

doi:10.3788/gzxb20184704.0407002

双波长照明下的非干涉相位恢复算法

程鸿¹, 高要利¹, 徐姗姗², 邓会龙¹, 韦穗¹

(1 安徽大学 电子信息工程学院 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230601)

(2 陆军炮兵防空兵学院 十一系, 合肥 230031)

摘 要:针对原有基于强度传输方程(TIE)的非干涉相位恢复技术只适用于单波长条件下近距离传播时相位求解的局限,提出了一种双波长照明条件下的 TIE 算法.该算法在求解过程中考虑两个波长下相位间的相关约束,并引入了合成波长的概念.同时,考虑到 TIE 法在远距离传播时相位恢复精度较低的问题,将其与角谱迭代算法结合,提出了一种双波长混合迭代算法.实验结果表明,双波长 TIE 算法相位恢复图的误差平均值降低到 0.191 2;在远距离传播时,双波长混合迭代算法相位恢复图的误差平均值降低到 0.220 2.表明所提算法可以在双波长照明下有效地恢复相位信息,并且不受距离的限制.

关键词:相位恢复;强度传输方程;双波长;角谱迭代;合成波长

中图分类号:O43

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)04-0407002-9

Non-interference Phase Retrieval Algorithm with Two Wavelength Illumination

CHENG Hong¹, GAO Yao-li¹, XU Shan-shan², DENG Hui-long¹, WEI Sui¹

(1 Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing Ministry of Education, School of Electronics and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China)

(2 Eleven Department, PLA Army Academy of Artillery and Air Defense, Hefei 230031, China)

Abstract: Aiming at the limitation of the original non-interfering phase retrieval technique based on the Transport of Intensity Equation(TIE) which is only suitable for the short distance regions propagation under single wavelength condition, a phase retrieval algorithm based on TIE method under a two wavelength illumination condition is proposed. The algorithm takes into account the correlation constraints between the two phases under two separate wavelength and the concept of synthetic wavelength is introduced. Meanwhile, considering the limitation of phase retrieval accuracy at longer distance transmission, a two wavelength hybrid iterative algorithm is proposed by combining the aforementioned algorithm with the angular iterative algorithm. The experimental results show that the error of phase diagram retrieved by the two-wavelength TIE algorithm is reduced to 0.191 2 on average; the error of phase diagram retrieved by the proposed two wavelength hybrid iterative algorithm is reduced to 0.220 2 on average. The proposed algorithm can effectively recover the phase information under two wavelength illuminations and is not limited by the distance.

Key words: Phase retrieval; Transport of Intensity Equation(TIE); Two wavelength; Angular spectrum iterative; Synthetic wavelength

OCIS Codes: 070.1170; 070.2580; 070.5040; 070.7345

0 引言

完整的光场包含了振幅和相位信息,研究表明相对于强度信息,相位信息更加重要,其包含了物体表面

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61301296,61377006,61501001,61605002),安徽省自然科学基金(No. 1608085QF161),安徽省高校自然科学基金项目(Nos. KJ2017A005,KJ2016A029,KJ2015A114)和智能计算与信号处理重点实验室开放课题资助

第一作者:程鸿(1981—),女,副教授,博士,主要研究方向为计算信号处理. Email:chenghong@ahu.edu.cn

收稿日期:2017-11-06; **录用日期:**2017-12-14

<http://www.photon.ac.cn>

的深度、折射率以及形状等相关的物理细节.但是,由于光的频率太高,现有的光学探测仪器(如 CCD 相机)无法直接记录其相位分布^[1].因此,需要用可测量的强度信息来进行相位恢复.相位恢复算法主要分为迭代法和强度传输方程(Transport of Intensity Equation, TIE)法两类.前者具有计算精度高和适应能力强的特点,可以用于远场的相位求解,但其收敛速度较慢.后者无需复杂的光学系统,对于实验环境没有苛刻的要求,计算速度快,而且不需要借助额外的参考光,可以用于近场的相位恢复^[2].

1983年,Teague利用亥姆霍兹方程在傍轴近似条件下首次推导出了TIE^[3].作为一种非干涉相位恢复方法,只需要测量光波传播方向不同距离处的强度,通过求解方程就可以恢复出物体的相位.因此,该技术被广泛应用于数字全息、显微镜学、衍射光学以及光学测量等领域^[4-7].程鸿等对TIE进行了深入的研究并设计了一个实用的相位检索系统^[8],同时,为了克服TIE实验中机械移动所造成的误差,提出了一种基于硅基液晶变焦透镜的相位恢复方法^[9].但这些方法只适用于单波长情况下的相位恢复.Javad Amiri等通过分析沿着相同传播方向在不同相移下的干涉图形,将TIE应用于两个干扰波前的重建,但是该方法只适用于干涉领域^[10].张成等通过计算不同波长情况下角谱衍射中传递函数之间的关系,提出一种双波长-光强传输方程(TW-TIE)算法,但是该方法只适用于相位解缠领域^[11].

本文将双波长干涉法中合成波长^[12]的概念引入基于TIE的相位恢复算法中.利用TIE算法分别得到两个不同波长条件下的相位分布,然后考虑两个波长间相位的相关约束,结合合成波长的思想重构了记录面的相位分布,最后利用角谱法反向传输至物面后即可得到恢复的物面相位.模拟实验证明了该方法的有效性.另一方面,在传播距离较远时,本文将双波长TIE算法与角谱迭代算法相结合,提高了迭代算法恢复相位的精度.

1 双波长照明条件下基于强度传输方程的相位恢复

1.1 理论分析

傍轴近似条件下,一束沿 z 轴方向传播的单色波,通过对波动方程的计算整理可以得到TIE为

$$-k \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = \nabla \cdot (I(x, y, z_0) \nabla \phi(x, y, z_0)) \quad (1)$$

式中 z_0 为传播距离, $I(x, y, z_0)$ 和 $\phi(x, y, z_0)$ 分别表示在记录面 z_0 距离处强度和相位分布, k 为波长 λ 对应的波数,表示为 $k=2\pi/\lambda$. $\nabla=(\partial/\partial x+\partial/\partial y)$ 表示在 x, y 方向的二维梯度算子. $\partial I(x, y, z)/\partial z$ 表示强度分布的变化量,可以用有限差分法近似得到

$$\frac{\partial I(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} \approx \frac{I(x, y, z_0 + \Delta z) - I(x, y, z_0 - \Delta z)}{2\Delta z} \quad (2)$$

式中 $I(x, y, z_0 + \Delta z)$ 和 $I(x, y, z_0 - \Delta z)$ 分别为记录面 $z_0 + \Delta z$ 和 $z_0 - \Delta z$ 距离处的强度分布, Δz 为距离步长.运用有限差分法和TIE公式整理得到

$$-k \frac{I(x, y, z_0 + \Delta z) - I(x, y, z_0 - \Delta z)}{2\Delta z} = \nabla \cdot (I(x, y, z_0) \nabla \phi(x, y, z_0)) \quad (3)$$

在同一方向上的不同位置记录待测光场的光强分布,通过式(3)可恢复出记录面上的相位信息.需要注意的是,该方法的理论推导前提是单波长光场.在此基础上,本文提出了适用于双波长照明条件基于TIE的相位恢复算法.

图1为本文所提相位恢复算法的原理示意图,和传统的TIE不同,两个不同的波长 λ_1 和 λ_2 被用于相位恢复.照明波长可以利用可调谐激光器得到,经过扩束器(beam expander)和准直透镜(collimating lens)后成为均匀分布的平行光.CCD相机分别放置在距离样品 $z_0 - \Delta z, z_0, z_0 + \Delta z$ 处,在波长 λ_1 和 λ_2 照明条件下分别记录6幅强度图.其中 $\phi'_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ 和 $U_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ ($n=1, 2$)分别表示不同波长照明条件下,在记录面 z_0 处重构的相位和复振幅分布.

不同波长照明条件下记录面 z_0 处的相位分布 $\phi_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ ($n=1, 2$)可用快速傅里叶法^[13]对式(3)求解得到

$$\phi_{\lambda_n}(x, y, z_0) = -\mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{k_n}{k_{nx}^2 + k_{ny}^2 + \alpha} \cdot \mathfrak{F} \left[k_n \frac{I_{\lambda_n}(x, y, z_0 + \Delta z) - I_{\lambda_n}(x, y, z_0 - \Delta z)}{2I_{\lambda_n}(x, y, z_0) \Delta z} \right] \right\} \quad (4)$$

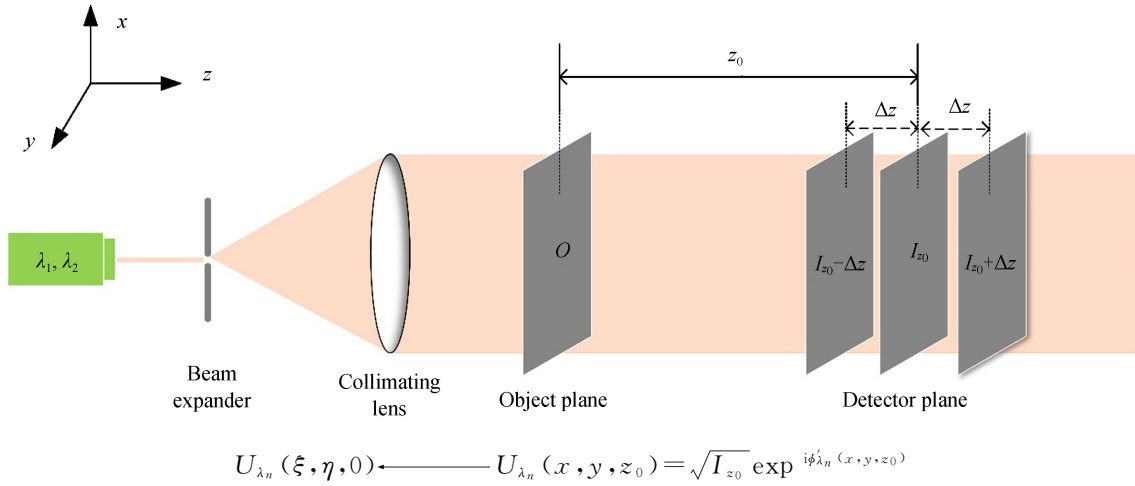


图1 本文所提相位恢复方法示意图

Fig.1 Schematic diagram of the proposed method for phase retrieval

式中 \mathfrak{F} 和 \mathfrak{F}^{-1} 分别为傅里叶正变换和逆变换, k_{nx} 和 k_{ny} 表示傅里叶域的空间频率^[14]. α 为一个用于消除实验缺陷影响的可调参数, 当满足 $\Delta z \rightarrow 0$ 和 $\alpha \rightarrow 0$ 条件时, 相位恢复结果更加准确^[15].

为了使 TIE 适用于双波长照明, 需要考虑式(3)得到的单波长条件下的相位分布间的约束关系, 本文引入合成波长的概念, 表示为

$$\lambda_{\Pi} = \lambda_1 \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1) \quad (5)$$

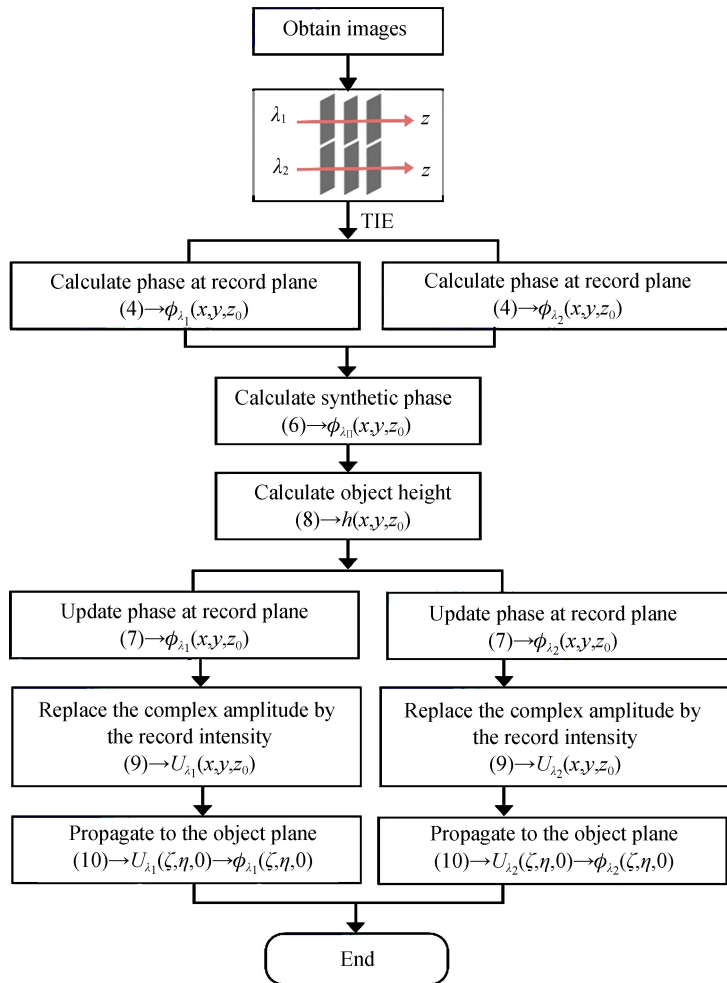


图2 本文所提算法流程

Fig.2 Workflow of the proposed method

利用式(4)得到的不同波长下对应的相位分布 $\phi_{\lambda_1}(x, y, z_0)$, $\phi_{\lambda_2}(x, y, z_0)$, 计算合成相位^[16]

$$\phi_{\lambda_{\text{II}}}(x, y, z_0) = |\phi_{\lambda_1}(x, y, z_0) - \phi_{\lambda_2}(x, y, z_0)| \quad (6)$$

假设样品为非色散介质, 根据物体表面高度和相位之间的物理关系, 计算得到重构的记录面 z_0 处相位分布^[17]

$$\phi'_{\lambda_n}(x, y, z_0) = 2\pi(n_{\text{obj}} - n_{\text{air}}) \frac{h(x, y, z_0)}{\lambda_n} \quad (7)$$

式中 n_{obj} 和 n_{air} 分别为样品和空气的折射率, $h(x, y, z_0)$ 为物体表面高度, 可由合成相位和合成波长计算得到

$$h(x, y, z_0) = \lambda_{\text{II}} \cdot \phi_{\lambda_{\text{II}}}(x, y, z_0) / 2\pi(n_{\text{obj}} - n_{\text{air}}) \quad (8)$$

结合不同照明波长照明条件下, 在距离样品 z_0 平面测量的强度分布 $I_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ 的平方根, 利用式(7)重构的相位可得到在 z_0 记录面新的复振幅分布

$$U_{\lambda_n}(x, y, z_0) = \sqrt{I_{\lambda_n}(x, y, z_0)} \exp [i\phi'_{\lambda_n}(x, y, z_0)] \quad (9)$$

根据菲涅尔衍射理论, 将记录面的复振幅分布反向回传到物面, 得到物面的复振幅分布 $U_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)$, 则可得相应的物面相位恢复结果 $\phi_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)$, 其中 $U_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ 与 $U_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)$ 满足式(10). 具体算法流程如图 2.

$$U_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0) = \frac{\exp(-ik_n z_0)}{-i\lambda_n z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_{\lambda_n}(x, y, z_0) \exp \left\{ \frac{ik_n}{-2z_0} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2] \right\} dx dy \quad (10)$$

1.2 实验与结果分析

为了验证本文所提算法的可行性, 根据上述理论做了相关的模拟实验. 采用“Lena”图作为实验对象, 如图 3 所示. 假设样品为非色散物质, 其折射率大小为 1.5, 空气折射率大小为 1, 图像大小为 400 pixel \times 400 pixel, 两个照明光波长分别为 537nm 和 550nm. 传播距离 $z_0 = 10$ mm, 距离步长 $\Delta z = 1$ mm. 图 4 为基于传统 TIE 算法模拟实验的相位恢复结果, 也就是两个波长下独立计算得到的相位, 图 5 为用本文所提方法得到的相位恢复结果. 分别对比图 4(b)和图 5(a)以及图 4(d)和图 5(c), 本文所提方法相比较于传统 TIE 算法有更好的相位恢复结果.



图 3 模拟实验样品

Fig.3 Sample of simulation experiment

为了能够更直观地展示恢复结果的精度, 选取图 4(b)和图 5(a)以及图 4(d)和图 5(c)分别与原始相位图 3(a)的竖向中心剖面灰度值进行了比较, 对比结果如图 6 所示. 其中, 星星、圆点和菱形分别表示原始相位图、单波长条件下利用传统 TIE 算法恢复相位图和本文所提算法恢复相位图的竖向中心剖面灰度值. 由图 6(a)和 6(b)可看出, 本文方法在引入相位间约束后所恢复的相位结果更接近原始相位.

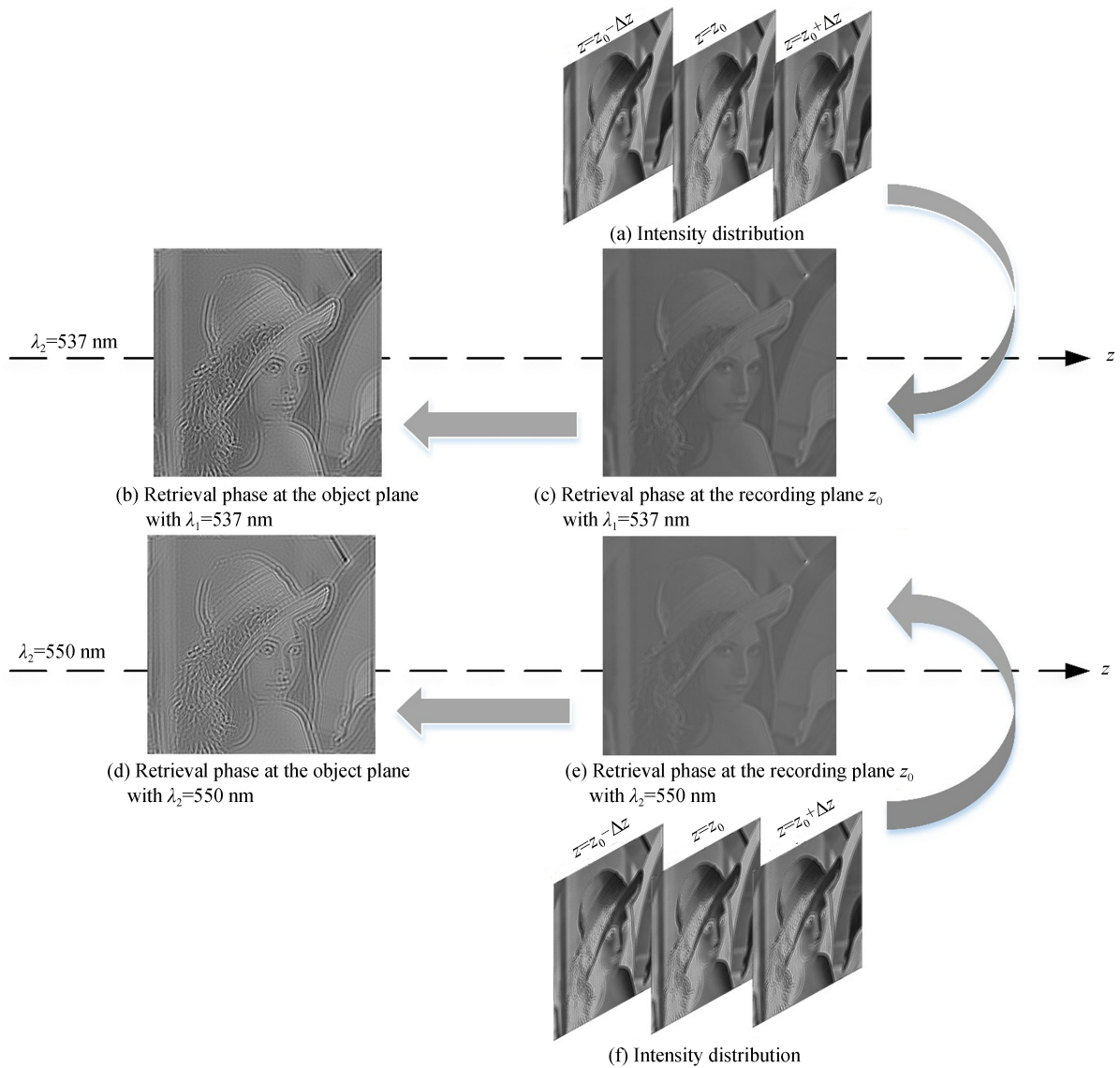


图 4 基于传统 TIE 算法不同波长对应的模拟实验结果
Fig.4 Simulation results of different wavelengths based on traditional TIE algorithm

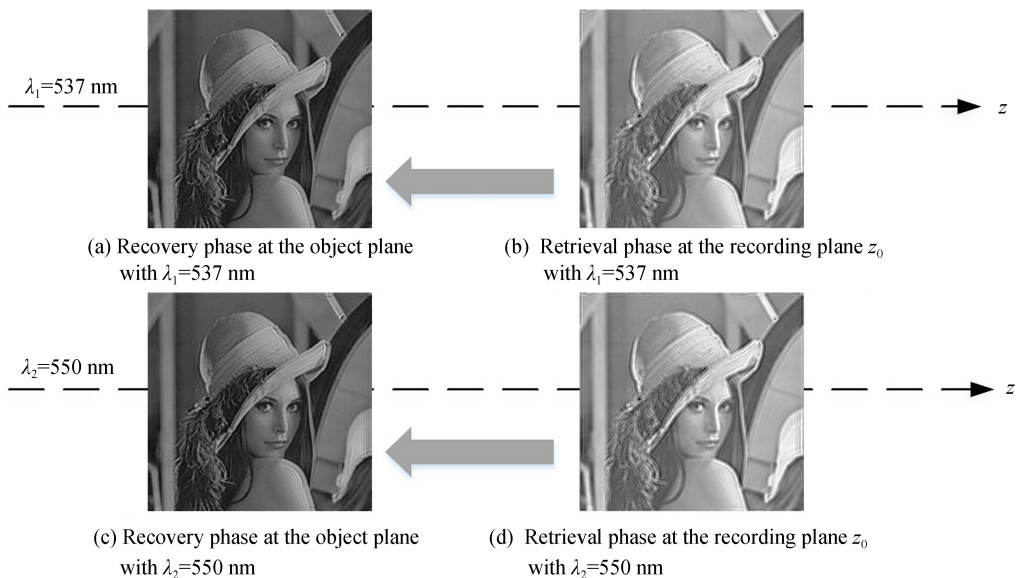


图 5 本文所提算法不同波长对应的模拟实验结果
Fig.5 Simulation results of different wavelengths based on proposed method

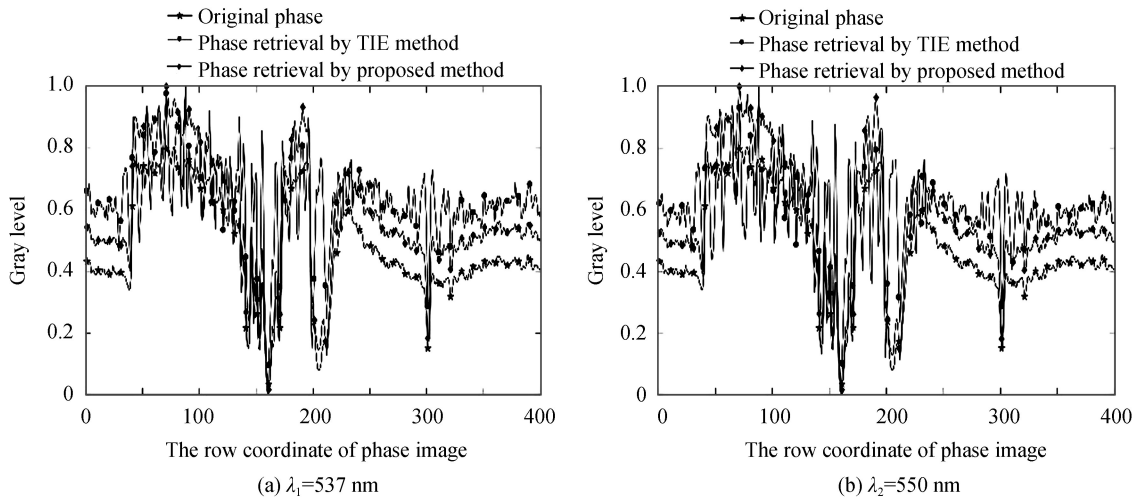


图6 灰度变化对比图
Fig.6 Comparison diagram of gray curve

为了定量描述恢复结果的精度,现设物面恢复相位和原始相位分别用 φ_r 和 φ 表示.定义误差计算公式为^[18]

$$\text{error} = \sqrt{\frac{\sum_{x,y} (\varphi_r - \varphi)^2}{M \times N}} \quad (11)$$

图 4(b)和图 5(a)与原始相位图 3(a)计算的误差值分别为 0.201 1,0.185 8,图 4(d)和图 5(c)与原始相位图 3(a)计算的误差值分别为 0.201 6,0.196 5,也就是说,使用本文所提的方法,与单波长下独立计算的相位结果相比,提高了恢复相位的精度.

2 双波长照明条件下基于混合迭代的相位恢复

上述算法只适应于成像距离较小的情况,当成像距离变远时,线性近似不再符合,也就是说 TIE 方法只对低频部分重构有效^[19].本节将上节方法与角谱迭代算法结合,提出一种适用于远距离传播时的双波长混合迭代算法.

2.1 理论分析

角谱迭代传播算法示意图如图 7,其中 I_{obj} 和 I_{z_0} 分别表示物面和 z_0 记录面的光场强度.该算法利用物面、像面之间的关系,通过角谱传递公式,构建物面和像面光场之间的正向和逆向衍射约束关系来恢复待测面的相位信息.

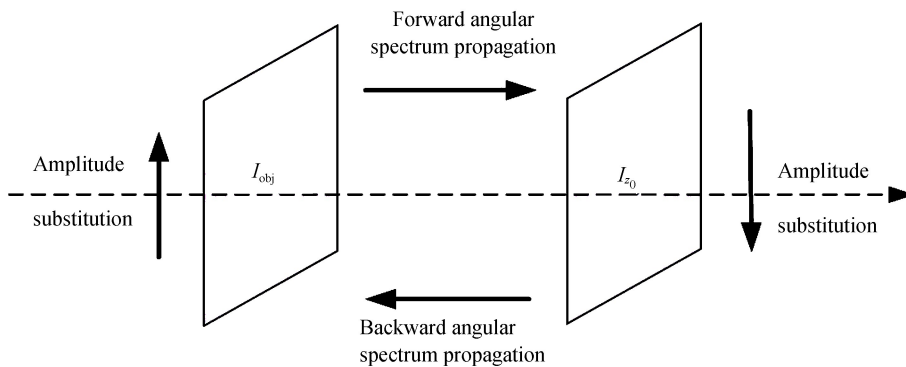


图7 角谱迭代算法示意图
Fig.7 Schematic diagram of the angular spectrum iterative algorithm

虽然角谱迭代传播算法对高频的相位恢复求解有良好的效果,但当采用随机相位作为迭代初始值时,迭代算法需要大量的迭代次数,收敛速度较慢^[20].为了提高远距离传输下相位恢复的速度和精度,将本文的双

波长 TIE 算法和角谱迭代传播算法相结合,提出双波长混合迭代算法.算法步骤如下:

1)利用式(10)重构的相位 $\phi_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)$ 作为物面复振幅的迭代初始相位值,结合已知的振幅分布 $\sqrt{I_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)}$,得到物面初始复振幅 $U_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0) = \sqrt{I_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)} \cdot \exp[i\phi_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)]$,进行正向(物面向记录面)的角谱传播,得到记录面上的复振幅函数 $U'_{\lambda_n}(x, y, z_0) = \sqrt{I'_{\lambda_n}(x, y, z_0)} \cdot \exp[i\phi_{\lambda_n}(x, y, z_0)]$;

2)保留相位 $\phi_{\lambda_n}(x, y, z_0)$,把振幅替换成预先在 z_0 记录面探测得到的振幅分布 $\sqrt{I_{\lambda_n}(x, y, z_0)}$,得到新的记录面复振幅 $U_{\lambda_n}(x, y, z_0) = \sqrt{I_{\lambda_n}(x, y, z_0)} \cdot \exp[i\phi_{\lambda_n}(x, y, z_0)]$;

3)对得到的复振幅 $U_{\lambda_n}(x, y, z_0)$ 进行逆向(记录面向物面)的角谱传播,得到物面复振幅函数 $U'_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0) = \sqrt{I'_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)} \cdot \exp[i\phi'_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)]$;

4)保留相位 $\phi'_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)$,把振幅替换成原先已知的物面振幅分布 $\sqrt{I_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)}$,得到新的物面复振幅 $U_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0) = \sqrt{I_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)} \cdot \exp[i\phi'_{\lambda_n}(\xi, \eta, 0)]$,作为下一个迭代循环的初始波函数.反复迭代,当误差函数值达到预设误差函数值或者迭代次数达到预设值时,终止迭代.

2.2 实验结果与分析

采用“cameraman”图作为实验对象,如图 8,图像大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$.传播距离 $z_0 = 200 \text{ mm}$,距离步长 $\Delta z = 2 \text{ mm}$.图 9(a),9(b),9(c)和 9(d),9(e),9(f)分别表示 $\lambda_1 = 537 \text{ nm}$ 和 $\lambda_2 = 550 \text{ nm}$ 照明条件下不同算法得到的物面相位信息恢复的结果.分别对比图 9(a),9(b),9(c)以及图 9(d),9(e),9(f),在传播距离较远的情况下,本文所提方法相比较于角谱迭代算法有更好的相位恢复结果.

为了更直观地比较不同算法的相位恢复精度,选取了图 9(a),9(b)和 9(c)以及图 9(d),9(e)和 9(f)分别与原始相位图 8(a)的竖向中心剖面灰度值进行了比较,如图 10 所示.其中,星星、空心菱形、圆点和实心菱形

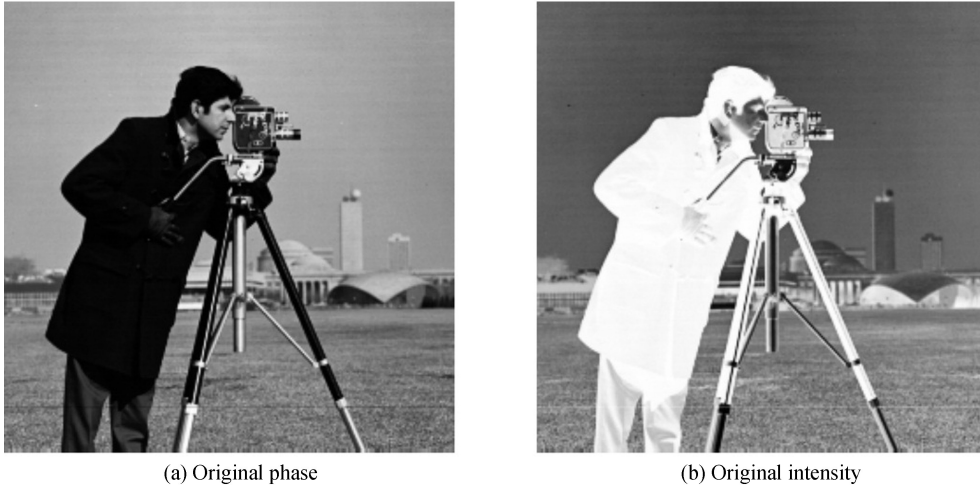
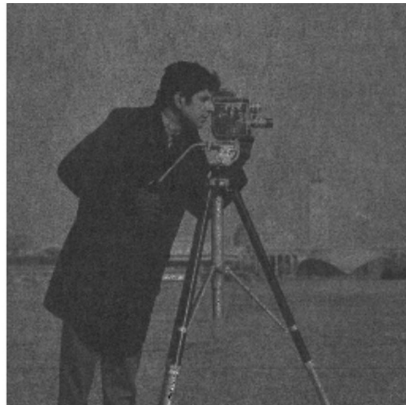


图 8 模拟实验样品

Fig.8 Sample of simulation experiment



(a) The proposed algorithm in the section one with $\lambda_1 = 537 \text{ nm}$



(b) Angular spectrum iterative algorithm with $\lambda_1 = 537 \text{ nm}$



(c) The proposed hybrid iterative algorithm with $\lambda_1 = 537 \text{ nm}$

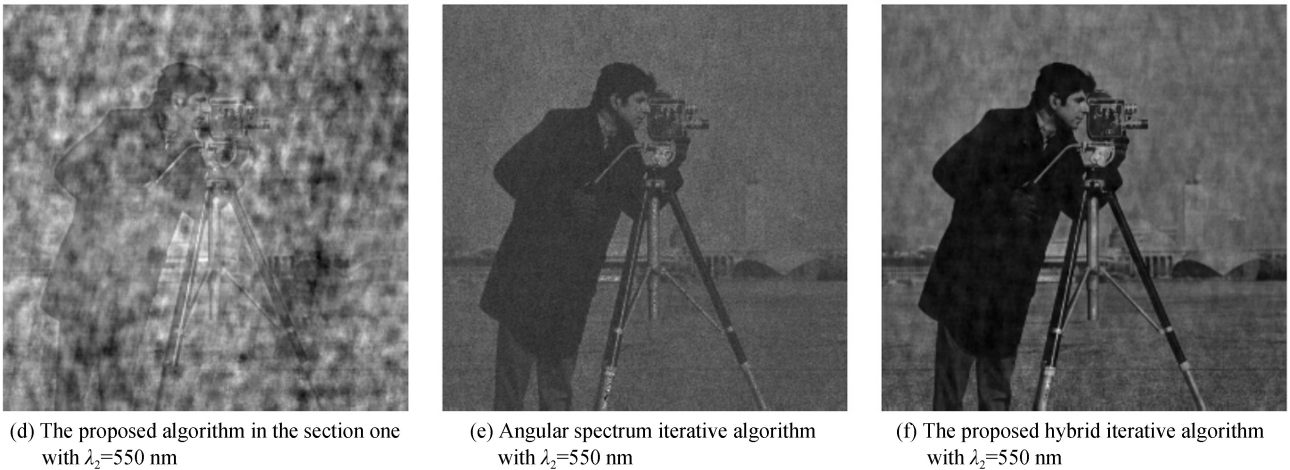


图9 不同波长下不同算法得到的物面相位恢复结果

Fig.9 The object phase retrieval result obtained by different method with different wavelengths

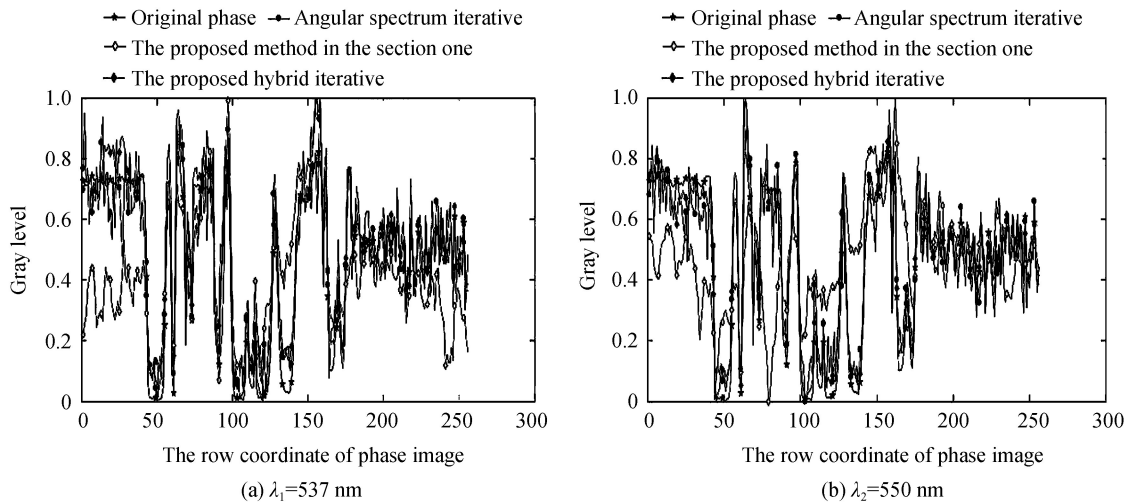


图10 灰度变化对比图

Fig.10 Comparison diagram of gray curve

分别表示原始相位图、利用第一节所提方法恢复的迭代初始相位、传统角谱迭代算法恢复相位图和本节所提算法恢复相位图的竖向中心剖面灰度值.由图 10(a)和 10(b)可看出,利用本文所提混合迭代算法可以获得更高精度的相位结果.

为了定量分析恢复结果的精度,利用式(11)求得图 9(a),9(b)和图 9(c)与原始相位图 8(a)的误差值分别为0.425 3,0.263 4,0.245 2.利用式(11)求得图 9(d),9(e)和图 9(f)与原始相位图 8(a)的误差值分别为0.331 6,0.256 0,0.195 1.显然,将本文第二节所提算法与角谱迭代算法相结合的混合迭代算法可以获得更高精度的相位结果.

3 结论

本文基于 TIE 方法提出了一个适用于双波长照明条件下的非干涉相位恢复方法,进一步拓展 TIE 方法在相位恢复领域的应用范围.通过仿真对比了 TIE 算法和本文所提方法在相同参数条件下的相位恢复效果,并通过两种不同的途径对实验结果进行定量验证.本文所提方法由于在求解过程中考虑了两个波长下相位间的相关约束,并将合成波长的概念引入到该方法中,仿真实验结果证明了所提算法的有效性以及相位恢复精度的提高.同时,结合角谱迭代算法,提出了双波长混合迭代算法.由于混合迭代算法对高频分量有较好的求解效果,所以该算法提高了相位恢复的准确性.实验结果证明所提方法的有效性同时提高了恢复相位信息的精度.

参考文献

- [1] CHENG Hong, CHEN Ya-ping, ZHANG Cheng, *et al.* Phase recovery on sinusoidal optical grating modulation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(4): 0405003.
程鸿, 陈娅萍, 张成, 等. 基于正弦光栅调制的相位恢复[J]. 光子学报, 2016, **45**(4): 0405003.
- [2] ZUO C, SUN J S, LI J J, *et al.* High-resolution transport-of-intensity quantitative phase microscopy with annular illumination[J]. *Scientific Reports*, 2017, **7**(1):7654.
- [3] TEAGUE M R. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1983, **73**(11): 1434-1441.
- [4] PANDEY N, CHOSH A, KHARE K. Two-dimensional phase unwrapping using the transport of intensity equation[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(9):2418.
- [5] MENG X, TIAN X, KONG Y, *et al.* Rapid in-focus corrections on quantitative amplitude and phase imaging using transport of intensity equation method[J]. *Journal of Microscopy*, 2017, **266**(3):253-262.
- [6] FAULKNER H M, RODENBURG J M. Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithm[J]. *Physical Review Letters*, 2004, **93**(2):023903.
- [7] SOLTANI P, DARUDI A, NEHMETALLAH G, *et al.* Accurate testing of aspheric surfaces using the transport of intensity equation by properly selecting the defocusing distance[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(35):10067-10072.
- [8] CHENG Hong, ZHANG Quan-bing, WEI Sui, *et al.* Phase retrieval based on transport-of-intensity equation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1566-1570.
程鸿, 章权兵, 韦穗, 等. 基于强度传输方程的相位检索[J]. 光子学报, 2011, **40**(10): 1566-1570.
- [9] CHENG Hong, LU Qian-qian, ZHANG Wen-jun, *et al.* Phase retrieval method based on liquid crystal on silicon tunable-lens[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, **44**(3): 176-182.
程鸿, 吕倩倩, 张文君, 等. 基于硅基液晶变焦透镜的相位恢复方法[J]. 中国激光, 2017, **44**(3): 176-182.
- [10] AMIRI J, DARUDI A, KHADEMI S, *et al.* Application of transport-of-intensity equation in fringe analysis[J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(10):2864-2868.
- [11] ZHANG C, CHENG H, SHEN C, *et al.* Two-wavelength transport of intensity equation for phase unwrapping[C]. The 2nd International Conference on Fuzzy Systems and Data Mining, 2016, 293: 618-624.
- [12] GASS J, DAKOFF A, KIM M K. Phase imaging without 2π ambiguity by multiwavelength digital holography[J]. *Optics Letters*, 2003, **28**(13):1141-1143.
- [13] GUREVEY T E, NUGENT K A. Rapid quantitative phase imaging using the transport of intensity equation[J]. *Optics Communications*, 1997, **133**(1): 339-346.
- [14] JINGSHAN Z, CLAUS RA, DAUWELS J, *et al.* Transport of Intensity phase imaging by intensity spectrum fitting of exponentially spaced defocus planes[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(9):10661-74.
- [15] WALLER L, TIAN L, BARBASTATHIS G. Transport of Intensity phase-amplitude imaging with higher order intensity derivatives[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(12): 12552-61.
- [16] BAO P, PEDRINI G, OSTEN W. Optical surface profile measurement using phase retrieval by tuning the illumination wavelength[J]. *Optics Communications*, 2012, **285**(24):5029-5036.
- [17] LI Y, XIAO W, PAN F, *et al.* Phase retrieval from double axially displaced holograms for dual-wavelength in-line holography[J]. *Chinese Optics Letters*, 2014, **12**(2):30-33.
- [18] FRANK J, ALTMAYER S, WERNICKE G. Non-interferometric, non-iterative phase retrieval by Green's functions[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2010, **27**(10):2244-2251.
- [19] LI Yong-hua. Study on phase retrieval algorithms of X-ray in-line and grating-based phase-contrast imaging[D]. Beijing: Department of Engineering Physics, Tsinghua University, 2010.
李永华. X射线类同轴法及光栅法相称成像的相位恢复算法研究[D]. 北京: 清华大学工程物理系, 2010.
- [20] ZUO Chao, CHEN Qian, SUN Jia-song, *et al.* Non-interferometric phase retrieval and quantitative phase microscopy based on transport of intensity equation: a review[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, **43**(6): 219-249.
左超, 陈钱, 孙佳嵩, 等. 基于光强传输方程的非干涉相位恢复与定量相位显微成像: 文献综述与最新进展[J]. 中国激光, 2016, **43**(6): 219-249.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 61301296, 61377006, 61501001, 61605002), Natural Science Foundation of Anhui Province (No. 1608085QF161), Natural Science Project of Anhui Higher Education Institutions of China (Nos. KJ2017A005, KJ2016A029, KJ2015A114), Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing Open Topic