

doi:10.3788/gzxb20184702.0226001

可调谐广义艾里光束产生及传播特性

钱义先,毛红行

(浙江师范大学 数理与信息工程学院, 浙江 金华 321004)

摘 要:为了调控艾里光束的传播,提出一种广义艾里光束.在传统立方相位基础上引入两个可变旋转角因子 θ_1 和 θ_2 ,形成新改进的可调谐相位,加载该相位的高斯光束经傅里叶变换后可以产生广义艾里光束.基于衍射突变理论,分析讨论了该光束的双曲抛物线传播行为.重点研究了当旋转角 $\theta_1 = \pi/3$ 和 $\theta_2 = 7\pi/6$ 时,该光束在传播距离 0、3、6、10cm 处的无衍射传播特性;以及旋转角 $\theta_1 = 3\pi/2$ 和 $\theta_2 = \pi/4$ 时,该光束在传播距离 0、3、6、10cm 处的自愈特性.理论研究表明该光束并非傍轴波动方程的特解,但数值模拟及实验证实其在一定程度上拥有无衍射及自愈特性.该光束不仅可沿任意指定的抛物线轨迹传播,同时还具有与传统艾里光束明显不同的空间强度分布,使其在光学操纵与生物医学等方面有潜在的应用.

关键词:艾里光束;传播;相位调制;波动方程;调控

中图分类号:O439

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)02-0226001-9

Generation and Propagation Characteristics of Generalized Airy Beams with Tunable Trajectories

QIAN Yi-xian, MAO Hong-xing

(College of Mathematics, Physics and Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China)

Abstract: In order to control the propagation trajectory of an Airy beam, generalized Airy beams are proposed theoretically. Such beams can be generated by modulating a Gaussian beam imposed on a tunable phase pattern, where two angle factors θ_1 and θ_2 are introduced in cubic phase. The hyperbolic parabola is investigated based on diffraction catastrophe theory. We focus on the non-diffracting property in the propagation distances of 0, 3, 6, 10cm in the case of $\theta_1 = \pi/3$ and $\theta_2 = 7\pi/6$, and the self-healing property in the case of $\theta_1 = 3\pi/2$ and $\theta_2 = \pi/4$. The experiment and numerical simulations demonstrate that such beams still possess the non-diffracting, self-healing properties to some extent, although the theory shows that they are not the solutions for paraxial wave equation. The generalized Airy beams can propagate along arbitrarily appointed parabolic trajectories and directions in free space, and their intensity distributions are different from that of traditional Airy beams, which make the generalized Airy beams have potential applications in optical trapping and biomedicine.

Key words: Airy beam; Propagation; Phase modulation; Wave equation; Control

OCIS Codes: 260.0260; 060.5060; 140.3300; 260.1960

0 引言

1979年, Berry等在量子力学框架下,理论推导出薛定谔方程具有一个无衍射传播的艾里函数解^[1].除无衍射传播特性之外,该波包还具有自加速(自弯曲)、自愈、光场非对称分布等奇异光学特性^[2-4].研究发现艾里波包携带无限大的能量,这表明艾里波包在实际中是不存在的.因此,在此后长达近30年的时间里,研

基金项目:国家自然科学基金(No.61377014)和浙江省自然科学基金(No.LY17A040002)资助

第一作者:钱义先(1974-),男,副教授,博士,主要研究方向为光束变换及调控技术. Email: qianyixian@zjnu.edu.cn

收稿日期:2017-06-26;录用日期:2017-09-07

<http://www.photon.ac.cn>

究人员没有对薛定谔方程的这一特殊解给予过多的关注. 直到 2007 年, 美国学者 Siviloglou 等从傍轴衍射波动方程出发, 并与无外场薛定谔方程进行类比研究, 在光学领域内, 实验上首次观察到有限能量艾里光束^[5-6], 引起众多研究者的关注与兴趣. 由于无衍射、自加速、自愈的奇异光学特性, 使得艾里光束在微粒操控^[7]、光学清扫^[8]、弯曲等离子体通道^[9]、时空光子弹^[10]、电子加速^[11]等领域得到了广泛的应用.

艾里光束沿抛物线轨迹传播是其众多奇异光学特性中最独特和“异类”的, 备受研究人员的青睐也最具发展潜力. 因为无衍射艾里光束在传播过程中若能沿曲线轨迹传播, 将能避开障碍物将微粒运输到所需要的地方, 或者实现艾里光子弹弯曲打击掩体后目标. 因此, 调控艾里光束传播轨迹成为一个重要的研究方向. Hu 等提出采用相位掩膜版或高斯光源偏离光轴的方法实现控制艾里光束的沿任意抛物线轨迹传播^[12]. 随后 Efremidis 等利用线性梯度势阱和非线性晶体产生的梯度势阱实现艾里光沿任意轨迹的传播^[13-14]. 其中环形轨迹^[15]是借助外场势或借助晶体介质实现轨迹调控. 之后, 通过相位或振幅调制, 沿任意凸曲线传播的艾里光束被提出和实现^[16-17]. 南开大学陈志刚教授及其课题组在艾里光束理论、产生、调控及其应用等方面获得了一系列非常优秀的成果^[18]. 文献[19-20]利用梯度折射率和负折射率材料实现艾里光束调控. 苏州大学在艾里光束整形及艾里环形轨迹调控方面也进行了研究^[21]. 此外, 哈尔滨工程大学、华南师范大学、西安光机所等单位在这方面也做出优秀的研究成果.

本文提出一种可调谐广义的加速艾里光束, 并研究了其传播动力学特性. 在传统立方相位基础上引入两个可调谐的旋转角因子, 形成一种改进的可调谐的相位. 高斯光束经过该相位调制后再经傅里叶变换就可以产生广义艾里光束. 与传统艾里光束不同, 该光束具有明显可变的空域强度分布, 而且该光束能灵活地沿任意指定的抛物线轨迹传播, 可避开障碍物将粒子运输到所需要的地方. 数值模拟表明其在一定程度上也拥有无衍射及自愈特性, 实验结果与数值模拟吻合.

1 原理

一维无衍射艾里光束的传播理论模型满足傍轴衍射波动方程^[5]

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} = 0 \quad (1)$$

式中, φ 是电场包络, $s = x/x_0$ 表示无量纲的横坐标, x_0 是任意的横向刻度, $\xi = z/kx^2$ 表示归一化的传播距离, $k = 2\pi n/\lambda$ 表示光波的波数, λ 表示均匀介质波长. 式(1)存在无衍射的艾里场分布, 即

$$\varphi(\xi, s) = \text{Ai}(s - (\xi/2)^2) \exp(i(s\xi/2) - i(\xi^3/12)) \quad (2)$$

由于艾里光束携带无限大能量无法在实验上产生, 故通过指数衰减因子 $\exp(as)$ 对艾里函数进行“截趾”^[5-6], 则根据式(1), 有限能量的艾里光场分布为

$$\varphi(s, \xi) = \text{Ai}[s - (\xi/2)^2 + ia\xi] \exp[as - (a\xi^2/2) - i(\xi^3/12) + i(a^2\xi/2) + i(s\xi/2)] \quad (3)$$

式中, $\text{Ai}()$ 代表艾里函数, 通常 $0 < a \ll 1$, 可以抑制无限大艾里光束的尾瓣, 模拟和实验中设 $a = 0.05$. 因理想艾里光束无法实现, 为方便起见, 将有限能量的艾里光束简称为艾里光束. 然后, 对艾里光束进行傅里叶变换, 在波矢 k 空间可得其频谱为

$$\Phi_1(k) = \exp(-ak^2) \exp(i(k^3 - 3a^2k - ia^3)/3) \quad (4)$$

从式(4)发现实验上艾里光束的产生可以利用一个相位函数调制高斯光束再经过傅里叶变换得到. 因 a 远小于 1, 故可以忽略常数 a 的高阶项, 即 $\exp(i(-3a^2k - ia^3)/3)$. 因此, 频谱 $\Phi_1(k)$ 可以近似地表示为 $\Phi_2(k_x, k_y)$

$$\Phi_2(k) = \exp(-ak^2) \exp(ik^3/3) \quad (5)$$

于是艾里光束实验上可以通过加载立方相位 $f(k) = k^3/3$ 的高斯光束调制实现. 将一维情况扩展到二维, 二维傍轴衍射方程在直角坐标系下是可分离变量的线性方程, 因此二维艾里光束可以表示为两个互相垂直的一维艾里光束的乘积, 于是艾里光束形成两个边瓣互相垂直的光场分布^[5]. 其二维立方相位可以表示为 $f(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) = (\mathbf{k}_x^3 + \mathbf{k}_y^3)/3$, 其中 \mathbf{k}_x 和 \mathbf{k}_y 分别为 x 和 y 方向的波矢. 为了得到广义的艾里光束, 利用坐标旋转理论, 在立方相位的 $\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_y$ 空间引入两个旋转角因子 θ_1 和 θ_2 , 分别顺时针旋转矢量 \mathbf{k}_x 和 \mathbf{k}_y 形成新的矢量 \mathbf{k}'_x 和 \mathbf{k}'_y , 其在 $\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_y$ 直角坐标系可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{k}'_x = \mathbf{k}_x \cos \theta_1 - \mathbf{k}_y \sin \theta_1 \\ \mathbf{k}'_y = \mathbf{k}_x \sin \theta_2 + \mathbf{k}_y \cos \theta_2 \end{cases} \quad (6)$$

式中, θ_1, θ_2 的取值范围为 0 到 2π 之间. 因此, 旋转后傅里叶谱 $\Phi_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ 在 $\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_y$ 坐标系变成谱 $\Phi'_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$, 可以表示为

$$\Phi'_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) = \exp[-a(\mathbf{k}_x \cos \theta_1 - \mathbf{k}_y \sin \theta_1)^2 - a(\mathbf{k}_x \sin \theta_2 + \mathbf{k}_y \cos \theta_2)^2] \times \exp[i(\mathbf{k}_x \cos \theta_1 - \mathbf{k}_y \sin \theta_1)^3/3 + i(\mathbf{k}_x \sin \theta_2 + \mathbf{k}_y \cos \theta_2)^3/3] \quad (7)$$

式(7)表明引入旋转因子后形成新的傅里叶频谱. 一个频谱实际代表一个光场的特征符号(即频谱经过傅里叶变换得到空间光场). 因此, 对艾里光束频谱进行改造, 必将产生一种新的光束家族 $\mathcal{F}\{\Phi'_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)\}$, 即广义艾里光束, \mathcal{F} 代表傅里叶变换. 由于艾里光场是满足波动方程的唯一非平凡解(平面波除外), 因此新产生的广义艾里光场不是傍轴波动方程的解析解, 结果主要表现为数值解. 此时该光束两个边瓣一般不再互相垂直, 可形成任意的夹角 α . 图 1 为数值模拟不同旋转角情况下 $x-y$ 平面的光场分布. 很显然广义艾里光场明显不同于艾里光束, 两个边瓣不再垂直, 而是形成锐角或钝角分布, 实际上艾里光束可以看作是广义艾里光束的一种特例(图 1(a), 夹角 $\alpha = 90^\circ$). 注意到图 1(c) 和图 1(h) 分别由不同的旋转角形成, 但有相同的光场分布(夹角均为 $\alpha = 60^\circ$), 然而它们在空间传播的轨迹并不相同. 另外, 由图 1(f) 可知, 当顺时针的旋转角分别为 $\theta_1 = \pi/6$ 和 $\theta_2 = 2\pi/3$ 时, 夹角 $\alpha = 0$, 即两个边瓣重合, 意味着广义艾里光变成一维艾里光束. 特别是当夹角 $\alpha = 180^\circ$ 时, 如图 1(g) 所示, 谱函数 $\Phi'_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ 变成 $\exp(-2ak_y^2)$, 为一高斯函数. 对其进行傅里叶变换后仍然为高斯函数本身, 因此该光场表现为高斯分布.

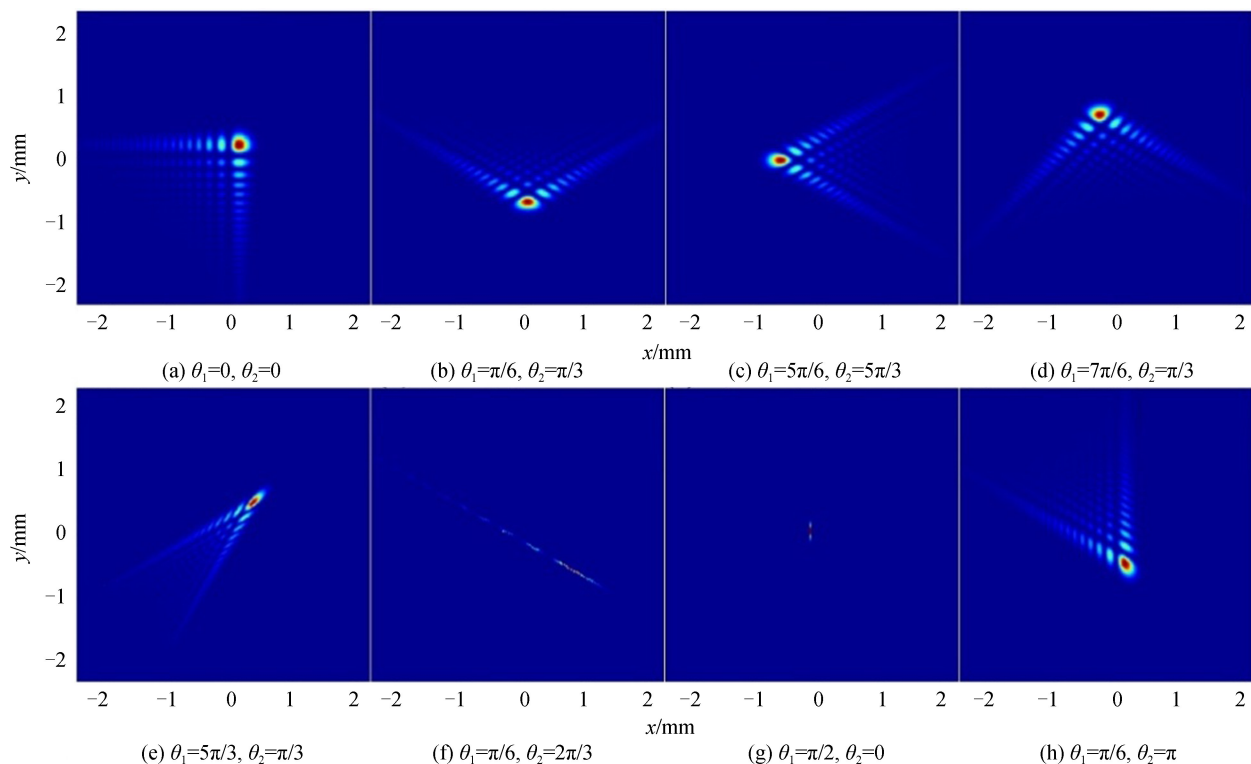


图 1 广义艾里在不同旋转角度下的光场分布

Fig.1 Intensity profiles of generalized Airy beams at different conditions

2 数值模拟及实验

在实验上, 艾里光束可以通过一个携带立方相位的高斯光束经傅里叶变换得到^[5]. 用同样的方法可以获得广义艾里光束. 根据式(7), 在 $\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_y$ 坐标系下改进的可调相位 $f'(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ 可以表示为

$$f'(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) = (\mathbf{k}_x \cos \theta_1 - \mathbf{k}_y \sin \theta_1)^3/3 + (\mathbf{k}_x \sin \theta_2 + \mathbf{k}_y \cos \theta_2)^3/3 \quad (8)$$

实验装置如图 2. He-Ne 激光器发出 632 nm 的激光, 激光束经准直扩束为半宽高为 8.6 mm 的高斯光束, 该高斯光束入射到经由计算机控制的加载有可调谐相位图的空间光调制器(Spatial Light Modulation, SLM)(像元大小 $8 \mu\text{m}$, 分辨率 1920×1080 pixels, Holoeye)上, 然后该光束被调制后反射, 经焦距为 300 mm 的透镜进行傅里叶变换, 在其后焦面上用 CCD 接收产生的光强分布图, 该透镜的后焦面为 $z=0$ 的传播平面. CCD 可以沿光轴方向移动.

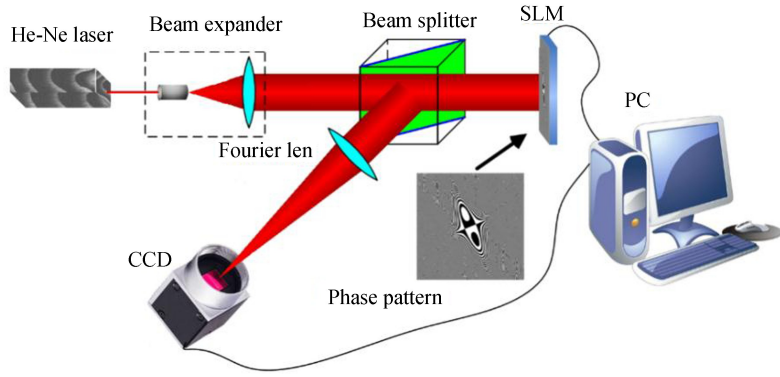


图2 实验装置

Fig.2 Experimental setup

图3为旋转因子 θ_1 和 θ_2 取不同值时的广义艾里光束光强分布图,其中图3(a)为产生该光束相应的可调谐相位图案,图3(b)分别相应的实验结果,图3(c)为相应的数值模拟结果,理论与和实验结果吻合.

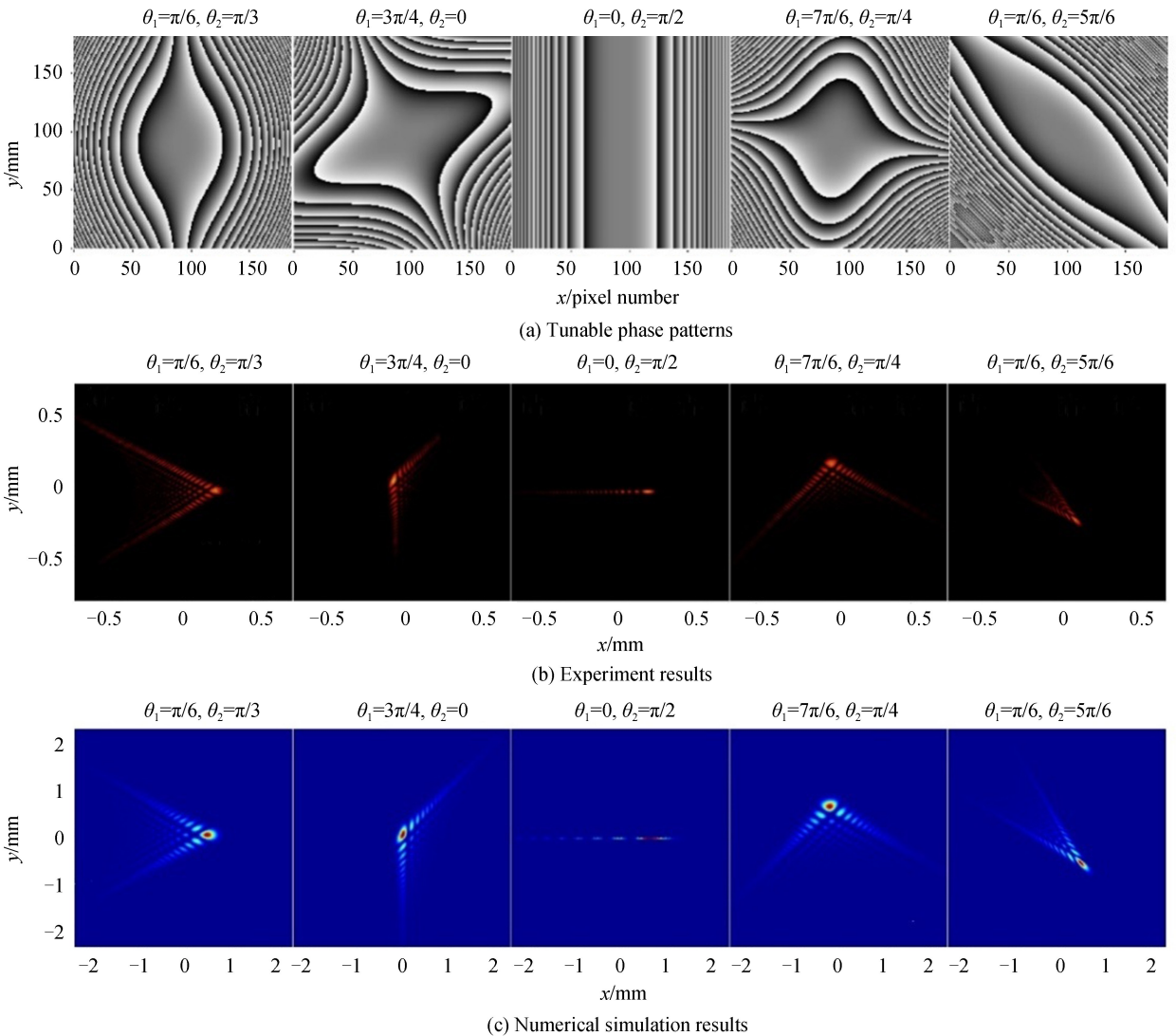


图3 可调谐相位图及相应的广义艾里光束

Fig.3 Tunable phase patterns and generalized Airy beams

由式(2)可知,艾里光束在空间沿抛物线轨迹加速传播,这一特性反应在 $s - (\xi/2)^2$ 项上.在二维情况下表现为 $x - (z/2)^2$ 和 $y - (z/2)^2$.表明艾里光在 $x-y$ 平面沿直线 $x=y$ 传播.广义艾里光束并非傍轴衍射波动方程的解析解,然而根据文献[22-23],任意夹角的广义艾里光束在 $z=0$ 平面的光场分布可以表示为

$$\phi(x, y, z=0) = \prod_{n=1,2} \text{Ai}(s_n) \exp(as_n) \quad (9)$$

$$s_n = (-1)^n n - 1x \cos(\alpha/2)/r_0 - y \sin(\alpha/2)/r_0$$

式中, α 为两边瓣所形成的夹角, 其范围 $0 < \alpha < \pi$, s_n 为无量纲的任意横截面坐标 x 或者 y . r_0 为任意横截面坐标刻度. 实际上艾里光束沿弯曲轨道传播轨迹可看作由一组焦散光线所形成^[24-25], 其表现为双曲脐点型突变理论所阐述的双曲线^[26-28]. 利用分步傅里叶法, 图 4 展现了不同夹角下广义艾里光束侧视传播图 ($y-z$ 平面). 设 $r_0 = 15 \mu\text{m}$, $\lambda = 632 \text{ nm}$. 其中插入图表示在 $x-y$ 平面内不同夹角 α 所对应的光场分布. 从图 4 可以看出, 广义艾里光沿双抛物线轨迹 Y_1 和 Y_2 传播, 分别代表主瓣轨迹和峰值能量轨迹. 从图 4(a) 和 4(c) 可以看出, 主瓣和峰值沿着不同轨迹传播, 然而, 当夹角 $\alpha = 90^\circ$ 时 (即艾里光), 轨迹 Y_1 和 Y_2 重合, 如图 4(b). 这也表明艾里光束可以看作是广义艾里光的一个特例.

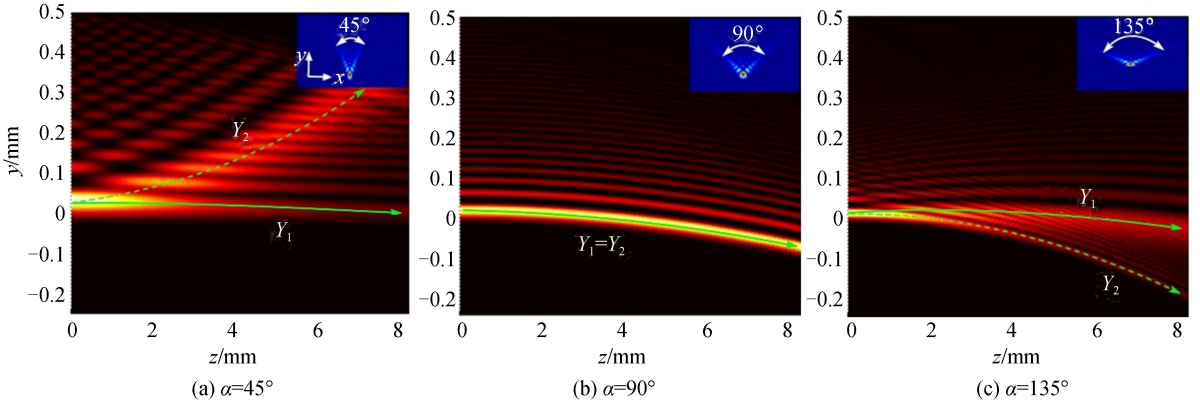


图 4 广义艾里光束侧视传播

Fig.4 Side view of generalized Airy beam along $y-z$ plane propagation

为了更好地阐明广义艾里光束的双曲线, 图 5 描述与图 4 相对应的三维广义艾里光. 其包含两个不

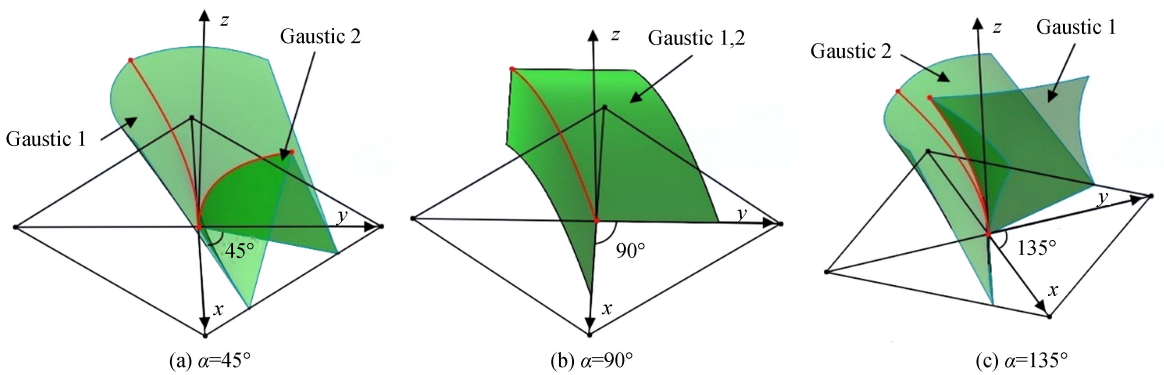


图 5 双焦散面

Fig.5 Two caustic surfaces

同的焦散曲面“Caustic 1”和“Caustic 2,”它们在 $z=0$ 平面重合. 然而当夹角 $\alpha = 90^\circ$ 时, 在三维空间两个焦散面完全重合. 除此之外, 其能量主瓣和峰值能量沿着可控的双轨迹传播. 当夹角为锐角时, 焦散面 Caustic 2 为尖锐状, Caustic 1 为平滑状 (图 5(a)), 当夹角为钝角时情况恰好相反. 根据式 (9), 图 6 给出了不同夹角下广义艾里光束的主瓣和峰值能量在 $y-z$ 平面的传播方向, 其中实线表示主瓣传播曲线, 虚线代表峰值传播曲线. 可见, 通过调谐不同夹角所形成的广义艾里光其传播方向明显不同.

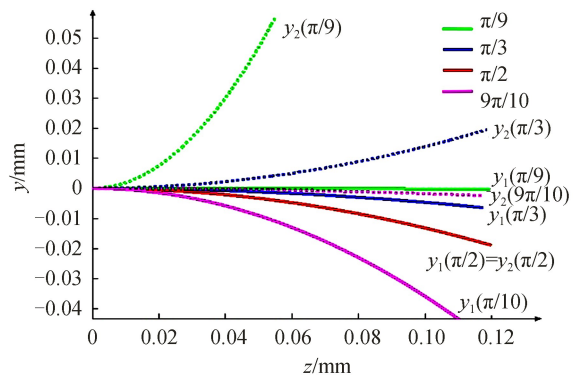


图 6 可调谐的传播曲线
Fig.6 Tunable trajectory

为了研究该光束的无衍射传播特性,利用角谱传播法模拟获得在任意传播距离 z_i 处的光场分布

$$\phi(x, y, z = z_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi'_2(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \exp [jkz_i \sqrt{1 - \lambda^2 \mathbf{k}_x^2 - \lambda^2 \mathbf{k}_y^2}] \exp [j2\pi(x\mathbf{k}_x + y\mathbf{k}_y)] d\mathbf{k}_x d\mathbf{k}_y \quad (10)$$

利用图 2 所示的实验装置,沿光轴移动 CCD 接收到不同传播距离处的光强分布. 图 7(a) 为传播距离分

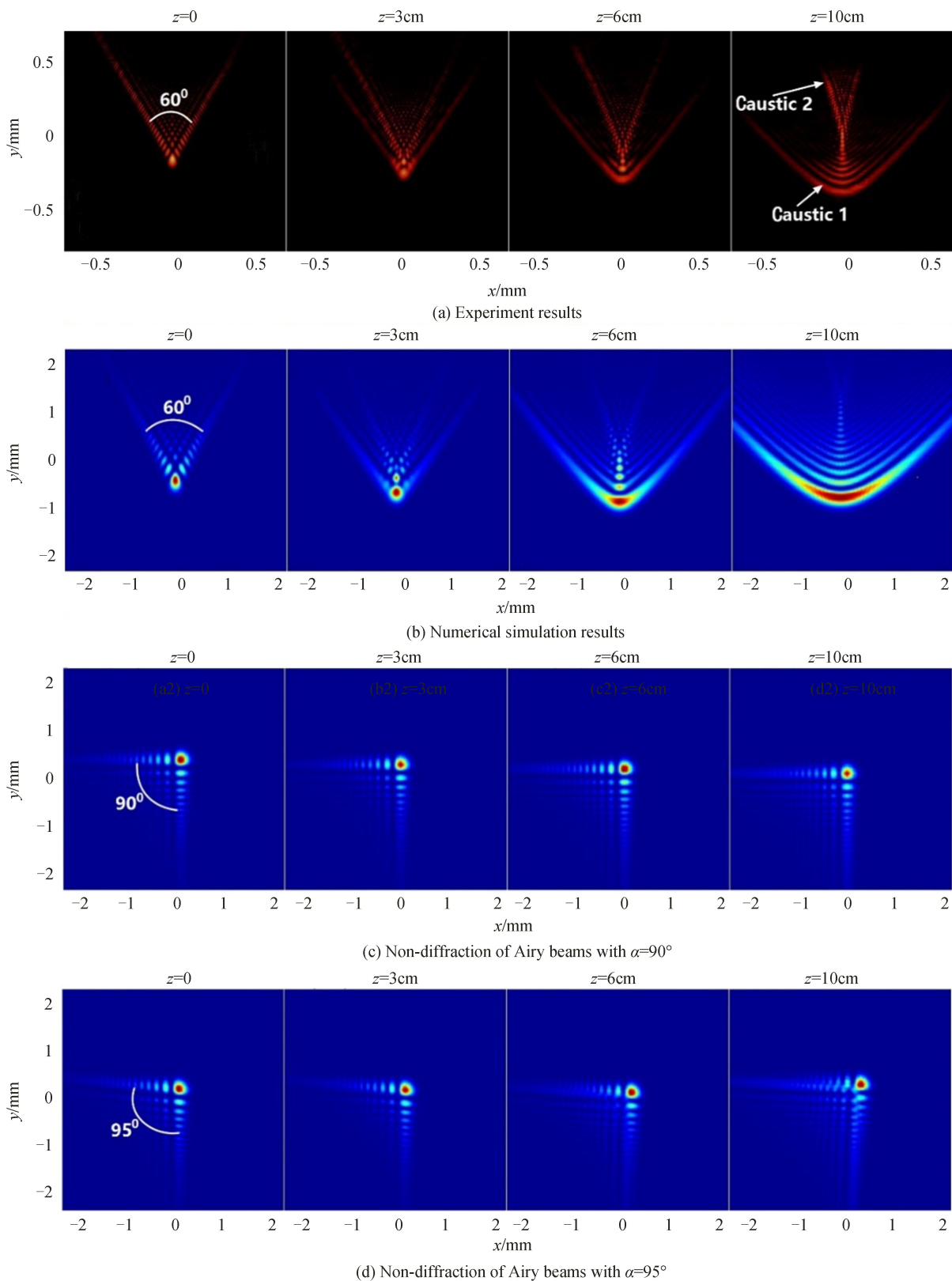


图 7 传播距离 $z = 0, 3 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 10 \text{ cm}$ 的光强分布

Fig.7 Intensity profiles at propagation planes $z=0, 3 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 10 \text{ cm}$, respectively

别为 0、3、6、10 cm 处的光强分布,旋转角 θ_1 和 θ_2 分别等于 $\pi/3$ 和 $7\pi/6$. 在传播过程中锐角的波前逐渐演变出明显的两个焦散面 Caustic 1 和 Caustic 2(见图 7(a)). 其主瓣能量逐渐向外流动扩展,焦散面 Caustic 1 变得光滑,而 Caustic 2 变得尖锐,这一实验结果与图 5 理论所描述吻合(图 5(a)). 图 7(b)为相应的数值模拟结果,两者结果吻合. 图 7(a)表明在一定的范围内该光束也能保持较稳定的形状分布,也具有一定的无衍射特性. 实际上广义艾里光束的无衍射能量取决于两个边瓣的夹角,当夹角越接近 90° ,其无衍射能量越强. 作为比较,图 7(c) 展现了艾里光束($\alpha=90^\circ$)的无衍射特性,其传播中光场分布保持不变. 图 7(d)展现了夹角为 95° 时广义艾里光束的无衍射传播特点,可以看出在夹角接近 90° 时,其传播形状几乎保持不变,与艾里光束一样具有较强的无衍射能力.

与图 7 比较,图 8 给出了钝角状艾里光束相应的传播特性,此时 θ_1 和 θ_2 分别等于 $7\pi/6$ 和 $\pi/3$. 图 8(a) 为传播距离分别为 0、3、6、10 cm 处的数值模拟光强分布,图 8(b)为相应的实验结果,两者吻合很好. 与图 7 相比,这种情况焦散面 Caustic 2 变得光滑,而 Caustic 1 逐渐变得尖锐.

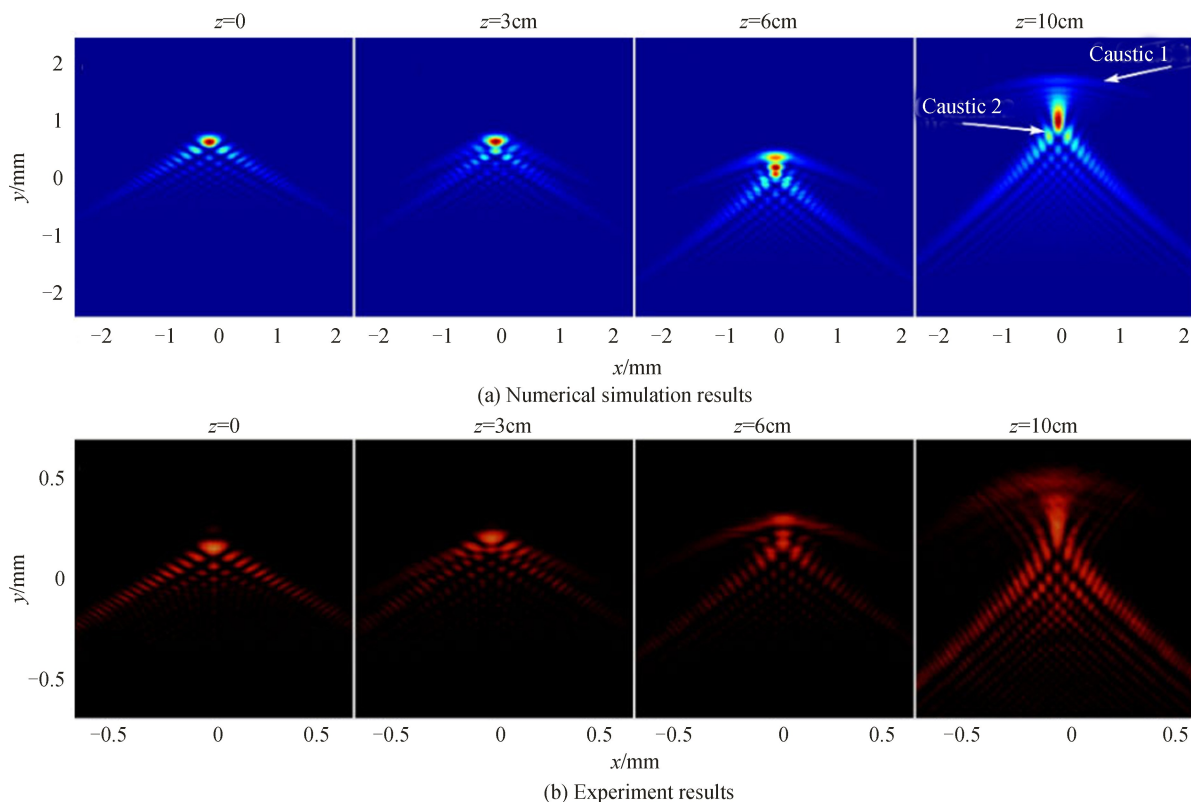
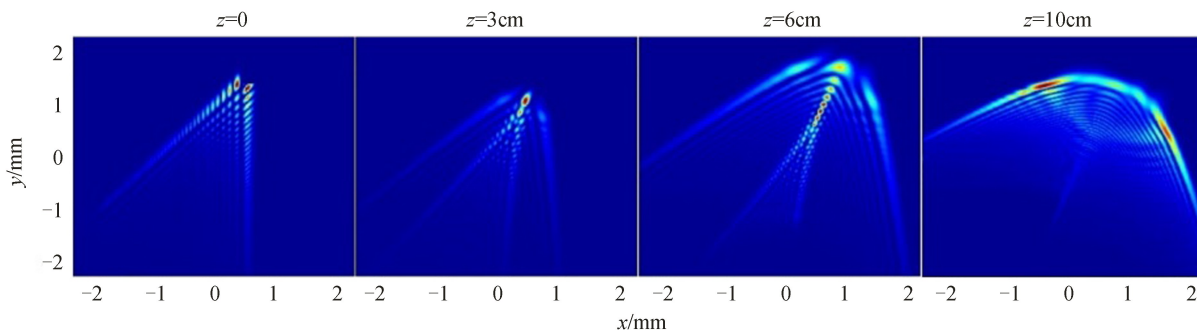


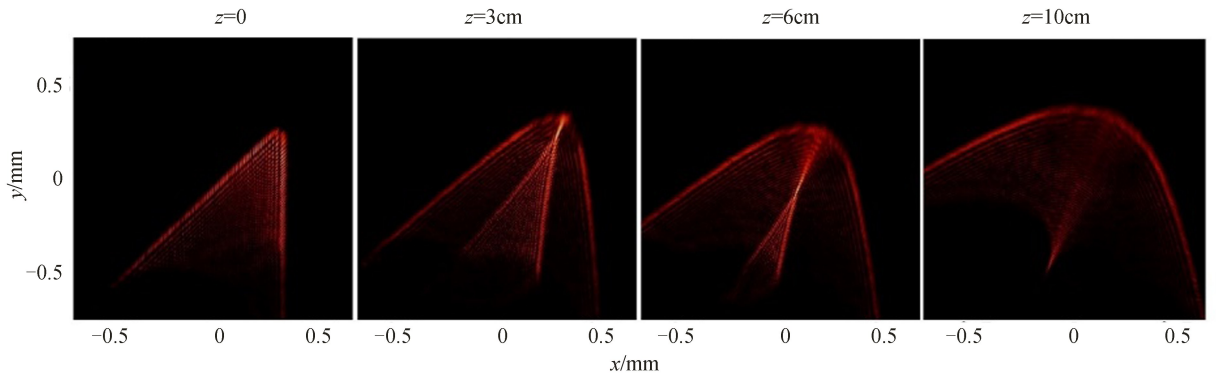
图 8 旋转角 $\theta_1=7\pi/6$ 和 $\theta_2=\pi/3$ 时分别在传播距离 $z=0, 3\text{ cm}, 6\text{ cm}, 10\text{ cm}$ 的光强分布

Fig.8 Intensity profiles with $\theta_1=7\pi/6$ and $\theta_2=\pi/3$ at propagation planes $z=0, 3\text{ cm}, 6\text{ cm}, 10\text{ cm}$, respectively

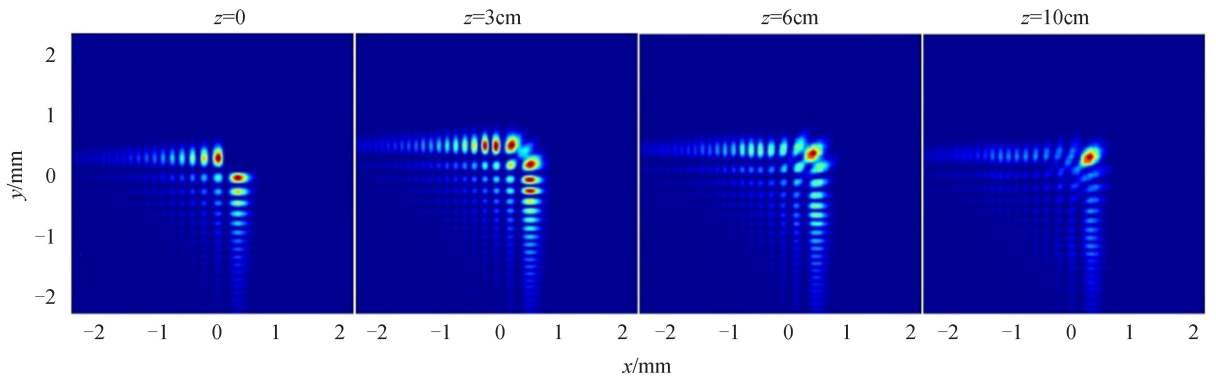
与艾里光束相比,广义艾里光束在一定程度上也拥有无衍射能力,因此可以推断该光束也具有一定的自愈能力. 实验上,利用一个不透明的障碍物挡住主瓣,沿光轴移动 CCD 接收该光强. 图 9(a) 模拟展现了旋转因子 $\theta_1=3\pi/2$ 和 $\theta_2=\pi/4$ 情况下该光束在传播距离 0、3、6、10 cm 处的光强分布. 图 9(b)为相应的实验结果. 可以看出数值模拟和实验吻合. 同样为了比较,图 9(c)数值模拟艾里光挡住主瓣时相应的自愈特性,同



(a) Simulated intensity of beams in the propagation distances of 0, 3, 6, 10 μm in the case of $\theta_1=3\pi/2$ and $\theta_2=\pi/4$



(b) Experiment results corresponding to Fig.(a)



(c) Simulated self-healing when main lobe is blocked

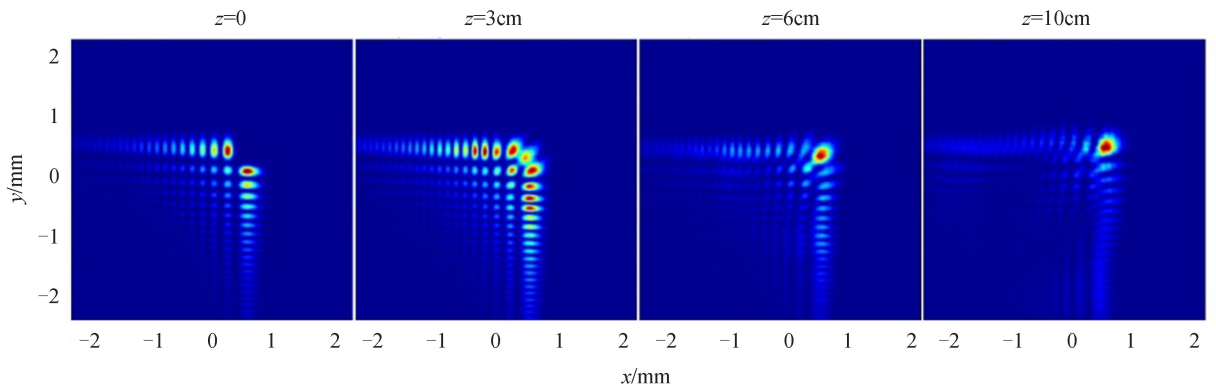
(d) Simulated self-healing when main lobe is blocked with $\alpha=95^\circ$

图9 光束自愈传播行为

Fig.9 Self-healing behaviors

样地,图 9(d)呈现了夹角 $\alpha=95^\circ$ 时主瓣挡住时广义艾里光束的自愈特性. 与图 7 相似,当两个边瓣的夹角越接近 90° 其自愈能力越强,几乎与艾里光束相同.

3 结论

提出了加速的广义艾里光束,分析推导其产生理论及技术. 通过在立方相位中引入旋转角因子形成新的相位图,利用该相位图调制的高斯光束经傅里叶变换产生广义艾里光束. 基于衍射突变理论,分析讨论了该光束的双曲抛物线传播特点,得出艾里光束是广义艾里光束的一个特例. 该光束不仅具有与艾里光不同的光场结构,还可以沿任意可调谐的抛物线轨迹传播,该特点能使光束避开障碍物按预定轨迹将粒子运输到所需位置. 数值结果和实验结果吻合,也证实该光束具有一定的无衍射与自愈特性. 该光束的光学特性使得其在光学捕获和操纵粒子等方面有潜在应用.

参考文献

- [1] BERRY M V, BALAZS N L. Nonspreading wave packets[J]. *America Journal of Physics*, 1979, **47**(3): 264-267.

- [2] BROKY J, SIVILOGLOU G A, DOGARIU A, *et al.* Self-healing properties of optical Airy beams[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(17): 12880-12891.
- [3] CHU X, ZHOU G, CHEN R. Analytical study of the self-healing property of Airy beams[J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(1): 619-624.
- [4] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, *et al.* Ballistic dynamics of Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2008, **33**(3): 207-209.
- [5] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, *et al.* Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(21): 213901.
- [6] SIVILOGLOU G A, CHRISTODOULIDES D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(8): 979-981.
- [7] ZHANG P, PRAKASH J, ZHANG Z. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(15): 2883-2885.
- [8] BAUMGARTL J, MAZILU M, DHOLAKIA K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets[J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(11): 675-678.
- [9] POLYNKIN P, KOLESIK M, MOLONEY J V, *et al.* Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams[J]. *Science*, 2009, **324**(5924): 229-232.
- [10] CHONG A, RENNINGER W H, CHRISTODOULIDES D N. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets[J]. *Nature Photonics*, 2010, **4**(2): 103-106.
- [11] VOLOCH N, LEREAH Y, LILACH Y. Generation of electron Airy beam[J]. *Nature*, 2013, **494**(7437): 331-335.
- [12] HU Y, ZHANG P, LOU C. Optimal control of the ballistic motion of Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(13): 2260-2262.
- [13] EFREMIDIS N K. Airy trajectory engineering in dynamic linear index potentials[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(15): 3006-3008.
- [14] DIEBEL F, BOKIĆ B M, BOGUSLAWSKI M. Control of Airy-beam self-acceleration by photonic lattices[J]. *Physical Review A*, 2014, **90**(90): 033802.
- [15] HWANG C Y, KIM K Y, LEE B. Dynamic control of circular Airy beams with linear optical potentials[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2012, **4**(1): 174-180.
- [16] HU Y, BONGIOVANNI D, CHEN Z. Periodic self-accelerating beams by combined phase and amplitude modulation in the Fourier space[J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(17): 3387-3389.
- [17] GREENFIELD E, SEGEV M, WALASIK W. Accelerating light beams along arbitrary convex trajectories[J]. *Physical Review Letters*, 2011, **106**(21): 213902.
- [18] CHENG Zhi-gang, XU Jing-jun, HU Yi, *et al.* Control and novel application of self-accelerating beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(10): 365-384.
陈志刚, 许京军, 胡毅, 等. 自加速光的调控及其新奇应用[J]. *光学学报*, 2016, **36**(10): 365-384.
- [19] SHI Yao-yao, WU Tong, LIU You-wen, *et al.* Control of self-bending Airy beams[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(12): 1401-1407.
施瑶瑶, 吴彤, 刘友文, 等. 艾里光束自弯曲性质的控制[J]. *光子学报*, 2013, **42**(12): 1401-1407.
- [20] XU Sen-dong, FENG Yuan-xin. Study on propagation properties of Airy beams through negative index medium[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(2): 0208002.
许森东, 冯元新. 艾里光束通过负折射率介质的传输特性[J]. *光子学报*, 2015, **44**(2): 0208002.
- [21] WANG F, ZHAO C, DONG Y, *et al.* Generation and tight-focusing properties of cylindrical vector circular Airy beams[J]. *Applied Physics B*, 2014, **117**(3): 905-913.
- [22] ABRAMOCHKIN E, RAZUEVA E. Product of three Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(19): 3732-3734.
- [23] LIANG Y, YE Z, SONG D, *et al.* Generation of linear and nonlinear propagation of three-Airy beams[J]. *Optics Express*, 2013, **21**(2): 1615-1622.
- [24] KAGANOVSKY Y, HEYMAN E. Wave analysis of Airy beams[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(8): 8440-8452.
- [25] BERRY M V. Looking at coalescing images and poorly resolved caustics[J]. *Journal of Optics A Pure & Applied Optics*, 2007, **9**(7): 649-657.
- [26] VAVELIUK P, LENCINA A, RODRIGO J A, *et al.* Caustics, catastrophes, and symmetries in curved beams[J]. *Physical Review A*, 2015, **92**(3): 033850.
- [27] BERRY M, UPSTILL C. Catastrophe optics: morphologies of caustics and their diffraction patterns, in *Progress in Optics*[M]. Amsterdam: Elsevier, 1980.
- [28] KRAVTSOV Y A, ORLOV Y I. *Caustics, Catastrophes and Wave Fields*[M]. Berlin: Springer, 1993.