

doi:10.3788/gzxb20184710.1027001

两能级发射体与振动石墨烯薄膜相互作用系统中熵压缩研究

廖庆洪^{1,2}, 叶杨¹, 金鹏¹, 郑军³

(1 南昌大学 电子信息工程系, 南昌 330031)

(2 中国科学院量子信息重点实验室, 合肥 230026)

(3 南昌大学 理学院, 南昌 330031)

摘 要: 研究了两能级发射体与振动石墨烯薄膜相互作用系统中熵压缩性质, 讨论了相干角, 两能级发射体与振动石墨烯薄膜之间的耦合系数和两能级发射体的跃迁频率与驱动场频率的失谐量以及相干性对两能级发射体熵压缩的影响, 结果表明: 通过调节相干角, 两能级发射体与机械振子的耦合系数和两能级发射体的跃迁频率与驱动场频率的失谐量可以制备两能级发射体最佳熵压缩态. 理论上提供了一种调控两能级发射体耦合石墨烯机械振子系统中熵压缩的方式.

关键词: 量子光学; 熵压缩; 两能级发射体; 石墨烯; 最佳熵压缩态

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2018)10-1027001-10

Entropy Squeezing of Two-level Emitter Interacting with Vibrating Graphene Membrane System

LIAO Qing-hong^{1,2}, YE Yang¹, JIN Peng¹, ZHENG Jun³

(1 Department of Electronic Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

(2 CAS Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(3 School of Science, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: In this paper, the entropy squeezing of the two-level emitter interacting with vibrating graphene membrane system was investigated. The effects of coherence angle, the coupling coefficient between two-level emitter and the vibrating graphene membrane, and detuning between the transition frequency of two-level emitter and the driving field frequency on the entropy squeezing are analyzed. It is shown that the optimal entropy squeezed state can be generated by controlling the coherence angle, the coupling coefficient between two-level emitter and the vibrating graphene membrane, and the detuning between the transition frequency of two-level emitter and the driving field frequency. The proposal may provide a theoretical way to manipulate entropy squeezing of the two-level emitter in the system.

Key words: Quantum optics; Entropy squeezing; Two-level emitter; Graphene; Optimal entropy squeezed state

OCIS Codes: 270.5565; 270.6570; 020.5580

0 引言

两能级发射体压缩的研究是量子信息学科的重要课题之一, 压缩态不仅具有许多非经典特性^[1], 而且在引力波检测和光通讯中有很广泛的应用前景. 近年来, 压缩态被推广到各种体系, 包括离子的运动、分子的经典压缩、晶体中的极化子和声子等, 取得了许多有意义的研究成果^[2-5]. 两能级发射体信息熵的压缩在压缩光

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61368002), 江西省杰出青年人才资助计划项目(No. 20162BCB23009), 江西省自然科学基金(No. 20161BAB202046), 江西省教育厅科技项目(No. GJJ13051), 中国科学院量子信息重点实验室开放课题(No. KQI201704), 低维量子物理国家重点实验室开放研究基金(No. KF201711)和江西省研究生创新专项资金项目(No. YC2017-S111)资助

第一作者: 廖庆洪(1982-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为量子光学与量子信息. Email: nculqh@163.com

收稿日期: 2018-05-11; **录用日期:** 2018-07-11

<http://www.photon.ac.cn>

的产生^[6]及压缩光对量子噪声的抑制^[7]、强耦合条件下计算微腔荧光衰减率^[8]、高精光谱^[9]、高精自旋偏振测量^[10]的研究等方面有着广泛的应用.大量关于原子压缩的研究^[11-16]是基于海森堡测不准关系,但是在某些情况下海森堡不确定关系不能充分表示原子的压缩信息,文献[17]给出了两能级发射体的熵不确定关系,并应用量子熵理论讨论了两能级发射体的熵压缩,克服了海森堡不确定关系的局限性,证明了信息熵压缩实现对两能级发射体压缩效应的高灵敏度.

应用量子技术来实现位置测量是非常有意义的,但也是挑战性的.通常情况下,采用光学相移的方法来测量位置,但该方法难以适用于许多材料.例如石墨烯,石墨烯是由单层碳原子通过共价键结合而成的具有二维平面结构的新型碳纳米材料^[18-20],具有良好的导电性、导热性,以及优异的光学性能、极高的机械强度和稳定性,在集成电路、太阳能电池、纳米电子器件、高灵敏传感器以及精密测量等领域具有广阔的应用前景.石墨烯有着质量小、透明度高的特点,是一种优秀的纳米机械谐振器.真空中两个金属面板之间的相互作用力被称为 Casimir 力.Casimir 效应是一种有关真空涨落的量子现象^[21],它在物理学的各个分支,特别是在纳米技术中有着重要应用.振动石墨烯和两能级发射体之间的距离达到纳米量级时,它们之间零点能的涨落将导致 Casimir 力,Casimir 力对系统的作用将诱导两能级发射体能级移动以及跃迁频率的改变^[22].机械位移导致真空诱导的发射体的跃迁频率的变化,它可以通过光学方法读出.两能级发射体能级移动以及跃迁频率的改变依赖于发射体与石墨烯表面之间的距离,通过测量发射体散射场的相移可实现能级移动以及跃迁频率改变的探测,是一种非常灵敏的位移探测方法^[22].

本文在文献[22]的基础上研究了两能级发射体与振动石墨烯薄膜相互作用系统中两能级发射体的熵压缩,分析相干角、两能级发射体与机械模之间的广义耦合系数对熵压缩的影响,结果表明通过调控相干角、耦合系数、失谐量可以实现对两能级发射体熵压缩的调控,并且,选择适当的系统参数,可以制备两能级发射体最佳熵压缩态.

1 物理模型

考虑由一个两能级发射体和振动石墨烯薄膜组成的系统,两能级发射体由外场驱动,石墨烯薄膜沿着 Y 轴方向振动,当石墨烯薄膜与两能级发射体之间的距离达到纳米量级时,他们之间的 Casimir 力对系统的动力学特性起着重要的作用,物理模型示意图如图 1 所示,振动石墨烯薄膜量子化后为机械振子,设两能级发射体激发态为 $|e\rangle$,基态为 $|g\rangle$,该系统的哈密顿量为^[22]

$$H = \frac{\Delta}{2}\sigma_z + \frac{\Omega}{2}\sigma_x + \omega_m a_m^\dagger a_m + g x_m \sigma_z \quad (\hbar = 1) \quad (1)$$

式中, a_m^\dagger 和 a_m 为振动石墨烯薄膜的产生和湮灭算符,其中石墨烯薄膜的位置算符 $x_m = \sqrt{\frac{1}{2m\omega_m}}(a_m + a_m^\dagger)$, m 为石墨烯薄膜质量, ω_m 表示机械振子作简谐振动的角频率, $\Delta = \omega_a - \omega_L$ 表示两能级发射体的跃迁频率与驱动场频率的失谐量, ω_a 为两能级发射体的跃迁频率, ω_L 为驱动场频率, g 表示两能级发射体与振动石墨烯薄膜的耦合系数, $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ 表示两能级发射体的反转算符, $\sigma_+ = |e\rangle\langle g|$ 和 $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$ 表示两能级发射体的上升和下降算符, $\sigma_x = \sigma_+ + \sigma_-$, Ω 为两能级发射体与驱动场的耦合系数.

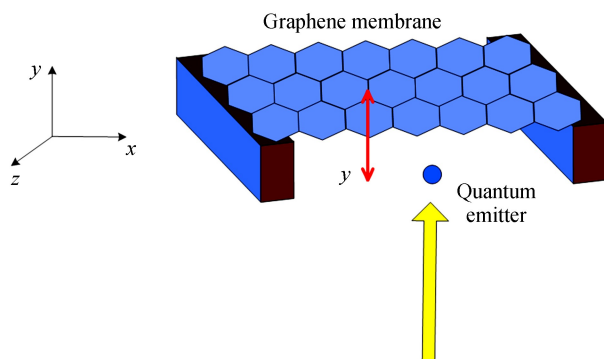


图 1 驱动两能级发射体和振动石墨烯薄膜耦合物理模型

Fig.1 Schematic diagram of the driven two-level emitter coupled to the vibrating graphene membrane

设 $G = g \sqrt{\frac{1}{2m\omega_m}}$, G 表示两能级发射体与机械振子的广义耦合系数,将式(1)的总哈密顿量改写为

$$H = \frac{\Delta}{2}\sigma_z + \frac{\Omega}{2}\sigma_x + \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)\sigma_z \quad (2)$$

由于么正操作不会改变体系的本征值,所以引入么正操作 $U_1 = \exp(-i\omega_c \sigma_z t/2)$,把式(2)变换到旋转坐标表象中,有

$$H_1 = U_1^+ H U_1 - iU_1^+ \frac{\partial U_1}{\partial t} = H_1^{(1)} + H_1^{(2)} \quad (3)$$

式中,

$$\begin{cases} H_1^{(1)} = \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)\sigma_z \\ H_1^{(2)} = \frac{\Delta}{2}\sigma_z + \frac{\Omega}{2}\sigma_x \\ \sigma_x = \sigma_+ + \sigma_- \\ \frac{\Omega}{2} = \lambda \end{cases} \quad (4)$$

对 $H_1^{(2)}$ 在基 $|e\rangle$ 与 $|g\rangle$ 下进行对角化得矩阵为 $\begin{bmatrix} \Delta/2 & \lambda \\ \lambda & -\Delta/2 \end{bmatrix}$,并对该矩阵求得本征值为

$$F = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + 4\lambda^2} = \pm k \quad (5)$$

利用式(5)对矩阵求本征态,当 $F = k$ 时,本征态为 $|+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |e\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |g\rangle$,其中 $\theta = \arctan(2\lambda/\Delta)$;当 $F = -k$ 时,本征态为 $|-\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |e\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |g\rangle$.那么利用缀饰态基 $|+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |e\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |g\rangle$, $|-\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |e\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |g\rangle$ 对 $H_1^{(2)}$ 进行对角化可得

$$H_1^{(2)} = k|+\rangle\langle+| + (-k)|-\rangle\langle-| = k(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) = \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + 4\lambda^2}(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) \quad (6)$$

令 $L = \sqrt{\Delta^2 + 4\lambda^2}$ 则 $k = \frac{L}{2}$,令 $(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) = S_z$,则

$$H_1^{(2)'} = kS_z = \frac{L}{2}S_z \quad (7)$$

式中, $S_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$ 表示反转算符.由 $|+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |e\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |g\rangle$, $|-\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |e\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |g\rangle$,得 $|e\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle - \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle$, $|g\rangle = \sin \frac{\theta}{2} |+\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |-\rangle$,则两能级发射体上升和下降算符为

$$\begin{cases} \sigma_+ = |e\rangle\langle g| = \frac{1}{2}\sin\theta S_z + \cos^2 \frac{\theta}{2} S_+ - \sin^2 \frac{\theta}{2} S_- \\ \sigma_- = |g\rangle\langle e| = \frac{1}{2}\sin\theta S_z - \sin^2 \frac{\theta}{2} S_+ + \cos^2 \frac{\theta}{2} S_- \\ \sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| = \cos\theta S_z - \sin\theta(S_+ + S_-) \end{cases} \quad (8)$$

由式(8), $H_1^{(1)} = \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)\sigma_z$ 可写为

$$H_1^{(1)'} = \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)[\cos\theta S_z - \sin\theta(S_+ + S_-)] \quad (9)$$

式中, $S_+ = |+\rangle\langle-|$ 表示在缀饰态基下的上升算符, $S_- = |-\rangle\langle+|$ 表示在缀饰态基下的下降算符, $S_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$ 表示在缀饰态基下的反转算符.

令 $\theta = \frac{3\pi}{2}$,则式(9)变成

$$H_1^{(1)'} = \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)(S_+ + S_-) \quad (10)$$

系统的哈密顿量 H 变为

$$H' = H_1^{(1)'} + H_1^{(2)'} = \frac{L}{2} S_z + \omega_m a_m^+ a_m + G(a_m + a_m^+)(S_+ + S_-) \quad (11)$$

在相互作用绘景下,作旋波近似, H' 写成

$$\begin{cases} H' = G[a_m S_+ e^{i(L-\omega_m)t} + a_m^+ S_- e^{-i(L-\omega_m)t}] \\ \Delta_1 = (L - \omega_m) \end{cases} \quad (12)$$

设石墨烯振子初态和两能级发射体初态分别是 $\cos\theta_1|0\rangle + \sin\theta_1|1\rangle$ 和 $\cos\theta_2|+\rangle + \sin\theta_2|-\rangle$, θ_1 和 θ_2 为相干角,则系统初始态矢量为

$$|\Psi(0)\rangle = (\cos\theta_1|0\rangle + \sin\theta_1|1\rangle)(\cos\theta_2|+\rangle + \sin\theta_2|-\rangle) = \cos\theta_1\cos\theta_2|0+\rangle + \cos\theta_1\sin\theta_2|0-\rangle + \sin\theta_1\cos\theta_2|1+\rangle + \sin\theta_1\sin\theta_2|1-\rangle \quad (13)$$

设 $a = \cos\theta_1\cos\theta_2$, $b = \cos\theta_1\sin\theta_2$, $c = \sin\theta_1\cos\theta_2$, $d = \sin\theta_1\sin\theta_2$. 在哈密顿量式(12)作用下,系统任意时刻 t 的态矢量为

$$|\Psi(t)\rangle = M_1|0+\rangle + M_2|0-\rangle + M_3|1+\rangle + M_4|1-\rangle + M_5|2-\rangle \quad (14)$$

代入薛定谔方程 $i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle = H'|\Psi(t)\rangle$ 可得

$$\begin{cases} M_1 = \left[a \left(\cos\left(\frac{At}{2}\right) - \frac{i\Delta_1}{A} \sin\left(\frac{At}{2}\right) \right) - \frac{2iGd}{A} \sin\left(\frac{At}{2}\right) \right] \exp\left(\frac{i\Delta_1 t}{2}\right) \\ M_2 = b \\ M_3 = \left[c \left(\cos\left(\frac{Bt}{2}\right) - \frac{i\Delta_1}{B} \sin\left(\frac{Bt}{2}\right) \right) \right] \exp\left(\frac{i\Delta_1 t}{2}\right) \\ M_4 = \left[d \left(\cos\left(\frac{At}{2}\right) + \frac{i\Delta_1}{A} \sin\left(\frac{At}{2}\right) \right) - \frac{2iGa}{A} \sin\left(\frac{At}{2}\right) \right] \exp\left(-\frac{i\Delta_1 t}{2}\right) \\ M_5 = \left[-\frac{2\sqrt{2}iGc}{B} \sin\left(\frac{Bt}{2}\right) \right] \exp\left(-\frac{i\Delta_1 t}{2}\right) \end{cases} \quad (15)$$

其中 $A = \sqrt{\Delta_1^2 + 4G^2}$, $B = \sqrt{\Delta_1^2 + 8G^2}$.

由式(14)和(15)可得到系统的密度算符 $\rho(t)$ 为

$$\begin{aligned} \rho(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)| = & M_1 M_1^* |0+\rangle\langle 0+| + M_1 M_2^* |0+\rangle\langle 0-| + M_1 M_3^* |0+\rangle\langle 1+| + \\ & M_1 M_4^* |0+\rangle\langle 1-| + M_1 M_5^* |0+\rangle\langle 2-| + M_2 M_1^* |0-\rangle\langle 0+| + M_2 M_2^* |0-\rangle\langle 0-| + \\ & M_2 M_3^* |0-\rangle\langle 1+| + M_2 M_4^* |0-\rangle\langle 1-| + M_2 M_5^* |0-\rangle\langle 2-| + M_3 M_1^* |1+\rangle\langle 0+| + \\ & M_3 M_2^* |1+\rangle\langle 0-| + M_3 M_3^* |1+\rangle\langle 1+| + M_3 M_4^* |1+\rangle\langle 1-| + M_3 M_5^* |1+\rangle\langle 2-| + \\ & M_4 M_1^* |1-\rangle\langle 0+| + M_4 M_2^* |1-\rangle\langle 0-| + M_4 M_3^* |1-\rangle\langle 1+| + M_4 M_4^* |1-\rangle\langle 1-| + \\ & M_4 M_5^* |1-\rangle\langle 2-| + M_5 M_1^* |2-\rangle\langle 0+| + M_5 M_2^* |2-\rangle\langle 0-| + \\ & M_5 M_3^* |2-\rangle\langle 1+| + M_5 M_4^* |2-\rangle\langle 1-| + M_5 M_5^* |2-\rangle\langle 2-| \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可得到两能级发射体的约化密度算符 $\rho_e(t)$

$$\begin{aligned} \rho_e(t) = \text{Tr}_f[\rho(t)] = & [M_1 M_1^* + M_3 M_3^*] |+\rangle\langle +| + [M_1 M_2^* + M_3 M_4^*] |+\rangle\langle -| + \\ & [M_2 M_1^* + M_4 M_3^*] |-\rangle\langle +| + [M_2 M_2^* + M_4 M_4^* + M_5 M_5^*] |-\rangle\langle -| \end{aligned} \quad (17)$$

Sanchez-Ruiz^[23-24]等研究了在 N 维希尔伯特空间, $N+1$ 个具有非简并本征值的互补变量的熵测不准关系为

$$\sum_{k=1}^{N+1} H(S_k) \geq \frac{1}{2} N \ln\left(\frac{1}{2} N\right) + \left(\frac{1}{2} N + 1\right) \ln\left(\frac{1}{2} N + 1\right) \quad (18)$$

Sanchez-Ruiz 证明了上述熵测不准关系具有最佳下限.

对任意量子态,算符 S_α 在 N 个本征态上具有如下的概率分布

$$P_i(S_\alpha) = \langle \psi_{\alpha i} | \rho | \psi_{\alpha i} \rangle, \alpha \equiv x, y, z, i = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

式中, $|\psi_{\alpha i}\rangle$ 是算符 S_α 的第 i 个本征态, $S_\alpha |\psi_{\alpha i}\rangle = \lambda_{\alpha i} |\psi_{\alpha i}\rangle, \alpha \equiv x, y, z, i = 1, 2, \dots, N$.

取 $N=2$ 时,对应的两能级发射体偶极矩分量的信息熵为

$$H(S_\alpha) = - \sum_{i=1}^2 P_i(S_\alpha) \ln P_i(S_\alpha), \alpha \equiv x, y, z \quad (20)$$

两能级发射体分量 S_x, S_y, S_z 的信息熵满足信息熵测不准关系

$$H(S_x) + H(S_y) + H(S_z) \geq 2 \ln 2 \quad (21)$$

又可将(21)式可改写为

$$\delta H(S_x) \delta H(S_y) \geq \frac{4}{\delta H(S_z)} \quad (22)$$

其中

$$\delta H(S_\alpha) \equiv \exp[H(S_\alpha)] \quad (23)$$

当两能级发射体偶极矩分量 $S_\alpha (\alpha \equiv x \text{ or } y)$ 的涨落满足条件^[25]

$$E(S_\alpha) = \delta H(S_\alpha) - \frac{2}{[\delta H(S_z)]^{1/2}} < 0, \alpha \equiv x \text{ or } y \quad (24)$$

则两能级发射体偶极矩的分量 $S_\alpha (\alpha \equiv x \text{ or } y)$ 出现信息熵压缩。

由于 $H(S_\alpha) (\alpha = x, y, z)$ 的取值范围是 $0 \sim \ln 2$, 则 $\delta H(S_\alpha)$ 的取值范围是 $1 \sim 2$. 所以 $E(S_\alpha) (\alpha = x, y)$ 的最小值^[26] 为

$$E(S_\alpha)_{\min} = 1 - \sqrt{2} = -0.414 < 0, (\alpha \equiv x \text{ or } y) \quad (25)$$

此时 $E(S_\alpha)_{\min}$ 为 S_x 和 S_y 算符的最佳熵压缩, 两能级发射体处于最佳熵压缩态。

由以上结果可得两能级发射体密度矩阵元为

$$\begin{cases} \rho_{++} = |M_1(t)|^2 + |M_3(t)|^2 \\ \rho_{+-} = M_1(t)M_2^*(t) + M_3(t)M_4^*(t) \\ \rho_{-+} = M_2(t)M_1^*(t) + M_4(t)M_3^*(t) \\ \rho_{--} = |M_2(t)|^2 + |M_4(t)|^2 + |M_5(t)|^2 \end{cases} \quad (26)$$

可得两能级发射体算符 S_x, S_y 和 S_z 的信息熵为

$$\begin{cases} H(S_x) = - \left[\frac{1}{2} + \text{Re} \rho_{-+}(t) \right] \ln \left[\frac{1}{2} + \text{Re} \rho_{-+}(t) \right] - \left[\frac{1}{2} - \text{Re} \rho_{-+}(t) \right] \ln \left[\frac{1}{2} - \text{Re} \rho_{-+}(t) \right] \\ H(S_y) = - \left[\frac{1}{2} + \text{Im} \rho_{-+}(t) \right] \ln \left[\frac{1}{2} + \text{Im} \rho_{-+}(t) \right] - \left[\frac{1}{2} - \text{Im} \rho_{-+}(t) \right] \ln \left[\frac{1}{2} - \text{Im} \rho_{-+}(t) \right] \\ H(S_z) = -\rho_{--}(t) \ln \rho_{--}(t) - \rho_{++}(t) \ln \rho_{++}(t) \end{cases} \quad (27)$$

由式(27)可得, 两能级发射体的熵压缩为

$$\begin{cases} E(S_x) = \exp[H(S_x)] - \frac{2}{\{\exp[H(S_z)]\}^{1/2}} \\ E(S_y) = \exp[H(S_y)] - \frac{2}{\{\exp[H(S_z)]\}^{1/2}} \end{cases} \quad (28)$$

2 结果与讨论

图 2 至图 3 为失谐量 $\Delta_1 = 0.2$, 耦合系数 $G = 1$ 条件下, 石墨烯振子和两能级发射体的相干角变化时, 两能级发射体的熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间演化特性。石墨烯振子的相干角分别取 $\theta_1 = \pi/4, \pi/6, 0$, 可通过调节外加经典驱动场使得两能级发射体的相干角取 $\theta_2 = \pi/4, \pi/6, 0$. 由图 2 可知, 熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间的演化呈现非周期性振荡行为, 且变量 S_x 和 S_y 都存在压缩。观察图 2 可以发现, θ_1 为定值时, θ_2 分别取值 $\pi/4, \pi/6, 0$ 时, 随着取值的逐渐减小, 图中两能级发射体的最大熵压缩值也逐步减小。在两能级发射体的相干角 θ_2 取值不变时, 由图 3 分析可知, θ_1 分别取值 $\pi/4, \pi/6, 0$ 时, 取得的两能级发射体的最大熵压缩值逐渐变大。综合图 2 和图 3 可知, 相干角 θ_1 和 θ_2 的取值变化会直接影响熵压缩因子的大小, θ_1 为定值时, θ_2 取值逐渐变小时, 得到熵压缩值逐渐减小; θ_2 为定值时, θ_1 取值逐渐变小时, 得到的熵压缩值变大。通过比对数值, 当 θ_1 取值为 $0, \theta_2$ 取值为 $\pi/4$, 图 3(e) 中熵压缩因子 $E(S_x)$ 在标度时间 $t = 10\pi$ 时, 取得最小值 $E(S_x) = -0.4133$, 此时变量 S_x 的熵压缩最大; 图 3(f) 中熵压缩因子 $E(S_y)$ 在标度时

间 $t=5\pi$ 时,取得最小值 $E(S_y)=-0.4135$,由(25)式可知此时的熵压缩值最大,得到最大熵压缩.在失谐量和耦合系数为定值的条件下,通过改变相干角 θ_1 和 θ_2 取值的大小,对两能级发射体熵压缩因子的幅度、频率、两能级发射体熵压缩的方向有影响.

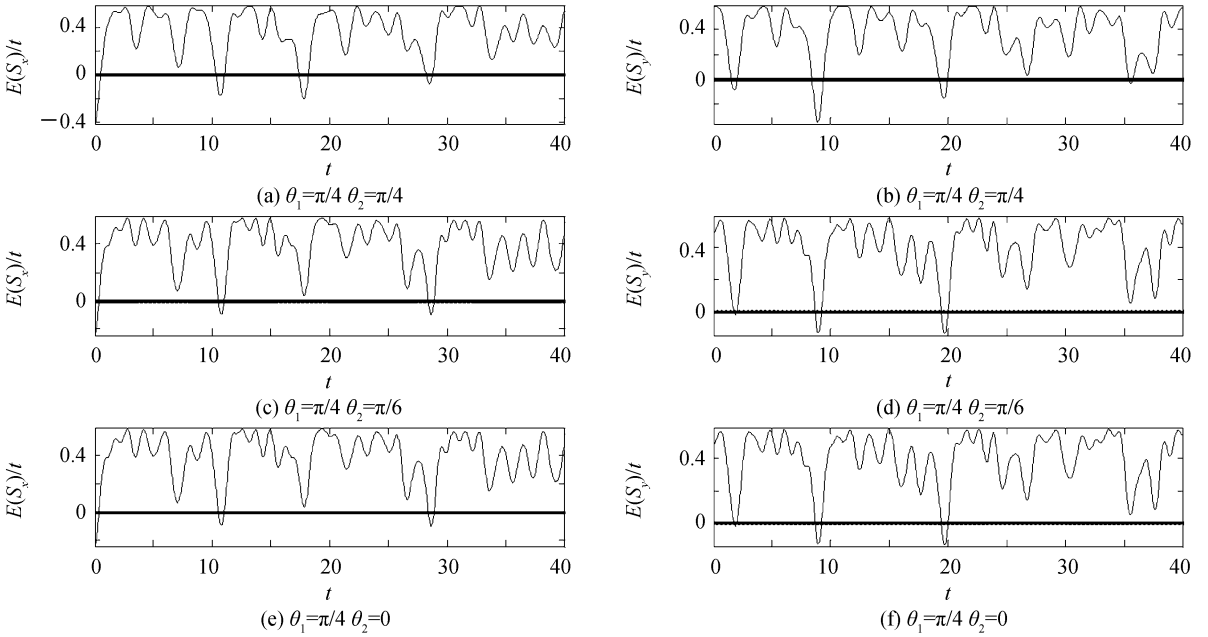


图2 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性,其中 $\Delta_1=0.2, G=1$

Fig.2 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter with $\Delta_1=0.2, G=1$

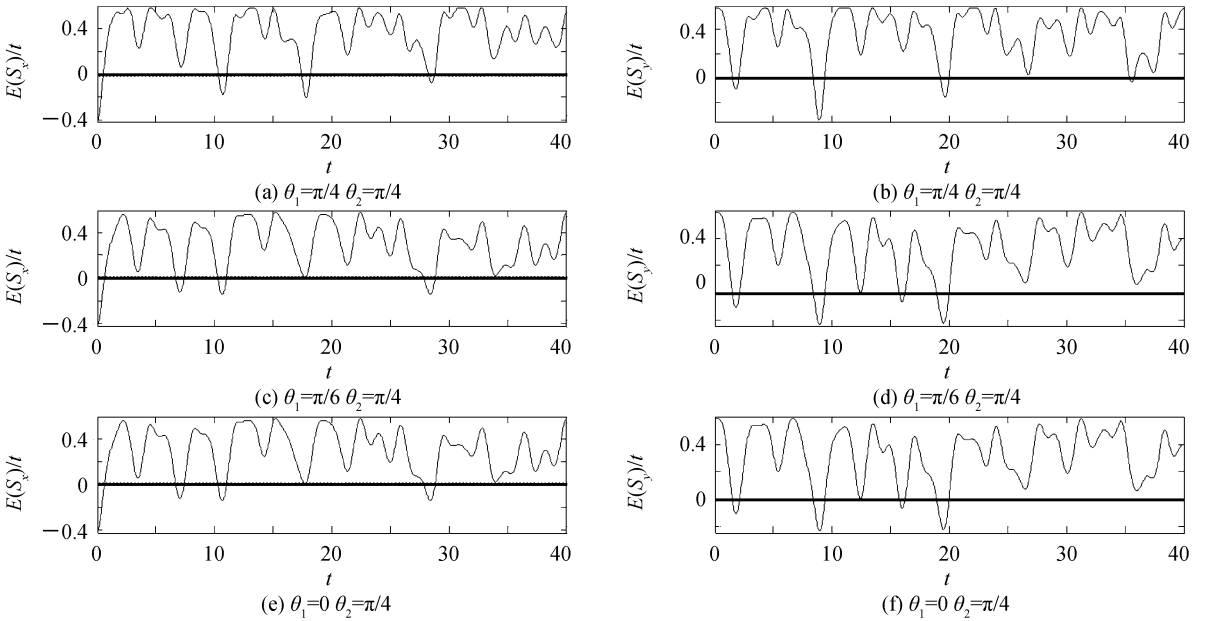


图3 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性,其中 $\Delta_1=0.2, G=1$

Fig.3 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter with $\Delta_1=0.2, G=1$

图4(a)和(b)分别给出了两能级发射体熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间的演化规律,其中参数 $\Delta_1=0, \theta_1=0, \theta_2=0, G=1$,由式(15)可知 $M_1(t)=\cos(t), M_2(t)=M_3(t)=M_5(t)=0, M_4(t)=-i\sin(t)$,代入式(26)~(28)可得两能级发射体熵压缩因子的解析表达式为

$$\begin{cases} E(S_x) = 2 - 2 \times \sin(t) \sin^2(t) \times \cos(t) \cos^2(t) \\ E(S_y) = 2 - 2 \times \sin(t) \sin^2(t) \times \cos(t) \cos^2(t) \end{cases} \quad (29)$$

由式(29)可知熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间具有相同的演化规律,取值都大于等于0,演化周期为 $\pi/2$,

即两能级发射体在 X 和 Y 方向上都不存在熵压缩,不存在非经典特性,主要原因为此时两能级发射体约化密度矩阵不存在相干性,两能级发射体处于混态 $\rho_e = \rho_{++} |+\rangle\langle +| + \rho_{--} |-\rangle\langle -|$,此时两能级发射体不存在非经典特性, X 和 Y 方向不存在熵压缩.

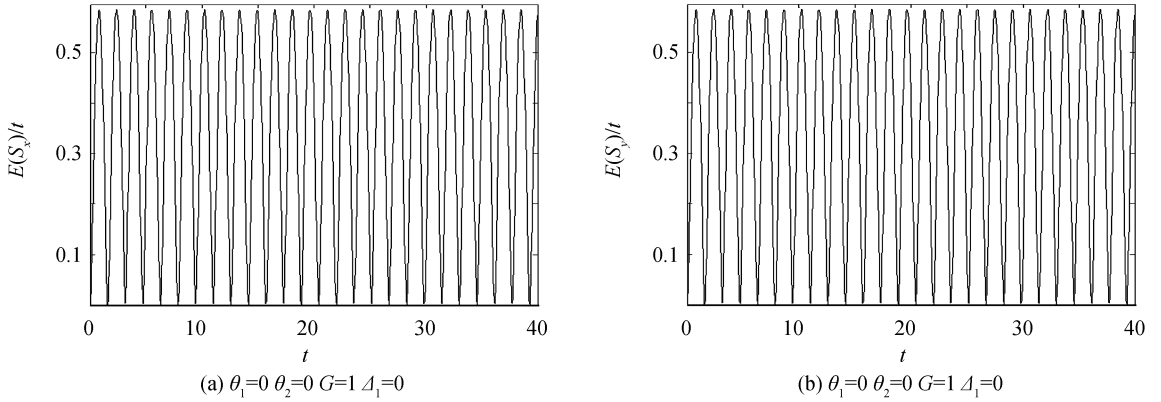


图4 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性

Fig.4 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter

为了进一步探究相干性对两能级发射体熵压缩的影响,将 $G=1, \Delta_1=0, \theta_1=0, \theta_2=\pi/4$ 代入式(15),可得 $M_1 = \sqrt{2} \cos(t)/2, M_2 = \sqrt{2}/2, M_3 = M_5 = 0, M_4 = -i\sqrt{2} \sin(t)/2$,由式(26)~(28)可得两能级发射体熵压缩因子的解析表达式为

$$\begin{cases} E(S_x) = \frac{2[\sin(t)]^{\cos t - 1}}{[1 + \cos(t)]^{\cos t}} - 2 \times \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \sin^4(t) \right]^{\frac{1}{4}} \times \left[\frac{1 + \sin^2(t)}{\cos^2(t)} \right]^{\frac{1}{4} [\sin^2(t)]} \\ E(S_y) = 2 - 2 \times \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \sin^4(t) \right]^{\frac{1}{4}} \times \left[\frac{1 + \sin^2(t)}{\cos^2(t)} \right]^{\frac{1}{4} [\sin^2(t)]} \end{cases} \quad (30)$$

由式(30)可以得出两能级发射体熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间演化有着不同的规律,由图 5(a)和(b)中可以看出,随时间演化的周期为 π ,熵压缩因子 $E(S_x)$ 呈现周期性变化且有最大熵压缩值 $E(S_x) = -0.4142$,即两能级发射体在 X 方向存在熵压缩,存在非经典特性,因为此时两能级发射体约化密度矩阵存在相干性,两能级发射体处于态 $\rho_e = \rho_{++} |+\rangle\langle +| + \rho_{+-} |+\rangle\langle -| + \rho_{-+} |-\rangle\langle +| + \rho_{--} |-\rangle\langle -|$.

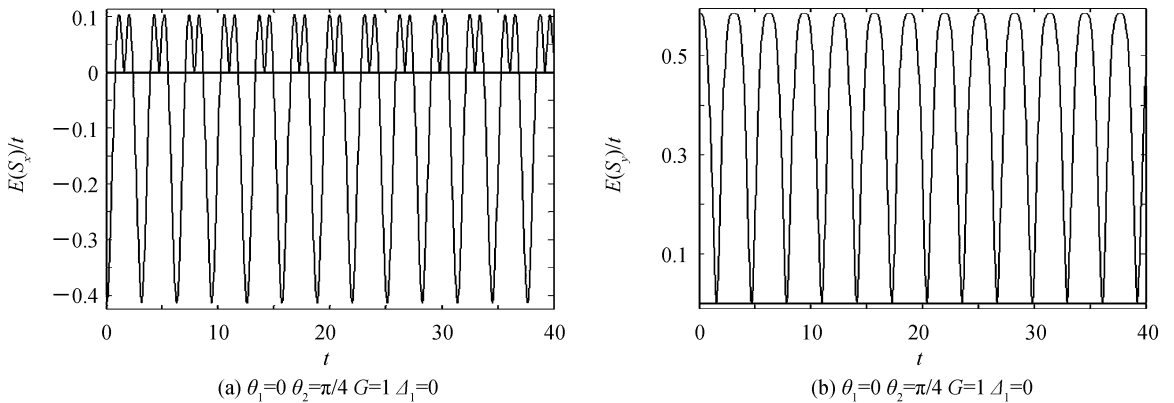


图5 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性

Fig.5 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter

图 6 为相干角取 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$,耦合系数 $G=1$ 时,通过操控经典场使得失谐量分别取 $\Delta_1=0.2, 1$,系统中两能级发射体的熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 的时间演化特性,图 6 中熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间的演化呈现非周期性振荡行为.由图 5 和图 6 可知,随着失谐量取值的不断变大,单位时间内出现熵压缩的次数也增多,且熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 的幅度也发生改变,说明系统中失谐量 Δ_1 影响两能级发射体熵压缩的周期和幅度.由图 6(a)和(b)可知当相干角取 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$,耦合系数 $G=1$,失谐量取 $\Delta_1=0.2$

时,变量 S_x 在 $t=10\pi$ 时的熵压缩最大 $E(S_x) = -0.4133$, 变量 S_y 在 $t=5\pi$ 时的熵压缩最大 $E(S_y) = -0.4135$, 二者均接近式(25)所示的最佳熵压缩主要原因是在标度时间 $t \approx 10\pi, t \approx 5\pi$ 这两个时刻, 两能级发射体与场处于解纠缠态, 两能级发射体演化到它的纯态, 变量 S_x, S_y 分别有

$$|\psi_x\rangle \approx -\frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle)|0\rangle \quad (31)$$

$$|\psi_y\rangle \approx -i\frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + i|-\rangle)|0\rangle \quad (32)$$

此时算符 S_x 和 S_y 处于本征态, 也就是两能级发射体 S_x 和 S_y 分量上的最佳熵压缩态^[27].

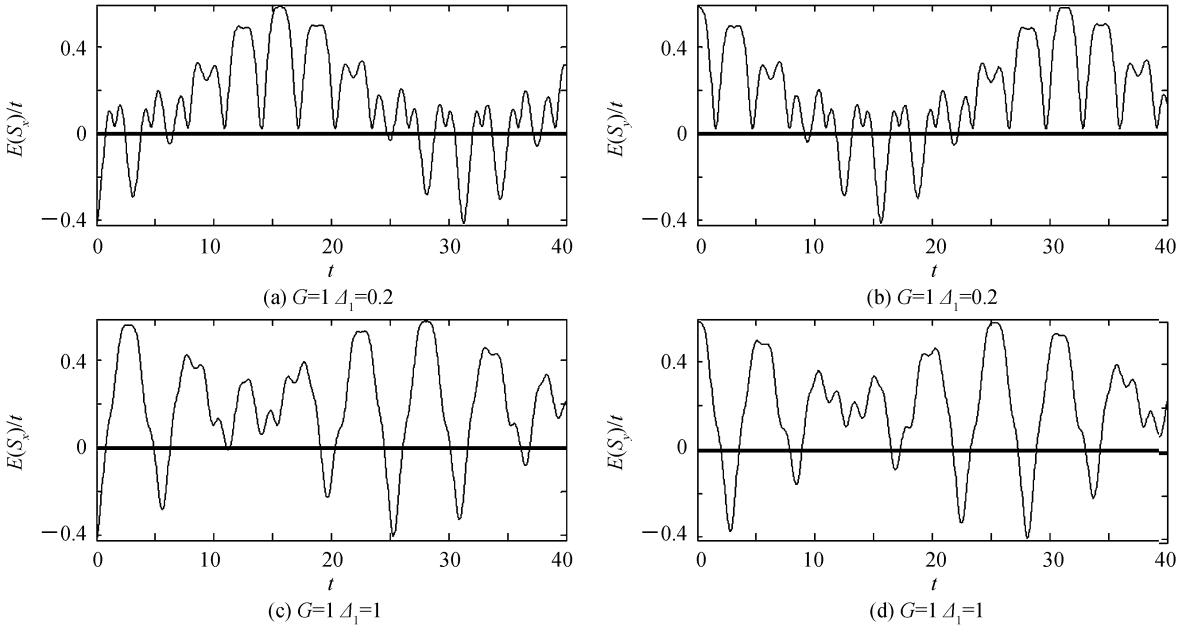


图6 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性, 其中 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$

Fig.6 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter with $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$

图7为两能级发射体的相干角取 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$, 失谐量 $\Delta_1=0.2$ 时, 通过调控两能级发射体与振动石墨烯的距离位置分别取耦合系数 $G=0.5, 1, 1.5$, 系统中两能级发射体的熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 的时间

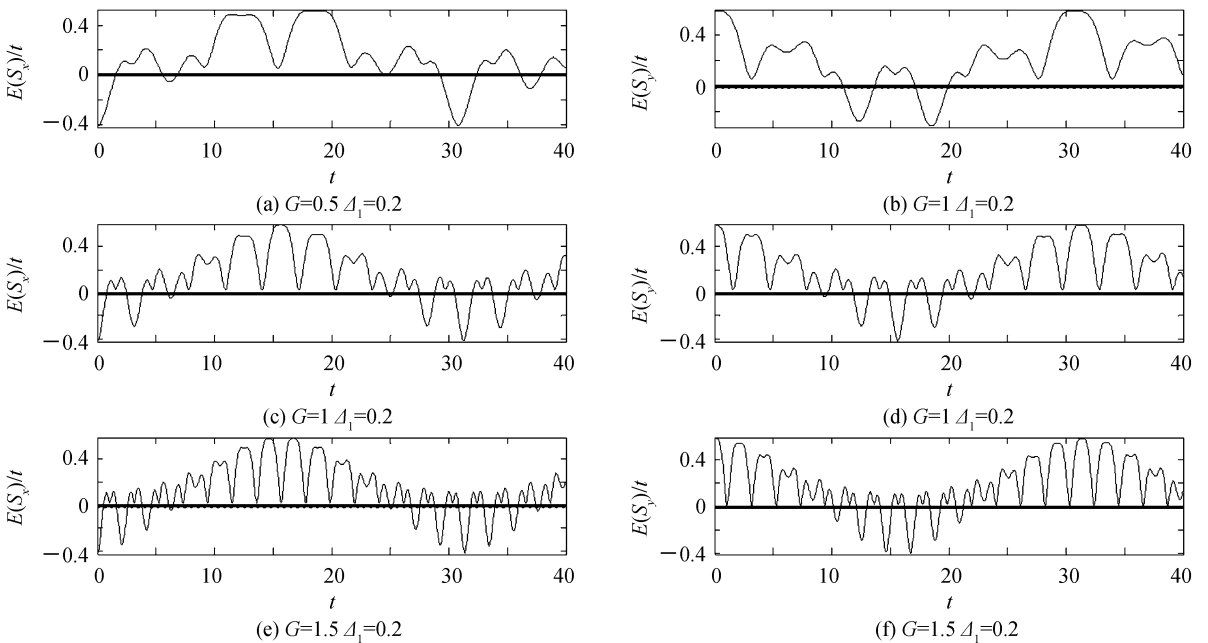


图7 两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性, 其中 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$

Fig.7 Time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter with $\theta_1=0, \theta_2=\pi/4$

演化特性.从图 7(a)到(f)可知,两能级发射体的熵压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 随时间的演化呈现非周期性振荡行为,且变量 S_x 和 S_y 都存在熵压缩,随着耦合系数取值的不断增大,图中振荡次数也对应增加,单位时间内出现熵压缩的次数增多,说明系统中耦合系数 G 影响两能级发射体压缩因子的振荡频率.

考虑耗散对两能级发射体熵压缩的影响,系统的主方程为 $\frac{d\rho}{dt} = -i[H', \rho] + \kappa_m(2a_m\rho a_m^\dagger - a_m^\dagger a_m \rho - \rho a_m^\dagger a_m) + \Gamma(2S_- \rho S_+ - S_+ S_- \rho - \rho S_+ S_-)$, κ_m 和 Γ 分表为声子场衰减率和两能级发射体自发辐射衰减率.通过数值求解主方程,图 8 给出了系统存在声子场衰减和两能级发射体的自发辐射对两能级发射体熵压缩的影响,图中分别对应参数 $\kappa_m = \Gamma = 0$, $\kappa_m = \Gamma = 0.005$ 和 $\kappa_m = \Gamma = 0.05$,对比图 8 中的曲线可以看到,考虑了系统的声子场衰减和两能级发射体自发辐射耗散时,由于存在能量耗散过程,两能级发射体熵压缩幅度越来越小,压缩时间越来越短,机械振子熵压缩非经典特性越来越弱,随着衰减率的增大,两能级发射体熵压缩效应逐渐消失,耗散破坏了压缩效应.

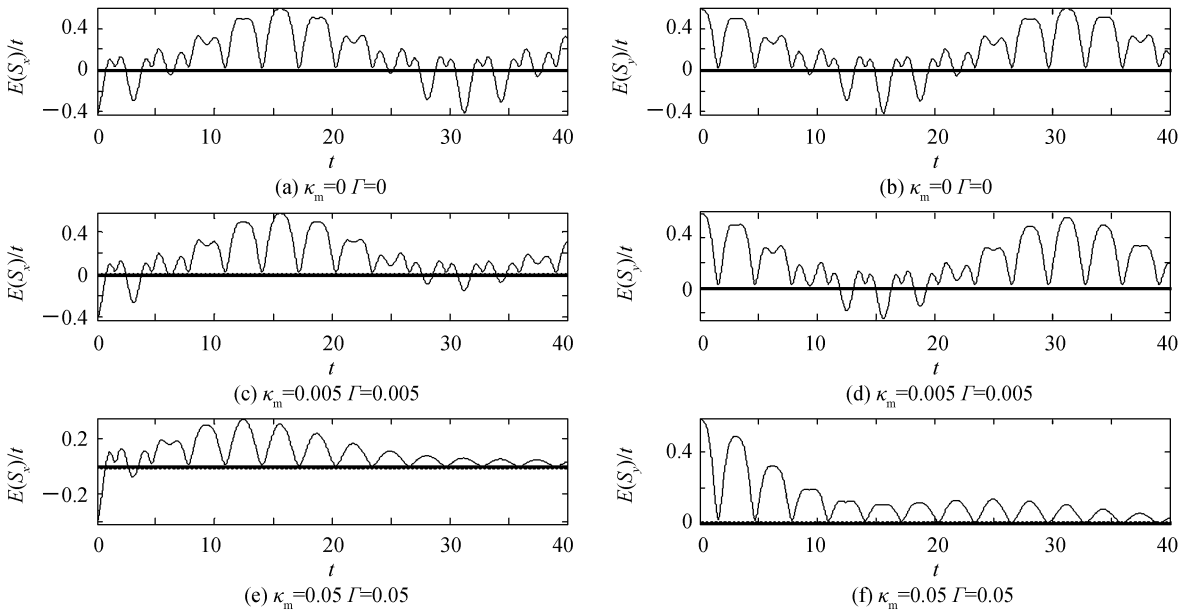


图 8 耗散条件下,两能级发射体熵压缩因子随时间的演化特性,其中 $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/4, G = 1, \Delta_1 = 0.2$
 Fig.8 In the condition of the dissipation, time evolution of the entropy squeezing factors of the two-level emitter with $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/4, G = 1, \Delta_1 = 0.2$

3 结论

利用熵压缩理论,研究了兩能级发射体耦合振动石墨烯薄膜系统中兩能级发射体的熵压缩动力学特性,分析了相干角、兩能级发射体与机械模之间的耦合系数、兩能级发射体的跃迁频率与驱动场频率的失谐量以及相干性对兩能级发射体熵压缩的影响.结果表明:通过调控相干角,可以控制兩能级发射体熵压缩因子的幅度;操控失谐量和耦合系数会影响熵压缩因子的振荡次数,且耦合系数越大,压缩时间越长,兩能级发射体存在相干性时,可获得熵压缩.实验上分别通过操纵经典场,兩能级发射体与振动石墨烯薄膜之间的距离可以实现相干角、失谐量以及耦合强度的操控,从而实现熵压缩的控制和操纵,理论上提供了一种调控熵压缩,实现最佳熵压缩态的方式.

参考文献

- [1] HAROUNI M B, VASEGHI M. Preparation of vibrational quantum states in nanomechanical graphene resonator[J]. *Laser Physics*, 2016, **26**(11): 115204.
- [2] MATHIAS M, FOGARTY T, TWAMLEY J, et al. Optomechanics with a position-modulated Kerr-type nonlinear coupling[J]. *Physical Review A*, 2017, **96**(4): 043832.
- [3] ABDEL-KHALEK S, BERRADA K, OBADA A S F, et al. Entropy squeezing for qubit-field system in the presence multi-photon process under decoherence effect[J]. *Optical & Quantum Electronics*, 2014, **47**(2): 267-278.
- [4] MOTAZEDIFARD A, NADERI M H, ROKNIZADEH R. Dynamical Casimir effect of phonon excitation in the dispersive regime of cavity optomechanics[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, **34**(3): 642.

- [5] SCHULTE C H H, HANSOM J, JONES A E, *et al.* Quadrature squeezed photons from a two-level system[J]. *Nature*, 2015, **525**(7568): 222-225.
- [6] SCHNABEL R. Squeezed states of light and their applications in laser interferometers[J]. *Physics Reports*, 2017, **684**(24): 1-51.
- [7] MA J M, JIAO Z Y, LI N. Spin squeezing of the two two-level atoms interacting with a binomial field[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2008, **47**(5): 1270-1277.
- [8] WU Y. Quantum theory of microcavity-modified fluorescence decay rate under a strong coupling condition [J]. *Physical Review A*, 2000, **61**(3): 033803.
- [9] KARSHENBOIM S G, IVANOV V G. Quantum electrodynamics, high-resolution spectroscopy and fundamental constants[J]. *Applied Physics B*, 2017, **123**(1): 18.
- [10] RAMOS-ANDRADE J P, PEÑA F J, GONZÁLEZ A, *et al.* Spin-Seebeck effect and spin polarization in a multiple quantum dot molecule[J]. *Physical Review B*, 2017, **96**(16): 165413.
- [11] SAI Y. Enhancement of squeezing in two-photon Jaynes-Cummings model with atomic measurement[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2006, **45**(1): 147-150.
- [12] JAKUBCZYK P, MAJCHROWSKI K, TRALLE I. Quantum entanglement in double quantum systems and Jaynes-Cummings model[J]. *Nanoscale Research Letters*, 2017, **12**(1): 236.
- [13] GHORBANI M, MOHAMMAD M J, SAFARI H. Wigner function and entanglement dynamics of a two-atom two-mode nonlinear Jaynes-Cummings model[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, **34**(9): 1884.
- [14] CHOI J R. Squeezing effects applied in nonclassical superposition states for quantum nanoelectronic circuits[J]. *Nano Convergence*, 2017, **4**(1): 17.
- [15] LIAO Q H, AHMAD M A. Entropy squeezing of atom and the generation of Schrödinger-cat states in the three-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Optik*, 2013, **124**(12): 1083-1088.
- [16] LIAO X P, FANG M F. Entropy squeezing for a two-level atom in motion interacting with a quantized field[J]. *Physica A*, 2004, **332**(1): 176-184.
- [17] FANG M F, ZHOU P, SWAIN S. Information entropy and squeezing of quantum fluctuations in a two-level atom[J]. *Chinese Physics Letters*, 2000, **17**(11): 798-800.
- [18] GEIM A K, NOVOSELOV K S. The rise of graphene[J]. *Nature Mater*, 2007, **6**(3): 183-191.
- [19] GEIM A K. Science, Graphene: Status and prospects[J]. *Science*, 2009, **324**(5934): 1530-1534.
- [20] SERVICE R F. Carbon sheets an atom thick give rise to graphene dreams[J]. *Science*, 2009, **324**(5929): 875-877.
- [21] LAMBRECHT A. The Casimir effect: a force from nothing[J]. *Physics World*, 2003, **15**(9): 29-32.
- [22] MUSCHIK C A, MOULIERAS S, BACHTOLD A, *et al.* Harnessing vacuum forces for quantum sensing of graphene motion[J]. *Physical Review Letters*, 2014, **112**(22): 223601.
- [23] HEKMATARA H, TAVASSOLY M K. Sub-Poissonian statistics, population inversion and entropy squeezing of two-level atoms interacting with a single-mode binomial field: intensity-dependent coupling regime [J]. *Optics Communications*, 2014, **319**(10): 121-127.
- [24] LIAO Q H, FANG G Y, WANG Y Y, *et al.* Single atom entropy squeezing for two two-level atoms interacting with a binomial field[J]. *Optik*, 2011, **122**(15): 1392-1398.
- [25] FANG M F, ZHOU P, SWAIN S. Entropy squeezing for a two-level atom[J]. *Journal of Modern Optics*, 2000, **47**(6): 1043-1053.
- [26] LIU X J, ZHAO M Z, LIU Y M, *et al.* Preparation and control of optimal entropy squeezing states for the moving atom entanglement with the field under the intensity dependent coupling[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(5): 3227-3235.
刘小娟, 赵明卓, 刘一曼, 等. 运动原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制[J]. *物理学报*, 2010, **59**(5): 3227-3235.
- [27] LIU X J, ZHOU B J, FANG M F, *et al.* Information entropy squeezing of the atom of an arbitrary initial state via the two-photon process[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 704-711.
刘小娟, 周并举, 方印发, 等. 双光子过程中任意初态原子的信息熵压缩[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 704-711.

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 61368002), the Foundation for Distinguished Young Scientists of Jiangxi Province (No. 20162BCB23009), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province (No. 20161BAB202046), the Research Foundation of the Education Department of Jiangxi Province (No. GJJ13051), the Open Project Program of CAS Key Laboratory of Quantum Information (No. KQI201704), and Open Research Fund Program of the State Key Laboratory of Low-Dimensional Quantum Physics (No. KF201711), the Graduate Student Innovation Special Fund of Jiangxi Province (No. YC2017-S111)

引用格式: LIAO Qing-hong, YE Yang, JIN Peng, *et al.* Entropy Squeezing of Two-level Emitter Interacting with Vibrating Graphene Membrane System[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, **47**(10): 1027001

廖庆洪, 叶杨, 金鹏, 等. 两能级发射体与振动石墨烯薄膜相互作用系统中熵压缩研究[J]. *光子学报*, 2018, **47**(10): 1027001