

doi:10.3788/gzxb20184703.0324003

金属和自散焦周期性介质界面表面间隙孤子的研究

赵冲^{1,2}, 卢克清^{1,2}, 高立许^{1,2}, 陈卫军^{1,2}, 惠娟利^{1,2}

(1 天津工业大学 光电检测技术与系统天津市重点实验室, 天津 300387)

(2 天津工业大学 电子与信息工程学院, 天津 300387)

摘 要:研究了金属和自散焦周期性介质界面表面间隙孤子的形成及其稳定性.这种表面间隙孤子只存在于超过格子深度临界值的有限间隙内,在第一间隙和第二间隙内间隙孤子存在区域包括稳定区域和不稳定区域,第二间隙内格子深度的临界值远大于第一间隙内格子深度的临界值.在第一间隙内,对给定的格子深度,当传播常数增大时,表面间隙孤子的能流变小,格子区域内表面间隙孤子振荡拖尾变短.对给定的传播常数,表面间隙孤子的能流随格子深度的增加而增大,增大格子深度能把表面间隙孤子由不稳定态转为稳定态.不稳定表面间隙孤子在传输中向横轴正向偏转,偏转角度随格子深度的增加而变小,其主瓣传播轨迹是一条锯齿形曲线.在第二间隙内,表面间隙孤子有较多的拖尾振荡,不稳定区域靠近存在区域的上限,并且随着传播常数增加而逐渐减小.

关键词:光折变晶体;非线性光学;表面光学;间隙孤子;光格子

中图分类号:O437

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)03-0324003-8

Surface Gap Solitons at the Interface between a Metal and a Self-defocusing Periodic Medium

ZHAO Chong^{1,2}, LU Ke-qing^{1,2}, GAO Li-xu^{1,2}, CHEN Wei-jun^{1,2}, HUI Juan-li^{1,2}

(1 Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Detection Technology and Systems, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

(2 School of Electronics and Information Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

Abstract: The formation and stability of surface gap solitons at the interface between a metal and a self-defocusing periodic media are investigated. Such type of surface gap solitons exist only in finite gaps when the lattice depth exceeds a critical value. In the first and second gap, the existence domain of surface gap solitons includes both stable and unstable domains. The critical value of the lattice depth in the second gap is much larger than the critical value of the lattice depth in the first gap. In the first finite gap, if the lattice depth is fixed, the energy flow of surface gap solitons decreases with an increase of the propagation constant, surface gap solitons have short oscillating tails in the lattice region when the propagation constant is increased. For a given propagation constant, the energy flow of surface gap solitons increases with lattice depth increasing, and surface gap solitons can be switched from unstable state to stable state by changing the lattice depth. Unstable surface gap solitons tend to self-bend toward the positive direction of the transverse axis during propagation. The self-deflection angle decreases with an increase of the lattice depth. The trajectory of the main lobe of surface gap soliton is a zigzag curve. In the second gap, surface gap solitons have more tail oscillations, and the unstable domain is close to the upper bound of the existing domain. With the propagation constant increasing, the unstable domain decreases gradually.

基金项目:天津市自然科学基金(No.13JCYBJC16400)资助

第一作者:赵冲(1993-),男,硕士研究生,主要研究方向为非线性光学. Email: cc_zhaochong@163.com

导师(通讯作者):卢克清(1960-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为非线性光学. Email: kqlutj@126.com

收稿日期:2017-10-13;录用日期:2017-11-24

<http://www.photon.ac.cn>

Key words: Photorefractive crystal; Nonlinear optics; Optics at surface; Gap solitons; Photonic lattices
OCIS Codes: 240.6700; 240.6690; 190.5330; 190.4400; 240.4350

0 引言

表面波能把能量约束在两种折射率不同介质界面的狭层内,使得界面处具有很高的波能量和功率密度,在光波导制备、谐波产生、材料界面特性检测、光通信及光信息处理等方面有着很高研究价值^[1-2].在线性光波范围内,表面波存在于金属与电介质表面^[3]或两种半无限周期性介质表面^[4].表面波也存在于非线性介质的表面,例如在光折变晶体的表面,当全内反射补偿了表面扩散非线性时,晶体表面就形成了表面波^[5-10].另一方面,在周期非线性结构(例如:光诱导的光子晶格,光伏光折变晶体^[11-12]和克尔型(Kerr-type)非线性介质中制作的波导阵列等)里,光波的自作用能产生新颖的光学现象而受到人们的广泛关注和研究^[13].在周期线性结构里,光波传播能产生布洛赫(Bloch)波带和禁止的间隙结构,光波在间隙内是禁止传播的.对周期非线性结构,光波传播自身的非线性效应与离散衍射相平衡能产生间隙孤子^[14-25],其传播常数落在间隙内.间隙孤子存在于不同的间隙内,目前被发现和研究的间隙孤子包括基孤子^[17-18]、偶极孤子^[19-20]、涡旋孤子^[21-22]和缺陷孤子^[23-26]等.

间隙孤子也存在于周期调制介质的界面^[27].2006年,Kartashov等^[28]预言了在均匀介质与自散焦光子晶格界面存在着表面间隙孤子(Surface Gap Solitons, SGSs),并提出了实验观察的可行性.同年,Rosberg等^[29]在自散焦周期性介质表面观察到了表面间隙孤子.2009年,Heinrich等^[30]在二元超光子晶格与均匀正方光子晶格界面预言和观察到二维表面间隙孤子.2014年,国内学者在非偏压中心对称光折变晶体与波导阵列界面预言了表面间隙孤子^[31].然而,在金属与周期性介质界面表面间隙孤子研究的报道较少.本文研究了在金属与自散焦周期性介质界面表面间隙孤子的形成,分析了表面间隙孤子的存在区域,能流随传播常数的变化规律,格子深度和传播常数对表面间隙孤子振荡拖尾和稳定性的影响.用光束传输法和线性稳定性分析讨论了表面间隙孤子的稳定性,探索了不稳定表面间隙孤子传播中的偏转现象,给出了格子深度对表面间隙孤子偏转角度的影响.

1 理论模型

假设一束光在周期性介质与金属界面沿 z 轴传播,沿 x 轴方向衍射,其中 x 轴的左侧($x \leq 0$)是金属介质,右侧($x > 0$)是周期性介质.另外,假设这种周期性介质具有克尔型立方自散焦非线性,其折射率为: $n^2 = n_0^2 + n_2 I$,式中 n_0 是折射率的线性部分, n_2 是非线性克尔系数, I 是光强;这种金属是理想的,光场在 $x \leq 0$ 的区域内消失.在这种情况下,光束的光场振幅 A 满足如下非线性薛定谔方程^[28]

$$\begin{cases} i \frac{\partial q}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} + |q|^2 q - pR(\eta)q & \eta > 0 \\ q = 0 & \eta \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,横坐标 η 和纵坐标 ξ 分别被光束宽度 x_0 和衍射长度 kx_0^2 无量纲化, $k = 2\pi n_0/\lambda$ 是自散焦周期性介质中光波数, λ 是光束波长, $q = (kx_0/n_0)(n_2/2)^{1/2}A$ 是无量纲光场振幅,参数 $p = k^2 x_0^2 h/n_0$ 是格子深度, h 是折射率调制深度,函数 $R(\eta) = 1 - \cos(\Omega\eta)$ 描述光格子的外形, Ω 是调制频率.

为了研究表面间隙孤子存在的条件,假设式(1)线性化的解为 $q(\eta, \xi) = \omega(\eta) \exp(ik_\eta \eta + ib\xi)$,其中, b 是布洛赫波的传播常数, k_η 是第一布里渊区内布洛赫波数, $\omega(\eta)$ 是与光格子周期相同的复数周期函数.这样,用平面波展开法能够得到线性化式(1)的Floquet-Bloch频谱.在本文中, $\Omega = 4$,图1为这种光格子的间隙结构.从图1可以看出,存在一个半无限间隙和无数有限间隙.在传播带(阴影区域)内,式(1)允许周期布洛赫波的解,在间隙(空白区域)内,周期波是不存在的.当考虑介质的非线性时,表面间隙孤子就出现在Floquet-Bloch频谱的间隙内.

为了寻求式(1)的数值解,令 $q(\eta, \xi) = \omega(\eta) \exp(ib\xi)$,式中 $\omega(\eta)$ 为实函数.将其代入式(1)有

$$\begin{cases} b\omega = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} - \omega^3 + pR\omega & \eta > 0 \\ \omega = 0 & \eta \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

用修正的平方算子法(Modified Squared Operator Method,MSOM)^[24],可得到式(2)表面间隙孤子的解.表面间隙孤子能流定义为 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 d\eta$.

另外,为了分析表面间隙孤子的稳定性,可以寻求(1)式的扰动解,令 $q(\eta, \xi) = [w(\eta) + U(\eta, \xi) + iV(\eta, \xi)] \exp(i b \xi)$, 其中, $U(\eta, \xi) = \text{Re}[u(\eta, \delta) \exp(\delta \xi)]$, $V(\eta, \xi) = \text{Re}[v(\eta, \delta) \exp(\delta \xi)]$, $u(\eta, \delta)$ 和 $v(\eta, \delta)$ 是微小扰动.将其代入式(1)并线性化,得到本征值问题为

$$\begin{cases} \delta u = -\frac{1}{2} \frac{d^2 v}{d\eta^2} + b v - p R v + \omega^2 v \\ \delta v = \frac{1}{2} \frac{d^2 u}{d\eta^2} - b u + p R u - 3\omega^2 u \end{cases} \quad (3)$$

数值计算方法,能够得到扰动增长率 $\text{Re}(\delta)$.当 $\text{Re}(\delta) > 0$ 时,表面间隙孤子是不稳定的,反之是稳定的.

2 数值结果

用数值计算方法求式(1)的数值解,发现表面间隙孤子只存在于超过格子深度临界值的有限间隙内.因此,首先研究第一间隙内的表面间隙孤子.图2是表面间隙孤子在第一间隙内的存在区域,可以看出,格子深度 p 存在一个临界值 $p_{cr} = 0.5$,当格子深度超过这个临界值时,就会存在截止上传播常数和截止下传播常数;当格子深度增大时,表面间隙孤子的存在区域也增大.表面间隙孤子包含稳定和不稳定两种状态,不稳定区域在其存在区域的上边缘,呈细带状分布,随着格子深度的增加,不稳定区域越来越小,而稳定区域越来越大,当 $p \geq 12$ 时,表面间隙孤子均为稳定状态.

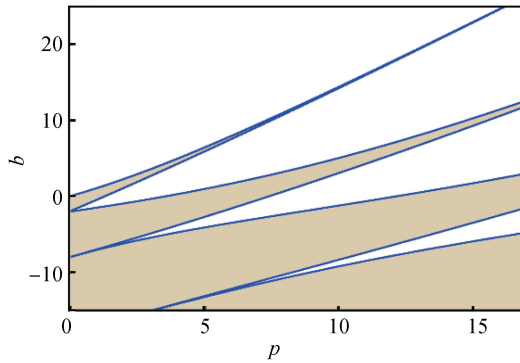


图1 周期格子的间隙结构
Fig.1 Bandgap structure of periodic lattice

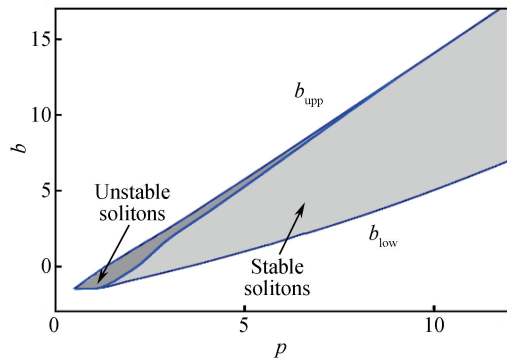
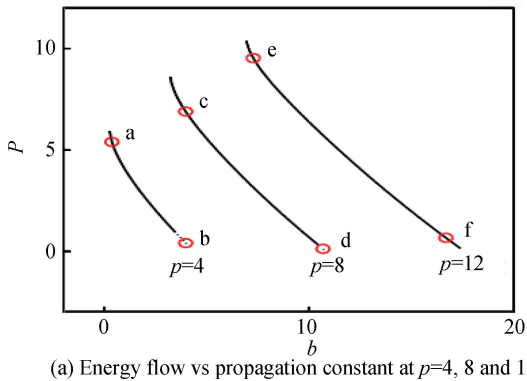
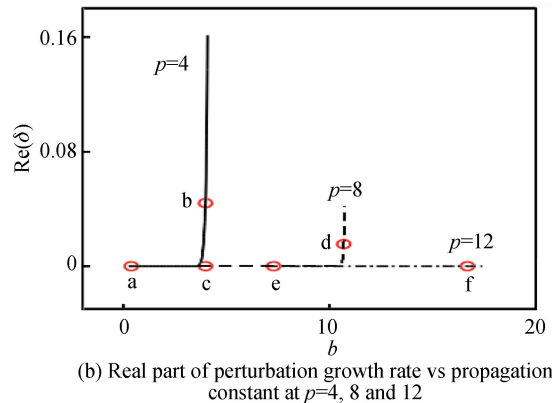


图2 表面间隙孤子在第一间隙内的存在与稳定区域
Fig.2 Existence and stability domains for surface gap solitons in the first gap

当 $p = 4, 8$ 和 12 时,图3(a)给出了表面间隙孤子能流随传播常数变化的曲线,而图3(b)给出了表面间隙孤子扰动增长率实部与传播常数之间的关系.当格子深度给定时,表面间隙孤子的能流值随着传播常数的增大而单调减小.当传播常数给定时,格子深度越深,表面间隙孤子的能流值就越大.从图3(b)得知,当 $p =$



(a) Energy flow vs propagation constant at $p=4, 8$ and 12



(b) Real part of perturbation growth rate vs propagation constant at $p=4, 8$ and 12

图3 第一间隙内表面间隙孤子的能流以及扰动增长率
Fig.3 Energy flow and Real part of perturbation growth rate in the first gap

4 和 8 时,表面间隙孤子的不稳定区域分别为 $3.25 < b \leq 4.10$ 和 $10.50 < b \leq 10.75$ ($\text{Re}(\delta) > 0$), 而稳定区域分别为 $0.29 \leq b \leq 3.50$ 和 $3.25 \leq b \leq 10.50$ ($\text{Re}(\delta) \not> 0$); 当 $p=12$ 时,表面间隙孤子均为稳定状态 ($\text{Re}(\delta) \not> 0$). 对于给定的格子深度,在表面间隙孤子不稳定的区域内其能流值最小,传播常数最大[看图 3(a)和 3(b)].

当格子深度 $p=4$ 时,传播常数 $b=0.4$ [图 3(a)和 3(b)中 a 点]和 4 [图 3(a)和 3(b)中 b 点]的表面间隙孤子外形分别如图 4(a)和 4(b)所示,嵌入图为其扰动本征谱.当表面间隙孤子靠近其存在区域的下限时,它在格子区域内有较长衰减拖尾,表现为稳定状态[看图 4(a)].从图 4(b)可以看出,在存在区域上限附近的表面间隙孤子,次瓣幅值相对较大,在格子区域内振荡拖尾较短,表现为不稳定状态.当 $p=8$ 时,图 4(c)和 4(d)分别给出 $b=4$ [图 3(a)和 3(b)中 c 点]和 10.7 [图 3(a)和 3(b)中 d 点]的表面间隙孤子的外形图,嵌入图为其扰动本征谱.对比观察图 4(b)和 4(c),发现对相同的传播常数,当格子深度增大时,表面间隙孤子的次瓣幅值变小,格子区域内振荡拖尾变短,能量更多的聚集在两介质的界面,并由不稳定态转为稳定态.对 $p=12$,图 4(e)和 4(f)分别为 $b=7.3$ [图 3(a)和 3(b)中 e 点]和 16.7 [图 3(a)和 3(b)中 f 点]时表面间隙孤子的外形图,嵌入图为其扰动本征谱.可以看出,对给定的格子深度,当传播常数增大时,表面间隙孤子在格子区域内的振荡拖尾变短,能量更多的聚集在两介质的界面.当格子深度增大时,对存在区域上下限附近的表面

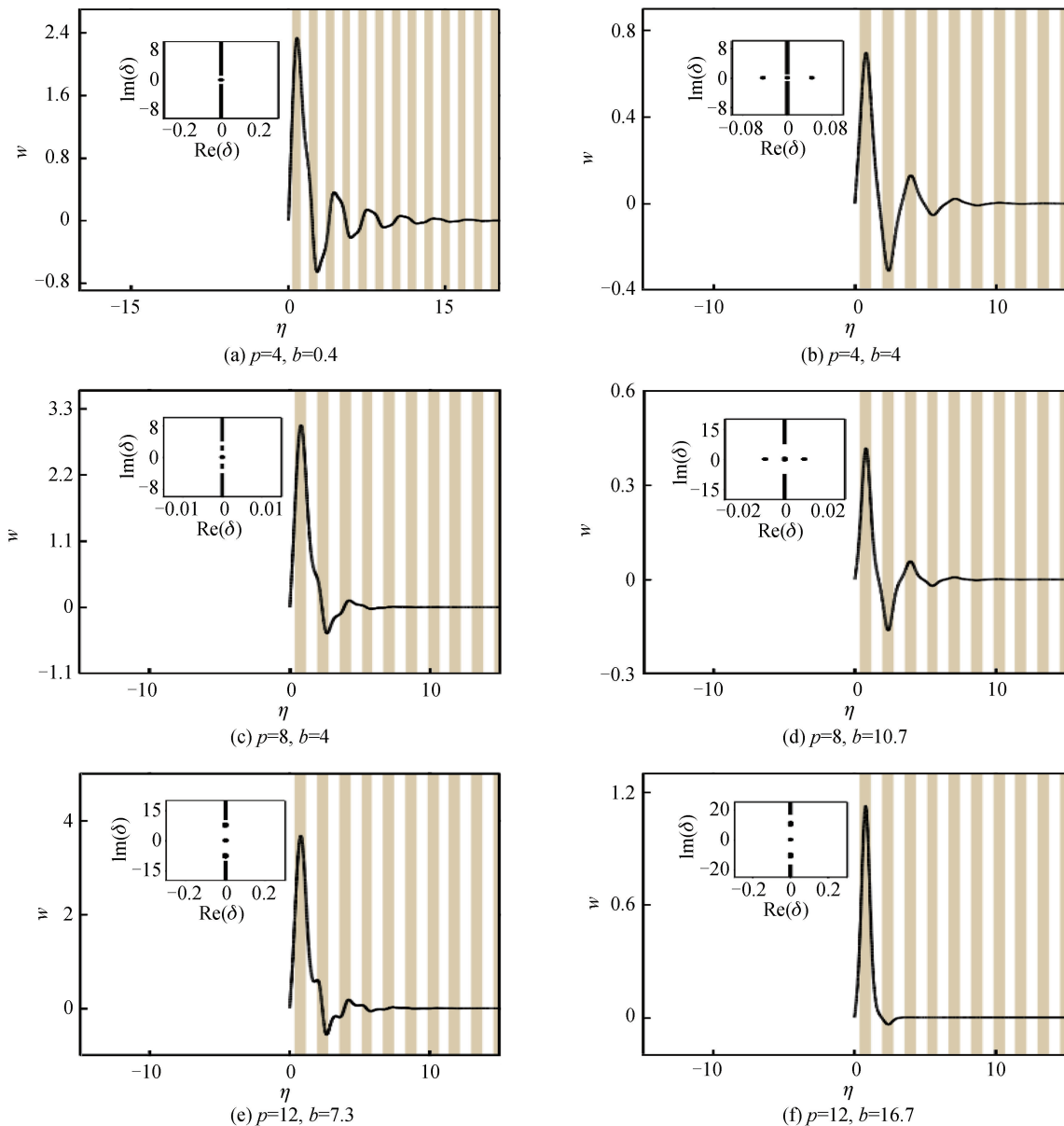


图 4 第一间隙中的表面间隙孤子的外形及其扰动本征谱(嵌入图)

Fig.4 Profiles and perturbation eigenvalue spectrums (inset) of surface gap solitons in the first gap

间隙孤子,格子区域内振荡拖尾变短,聚集在两介质界面的能量变大(图 4),另外,上限附近的表面间隙孤子由不稳定态转为稳定态.

为了检验线性稳定性分析的结论,可以采用光束传输法研究表面间隙孤子的稳定性.在方程(1)进行演化时,对入射光束加一高斯白噪声扰动,入射光表达式为 $q(\eta, \xi=0) = \omega(\eta)[1 + g(\eta)]$,其中 $g(\eta)$ 是高斯分布随机函数,方差 $\sigma_{\text{noise}}^2 = 0.01$.图 5(a)~5(c)分别给出了图 4(b)、4(d)和 4(f)中表面间隙孤子在自散焦周期性介质与金属界面的传输情况.结果表明,图 4(b)和 4(d)中的表面间隙孤子在传输过程中不能维持其入射形状,并向 η 轴正方向偏转,图 4(f)中的表面间隙孤子保持其入射形状而稳定传输.图 5(d)给出了在传输过程中表面间隙孤子的主瓣传播轨迹图,可以看出,表面间隙孤子的主瓣偏转角度随格子深度的增加而变小.稳定表面间隙孤子的主瓣传播轨迹是一条直线,而非稳定表面间隙孤子的主瓣传播轨迹是一条锯齿形曲线.研究表明,在同一格子深度非稳定表面间隙孤子的主瓣偏转角度是相同的.

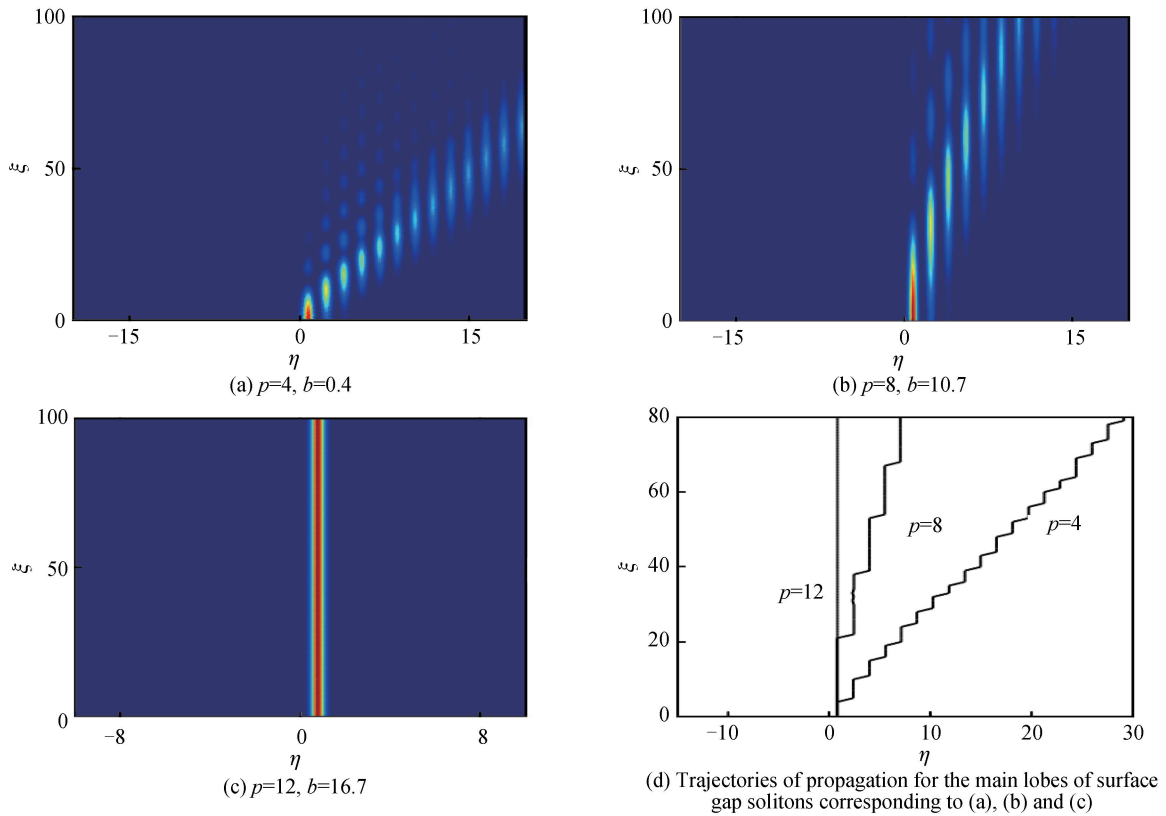


图 5 高斯白噪声扰动 $\sigma_{\text{noise}}^2 = 0.01$ 时表面间隙孤子的演化

Fig.5 Evolution of surface gap solitons in the presence of white input noise with variance $\sigma_{\text{noise}}^2 = 0.01$

另一方面,在第一间隙内还发现了扭曲孤子的存在.例如,当 $p = 12$ 时,扭曲孤子的存在范围是 $6.97 < b < 17.42$.通过扰动增长率的计算,扭曲孤子在所有存在区域内都是不稳定的,也就是说 $\text{Re}(\delta) > 0$.取 $p = 12$ 和 $b = 13$ 时,扭曲孤子的外形如图 6(a),嵌入图为其扰动本征谱.为了验证线性稳定性分析的结果,利用光束传输法得到图 6(a)中扭曲孤子的演化图[看图 6(b)],演化与线性稳定性分析结果一致,这个扭曲孤子不能稳定传输.

最后,来研究第二间隙内的表面间隙孤子.图 7 是表面间隙孤子在第二间隙内的存在区域,格子深度的临界值为 $p_{cr} = 4$,远大于第一间隙的格子深度临界值. $p = 12$ 时,图 8 中给出了第二间隙表面间隙孤子能流随传播常数变化曲线,表面间隙孤子的能流值随着传播常数的增加而单调减小.观察图 8,此时稳定的表面间隙孤子范围是 $-0.05 \leq b \leq 3.10$,而在其余范围内为不稳定.当 $p = 12, b = 0.5$ 时[图 8 中 a 点],表面间隙孤子外形如图 9(a),当传播常数较小时,表面间隙孤子在格子区域内有较长的衰减拖尾,表现为稳定状态,图 9(b)为其对应的演化图.当传播常数较大时,例如 $p = 12, b = 4.3$ 时[图(8)中 c 点],所得的表面间隙孤子如图 9(c),其次瓣幅值相对较大,在格子区域内振荡拖尾变短,表现为不稳定状态.图 9(d)中为其对应的演化图,可以看出表面间隙孤子并不能维持入射形状而稳定传输.

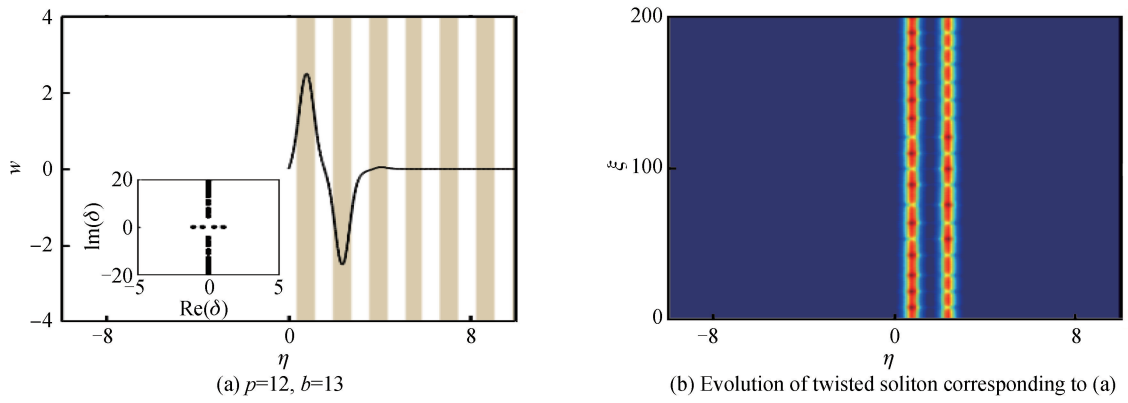


图6 扭曲孤子的外形、扰动本征谱(嵌入图)以及对应的演化图
Fig.6 Profile, perturbation eigenvalue spectrum(inset) and evolution of twisted solitons

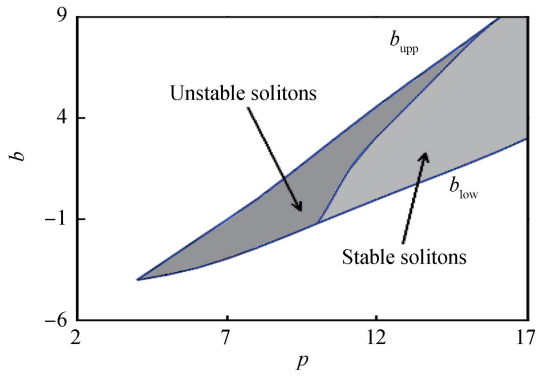


图7 表面间隙孤子在第二间隙内的存在区域
Fig.7 Existence regions for surface gap solitons in the second gap

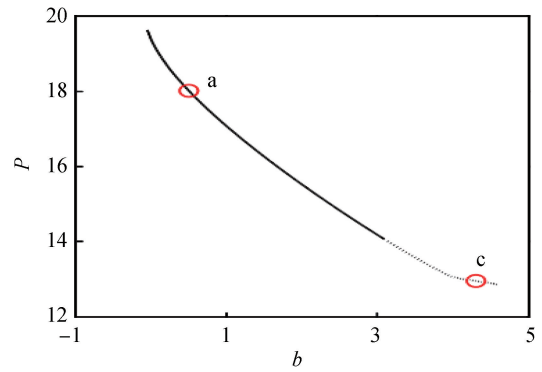
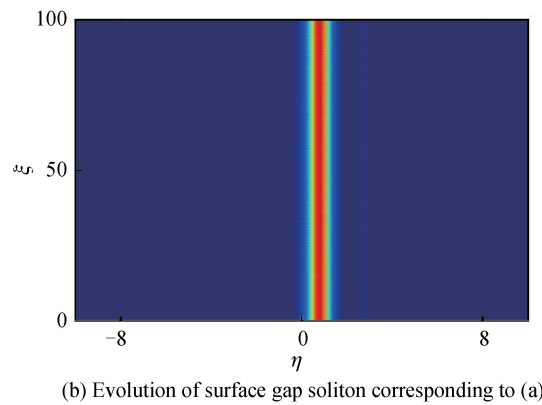
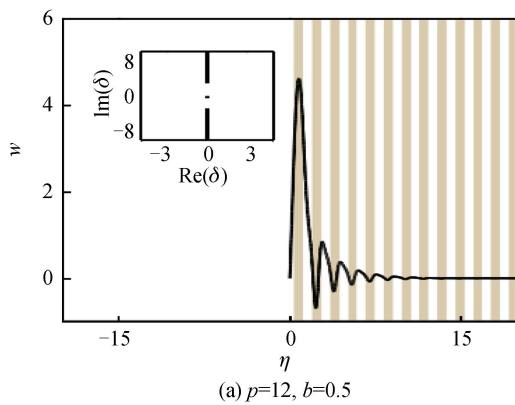


图8 $p=12$ 时表面间隙孤子的能流随传播常数变化曲线, 其中, 实线部分为稳定表面间隙孤子, 虚线部分为不稳定表面间隙孤子

Fig.8 Energy flow vs propagation constant at $p=12$, the solid curves indicate the stable surface gap solitons, and the dot curves indicate the unstable surface gap solitons



(a) $p=12, b=0.5$

(b) Evolution of surface gap soliton corresponding to (a)

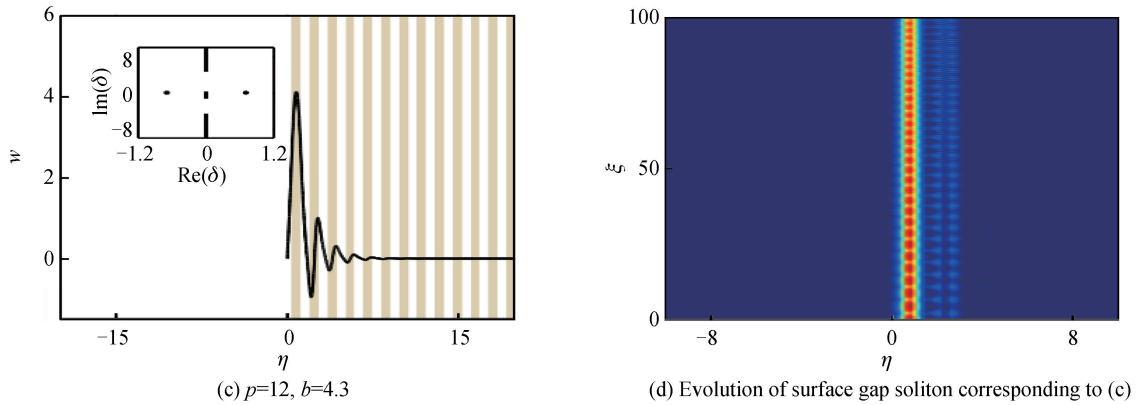


图9 第二间隙中表面间隙孤子的外形、扰动本征谱(嵌入图)以及对应的演化图

Fig.9 Profiles, perturbation eigenvalue spectrums (inset) and evolution of surface gap solitons in the second gap

3 结论

利用数值计算方法研究了金属和自散焦周期性介质界面表面间隙孤子的形成及其稳定性.这种表面间隙孤子只存在于超过格子深度临界值的有限间隙内,在第一间隙内,格子深度超过临界值时,传播常数存在一个上缘值和一个下缘值,间隙孤子存在的区域包括稳定区域和不稳定区域,不稳定区域在其存在区域的上边缘;格子深度增加时,传播常数的上缘值和下缘值都增大,不稳定区域变小,稳定区域变大,格子深度增加到某一值时,不稳定区域消失.对给定的格子深度,传播常数的值增大时,表面间隙孤子的能流变小,表面间隙孤子在格子区域内的振荡拖尾变短,能量能更多的聚集在两介质界面的薄层上.对给定的传播常数,表面间隙孤子的能流随格子深度的增加而变大,增大格子深度能把表面间隙孤子由不稳定态转为稳定态,不稳定表面间隙孤子在传输中向横轴正向偏转,偏转角度随格子深度的增加而变小,其主要传播轨迹是一条锯齿形曲线.在第二间隙内,格子深度的临界值远大于第一间隙格子深度的临界值,间隙孤子的不稳定区域靠近存在区域上限,并且随着传播常数的增加而逐渐减小.与第一间隙内表面间隙孤子比较,第二间隙内表面间隙孤子有较多的拖尾振荡.

参考文献

- [1] USIEVICH B A, NURLIGAREEV D K, SYCHUGOV V A, *et al.* Surface photorefractive wave on the boundary of a photorefractive metal-coated crystal[J]. *Quantum Electronics*, 2011, **41**(3): 262-266.
- [2] DONG L, LI H. Surface solitons in nonlinear lattices[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2010, **27**(6): 1179-1183.
- [3] BARNES W L, DEREUX A, EBBESEN T W. Surface plasmon subwavelength optics[J]. *Nature*, 2003, **424**(6950): 824-830.
- [4] YEH P, YARIV A, CHO A Y. Optical surface waves in periodic layered media[J]. *Applied Physics Letters*, 1978, **32**(2): 104-105.
- [5] GARCIA QUIRINO G S, SANCHEZ-MONDRAGON J J, STEPANOV S. Nonlinear surface optical waves in photorefractive crystals with a diffusion mechanism of nonlinearity[J]. *Physical Review A*, 1995, **51**(2): 1571-1577.
- [6] ZHANG T H, REN X K, WANG B H, *et al.* Surface waves with photorefractive nonlinearity[J]. *Physical Review A*, 2007, **76**(1): 013827.
- [7] CHEN Wei-jun, LU Ke-qing, HUI Juan-li, *et al.* Study on nonlinear surface waves along the boundary of LiNbO₃ crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(1): 014204.
陈卫军, 卢克清, 惠娟利, 等. LiNbO₃ 晶体界面非线性表面波的研究[J]. *物理学报*, 2015, **64**(1): 014204.
- [8] SAFIOUI J, FAZIO E, DEVAUX F, *et al.* Surface-wave pyroelectric photorefractive solitons[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(8): 1254-1256.
- [9] ALESHKEVICH V, KARTASHOV Y, EGOROV A, *et al.* Stability and formation of localized surface waves at the dielectric-photorefractive crystal boundary[J]. *Physical Review E*, 2001, **64**(5): 056610.
- [10] OUYANG Q Y, ZHANG X R, JIANG L, *et al.* Nonlinear optical properties in double-sided nonlinear media with Z-scan technique based on the Huygens-Fresnel principle[J]. *Chinese Physics B*, 2006, **15**(8): 1810-1814.
- [11] ZHANG Mei-zhi, LU Ke-qing, CHENG Guang-hua, *et al.* One-dimensional waveguides induced by photovoltaic dark spatial solitons of partially spatially incoherent light[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(10): 1942-1946.

- 张美志,卢克清,程光华,等. 部分空间非相干暗光伏孤子诱导一维波导研究[J]. 光子学报, 2008, **37**(10): 1942-1946.
- [12] JI Xuan-mang, JIANG Qi-chang, LIU Jin-song. Incoherently coupled spatial soliton pairs in photorefractive crystals illuminated by e-polarized incoherent uniform back-ground irradiation with a divider resistance[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(8): 991-998.
吉选芒,姜其畅,刘劲松. 有分压电阻和 e 偏振非相干背景光辐照的光折变晶体中非相干耦合空间孤子对[J]. 光子学报, 2012, **41**(8): 991-998.
- [13] WEI X, CHEN B, WANG C F. Transverse localization of light in 1D self-focusing parity-time-symmetric optical lattices[J]. *Chinese Physics Letters*, 2016, **33**(3): 034205.
- [14] ZHOU K Y, GUO Z Y, MUHAMMAD A A, *et al.* Excitation of defect modes from the extended photonic band-gap structures of 1D photonic lattices[J]. *Chinese Physics B*, 2010, **19**(1): 014201
- [15] MENG Y J, LIU Y W, TANG Y H. Surface defect gap solitons in two-dimensional optical lattices[J]. *Chinese Physics B*, 2012, **21**(7): 074206.
- [16] XIAO Fa-jun, ZHANG Peng, LIU Sheng, *et al.* Discrete soliton interaction in quasi one-dimensional optically induced photonic lattice[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(13): 134207.
肖发俊,张鹏,刘圣,等. 光诱导准一维光子晶格中离散空间光孤子的相互作用[J]. 物理学报, 2012, **61**(13): 134207.
- [17] EISENBERG H S, SILBERBERG Y, MORANDOTTI R, *et al.* Discrete spatial optical solitons in waveguide arrays[J]. *Physical Review Letters*, 1998, **81**(16): 3383-3386.
- [18] EFREMIDIS N K, HUDOCK J, CHRISTODOULIDES D N, *et al.* Two-dimensional optical lattice solitons[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **91**(21): 213906.
- [19] YANG Bin, QIN Ya-li, LIU Xian, *et al.* Research on dipole solitons in optically induced lattices[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(7): 0719001
杨斌,覃亚丽,刘鲜,等. 光诱导晶格中偶极孤子的研究[J]. 光学学报, 2016, **36**(7): 0719001.
- [20] YANG J, MAKASYUK I, BEZRYADINA A, *et al.* Dipole and quadrupole solitons in optically induced two-dimensional photonic lattices: theory and experiment[J]. *Studies in Applied Mathematics*, 2010, **113**(4): 389-412.
- [21] SONG D, LOU C, TANG L, *et al.* Self-trapping of optical vortices in waveguide lattices with a self-defocusing nonlinearity[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(14): 10110-10116.
- [22] WANG J D, JI H, LIU P S. Vortex solitons in the semi-infinite gap of optically induced periodic lattices[J]. *Chinese Physics B*, 2013, **22**(4): 044207.
- [23] CHEN W H, HE Y J, WANG H Z. Surface defect gap solitons[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(23): 11271-11276.
- [24] YANG J, CHEN Z. Defect solitons in photonic lattices[J]. *Physical Review E*, 2006, **73**(2): 026609.
- [25] ZHU X, WANG H, ZHENG L X. Defect solitons in kagome optical lattices[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(20): 20786-20792.
- [26] ZHU De-sheng, XU Fei, ZHANG Liang, *et al.* Properties and critical behavior of fundamental surface defect mode soliton[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(5): 0519001
朱德生,许飞,张亮,等. 表面缺陷基态模孤子的性质及其临界行为[J]. 光学学报, 2014, **34**(5): 0519001.
- [27] SCHÖLLMANN J, SCHEIBENZUBER R, KOVALEV A S, *et al.* Stability of stationary gap solitary waves at periodically modulated surfaces[J]. *Physical Review E*, 1999, **59**(4): 4618-4629.
- [28] KARTASHOV Y V, VYSLOUKH V A, TORNER L. Surface gap solitons[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**(7): 073901.
- [29] ROSBERG C R, NESHEV D N, KROLIKOWSKI W, *et al.* Observation of surface gap solitons in semi-infinite waveguide arrays[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **97**(8): 083901.
- [30] HEINRICH M, KARTASHOV Y V, RAMIREZ L P R, *et al.* Two-dimensional solitons at interfaces between binary superlattices and homogeneous lattices[J]. *Physical Review E*, 2009, **80**(6): 063832.
- [31] ZHAN K, HOU C. Lattice surface solitons in diffusive nonlinear media driven by the quadratic electro-optic effect[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(10): 11646-11653.