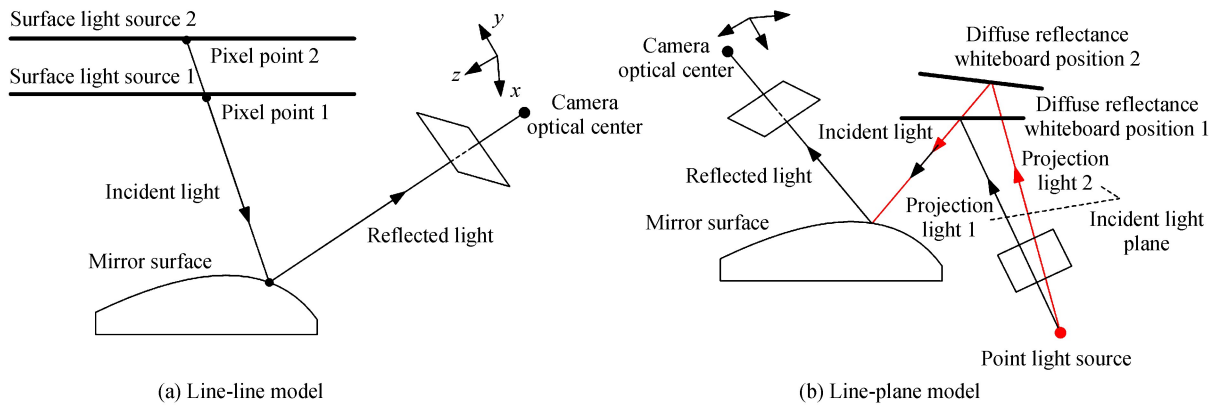


图1 传统线线模型偏折术和线面模型偏折术示意图  
Fig.1 Traditional deflectometry and line-plane deflectometry schematic diagram

在提出的线面偏折术方法中,需要通过编码确定点光源光线投射方向,因而可以使用投影仪.投影仪式透视投影<sup>[19]</sup>,一般可以使用小孔模型加畸变建模,投影图像可以通过编码区分投射光线.如图2所示,投影仪向漫反射白板‘平面1’和‘平面2’位置投射相移编码条纹图案.相机拍摄由镜面物体反射的漫反射白板上相移条纹图案,并通过健壮中国剩余定理<sup>[20]</sup>求解绝对相位.通过条纹信息的绝对相位追踪,确定相机成像面上像素点在漫反射白板‘平面1’位置和‘平面2’位置上的匹配相位点.反射光线由相机光心和相机图像像素坐标所决定.入射光线由两个不同位置漫反射白板上的匹配相位点决定,由于漫反射白板在相机坐标系下的位姿是未知的,因此并不能直接通过匹配相位点的连线确定入射光线.从图2可以看出,入射光线在两个不同位置漫反射白板上匹配相位点和投影仪光心所决定的入射光平面中.反射光线和入射光平面的交点即是物点.因此利用反射光线和入射光平面求交确定物点坐标.另外,相移条纹卷绕相位求解误差会反映在入射光平面的求解中,可多次移动漫反射白板,通过最小二乘法对入射光平面在投影仪图像平面上的交点进行直线拟合来抑制卷绕相位误差,提高入射光平面精度.

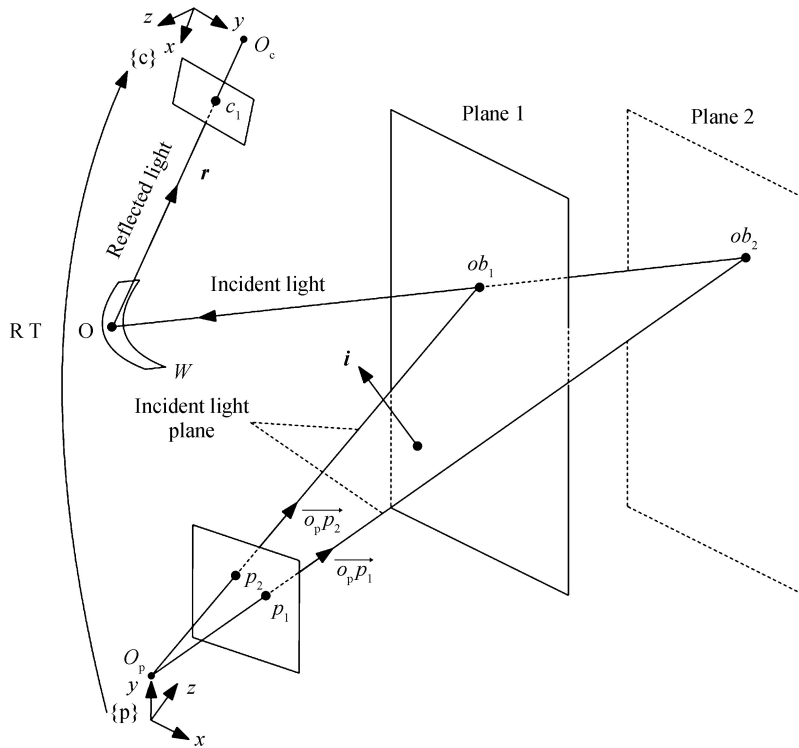


图2 线面求交计算模型  
Fig.2 Line-plane deflectometry calculation model

图 2 中,  $\{c\}$  和  $\{p\}$  分别表示相机和投影仪坐标系,  $o_c$  和  $o_p$  分别为相机和投影仪的光心,  $RT$  表示投影仪和相机的位姿转换关系,  $w$  表示高反射物体. 对于镜面点  $o$ ,  $c_1$  为反射光线与相机像平面的交点,  $ob_1$  和  $ob_2$  为入射光线与漫反射平板‘平面 1’和‘平面 2’的交点,  $p_1$  和  $p_2$  分别是  $ob_1$  和  $ob_2$  在投影仪像平面上的投影点. 反射光线为  $\vec{o_c c_1}$ , 入射光线所在的入射光平面由  $\vec{o_p p_1}$  和  $\vec{o_p p_2}$  决定.

更进一步分析, 镜面点  $o$  在相机坐标系下的坐标为  $X_o = [x \ y \ z]$ , 反射光线为  $r$ , 入射光平面的法向量为  $i$ , 根据反射光线和入射光平面求交计算物点, 有

$$\begin{cases} i \cdot [X_o - T]^T = 0 \\ X_o = k \cdot r \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $i = R \cdot (\vec{o_p p_2} \times \vec{o_p p_1})$ ,  $r = \vec{o_c c_1} \cdot \vec{o_p p_2} \times \vec{o_p p_1}$  表示入射光平面在投影仪坐标系下的平面法线向量, 则其在相机坐标系下的法线向量表示为  $R \cdot (\vec{o_p p_2} \times \vec{o_p p_1})$ .  $R$  表示旋转矩阵,  $T$  表示平移矩阵,  $k$  表示比例因子.

求解式(1)得到

$$X_o = \frac{i \cdot T^T}{i \cdot r^T} \cdot r \quad (2)$$

从式(2)可以看出, 镜面点在相机坐标系下的三维信息可直接通过入射光平面和反射光线求交计算得到. 在实际应用中, 由于不需要确定漫反射白板的位置信息, 只需要知道入射光线与漫反射白板的交点在投影仪像平面上的像点信息, 因此对漫反射白板的位置及其形状没有特殊要求. 漫反射白板既可以是平面形状也可以是曲面形状, 但需要保证良好的漫反射特性.

## 2 线面测量模型标定方法

为了获得镜面的三维信息, 对系统进行标定是关键的一步. 从式(2)和图 2 可以看出, 在‘线面模型’偏折术中, 决定镜面三维点精度的因素主要是投影仪和相机的外参数  $RT$ , 反射光线  $r$  和投射光线  $\vec{o_p p_1}$  和  $\vec{o_p p_2}$ . 其中反射光线  $r$  和投射光线  $\vec{o_p p_1}$ 、 $\vec{o_p p_2}$  的精度分别由相机内参数和投影仪内参数的精度所决定. 因此标定主要分为两部分: 内参数标定(相机和投影仪)和外参数标定.

已有多种方法可以用于标定相机内参数, 例如张正友标定法, 迭代标定法, 自标定法等. 在本文中, 相机内参数通过迭代标定法进行标定. 投影仪一般被当作‘逆向相机’, 其内参数标定<sup>[19, 21-22]</sup>一般通过相位求解获取投影仪数字微镜器件(Digital Micromirror Device, DMD)图像, 将投影仪标定转换为相机标定. 在标定投影仪内参数时, 一般通过辅助相机帮助投影仪获得 DMD 图像. 为了尽量减少外部设备的引入, 构建‘线面模型’偏折术的相机被用来作为投影仪获取 DMD 图像的辅助相机, 由高精度平面镜连接相机和投影仪的视场. 在标定相机和投影仪外参数时, 以标定板为桥梁, 经过刚体变换进行求解. 总的来说, 标定过程为:

1) 标定相机内参数和投影仪内参数: 在张正友标定法的基础上采用迭代标定确定相机内参数; 通过高精度平面镜连接相机和投影仪视场, 通过相移编码结构光相位求解技术, 获得投影仪 DMD 图像, 最终通过迭代标定法确定投影仪内参数.

2) 标定相机和投影仪的外参数: 以标定板为桥梁, 采用镜面位姿标定法, 确定相机和标定板的位姿关系; 在投影仪内参数已知的情况下, 根据投影仪投射相移编码结构光卷绕相位和标定板坐标, 采用  $n$  点透视(Perspective-n-Point, PnP)方法<sup>[23]</sup>确定投影仪和标定板的位姿关系; 经过刚体变换, 最终确定相机和投影仪的位姿关系.

### 2.1 标定相机内参数、投影仪内参数及其位姿关系

如图 3(a)所示, 通过平面镜连接相机和投影仪的视场从而将相机作为投影仪获取 DMD 图像的辅助相机. 实际上, 相机在平面镜中‘虚相机’和投影仪组成单目结构光系统, 相机和其‘虚相机’具有等效性. 相机通过平面镜获取标定板图案与相机直接获取标定板图案相比, 相机内参数标定结果并没有影响. 因此通过平面镜, 将相机和投影仪视作单目结构光系统进行系统内参数标定. 首先相机通过平面镜拍摄圆环标定板的图案, 然后由投影仪向标定板投射相移条纹图案, 相机通过平面镜获取标定板上相移条纹图案, 通过健壮中国剩余定理计算绝对相位. 改变标定板位姿, 并重复上述过程获得多幅标定板图案和标定板上相移条纹图案, 并求解相移条纹绝对相位.

采用迭代标定法<sup>[16]</sup>精确标定相机内参数,在标定相机内参数时,圆环中心已经被精确计算出来.值得注意的是圆环中心是亚像素坐标,在利用相机图像圆环中心坐标反求投影仪圆环中心坐标获取投影仪 DMD 图像时,采用双线性插值法,求得投影仪图像圆环中心 2D 坐标(DMD 图像)和标定板世界坐标系下的 3D 坐标,将其带入迭代标定法,求解投影仪内参数.

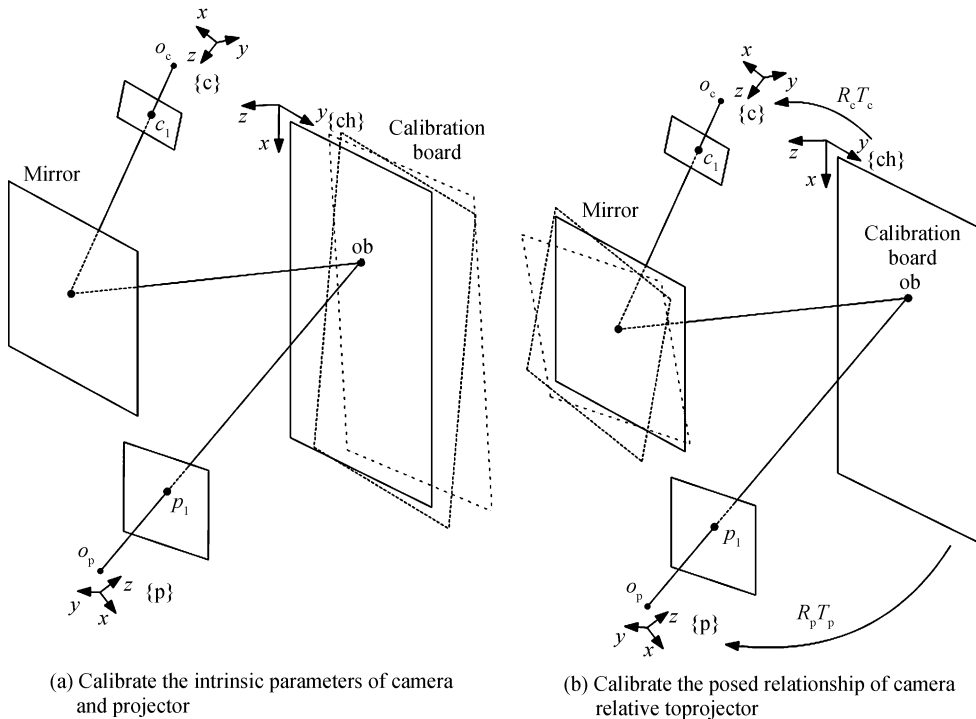
如图 3(b)所示,标定板作为连接相机和投影仪的桥梁.镜面标定法被用来标定相机和标定板的位姿关系.投影仪和标定板的位姿关系通过 PnP 方法确定.经过刚体变换,去掉标定板的桥梁作用即可确定相机和投影仪的位姿关系,位姿关系标定主要包括如下步骤:

1) 相机通过平面镜拍摄圆环标定板的图案,然后由投影仪向标定板投射相移条纹图案,相机通过平面镜获取标定板上相移条纹图案,通过健壮中国剩余定理计算绝对相位;

2) 改变平面镜位姿并重复上述过程,获得多幅标定板图案和其对应的投影仪绝对相位;

3) 采用镜面标定法<sup>[5,9,17]</sup>获得相机和标定板的位姿关系  $R_c T_c$ ; 结合投影机内参数,根据投影仪绝对相位和标定板圆环中心坐标提取投影仪圆环中心坐标,采用 PnP 法求解得到投影仪和标定板的位姿关系  $R_p T_p$ ; 经过刚体变换,确定相机和投影仪的位姿关系(如式(3)所示).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_p & \mathbf{T}_p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c & \mathbf{T}_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$



(a) Calibrate the intrinsic parameters of camera and projector

(b) Calibrate the posed relationship of camera relative to projector

图 3 内参数和位姿关系标定

Fig.3 The calibration of intrinsic parameters and posed relationship

## 2.2 仿真分析位姿关系标定对重建精度的影响

根据式(2),物点坐标的计算精度主要与反射光线  $r$ 、入射光平面法线  $i$ 、相机和投影仪位姿关系  $T$  有关.其中,影响反射光线  $r$  的主要是相机内参数标定结果.采用迭代标定法标定相机内参数,能够得到较为精确的标定结果,从而保证反射光线  $r$  的精确性.入射光平面法线为  $i = \mathbf{R} \cdot (o_p p_2 \times o_p p_1)$ ,其相机和投影仪的位姿关系  $\mathbf{R}$  与反射光线  $r$  和入射光平面法线  $i$  的精度有关.入射光平面在投影仪坐标系下的法向量为  $(o_p p_2 \times o_p p_1)$ ,其精度主要与投影仪内参数和反射光线的相位求解准确性有关.投影仪内参数的准确性主要由迭代标定法保证.相位求解通过最小二乘法和相位求解算法保证.因此影响系统测量精度的因素主要是相机和投影仪的位姿关系标定精度.下面将通过仿真定量分析相机和投影仪的位姿关系误差对系统测量精度的影响.

相机内参数,投影仪内参数,相机和投影仪位姿关系设置为实际标定结果.仿真分析旋转矩阵相对误差  $E_{\text{rotation}}$  和平移矩阵相对误差  $E_{\text{translation}}$  对系统测量精度的影响.旋转矩阵相对误差(旋转矩阵由欧拉角表示)和

平移矩阵相对误差由计算机随机均匀产生.系统测量精度由均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)表示.

$$\begin{cases} E_{\text{rotation}} = \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_{\text{true}}\| / \|\boldsymbol{\theta}_{\text{true}}\| \\ E_{\text{translation}} = \|\mathbf{T} - \mathbf{T}_{\text{true}}\| / \|\mathbf{T}_{\text{true}}\| \end{cases} \quad (4)$$

图4表明相机和投影仪位姿关系误差对系统重建精度的影响.通过仿真发现,系统测量精度随着平移矩阵相对误差和旋转矩阵相对误差的增大而减小.且平移矩阵相对误差和系统测量精度基本成线性关系.当测量精度要达到0.05 mm时,平移矩阵相对误差和旋转矩阵相对误差需小于 $1 \times 10^{-3}$ .仿真结果对系统重建精度和误差传递具有指导意义.提高测量系统精度的关键在于提高相机和投影仪位姿关系标定精度.

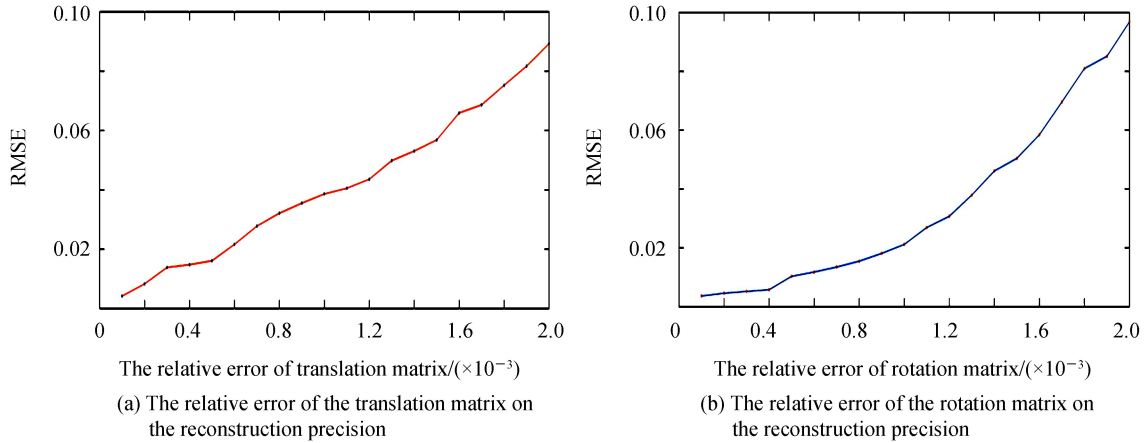


图4 相机和投影仪位姿关系对重建精度的影响

Fig.4 The influence of posed relationship of camera relative to projector on the reconstruction precision

### 3 实验验证

系统搭建如图5所示,采用Epson-950wh投影仪投射相移条纹,投影仪分辨率为 $1280 \times 800$ ;采用PointGrey(型号BFLY-PGE-50A2M-CS)相机拍摄图像,相机分辨率为 $1296 \times 960$ ;圆环标定板被用来标定相机内参数和投影仪内参数,其参数行列为: $11 \times 10$ ,圆心距:15 mm,外圆直径:10 mm,内圆直径:5 mm.根据文献[20]的选频准则,投影条纹的频率选取为(1/20, 1/130, 1/150) Hz.测量时,为了验证所提方法的测量精度,采用一个直径80 mm、平面度为100 nm的高精度平面镜对系统位姿关系进行标定.

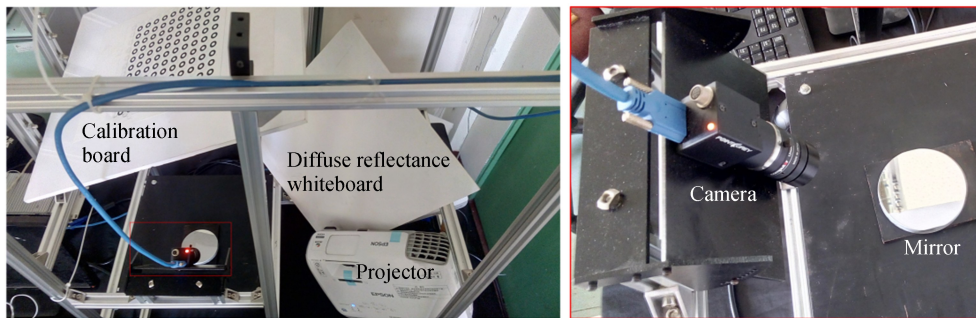


图5 系统搭建

Fig.5 System construction

标定相机和投影仪的内参数时,投影仪、高精度平面镜和相机保持位姿不动.改变标定板位姿,利用投影仪分时向标定板上投射相移条纹图案,并用相机拍摄平面镜上的标定板和标定板上的条纹图案,如图6(a)和(b)所示.

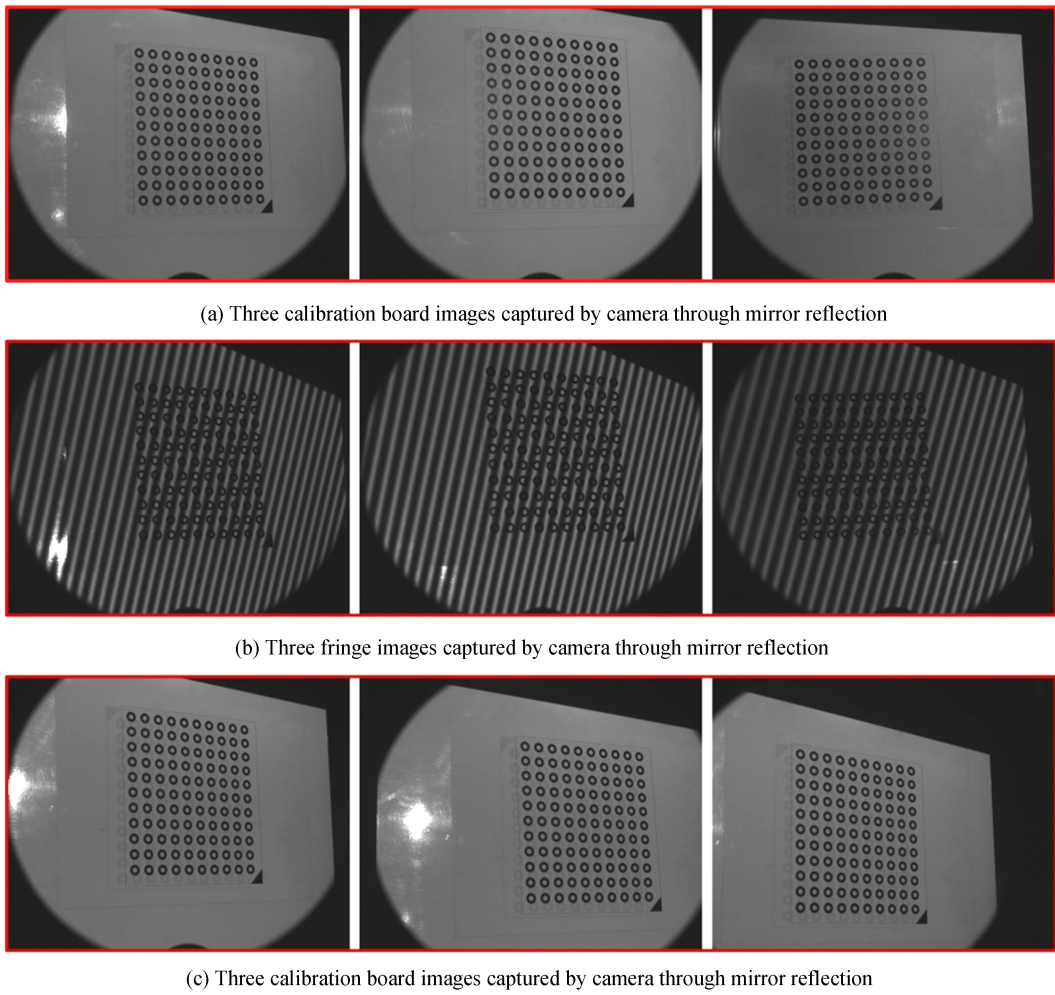


图6 标定图像

Fig.6 The calibration images

首先检测相机拍摄的标定板圆环中心,如图7(a)所示,然后采用迭代标定法标定相机内参数.迭代次数大于5次即可得到比较理想的相机内参数,标定结果如表1所示.利用迭代标定确定的标定板圆环中心亚像素坐标对投影仪相移编码条纹绝对相位坐标(如图7(b)和(c))进行双线性插值,得到投影仪圆环中心坐标(DMD图像)(图7(d)),然后带入迭代标定法标定投影仪内参数,标定结果为表1所示.

表1 相机和投影仪内参数标定结果

Table 1 Calibration result of intrinsic parameters (camera, projector)

	Camera	Projector
Focal length	[2 479.257 5,2 482.492 2]	[1 559.531 2,1 556.194 8]
Principal point	[647.212 3,509.757 8]	[649.662 6,720.307 9]
Pixel error	[0.060 8,0.068 1]	[0.104 6,0.079 8]

为了确定相机和投影仪的位姿关系,相机、投影仪和标定板保持不动.利用平面镜对标定板反射3次,相机对平面镜上的标定板反射成像,如图6(c).根据圆环中心求解投影仪投射相移绝对相位坐标,结合投影仪内参数采用PnP方法确定投影仪和标定板的位姿关系.经过自由平面镜反射位姿评估,确定相机和标定板的位姿关系.经过位姿变换,相机和投影仪的位姿关系为  $R$  和  $T$ .

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.826 2 & 0.336 0 & -0.452 3 \\ 0.040 5 & -0.836 0 & -0.547 2 \\ -0.562 0 & 0.433 8 & -0.704 3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T} = [302.446 8 \quad -26.721 1 \quad 151.358 0] \end{cases}$$

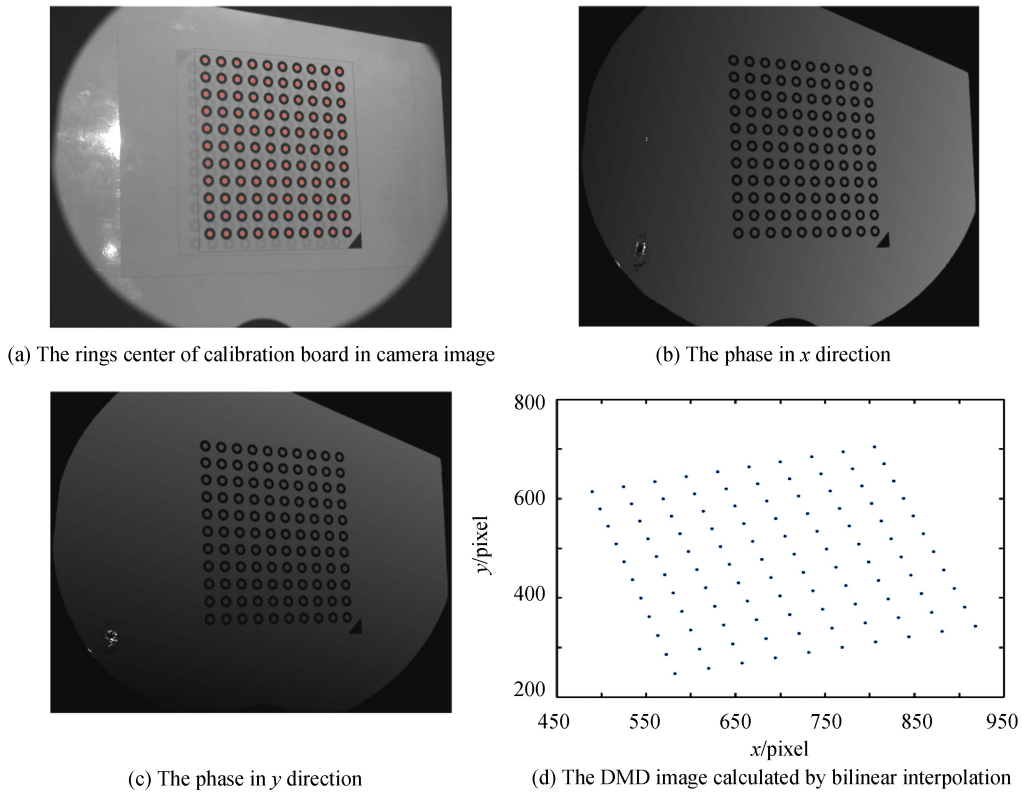


图7 相机圆环中心检测和投影仪圆环中心双线性插值  
Fig.7 Camera ring center detection and the bilinear interpolation of the projector ring center

标定完成后,系统就可以对镜面物体进行测量.对一个直径为 80 mm、表面平面度为 100 nm 的平面镜进行测量,如图 7,漫反射白板位置改变四次,并通过相机获取标准镜面和待测镜面反射的漫反射白板上相移条纹图案(图 8(a)),由健壮中国剩余定理<sup>[20]</sup>求解绝对相位(图 8(b)).投影仪向漫反射白板投影时会产生一定的离焦现象,但是离焦不会影响投影条纹的正弦性.

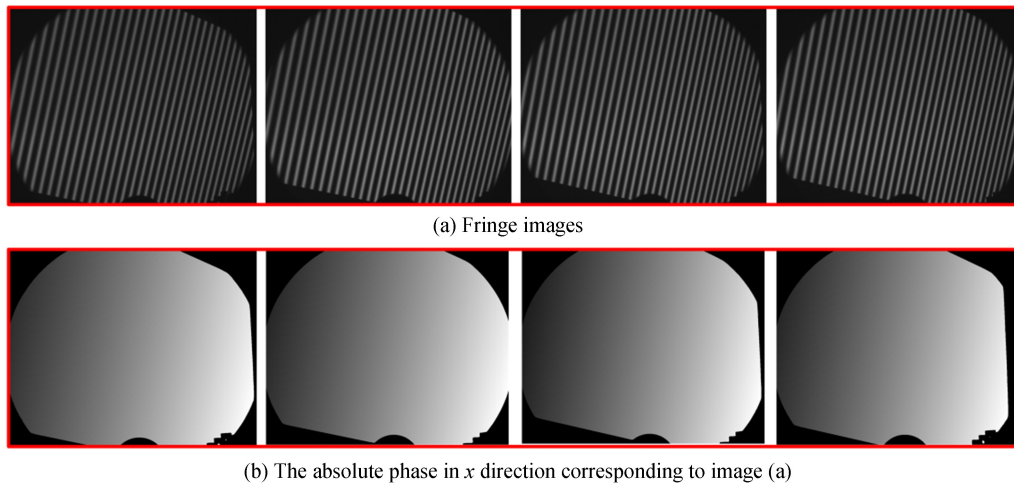


图8 相移图像和绝对相位图像  
Fig.8 Fringe images and absolute phase images

采用最小二乘法对待测镜面上同一点所对应的四个漫反射白板位置上匹配相位点进行直线拟合,抑制卷绕相位求解误差,提高入射光平面求解精度(在投影仪坐标系下),如图 9,图 9(a)表示镜面像素点[400, 800]的直线拟合,图 9(b)表示镜面像素点[500, 700]的直线拟合.



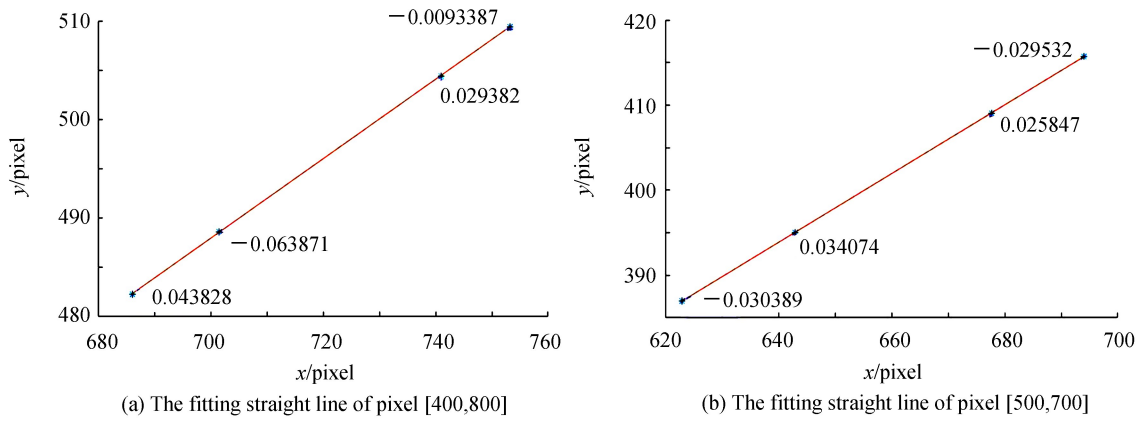


图9 最小二乘法直线拟合.方框中数字表示像素点与拟合直线误差

Fig.9 Linear least squares fitting in the image plane of projector. The number in box indicates the error between the pixel point and the fitting straight line

通过对图 8(b)中漫反射白板四个位置的相位图进行求交确定镜面测量的有效区域,如图 10(a).最终根据式(2)通过反射光线和入射光平面求交确定镜面三维点,如图 10(b)和图 10(c).根据线面求交模型计算得到的平面镜三维信息,误差分布如图 10(d),最大误差为 0.25 mm,误差 RMS 为 0.073 mm.本文所提方法也可以用于表面不连续的镜面面形测量.

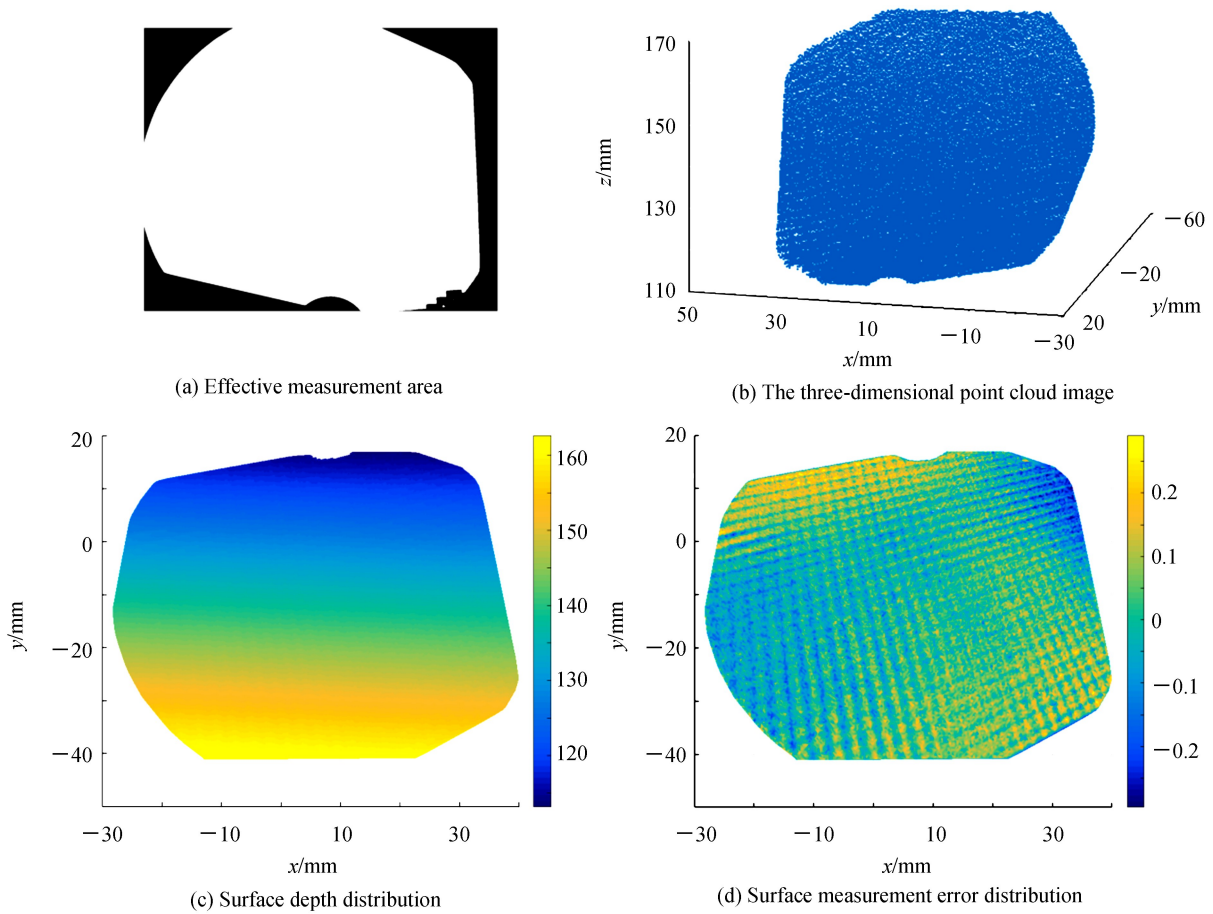


图 10 线面求交计算三维点

Fig.10 The three-dimensional point calculation from the interpolation between the line and the plane

对阶梯镜进行测量,如图 11,阶梯镜由两个平行镜面组成,镜面之间的距离为 50.201 mm.通过本文方法测量得到的拟合阶梯镜面之间的距离为 50.201 8 mm,阶梯间距误差小于  $1 \mu\text{m}$ .

经过分析,其误差主要来自相机与不在其‘视场’范围内的投影仪之间的位姿关系标定误差与系统误差.在实用性方面,线面偏折术测量方法中入射光平面获取简单,且只需要一次标定即可用于测量.在采用两个连续面光源的传统偏折术方法中入射光线获取较为复杂,每次测量均需要重复标定两次.在测量对象方面,‘线面’偏折术能够实现大梯度及不连续表面的测量,且减小了梯度积分带来的误差累计.传统‘线线’模型检测方法受水平移动导轨的限制,需要积分梯度数据重建三维形貌,无法测量非连续和大梯度镜面物体.在精度方面,测量平面镜得到最大误差为 0.25 mm,误差 RMS 为 0.073 mm.测量阶梯镜得到镜面之间的阶梯间距误差小于  $1 \mu\text{m}$ .本文所提方法的检测精度与基于‘线线模型’文献[24]的检测精度相当,优于文献[25]的精度.在后续工作提高精度方面,通过提高不具有共同视场的相机和投影仪位姿关系的标定精度可进一步提高梯度检测精度,从而提高系统测量精度.另外,在提出的‘线面’偏折术中,投影仪和相机的放置应保证入射光平面和反射光线具有较大夹角,当入射光平面和反射光线夹角较小时,测量误差就会变大.

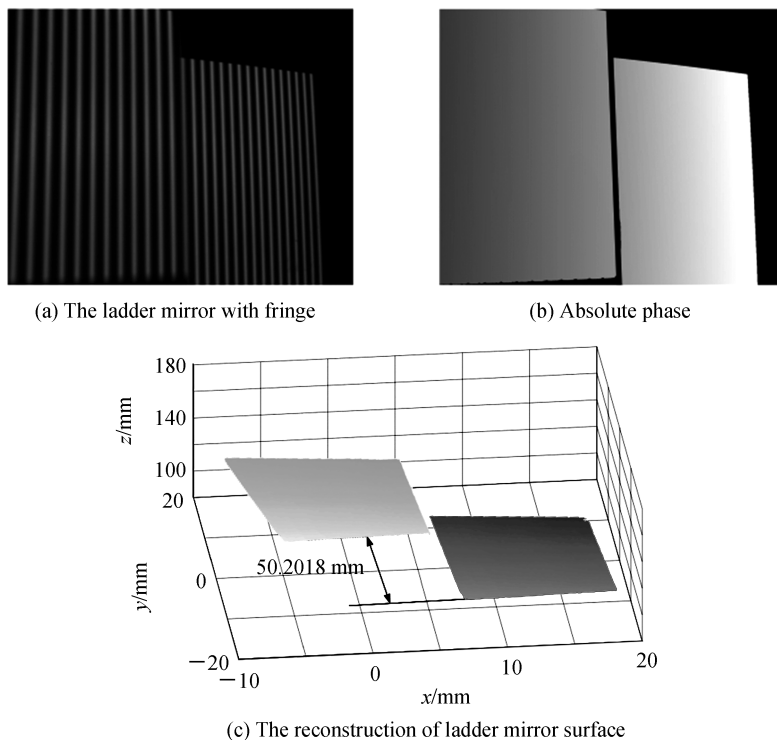


图 11 重建阶梯镜镜面面形  
Fig.11 Reconstruction ladder mirror surface

## 4 结论

提出了线面偏折术,它不同于传统偏折术测量方法采用的线线模型计算镜面三维点,而是采用线面模型,反射光线与入射光线所在的平面求交计算三维点.该方法采用点光源代替面光源,通过检测入射光线上两点或多点光源的投射射线确定入射光平面.通过采用最小二乘法对多条投射射线进行拟合来提高入射光平面的准确度.进一步的,提出了线面偏折术系统的位姿关系标定方法,以标定板为桥梁,以平面镜为媒介,在迭代标定法和镜面位姿标定法的基础上解决了不具有共同视场的相机和投影仪的标定问题.本文所提出的‘线面’偏折术只需一次标定即可用于镜面面形测量,且入射光平面获取简单,能够测量非连续大梯度镜面物体,测量精度较高,为镜面面形测量提供了一种新思路.

### 参考文献

- [1] KNAUER M C, KAMINSKI J, HAUSLER G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces[C]. Photonics Europe, International Society for Optics and Photonics, 2004: 366-376.
- [2] PERARD D, BEYERER J. Three-dimensional measurement of specular free-form surfaces with a structured-lighting reflection technique[C]. Intelligent Systems & Advanced Manufacturing, International Society for Optics and Photonics,

1997: 74-80.

- [3] PETZ M, RITTER R. Reflection grating method for 3D measurement of reflecting surfaces[C]. *Lasers in Metrology and Art Conservation*, International Society for Optics and Photonics, 2001: 35-41.
- [4] YUAN Ting, ZHANG Feng, TAO Xiao-ping, *et al.* Three-dimensional shape measuring for specular surface based on phase measuring deflectometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(2): 0212004.  
袁婷,张峰,陶小平,等.基于相位测量偏折术的反射镜三维面形测量[J].*光学学报*, 2016, **36**(2): 101-107.
- [5] XIAO Yong-liang, SU Xian-yu, CHEN Wen-jing. Fringe reflection photogrammetry based on pose estimation with free planar mirror reflection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0512003.  
肖永亮,苏显渝,陈文静.基于自由镜面反射位姿评估的条纹反射摄影测量[J].*光学学报*, 2012, **32**(5): 78-85.
- [6] TANG Y, SU X, HU S. Measurement based on fringe reflection for testing aspheric optical axis precisely and flexibly[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(31): 5944-5948.
- [7] LI Chen, ZHANG Xu, TU Da-wei, *et al.* Deflectometry measurement method of single-camera monitoring[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, **37**(10): 1012007.  
李晨,张旭,屠大维,等.单相机监控偏折术测量方法[J].*光学学报*, 2017, **37**(10): 1012007.
- [8] LOWITZSCH S, KAMINSKI J, KNAUER M C, *et al.* Vision and modeling of specular surfaces[J]. *Vision Modeling & Visualization*, 2005, **1**: 479-486.
- [9] REN H, GAO F, JIANG X. Iterative optimization calibration method for stereo deflectometry[J]. *Optics Express*, 2015, **23**(17): 22060-22068.
- [10] FABER C, OLESCH E, KROBOT R, *et al.* Deflectometry challenges interferometry: the competition gets tougher! [C]. *SPIE Optical Engineering+ Applications*, International Society for Optics and Photonics, 2012: 84930R.
- [11] XIAO Y L, SU X, CHEN W, *et al.* Three-dimensional shape measurement of aspheric mirrors with fringe reflection photogrammetry[J]. *Applied Optics*, 2012, **51**(4): 457-464.
- [12] RODDIER F. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics[J]. *Applied Optics*, 1988, **27**(7): 1223-1225.
- [13] PETZ M, TUTSCH R. Reflection grating photogrammetry: a technique for absolute shape measurement of specular free-form surfaces[C]. *Optics & Photonics*, 2005: 58691D.
- [14] ZHANG Z, LIU Y, HUANG S, *et al.* Full-field 3D shape measurement of specular surfaces by direct phase to depth relationship[C]. *SPIE*, 2016, **23**: 100230X.
- [15] ZHANG Zong-hua, GUO Jiao, WANG Yue-min, *et al.* Parallel-alignment and correction of two displays in three-dimensional measuring system of specular surfaces[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, **25**(2): 289-296.  
张宗华,郭佼,王月敏,等.镜面物体三维测量系统中两显示屏的平行正对校正[J].*光学精密工程*, 2017, **25**(2): 289-296.
- [16] DATTA A, KIM J S, KANADE T. Accurate camera calibration using iterative refinement of control points[C]. *Computer Vision Workshops (ICCV Workshops)*, IEEE, 2009: 1201-1208.
- [17] HESCH J A, MOURIKIS A I, ROUMELIOTIS S I. Mirror-based extrinsic camera calibration[M]. *Algorithmic Foundation of Robotics VIII*, Springer Berlin Heidelberg, 2009: 285-299.
- [18] FU Sheng-peng, ZHAO Ji-bin, XIA Ren-bo, *et al.* a mirror-based fast camera-screen calibration method[J]. *Chinese Journal of Science Instrument*, 2013, **34**(12): 2770-2776.  
付生鹏,赵吉宾,夏仁波,等.基于平面镜的相机-显示器快速标定方法[J].*仪器仪表学报*, 2013, **34**(12): 2770-2776.
- [19] ZHANG X, ZHU L. Projector calibration from the camera image point of view[J]. *Optical Engineering*, 2009, **48**(11): 117208.
- [20] ZHANG Xu, ZHU Li-min, TU Da-wei, *et al.* Frequency selection rule based on robust chinese remainder theorem and its application in phase unwrapping[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, **39**(11): 1108009  
张旭,朱利民,屠大维,等.基于健壮中国剩余定理的频率选择准则及其在相位解包裹中的应用[J].*中国激光*, 2012, **39**(11): 136-141.
- [21] KIMURA M, MOCHIMARU M, KANADE T. Projector calibration using arbitrary planes and calibrated camera[C]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, 2007: 1-2.
- [22] MORENO D, TAUBIN G. Simple, accurate, and robust projector-camera calibration[C]. *3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission (3DIMPVT)*, IEEE, 2012: 464-471.
- [23] XU D, LI Y F, TAN M. A general recursive linear method and unique solution pattern design for the perspective-n-point problem[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, **26**(6): 740-750.
- [24] BEYERER J, HOFER S, BALZER J. Multiview specular stereo reconstruction of large mirror surfaces[C]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, 2011: 2537-2544.
- [25] YAMAZAKI M, IWATA S, XU G. Dense 3D reconstruction of specular and transparent objects using stereo cameras and phase-shift method[C]. *Asian Conference on Computer Vision*, Springer-Verlag, 2007: 570-579.