

doi:10.3788/gzxb20184702.0212001

基于多偏振敏感器的太阳矢量测量方法

杨中光,周军,黄河

(西北工业大学 精确制导与控制研究所,西安 710072)

摘 要:根据大气偏振模式形成机理,提出了利用多偏振敏感器测量太阳矢量(矢量方向)的方法.介绍了大气偏振模式的形成,设计了由两组偏振单元组成的偏振敏感器,论证了偏振单元之间的最佳设计角度,分析了利用偏振敏感器从大气偏振模式中提取太阳方位信息的方法,进而提出了利用多偏振敏感器测量并结合最小二乘法解算太阳矢量的方法,针对该算法进行了实验验证,并与双偏振敏感器测量太阳矢量方向的方法进行了对比分析.分析结果表明,利用多偏振敏感器测量不仅可以得到高精度的太阳矢量方向,太阳矢量的方位角误差和高度角误差分别为 0.2° 和 1.0° ,还解决了双偏振敏感器测量太阳矢量方向时由于最大偏振方向平行引发的突变问题.实验结果验证了利用多偏振敏感器(≥ 3)测量太阳矢量的方法是可行的.

关键词:偏振敏感器;太阳矢量;偏振模式;偏振光导航;最小二乘法

中图分类号:TP212;P401

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2018)02-0212001-8

Solar Vector Measurement Algorithm Based on Multiple Polarization Sensors

YANG Zhong-guang, ZHOU Jun, HUANG He

(Institute of Precision Guidance and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: It is put forward that the solar vector (direction of the sun) can be measured through multiple polarization sensors, according to the formation principle of the atmospheric polarization pattern. First, the formation of the atmospheric polarization pattern is introduced. Then, the polarization sensor consisting of two groups of polarization units is designed, and the optimal angle between polarization units is demonstrated, and the method of extracting the solar azimuthal information from the atmospheric polarization pattern is analyzed. Finally, with the least squares algorithm united, the method of measuring the solar vector with multiple polarization sensors is put forward, and the experiment is conducted consequently. The results indicate that it can get precise solar vector using the method proposed, and the errors of the solar azimuth angle and elevation angle are 0.2° and 1.0° respectively. In addition, it has solved the mutation problem which is caused by the parallelism of the maximum polarization directions measured by double polarization sensors. Therefore, the algorithm is feasible to measure solar vector with multiple polarization sensors.

Key words: Polarization sensor; Solar vector; Polarization pattern; Polarization navigation; Least squares

OCIS Codes: 120.5410; 010.1310; 290.1310; 290.5870; 290.5855

0 引言

太阳光经过大气散射后,形成一种有规律的偏振模式,自然界生物利用该偏振模式确定参考方向,从而实现自主导航.20 世纪初,人们针对蚂蚁,蜜蜂等几种昆虫神奇的导航本领进行了研究,发现它们是利用大气偏振模式进行导航.之后又有许多科研人员对此进行了广泛而深入的研究.有研究者^[1-3]对蜜蜂眼部构造及

基金项目:国家自然科学基金(No.61304238)资助

第一作者:杨中光(1989-),男,博士研究生,主要研究方向为偏振光导航、天文导航等导航技术. Email: yang_zhong_guang@126.com

导师(通讯作者):周军(1966-),男,教授,博士,主要研究方向为飞行器精确制导与控制、先进控制理论等. Email: zhoujun@nwpu.edu.cn

收稿日期:2017-08-27;录用日期:2017-10-13

<http://www.photon.ac.cn>

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \left(\cot 2\alpha - \frac{1 + 10^{2U_1}}{1 + 10^{2U_2}} \cdot \frac{1 - 10^{2U_2}}{1 - 10^{2U_1}} \csc 2\alpha \right) \quad (3)$$

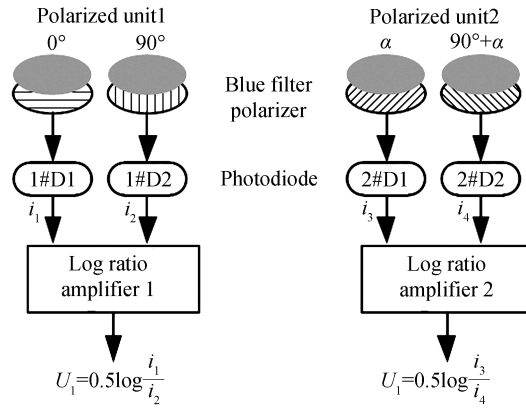


图2 偏振敏感器示意图

Fig.2 Schematic diagram of polarization sensor

下面求 α 的最优值,以使 φ 的平均误差最小.设电压误差 ΔU_i ($i=1,2$) 为高斯白噪声,且 $E(\Delta U_1) = E(\Delta U_2) = 0$, $E(\Delta U_1^2) = E(\Delta U_2^2) = \sigma^2$, $E(\Delta U_1 \Delta U_2) = 0$.则偏振方位角 φ 的误差角 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial U_1} \Delta U_1 + \frac{\partial\varphi}{\partial U_2} \Delta U_2 \quad (4)$$

误差角 $\Delta\varphi$ 的均值为 $E(\Delta\varphi) = 0$, 计算其方差为

$$E((\Delta\varphi)^2) = \frac{\sigma^2 \ln^2 10}{4d^2} \csc^2 2\alpha \times (\cos^2 2\varphi (1 - d^2 \cos^2 2(\varphi + \alpha))^2 + \cos^2 2(\varphi + \alpha) (1 - d^2 \cos^2 2\varphi)^2) \quad (5)$$

令 $J = \int_0^\pi E((\Delta\varphi)^2) d\varphi$, 则

$$J = \frac{\sigma^2 \pi \ln^2 10}{4d^2} \left(\frac{8 - 12d^2 + 5d^4}{8 \sin^2 2\alpha} + d^2 - \frac{d^4}{2} \right) \quad (6)$$

于是

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = -\frac{\sigma^2 \pi \ln^2 10}{d^2} \left(1 - \frac{3}{2}d^2 + \frac{5}{8}d^4 \right) \frac{\cos 2\alpha}{\sin^3 2\alpha} \quad (7)$$

当 J 最小时,偏导数为 0,因此

$$\alpha = 45^\circ \quad (8)$$

而

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \alpha^2} = \frac{\sigma^2 \pi \ln^2 10}{d^2} \left(1 - \frac{3}{2}d^2 + \frac{5}{8}d^4 \right) \frac{2 + 4 \cos^2 2\alpha}{\sin^6 2\alpha} > 0 \quad (9)$$

因此 $\alpha = 45^\circ$ 为最小值点,是最优值.

2 多偏振敏感器测量太阳矢量

如图 3,坐标系 $O_G X_P Y_P Z_P$ 固连在转台上,称为台体坐标系.设有 n ($n \geq 2$) 个偏振敏感器固定在台体上,分别用 A_i ($i=1,2,\dots,n$) 表示,安装方位分别为 (λ_i, θ_i) . $O_G Z_{A_i}$ 为偏振敏感器 A_i 的观测方向.对于偏振敏感器 A_i ,以其 0° 偏振方向为 $O_G X_{A_i}$ 轴, 90° 偏振方向为 $O_G Y_{A_i}$ 轴,观测方向 $\overrightarrow{O_G Z_{A_i}}$ 为 $O_G Z_{A_i}$ 轴,建立坐标系 $O_G X_{A_i} Y_{A_i} Z_{A_i}$,简称 A_i 坐标系.该坐标系的 $O_G X_{A_i}$ 轴与 $O_G X_S$ 之间的夹角为偏振方位角 φ_i ,该角逆时针方向为正,顺时针方向为负.将台体坐标系 $O_G X_P Y_P Z_P$ 绕 $O_G Z_P$ 轴旋转 λ_i 角,可以得到坐标系 $O_G X'_i Y'_i Z'_i$;再将 $O_G X'_i Y'_i Z'_i$ 绕 $O_G Y'_i$ 轴旋转 $(90^\circ - \theta_i)$ 角,可以得到 A_i 坐标系.

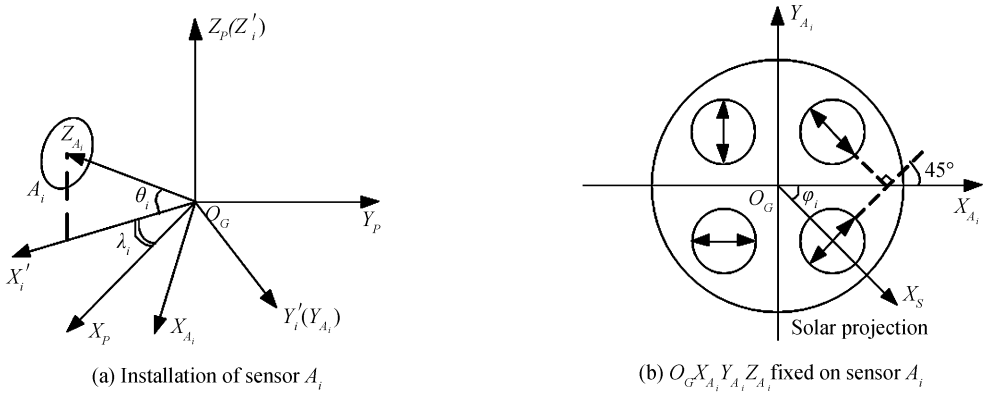


图3 敏感器的安装方位
Fig.3 Installation of sensors

设某矢量在台体坐标系中表示为 $(x_P, y_P, z_P)^T$, 在 A_i 坐标系中表示为 $(x_{A_i}, y_{A_i}, z_{A_i})^T$, 则可得

$$\begin{bmatrix} x_{A_i} \\ y_{A_i} \\ z_{A_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_i \cos\lambda_i & \sin\theta_i \sin\lambda_i & -\cos\theta_i \\ -\sin\lambda_i & \cos\lambda_i & 0 \\ \cos\theta_i \cos\lambda_i & \cos\theta_i \sin\lambda_i & \sin\theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}$$

记作

$$[x_{A_i} \ y_{A_i} \ z_{A_i}]^T = \mathbf{M}_P^{A_i} [x_P \ y_P \ z_P]^T \quad (10)$$

设最大偏振方向在 A_i 系中的坐标为 $\mathbf{u}_{A_i} = (-\sin\varphi_i, \cos\varphi_i, 0)^T$, 太阳矢量方向在台体坐标系中表示为 $\mathbf{s}_P = (x_s, y_s, z_s)^T$; 最大偏振方向在台体坐标系中表示为 $\mathbf{u}_{P_i} = (x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})^T$. 由于太阳矢量方向垂直于最大偏振方向, 因此

$$\mathbf{s}_P^T \cdot \mathbf{u}_{P_i} = 0 \quad (11)$$

由式(10)可知

$$\mathbf{u}_{P_i} = (\mathbf{M}_P^{A_i})^{-1} \mathbf{u}_{A_i} \quad (12)$$

当太阳矢量不在 XY 平面内时, 可令 $z_s = 1$. 那么对于 n 个偏振敏感器, 可以得到

$$\begin{cases} x_{P_1} x_s + y_{P_1} y_s + z_{P_1} = 0 \\ x_{P_2} x_s + y_{P_2} y_s + z_{P_2} = 0 \\ \dots \\ x_{P_n} x_s + y_{P_n} y_s + z_{P_n} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

令

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{P_1} & x_{P_2} & \dots & x_{P_n} \\ y_{P_1} & y_{P_2} & \dots & y_{P_n} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{b} = [-z_{P_1}, -z_{P_2}, \dots, -z_{P_n}]^T$$

则式(13)可记作

$$\mathbf{A} [x_s, y_s]^T = \mathbf{b} \quad (14)$$

若存在两个最大偏振方向不平行, 那么 \mathbf{A} 列满秩, 矩阵 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 可逆, 此时式(14)有最小二乘解为

$$[x_s, y_s]^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (15)$$

由此可以计算得到太阳矢量 \mathbf{s}_P . 同理, 当太阳矢量不在 XZ 平面内或不在 YZ 平面内时, 分别令 y_s 和 x_s 为 1, 亦可以计算得到太阳矢量 \mathbf{s}_P .

当偏振敏感器数量 $n=2$ 时, 会存在两个最大偏振方向相互平行或接近平行, 无法计算太阳矢量的问题, 此时太阳矢量方向 \mathbf{s}_P 与两偏振敏感器的观测方向共面. 当 $n \geq 3$ 时, 只要安装偏振敏感器时使得各偏振敏感的观测方向不共面, 那么对于 n 个最大偏振方向 \mathbf{u}_{P_i} , 至少存在两个不相互平行. 因此, 与双偏振敏感器测量太阳矢量相比, 多偏振敏感器 $n (n \geq 3)$ 测量太阳矢量解决了最大偏振方向相互平行致使太阳矢量无法计算的问题.

3 实验测试与分析

3.1 实验测试

实验于 2015 年 7 月 6 日在西北工业大学航天学院楼顶进行,位置为东经 $108^{\circ}32'48''$,北纬 $34^{\circ}8'41''$,天气晴朗.实验装置如图 4,主要包括转台、笔记本和两个偏振敏感器,其中转台的测量精度为 0.002° .敏感器 A_1 和 A_2 分别水平和倾斜固定在转台上,它们在台体坐标系中的安装方位为 $(\lambda_1, \theta_1) = (0^{\circ}, 90^{\circ})$ 和 $(\lambda_2, \theta_2) = (0^{\circ}, 60^{\circ})$.

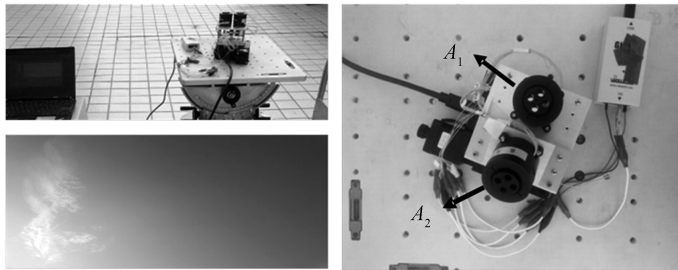
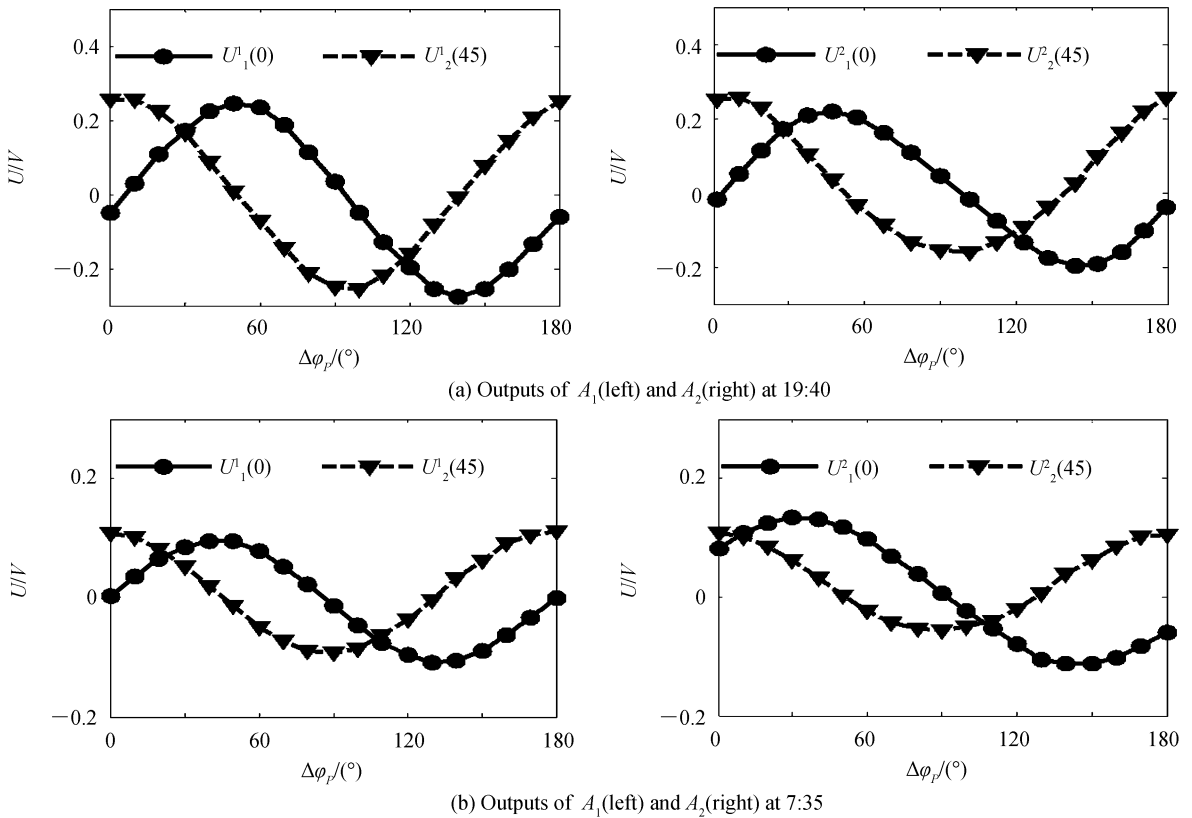


图 4 实验装置

Fig.4 Experiment setup

实验测试前,先根据水平仪将转台调整水平.实验开始后,转台每隔 10° 顺时针转动一次,并采集数据.实验时间从北京时间 19:40:28 到 19:44:19,转台转动角度 $\Delta\varphi_P$ 从 0° 变化到 180° ,共采集了 19 组数据.在 7 月 7 日 07:35:18 进行了第 2 次实验.两次实验结果分别对应图 5 中 a 组和 b 组,其中图(a)分别表示了第 1 次实验时敏感器 A_1 和 A_2 的电压信号变化,图(b)分别表示第 2 次实验时两敏感器的电压信号变化.



(b) Outputs of A_1 (left) and A_2 (right) at 7:35

图 5 电压信号测量结果

Fig.5 Voltage signals measured

3.2 实验分析

根据式(3)可以计算得到,偏振敏感器 A_1 测量得到的最大偏振方向在 A_1 坐标系下的坐标为 \mathbf{u}_{A_1} ,偏振敏感器 A_2 测量得到的最大偏振方向在 A_2 坐标系下的坐标为 \mathbf{u}_{A_2} .由当前采样时间、当地地理坐标以及平台的旋转角度可以计算得到在台体坐标系下的太阳矢量参考方向.根据公式(15)可以计算太阳矢量在台体坐

标系下的方位角 $\hat{\lambda}_s$ 与高度角 $\hat{\theta}_s$, 设太阳矢量方向的方位角误差为 $\Delta\lambda_s$, 高度角误差为 $\Delta\theta_s$.

图 6 和图 7 分别表示利用两个偏振敏感器和多个偏振敏感器测量太阳矢量时, 太阳矢量误差角的变化, 其中横坐标 $\Delta\varphi_p$ 表示转台的转动角度.

由图 6 可以看出, 当利用双偏振敏感器计算太阳矢量时, 方位角误差和高度角误差分别在 0.5° 和 2.0° 之内, 但在 $\Delta\varphi_p = 90^\circ$ 时发生突变, 原因是此时两个最大偏振方向接近平行.

由于转台转动 10° 前后太阳矢量方向基本不发生变化, 因此我们可以利用转动前后的两次测量数据来共同计算太阳矢量, 以此作为多偏振敏感器测量太阳矢量的结果. 图 7 为根据式 (15) 计算得到的结果, 太阳方位角误差和高度角误差分别在 0.2° 和 1.0° 之内, 无突变值. 因此, 多偏振敏感器 (≥ 3) 测量太阳矢量不仅可得到高精度的太阳矢量方向, 还解决了最大偏振方向平行带来的突变问题.

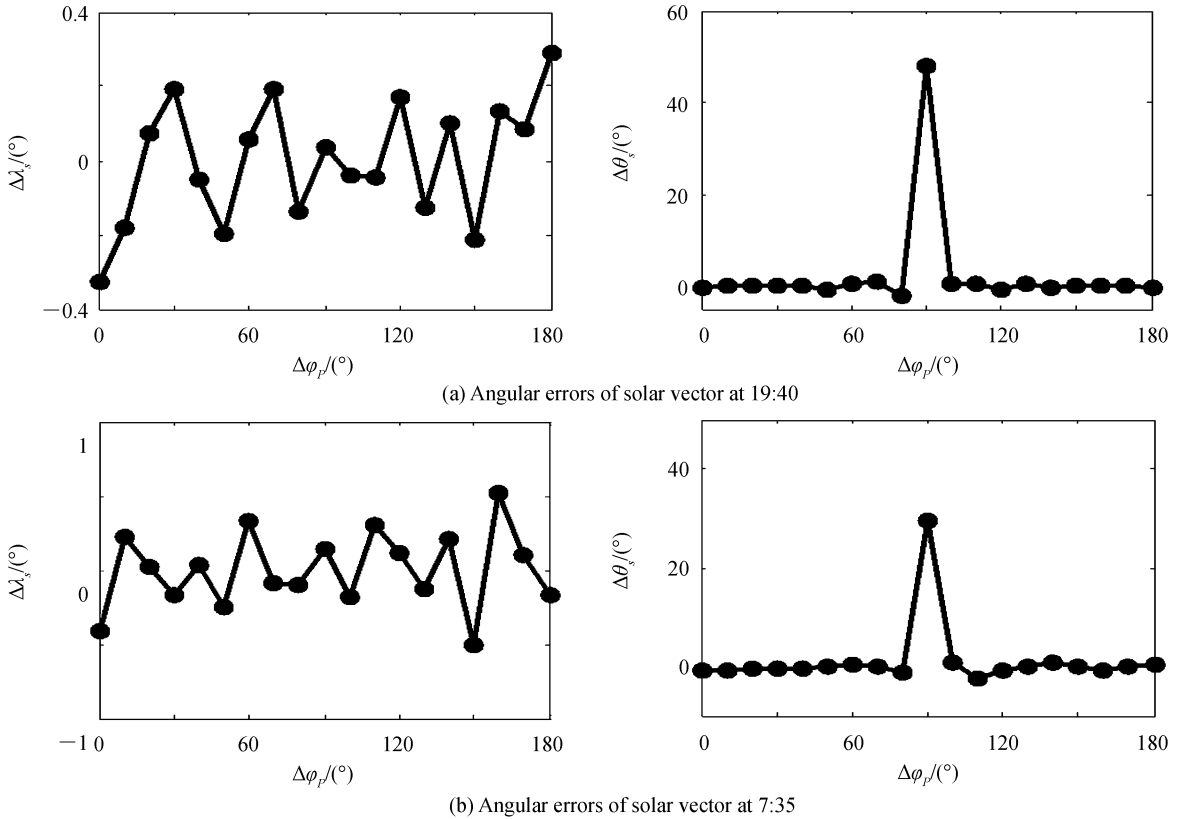
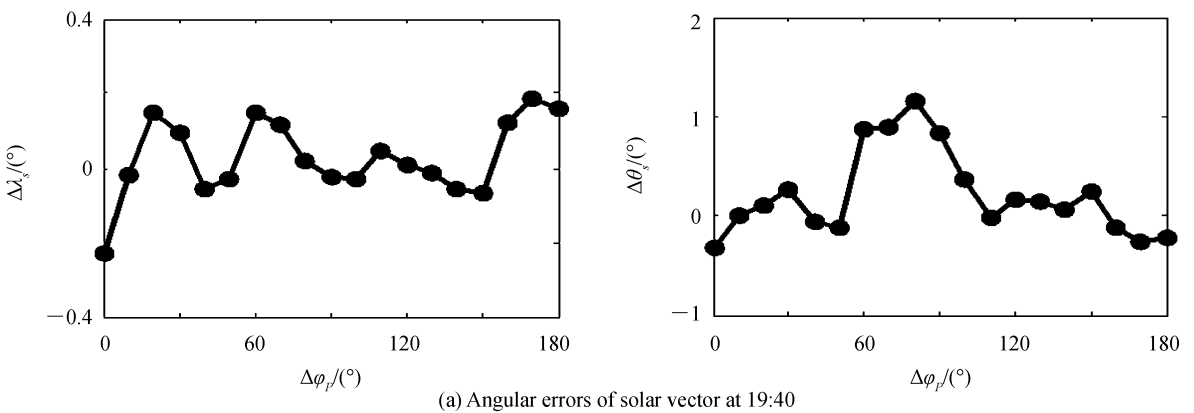
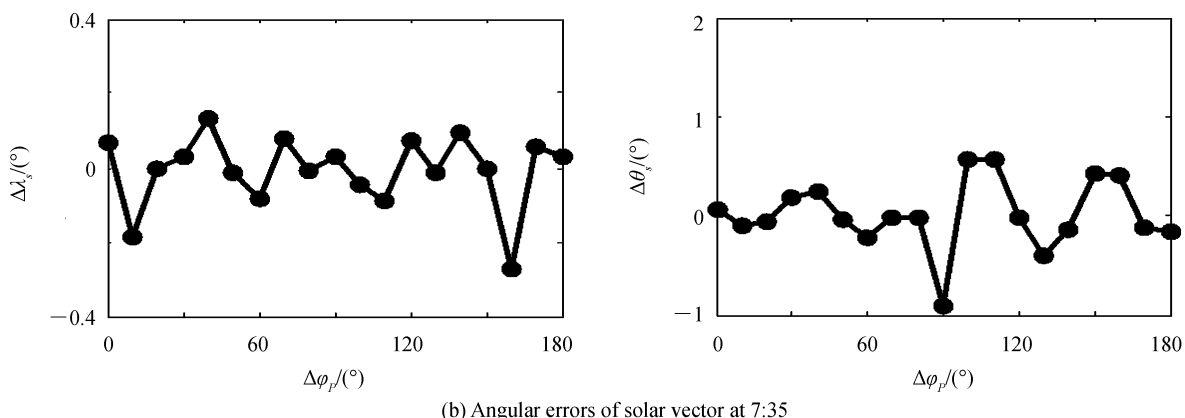


图 6 双偏振敏感器测量太阳矢量
Fig.6 Solar vector measured with two polarization sensors



(a) Angular errors of solar vector at 19:40



(b) Angular errors of solar vector at 7:35

图7 多偏振敏感器测量太阳矢量

Fig.7 Solar vector measured with multi-polarization sensors

4 结论

本文设计了由两组偏振对立单元组成的偏振敏感器,论证了偏振对立单元之间的最佳角度为 45° ,提出了利用多偏振敏感器测量并结合最小二乘法解算太阳矢量的方法,最后进行了实验验证.结果表明,利用多偏振敏感器(≥ 3)测量并结合最小二乘法解算太阳矢量的方法是可行的,并且太阳矢量的方位角误差和高度角误差分别在 0.2° 和 1.0° 以内.与双偏振敏感器测量相比,多偏振敏感器测量太阳矢量不仅可以得到高精度的太阳矢量方向,还解决了最大偏振方向平行带来的突变问题.对于偏振敏感器数量与太阳矢量测量精度的关系,以及不同天气和不同时间段下的多偏振敏感器测量情况,仍需进一步研究.

参考文献

- [1] ROSSEL S, WEHNER R. Polarization vision in bees[J]. *Nature*, 1986, **323**(6084):128-131.
- [2] EVANGELISTA C, KRAFT P, DACKER M, *et al.* Honeybee navigation: critically examining the role of the polarization compass[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 2014, **369**(1636): 1-12.
- [3] SAKURA M, OKADA R, AONUMA H. Evidence for instantaneous e-vector detection in the honeybee using an associative learning paradigm[J]. *Proceedings of the Royal Society B*, 2012, **279**(1728): 535-542.
- [4] REPPERT S M, ZHU H, WHITE R H. Polarized light helps Monarch Butterflies navigate[J]. *Current Biology*, 2004, **14**(2): 155-158.
- [5] LEBHARDT F, RONACHER B. Interactions of the polarization and the sun compass in path integration of desert ants [J]. *Journal of Comparative Physiology A*, 2014, **200**(8): 711-720.
- [6] SARKAR M, SAN SEGUNDO B D, van HOOFF C, *et al.* Integrated polarization analyzing CMOS image sensor for autonomous navigation using polarized light [C]. Intelligent Systems (IS), 2010 5th IEEE International Conference. IEEE, 2010: 224-229.
- [7] GRUEV V, PERKINS R, YORK T. CCD polarization imaging sensor with aluminum nanowire optical filter[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(18): 19087-19094.
- [8] HAMAOU M. Polarized skylight navigation[J]. *Applied Optics*, 2016, **56**(3): B37-46.
- [9] WANG Dao-bin, LIANG Hua-wei, ZHU Hui, *et al.* A bionic camera-based polarization navigation sensor[J]. *Sensors*, 2014, **14**(7): 13006-13023.
- [10] CHU Jin-kui, WANG Zhi-wen, GUAN Le, *et al.* Integrated polarization dependent photodetector and its application for polarization navigation[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2014, **26**(5): 469-472.
- [11] LIU Ze, ZHANG Ran, WANG Zhi-wen, *et al.* Integrated polarization-dependent sensor for autonomous navigation[J]. *Journal of Micro/Nanolithography Memos & Moems*, 2015, **14**(1): 1-6.
- [12] WANG Fei, TANG Jun, REN Jian-bin, *et al.* Optimized calculation of solar spatial position with the rayleigh atmosphere polarization pattern[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(12):1201002.
王飞, 唐军, 任建斌, 等. 基于 Rayleigh 大气偏振模式的太阳空间位置优化计算[J]. *光子学报*, 2014, **43**(12):1201002.
- [13] REN Jian-bin, LIU Jun, TANG Jun, *et al.* Skylight polarization pattern-based approach to the location of the sun and solar meridian[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(7):0701002.
任建斌, 刘俊, 唐军, 等. 利用大气偏振模式确定太阳和太阳子午线空间位置法[J]. *光子学报*, 2015, **44**(7):0701002.
- [14] LU Hao, ZHAO Kai-chun, YOU Zheng, *et al.* Noise modeling and analysis of polarization imaging for scattered skylight[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2017, **36**(4): 12-14.

- 卢皓, 赵开春, 尤政, 等. 天空散射光偏振成像噪声建模与分析[J]. 传感器与微系统, 2017, **36**(4): 12-14.
- [15] WANG Yu-jie, HU Xiao-ping, ZHANG Li-lian, *et al.* Polarized light compass aided visual-inertial navigation under foliage environment[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, **17**(17): 5646-5653.
- [16] XIAN Zhi-wen, HE Xiao-feng, LIAN Jun-xiang, *et al.* A bionic autonomous navigation system by using polarization navigation sensor and stereo camera[J]. *Autonomous Robots*, 2017, **41**(5): 1-12.
- [17] ZHAO Hui-jie, XU Wu-jian. A bionic polarization navigation sensor and its calibration method[J]. *Sensors*, 2016, **16**(8): 1223.
- [18] MA Tao, HU Xiao-ping, ZHANG Li-lian, *et al.* Calibration of a polarization navigation sensor using the NSGA-II algorithm [J]. *Optics Communications*, 2016, **376**: 107-114.
- [19] FAN Chen, HU Xiao-ping, LIAN Jun-xiang, *et al.* Design and calibration of a novel camera-based bio-Inspired polarization navigation sensor [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, **16**: 3640-3648.
- [20] WANG Yu-jie, HU Xiao-ping, LIAN Jun-xiang, *et al.* Algorithms and error based on analysis of bionic orientation polarized light [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, **36**(2):211-216.
王玉杰, 胡小平, 练军想, 等. 仿生偏振光定向算法及误差分析[J]. 宇航学报, 2015, **36**(2):211-216.
- [21] FAN Zhi-guo, CHEN Man-li, WANG Bo, *et al.* Three-dimensional attitude information obtained by the skylight polarization pattern[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, **24**(6): 1248-1256.
范之国, 陈曼丽, 王波, 等. 基于大气偏振模式的三维姿态信息获取[J]. 光学精密工程, 2016, **24**(6): 1248-1256.
- [22] WANG Yin-long, CHU Jin-kui, ZHANG Ran, *et al.* A novel autonomous real-time position method based on polarized light and geomagnetic field [J]. *Scientific Reports*, 2015, **5**: 1-6.
- [23] REN Jian-bin, LIU Jun, TANG Jun, *et al.* Polarized skylight pattern-based approach to attitude determination [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, **15**(9): 4917-4927.
- [24] KONG Xiao-long, WU Wen-qi, ZHANG Li-lian, *et al.* Performance improvement of Visual-Inertial navigation system by using polarized light compass [J]. *Industrial Robot*, 2016, **43**(6): 588-595.