

doi:10.3788/gzxb20184704.0422001

# 基于液晶空间光调制器的消色差透镜

许忠保<sup>1</sup>,陶伟森<sup>1</sup>,王双迎<sup>1</sup>,陈威<sup>1</sup>,宋丛珊<sup>2</sup>,金万慧<sup>2</sup>,辜凌鹰<sup>2</sup>,吴钦<sup>2</sup>,刘凤鸣<sup>2</sup>

(1 湖北工业大学 机械工程学院,武汉 430068)

(2 湖北省纤维检验局,武汉 430060)

**摘要:**依据标量衍射理论,在分析消除轴向及倍率色差条件的基础上,利用纯相位液晶空间光调制器的可编程控制特性,将红、绿、蓝三种色光调制的菲涅耳透镜与闪耀光栅镶嵌在一起,通过随机等概率的复用方法,在液晶空间光调制器上编程,实现了具有共同焦距的三色光复用透镜,消除了轴向色差。同时,通过对红、绿、蓝三色光调制的菲涅耳透镜孔径的约束,实现了三色光在焦平面处相同的聚焦光斑半径大小和强度,消除了倍率色差。实验结果表明,通过该方法,复用透镜的轴向色差以及倍率色差都得到了有效矫正,在三色光入射下其艾里斑半径为 67 pixel,与具有相同焦距和分辨率的单色透镜产生的艾里斑半径 65 pixel 接近。

**关键词:**消色差透镜;空间光调制器;随机等概率;多波长复用;孔径约束

中图分类号:O436

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)04-0422001-7

## Achromatic Lens Based on Liquid Crystal Spatial Light Modulator

XU Zhong-bao<sup>1</sup>, TAO Wei-sen<sup>1</sup>, WANG Shuang-ying<sup>1</sup>, CHEN Wei<sup>1</sup>,

SONG Cong-shan<sup>2</sup>, JIN Wan-hui<sup>2</sup>, GU Ling-ying<sup>2</sup>, WU Qin<sup>2</sup>, LIU Feng-ming<sup>2</sup>

(1 School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

(2 Hubei Province Fibre Inspection Bureau, Wuhan 430060, China)

**Abstract:** The scalar diffraction theory has carried on the analysis to eliminate the axial chromatic aberration and the conditions of magnification chromatism. Using the programmable control features of phase-only liquid spatial light modulator, the Fresnel lenses with three colors of red, green and blue are inlaid with blazed gratings and programmed on a liquid crystal spatial light modulator by random equal probability multiplexing. So that a common focal length of the three-color optical multiplexing lens is achieved, and the axial chromatic aberration eliminated. At the same time, through the constraint of the red, green, blue three-color light-modulated Fresnel lens aperture, the three-color light has the same size and intensity of the focal spot radius at the focal plane, and the magnification chromatic aberration is eliminated. The experimental results show that the axial chromatic aberration and the chromatic aberration of the multiplexing lens are effectively corrected by this method, at three-color light, the Airy's radius is 67 pixels, which is close to the Airy's patch radius of 65 pixels produced by a monochromatic lens with the same focal length and resolution.

**Key words:** Achromatic lens; Spatial light modulator; Random equal probability; Multi-wavelength multiplexing; Aperture constraints

**OCIS Codes:** 220.3620; 080.3620; 230.6120

## 0 引言

目视光学系统的成像质量对波长的变化非常敏感,传统的消色差方法通过选择两种或两种以上折射率

基金项目:国家自然科学基金(No.61077086)资助

第一作者(导师):许忠保(1963—),男,教授,博士,主要研究方向为光电精密仪器与检测技术. Email:xuzhangb@163.com

通讯作者:陶伟森(1992—),男,硕士研究生,主要研究方向为光电精密仪器等. Email:2216452115@qq.com

收稿日期:2017-11-06;录用日期:2017-12-15

<http://www.photon.ac.cn>

和色散不同的光学材料并结合对透镜参数的优化,达到系统消色差的目的。随着二元光学加工技术的发展,衍射光学元件在成像领域得到了广泛的应用,其中,基于折衍射混合设计消色差的方法受到了研究者的关注<sup>[1-3]</sup>,文献[4-6]通过加入衍射面,在不引入其它额外像差的情况下利用一种材料可以矫正成像系统的色差,与正负透镜组合消色差的方法相比,有效减少了系统体积和重量。但是此方法对衍射面刻蚀精度、加工质量都有着较高的要求<sup>[7]</sup>。纯相位液晶空间光调制器(Liquid Crystal Spatial Light Modulator, LC-SLM)可以用来生成衍射光学元件,利用其灵活的可编程特性,液晶菲涅耳透镜能够连续动态地改变成像系统的焦距,使得其在光束偏转、聚焦成像<sup>[8-9]</sup>等领域具有较大的应用潜能。近年来,基于液晶空分复用技术的多通道复用透镜消色差的方法得以实现<sup>[10-13]</sup>,文献[11]中基于液晶空间光调制器提出了环形复用与扇区复用相结合的消色差的方法,该方法将整个透镜孔径划分成N个环,每个环带分成K个扇区,每个扇区依次提取红、绿、蓝(Red Green Blue, RGB)三个菲涅耳透镜的相位调制信息形成复用透镜,消去成像色差。文献[12]则是将4个波长相位调制信息组成一个4×4像素的消色差单元,然后将4×4的像素单元按照阵列的形式进行延拓复用。

不同于上述几种消色差方法,本文基于液晶空间光调制器的二维离散化像素结构特征,构建了由液晶纯相位空间光调制器调制的菲涅耳透镜在多色光入射下的透过率函数表达式,进而依据标量衍射理论,推导了不同色光在其焦平面上艾里斑半径大小及衍射强度分布的数学模型,基于该模型的特点,将多色光调制的菲涅耳透镜的相位与闪耀光栅镶嵌在一起,通过随机等概率的复用方法实现了同时消除轴向色差以及倍率色差的复用透镜,并进行了实验验证。

## 1 消色差原理

为了消除轴向色差,定义蓝、绿、红三色光(波长分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ )对应的菲涅尔透镜的焦距为 $f_0$ ,则其理想的相位分布函数可分别表示为

$$L_i(x, y) = \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda_i f_0}(x^2 + y^2)\right] \quad (1)$$

式中, $x, y$ 表示以透镜中心为坐标原点,在一个分辨率为 $M \times N$ 的液晶空间光调制器上显示式(1)中菲涅尔透镜的功能时,需要在二维的像素空间进行离散化的抽样,如图1,抽样函数由 $\delta$ 函数阵列给出。具体到LC-SLM中,每一个像素点对应一个采样点, $x$ 方向和 $y$ 方向上的采样间隔对应像素中心间距 $\Delta$ ,采样函数可以表示为  $\text{comb}\left(\frac{x}{\Delta}, \frac{y}{\Delta}\right)$ 。

当多色光入射到LC-SLM调制的菲涅尔透镜时,其透过率函数可表示为

$$T_i(x, y) = L_i(x, y) \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R_i}\right) \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta}, \frac{y}{\Delta}\right) \quad (2)$$

式中,circ表示圆域函数, $R_i$ 为不同色光对应的调制半孔径, $R_i \leq \frac{\min(M, N)\Delta}{2}$ 。基于菲涅耳衍射理论,其焦平面的复振幅分布可表示为

$$\begin{aligned} U_i(u, v) &= \frac{\exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda_i}f_0\right)}{j\lambda_i f_0} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_i f_0}(x^2 + y^2)\right] \int \left\{ T_i(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_i f_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} \cdot \\ &\quad \exp\left[-j2\pi\left(x\frac{u}{\lambda_i f_0} + y\frac{v}{\lambda_i f_0}\right)\right] dx dy = \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda_i}f_0)}{j\lambda_i f_0} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_i f_0}(x^2 + y^2)\right] \cdot \\ &\quad \text{FFT}\left\{\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R_i}\right) \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta}, \frac{y}{\Delta}\right)\right\} \end{aligned} \quad (3)$$

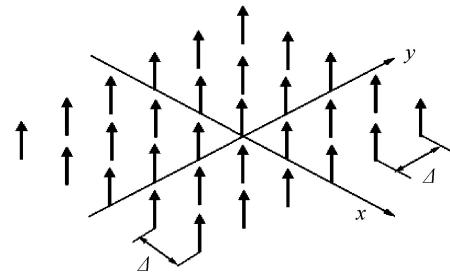


图1 函数的抽样

Fig.1 Sampling of functions

式中

$$\text{FFT} \left\{ \text{circ} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R_i} \right) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta}, \frac{y}{\Delta} \right) \right\} = \pi R_i^2 \left( 2 \frac{J_1 \left( \frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2} \right)}{\frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2}} \right) \otimes \delta \left( u - \frac{m}{\Delta}, v - \frac{n}{\Delta} \right) \quad (4)$$

式中  $J_1$  表示第一类一阶贝塞尔函数.在傍轴近似下,式(4)中采样函数周期性重复的频谱可以进一步简化为  $m=n=0$  时的情况<sup>[14]</sup>,则式(3)可简化为

$$U_i(u, v) = \frac{\exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda_i} f_0 \right)}{j \lambda_i f_0} \exp \left[ \frac{j\pi}{\lambda_i f_0} (x^2 + y^2) \right] \pi R_i^2 \left( 2 \frac{J_1 \left( \frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2} \right)}{\frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2}} \right) \quad (5)$$

焦平面的强度分布可表示为

$$I_0(u, v) = \left( \frac{\pi R_i^2}{\lambda_i f_0} \right)^2 \left( 2 \frac{J_1 \left( \frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2} \right)}{\frac{2\pi R_i}{\lambda_i f_0} \sqrt{u^2 + v^2}} \right)^2 \quad (6)$$

式(6)表明,在消除了轴向色差的条件下,不同波长的色光在焦平面上其聚焦光斑的半径大小和强度都不相同,即仍存在倍率色差.根据式(6)中贝塞尔函数性质,焦平面处中央亮斑半径随波长的变化关系可表示为

$$r_0 = 1.22 \lambda_i f_0 / 2R_i \quad (7)$$

显然,当满足  $R_i/\lambda_i = c_1$  ( $c_1$  为常数)时,三种色光在焦平面处的中央亮斑半径相同,但衍射强度不同,如图 2(a).而衍射强度由式(6)的系数因子( $\pi R_i^2/\lambda_i f_0$ )确定,因此,若满足  $R_i^2/\lambda_i = c_2$  ( $c_2$  为常数),三种色光衍射强度最大值相等,且分布曲线非常接近,并且在焦平面处的中央亮斑半径误差几乎可以忽略,如图 2(b),因此,选择  $R_i^2/\lambda_i = c_2$  这个孔径约束条件来消除倍率色差.

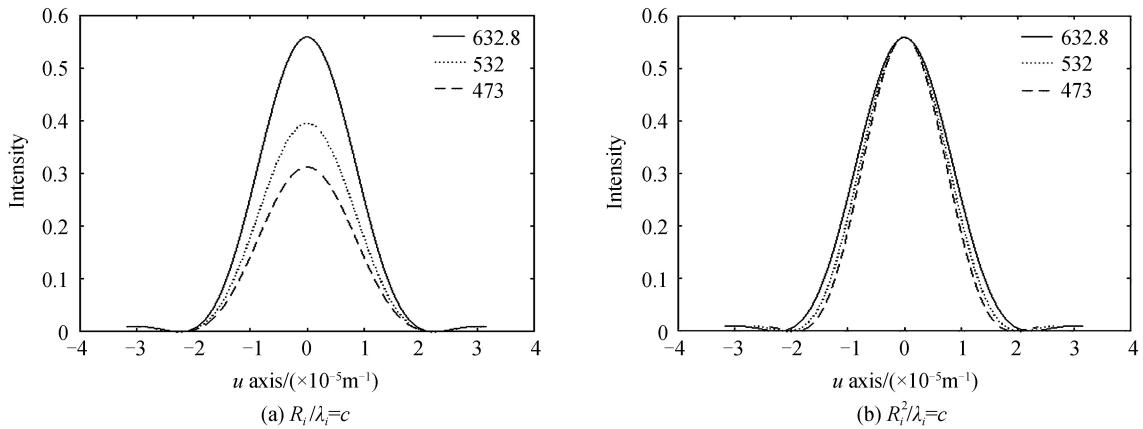


图 2 焦平面处的衍射强度分布  
Fig.2 Diffraction intensity distribution at the focal plane

## 2 消色差透镜的实现

### 2.1 三色光位相调制曲线标定

液晶空间光调制器通过灰度值映射驱动电压来实现相位调制,因此,在编程生成消色差透镜之前,需要分别对三种色光的位相调制曲线进行标定.标定实验光路<sup>[15-17]</sup>采用泰曼-格林干涉系统,在 0~255 灰度范围内,每隔 10 个灰度值标定一次,得到了一系列的标定点,把这些标定点通过五次多项式拟合得到灰度与相位的映射函数,实验得到的三种色光相位调制曲线如图 3.

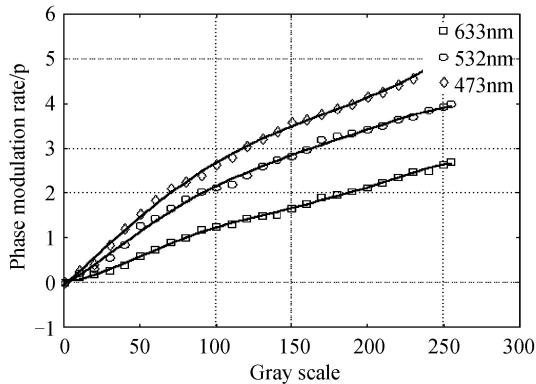


图3 三色光相位调制曲线  
Fig.3 Three-color optical phase modulation

从三种色光位相调制曲线可以看出,LC-SLM 对三种色光的位相调制趋势是一致的,并且相位调制的范围与波长成反比关系.三种色光的位相调制曲线并非是完全线性的,但采用拟合曲线可以进行非线性的误差补偿,编程生成消色差透镜时,利用拟合曲线的表达式,能够准确计算出灰度值与相位调制量的对应关系<sup>[16-17]</sup>.

## 2.2 衍射效率与最小焦距限制因素

LC-SLM 像素结构相当于一个二维矩形光栅,单个衍射级次的能量较低,为提高衍射效率,通过加载闪耀光栅技术能够将光能量集中到所需要的光谱级次上.根据二元光学衍射理论,当相位阶数取 8 时,+1 级衍射效率达 95%.为此,在水平和竖直方向分别加载周期为 8 像素的数字闪耀光栅后,以 LC-SLM 中心为坐标原点,菲涅尔透镜的相位模型可表示为

$$L_i(x,y) = \text{mod}_{2\pi}\left\{-\frac{\pi}{\lambda_i f_0}[(k\Delta)^2 + (l\Delta)^2] + \frac{2\pi}{8} \text{mod}(k+l, 8)\right\} \quad (8)$$

式中,  $-\frac{M}{2} \leq k \leq \frac{M}{2}$ ,  $-\frac{N}{2} \leq l \leq \frac{N}{2}$ ,  $\text{mod}_{2\pi}$  表示以  $2\pi$  取余操作.

另一方面,通过有限像素大小的 LC-SLM 调制菲涅尔透镜时,需要考虑抽样对菲涅尔透镜最小焦距的限制因素,根据抽样定理

$$\begin{cases} \frac{M\Delta}{2\lambda_i f_0} \leq \frac{1}{2\Delta} \\ \frac{N\Delta}{2\lambda_i f_0} \leq \frac{1}{2\Delta} \end{cases} \quad (9)$$

则在 LC-SLM 上加载菲涅尔透镜的最小焦距应满足

$$f_{\min} \geq f(\lambda_i) = \frac{\max(M, N)\Delta^2}{\min(\lambda_i)} \quad (10)$$

实验采用德国 HOLOEYE 公司生产的 PLUTO-VIS 型液晶空间光调制器,像面尺寸  $15.36 \text{ mm} \times 8.64 \text{ mm}$ , 分辨率为  $1920 \times 1080$ , 像元尺寸为  $8 \mu\text{m}$ , 则加载的菲涅尔透镜的最小焦距应满足条件  $f_{\min} \geq 260 \text{ mm}$ .

## 2.3 消色差透镜灰度图制作

为了实现如图 2(b)所示的消除倍率色差的条件,  $R_i^2/\lambda_i = c_2$ , RGB 三种色光应分别对应不同的成像孔径,而 LC-SLM 所能承载的最大  $c_2$  值应为其最大孔径的平方与最大的红光波长之比,即  $c_{2\max} = R_{\max}^2/\lambda_{\max}$ , 据此可以计算出 RGB 三种色光对应的透镜半孔径分别为  $R_3 = 4.32 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 3.96 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 3.73 \text{ mm}$ .为此,本文依据不同色光对成像透镜孔径的约束要求,将三种色光对应的透镜相位模型中的焦距参数设为 500 mm,以使复用透镜具有共同的焦距并且满足最小焦距限制条件.根据图 4 所示的流程图分段进行编程,形成的复用透镜灰度图如图 5.

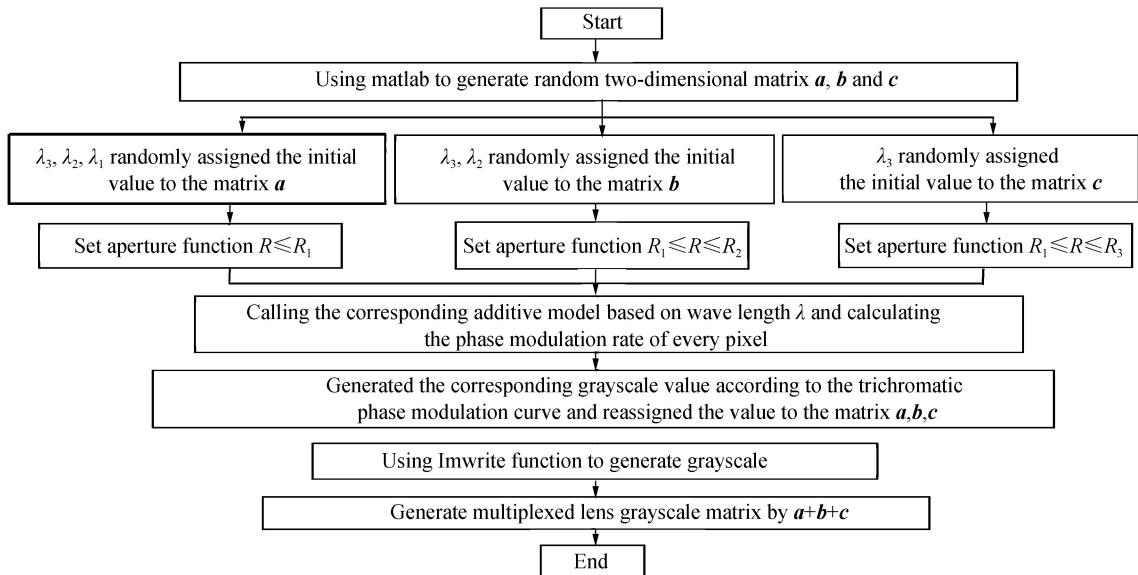


图 4 消色差透镜生成流程图  
Fig.4 Flowchart of achromatic lens generation

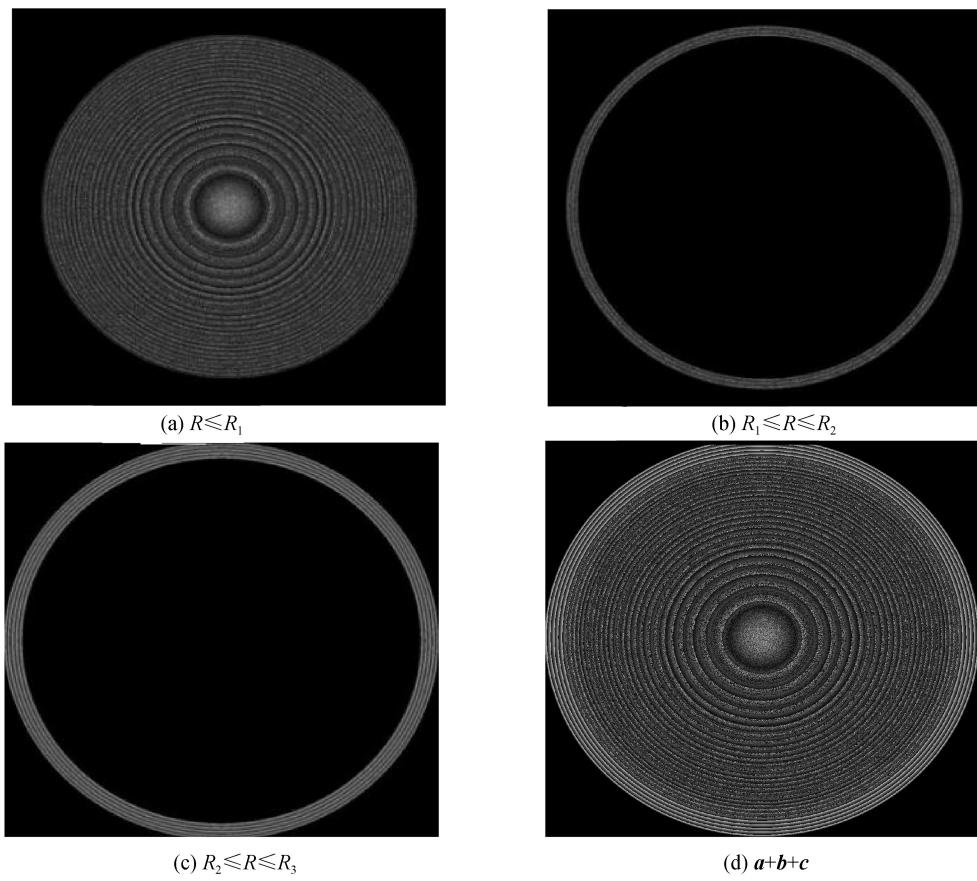


图 5 消色差透镜的制作过程  
Fig.5 Manufacturing process of achromatic lenses

在  $R \leq R_1$  成像孔径范围内,使红绿蓝三种色光调制的菲涅尔透镜的相位信息在生成的二维矩阵中随机复用,每个相位调制信息出现的概率均为  $1/3$ ,如图 5(a);在  $R_1 < R \leq R_2$  圆环区域内,红绿两种色光的相位调制信息随机复用,出现的概率均为  $1/2$ ,如图 5(b);在  $R_2 < R \leq R_3$  圆环区域内,只有红光调制的菲涅尔透镜的相位信息,如图 5(c)。

### 3 实验结果

功率为 20 mW 的红绿蓝三色 LED, 经级联准直扩束系统(Mightex LCS-BC25)后以平行光束入射到 PLUTO, 作为实验系统的照明光源。窄带滤光片用于选择要求的输出波长, 起偏器调用于调整入射光的偏振方向与液晶分子的长轴方向一致, 以使 LC-SLM 处于纯相位调制状态<sup>[17]</sup>, 由 LC-SLM 调制的复用透镜在焦平面处产生的聚光斑图像通过 5× 显微物镜放大后, 由 CCD 接收, 实验原理如图 6.

实验先将图 7(a) 中焦距为 500 mm 的多波长复用透镜加载到 LC-SLM 上, 红绿蓝 LED 都打开, 通过 CCD 接收的聚光斑图像如图 7(b), 可见复用透镜产生的聚光斑无明显的色彩变化, 通过 MATLAB 检测其艾里斑半径为 67 pixel.

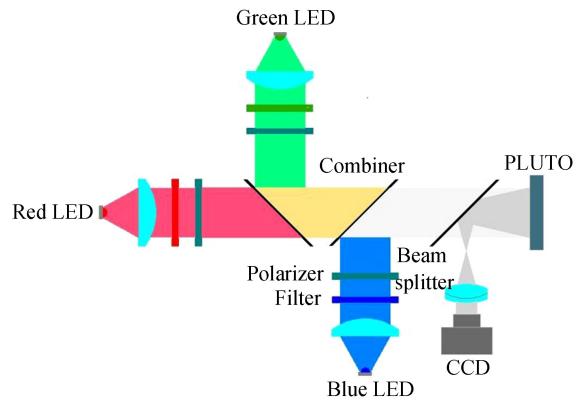


图 6 实验光路原理图

Fig.6 Schematic diagram of experimental light path

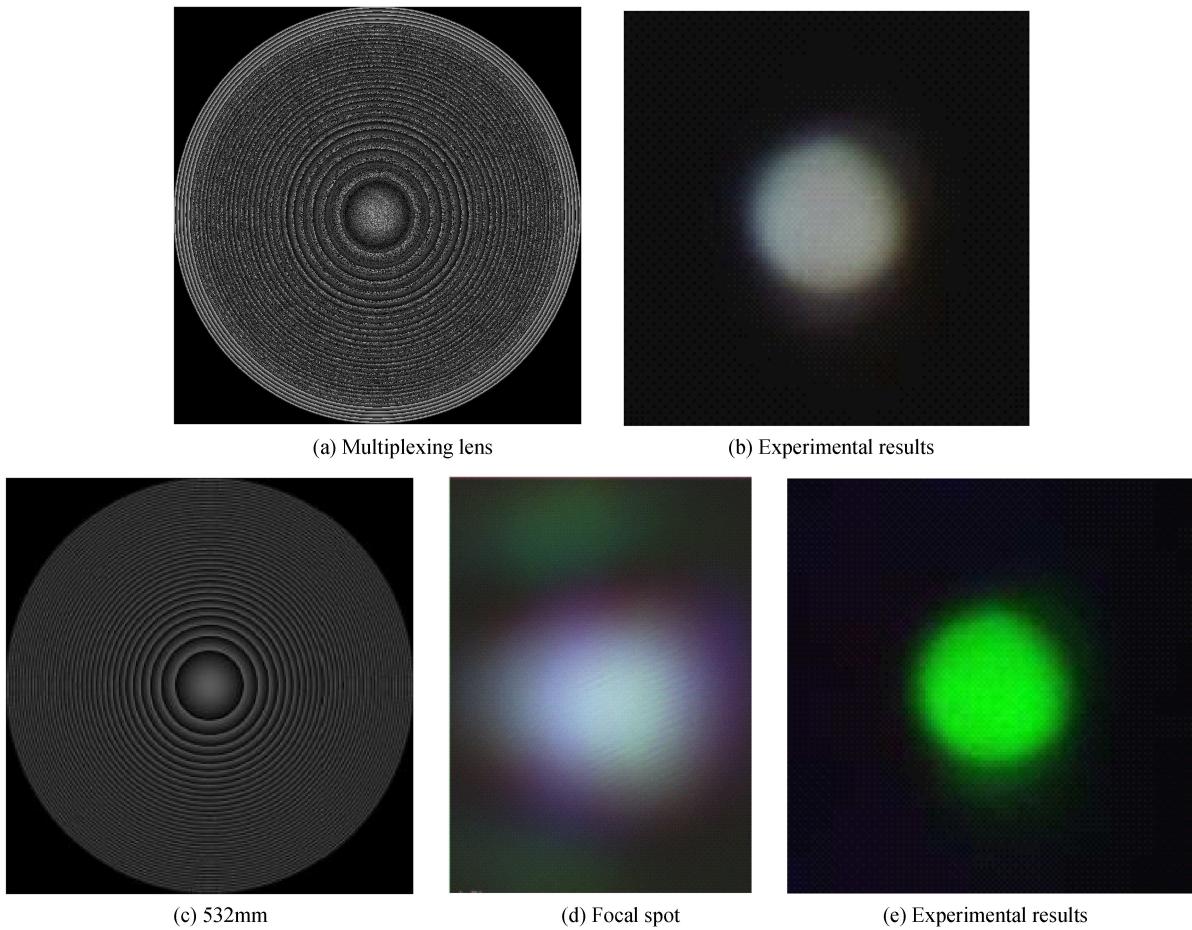


图 7 消色差效果图

Fig.7 Achromatic effect chart

为了便于比较复用透镜的消色差效果, 将具有相同焦距和分辨率、设计波长为 532 nm、对应透镜成像半孔径  $R_2=3.96$  mm 的单透镜在三色 LED 入射下的成像实验与复用透镜进行了比较. 图 7(c) 为加载到 LC-SLM 上的单透镜灰度图, 其产生的聚光斑图像如图 7(d). 虽然加载的单透镜与多波长复用透镜具有相同的理论分辨率, 但单透镜聚光斑呈弥散状, 艾里斑半径约为 87 pixel, 产生了明显的轴向和倍率色差.

为了进一步说明实验结果的有效性, 实验中关闭红色和蓝色的 LED, 只打开绿色 LED, 这时, 单透镜在单色光产生的聚光斑图像如图 7(e), 通过 MATLAB 检测其艾里斑半径为 65 pixel.

实验系统采用的CCD像元尺寸为 $3.5\text{ }\mu\text{m}$ ,物镜放大倍率为 $5\times$ ,因此,图7(b)中复用透镜产生的艾里斑半径为 $46.9\text{ }\mu\text{m}$ ,与单透镜在单色光入射下产生的艾里斑半径 $45.5\text{ }\mu\text{m}$ 接近,考虑到相位标定及实验提取误差,与单透镜的理论分辨率 $41\text{ }\mu\text{m}$ 基本吻合,只是复用透镜聚焦光斑图像的对比度相对较差,但基本达到了消除轴向色差以及倍率色差的目的.

## 4 结论

本文依据标量衍射理论,通过分析由LC-SLM调制的菲涅尔透镜在三色光入射下其焦平面处的强度分布特征,得到了消色差的条件.并依据这些条件,结合LC-SLM的像素控制功能,将三种色光调制的菲涅尔透镜与闪耀光栅镶嵌在一起,编程形成一个多波长复用透镜.实验结果表明,复用透镜产生的艾里斑半径与单透镜在单色光入射下产生的艾里斑半径接近,该复用透镜的轴向色差和倍率色差都得到了有效的矫正.

## 参考文献

- [1] THOMAS S, NICHOLAS G. Hybrid diffractive-refractive lenses and achromats[J]. *Applied Optics*, 1988, **27**(14): 2960-2971.
- [2] WALTER H, CLEMENS R, ALEXANDER J, et al. Dispersion tuning with a varifocal diffractive-refractive hybrid lens [J]. *Optics Express*, 2014, **22**(5): 5260-5269.
- [3] PENG Y, FU Q, AMATA H, et al. Computational imaging using lightweight diffractive-refractive optics[J]. *Optics Express*, 2015, **23**(24): 31393-31407.
- [4] ZHANG Hui, DING Xue-mei, TAN Jiu-bin. Achromatic method for optical imaging objective with long-focal depth based on hybrid refractive-diffractive principle[J]. *Optics & Precision Engineering*, 2008, **16**(10): 1810-1814.  
张慧,丁雪梅,谭久彬.基于折/衍混合原理的长焦深成像物镜消色差方法[J].光学精密工程,2008, **16**(10):1810-1814.
- [5] LENG Jia-kai, CUI Qing-feng, PEI Xue-dan, et al. Spherochromatism of hybrid diffractive-refractive apochromatic telescope objectives[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5): 981-987  
冷家开,崔庆丰,裴雪丹,等.折衍射混合复消色差望远物镜中的色球差[J].光学学报,2008, **28**(5): 981-987.
- [6] ZHANG Bo, CUI Qing-feng, CUE Chang-xi, et al. Achromatism about negative refractive index lens [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(3): 0312004.  
张博,崔庆丰,薛常喜,等.负折射率材料透镜的消色差[J].光子学报,2015, **44**(3): 0312004.
- [7] YOON Y. Design and tolerancing of achromatic and anastigmatic diffractive-refractive lens systems compared with equivalent conventional lens systems[J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(16): 2551-2558.
- [8] HWANG S J, CHEN T A, LIN K R, et al. Ultraviolet-light-treated polyimide alignment layers for polarization-independent liquid crystal Fresnel lenses[J]. *Applied Physics B*, 2012, **107**(1): 151-155.
- [9] JASHNSAN H, MOHAJERANI E, NEMATI H, et al. Electrically switchable holographic liquid crystal/polymer Fresnel lens using a Michelson interferometer[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(17): 2701-2707.
- [10] VALLEY P, SAVIDIS N, SCHWIEGERLING J, et al. Adjustable hybrid diffractive/refractive achromatic lens[J]. *Optics Express*, 2011, **19**(8): 7468-7479.
- [11] MARQUEZ A, IEMMI C, CAMPOS J, et al. A chromatic diffractive lens written onto a liquidcrystal display[J]. *Optics Express*, 2006, **31**(3): 392-394.
- [12] MILLAN M S, OTON J, PEREZCABRE E. Chromatic compensation of programmable Fresnel lenses[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(13): 6226-6242.
- [13] MILLAN M S, OTON J, PEREZCABRE E. Dynamic compensation of chromatic aberration in a programmable diffractive lens[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(20): 9103-9112.
- [14] CARCOLE E, CAMPOS J, JUVELLS I, et al. Diffraction theory of optimized low-resolution Fresnel encoded lenses [J]. *Applied Optics*, 1995, **34**(26): 5952-5960.
- [15] LI D, XUAN L, HU L, et al. Phase-only liquid-crystal spatial light modulator for wave-front correction with high precision[J]. *Optics Express*, 2004, **12**(26): 6403-6409.
- [16] SHAN Xin, DUAN Meng-yun, AI Yong, et al. Calibration approaches of the phase nonlinearity of the phase-only liquid crystal spatial light modulator[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(6): 0623001.  
单欣,段梦云,艾勇,等.纯相位液晶空间光调制器相位校正方法[J].光子学报,2014,**43**(6): 0623001.
- [17] LIU Yong-jun, LIAN Jia, HU Li-fa, et al. Phase modulation characteristics of liquid crystal devices [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 745-749.  
刘永军,连佳,胡立发,等.液晶器件相位调制特性研究[J].光子学报,2009,**38**(4):745-749.