doi:10.3788/gzxb20184701.0112001

激光 3D 投影高精度校准建模方法

郭丽丽^a,李丽娟^a,乔晓利^b,侯茂盛^a,林雪竹^a

(长春理工大学 a 光电工程学院; b 机电工程学院,长春 130022)

摘 要:为了提高激光 3D 投影校准系统的校准可靠性、获得最佳校准参数,根据校准系统的基本原理, 提出了一种将激光 3D 投影观测值求解模型与校准参数求解模型结合的方式,来建立激光 3D 投影校准 模型的方法.该方法采用两个步骤进行激光 3D 投影校准系统的校准参数的求解.第一步是通过等距法 建立激光 3D 投影观测值求解模型,引入模型初值的求解,这种初值的设计结果避免了该求解模型运用 的牛顿迭代法呈现的弊端.第二步通过四元数法建立校准参数求解模型.仿真结果显示,在 H、V 上施加 服从正态分布的均值为 0、标准差 σ=0.5"的误差后,该激光 3D 投影校准系统求解模型误差 RMS 在 0.3 mm以内,同时,采用激光跟踪仪作为对比基准验证了本方法的可靠性及校准精度,在 3 m 至 5 m 的 定位空间范围内,最大误差在 0.4 mm 以内,满足激光 3D 投影系统的投影定位精度.即该校准模型可实 现对激光 3D 投影校准系统校准参数的求解,且校准精度高,校准方法收敛速度快,提高了系统校准工 作速率,为激光投影系统的研制提供了新的算法思路.

关键词:激光 3D 投影;激光 3D 投影校准模型;牛顿迭代法;初值设计;校准参数;精度评价;校准精度
 中图分类号:TP202
 文献标识码:A
 文章编号:1004-4213(2018)01-0112001-8

High Precision Calibration Model of Laser 3D Projection

GUO Li-li^a, LI Li-juan^a, QIAO Xiao-li^b, HOU Mao-sheng^a, LIN Xue-zhu^a

(a College of Opto-electronic Engineering; b College of Mechanical-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: In order to improve the calibration reliability of laser 3D projection calibration system and to obtain the best calibration parameters, according to the basic principle of the system, a method is proposed to combine the laser 3D projection observation model with the calibration parameter solution model to build a laser 3D projection calibration model approach. The method uses two steps to solve the calibration parameter of laser 3D projection calibration system. The first step is to establish the solution model of laser 3D projection observation by the isometric method, and to introduce the solution of the initial value of the model. The design results of this initial value avoid the drawbacks of the Newton iterative method. In the second step, the quaternion method is used to establish the model of the calibration parameters. The simulation results show that the error of the 3D projection calibration system is less than 0.3 mm when the mean value of the normal distribution is 0 and the standard deviation is 0.5". At the same time, the laser tracker system is used as a benchmark to verify the calibration precision and reliability of the method. The results show that the maximum error is within 0.4 mm in the range of 3 to 5 m, which meets the projection of laser 3D projection system positioning accuracy. The calibration model can realize the calibration of the laser 3D projection calibration system, and the calibration precision is high and the calibration method converges fast and improves the system calibration rate which provides a new algorithm for the development of laser projection system.

Key words: Laser 3D projection; Laser 3D projection calibration model; NEWTON iteration method;

导师(通讯作者):李丽娟(1972-),女,教授,博士,主要研究方向为数字化装配、无损检测新技术. Email:custjuan@163.com

收稿日期:2017-06-02;录用日期:2017-09-05

基金项目:国家高技术研究发展计划(No.2015AA23XX)资助

第一作者:郭丽丽(1990-),女,博士研究生,主要研究方向为光电精密测量与数字化装配.Email:custlily@163.com

Preliminary design; Calibration parameter; Accuracy evaluation; Calibration precision **OCIS Codes**: 120.4640;140.7300;120.3930

0 引言

随着科学技术的飞速发展,工业制造水平的不断提高,对于零部件的定位装配、复合材料的多层铺贴以 及特殊表面的喷涂提出了更高质量、更高效率、更低成本的要求^[1-2].所以近年来激光 3D 投影技术正广泛应 用于飞机制造领域.激光 3D 投影仪作为一种新型数字化测量指引系统,将激光 3D 投影技术与先进的数字 定位技术合二为一,可辅助完成孔位定位、三维零部件定位、舱内重要设备及线束定位^[3].

激光 3D 投影校准技术是以高精度反射目标头为基准,完成激光 3D 投影仪的精度校准,根据校准精度 结果来确定后续投影工作是否可靠,所以,校准精度直接影响投影工作的精度.因此,对于激光 3D 投影校准 技术的研究的必要性是显而易见的.一般对于激光 3D 投影校准参数求解通常根据激光 3D 投影模型利用布 尔沙-七参数转换原理建立非线性方程组,利用最小二乘法的原理,进行迭代得到旋转矩阵 **R** 与平移矩阵 **T** 即校准参数(α,β,γ,t₁,t₂,t₃)的近似结果^[4].但由于布尔沙-七参数模型中含有三角函数,使得方程组求解复 杂.并且对于该校准模型的初值选取问题一直没有得到具体解决,使得校准结果有时并不收敛或收敛不正 确,导致校准失败,无法完成后续投影工作.

针对上述模型带来的问题,本文采用两个步骤进行激光 3D 投影校准系统的校准参数 R、T 的求解,完成 校准工作.这两步校准参数的求解方法解决了激光 3D 投影仪校准时的不稳定性,提高了激光 3D 投影仪校 准速率与校准精度.

1 激光 3D 投影校准系统基本原理

激光投影仪主要由激光光源、双轴光束控制系统、光学反馈组件、控制器模块、数据存储器和输入 电源模块组成^[5-6].其工作原理如图1所示,激光光 源发出激光,双轴光束控制系统利用相互垂直的装 有反射镜的X轴检流计和Y轴检流计的旋转,实现 平行光束的各个角度方向的变化^[7].待激光光束通 过控制系统依次按照反射目标头的理论数模顺序投 射到反射目标头时,分析反射目标头圆心的空间位 置,即目标点的位置,得到X轴检流计、Y轴检流计 的角度H、V^[8].通过对H、V角度以及六个反射目 标头在世界坐标系下坐标值,可解算校准参数并得 出校准精度.

2 激光 3D 投影校准模型建立

2.1 观测值求解

激光 3D 投影观测值求解模型是根据等距法建模,利用牛顿迭代法进行观测值求解,观测值是投影 坐标系下目标点的坐标值.

2.1.1 模型建立

世界坐标系和投影系统坐标系均为右手坐标 系,P(x,y,z)是目标点 P在世界坐标系下的三维 坐标值(目标点 P的坐标值为理论数据),P'(x', y',z')是目标点 P在投影系统坐标系下的坐标值, 是即将求解的观测值.



图 1 激光 3D 投影校准系统工作原理 Fig.1 Principle of the laser 3D project calibration system



图 2 激光 3D 投影校准模型 Fig.2 Model of laser 3D project calibration

根据图 2 可知,点 P'(x',y',z')与方位角、俯仰角之间的关系为

$$\begin{cases} z' = d \\ y' = d \times \tan V \\ x' = e \times \tan H + d \times \tan H / \cos V \end{cases}$$
(1)

式中 *e* 是两反射镜之间距离,令 $\Delta l = L(P_i, P_j), \Delta l' = L(P'_i, P'_j),$ 函数 *L* 表示两点间距离,在投影仪校准 过程中,点组($P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$)和($P'_1, P'_2, P'_3, \dots, P'_n$)是存在于不同坐标系下的同一刚体,则 $\Delta l' = \Delta l$,为表示简便,设 tanV = m, etanH = n, tan $H/\cos V = q$,利用 $\Delta l' = \Delta l$ 及两个坐标系下的相同点组,建立 如下关系

$$\begin{aligned} & (d_{1}-d_{2})^{2} + (m_{1}d_{1}-m_{2}d_{2})^{2} + (n_{1}-n_{2}+q_{1}d_{1}-q_{2}d_{2})^{2} = \Delta l'_{12} \\ & (d_{2}-d_{3})^{2} + (m_{2}d_{2}-m_{3}d_{3})^{2} + (n_{2}-n_{3}+q_{2}d_{2}-q_{3}d_{3})^{2} = \Delta l'_{23} \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (d_{n}-d_{1})^{2} + (m_{n}d_{n}-m_{1}d_{1})^{2} + (n_{n}-n_{1}+q_{n}d_{n}-q_{1}d_{1})^{2} = \Delta l'_{n1} \end{aligned}$$

$$(2)$$

2.1.2 模型求解

基于式(2),选用收敛速度快的牛顿迭代法^[9]进行参数求解,其中, $F(d_i, d_j) = (d_i - d_j)^2 + (m_i d_i - m_j d_j)^2 + (n_i - n_j + q_i d_i - q_j d_j)^2 - \Delta l'_{ij}^2$ 为牛顿迭代函数.

对牛顿迭代函数进行求解可得到方程组

$$\begin{cases} F'(d^{(k)}) \times \Delta d^{(k)} = -F(d^{(k)}) \\ d^{(k+1)} = d^{(k)} + \Delta d^{(k)} \end{cases}$$
(3)

式中 $d^{(0)}$ 为迭代初值,令 $M_i = 1 + m_i^2 + q_i^2$, $M_j = 1 + m_j^2 + q_j^2$, $N_{ij} = 1 + m_i m_j + q_i q_j$, $Q_{ij} = (n_j - n_i)q_j$,故式(3)的雅克比矩阵可表示为

从一个万程*F*(*x*)=0 求根的牛顿迭代法可知, 牛顿法的局部收敛性对迭代初值*x*₀ 的限定是较严 格的,如果初值的选择距离根较远,迭代法不一定收 敛或收敛不正确.即一旦初值选取不当易使迭代方 向出错,导致方程组的解不收敛或收敛不正确,因 此,需选用适当的方法获取迭代的初值^[10].

为获取精确的初值,针对该校准数学模型提出 一种初值设计方法,该方法依据校准工作的要求,即 为了保证投影精度,在校准和投影过程中,目标反射 头与投影仪距离一般为3至8米,同时校准板布置 应尽量使其与激光投影仪光线垂直.算法的具体实 现过程如下:

根据式(2)求解参数 *d*⁽⁰⁾,这时,式(2)中 *d_j* 可 等效于 *d_i*,化简为



图 3 观测值迭代求解流程



$$(d_{i}-d_{i})^{2}+(m_{i}d_{i}-m_{i}d_{i})^{2}+(n_{i}-n_{i}+q_{i}d_{i}-q_{i}d_{i})^{2}=\Delta l_{ij}^{'2}$$
(5)

将式(5)进行整理得

$$[(m_i - m_j)^2 + (q_i - q_j)^2] d_i^2 + 2(q_i - q_j)(n_i - n_j) d_i + [(n_i - n_j)^2 - \Delta l_{ij}^{'2}] = 0$$
(6)

式(6)为抛物线方程,可直接求解得 $d_i^{(0)}$.计算得到的 $d_i^{(0)}$ 共有 n 组值,选择 $d_i^{(0)}$ 最小的两组数据带入 式(2),重新求解剩余的 $d_i^{(0)}$,将最新的 $d_i^{(0)}$ 作为初值,利用牛顿迭代法求解参数 d,观测值迭代求解流程设 计如图 3,该初值的唯一性和准确性避免了原本牛顿迭代法呈现的弊端,实现了观测值求解的准确性.

2.2 校准参数求解

校准参数的求解是基于激光 3D 投影观测值求解模型,校准参数是目标反射头在投影坐标系下的坐标 值转换为世界坐标系下的坐标值的坐标转换参数,即旋转矩阵 R 与平移矩阵 T 的求解^[11].

常用的坐标转换模型及方法有布尔莎(Bursa)七参数、四元数法、罗德里格矩阵(Roderick matrix)法、奇异值分解法(SVD)、经典最小二乘法(LS)等^[12].这些算法都很成熟,而四元数法的突出特点是具有很好的实用性和较强的稳定性,计算过程简单快速^[13-14],本文校准模型选择四元数法求解校准参数.

利用四元矢量 $q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k$ 来表示旋转矩阵,其中, $q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3$ 为任意实数, $i \ j \ k$ 为虚数 单位, $i^2 = j^2 = k^2 = i \times j \times k = -1$.则旋转矩阵 **R** 用单位四元数表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$
(7)

式中,单位四元数还满足: $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$.

则用四元数表示的校准参数求解模型为

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \mathbf{T}$$
(8)

利用式(7)、(8)求解校准参数.

2.3 校准模型误差评价

为了评价校准参数求解模型误差的大小,可以采用校准前后同一目标点的坐标差值的均方根值,称均方 根转站误差,用 RMS 表示.

假设(x_i , y_i , z_i)为投影仪校准系统测量场中某目标点 P_i 在世界坐标系下的坐标,将目标点 P_i 在投影 仪坐标系下 H、V 值进行解算,得到的投影仪坐标系下目标点 P_i 的坐标,再利用求得转换参数得到世界坐 标系下目标点 P_i 的坐标值,用(X_i , Y_i , Z_i)表示,则对目标点 P_i 的校准误差 ΔS_i 用公式表示为

$$\Delta S_{i} = \sqrt{(x_{i} - X_{i})^{2} + (y_{i} - Y_{i})^{2} + (z_{i} - Z_{i})^{2}}$$
(9)

对整体的校准误差可以用所有目标点的均方根校准误差来进行评价,即

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i^2}$$
(10)

式中,n 表示校准场中的目标点个数.

3 仿真及结果分析

3.1 仿真条件

本文通过 C # 来仿真分析该校准模型方法的精度和稳定性,首先,通过实际激光 3D 投影仪工作情况在 空间随意生成约 1 m×1 m 的校准样板平面,该校准板平面上分布 9 个目标反射头,在世界坐标系下三维坐 标值已知,在 3 m 至 8 m 处的合理初始位置放置激光投影仪,即设置校准参数旋转矩阵 **R** 和平移向量 **T**,做 10 次仿真实验,其中一次仿真校准情况如图 4 所示.



图 4 激光 3D 投影校准模型

Fig.4 Distribution of laser 3D project calibration and target point

9 个目标点的位置如表 1,其中,H、V 为激光 3D 投影仪坐标系下目标点的水平角和俯仰角,设置激光 3D 投影仪位置状态后,该 H、V 角可求解得到,并在这 9 组 H、V 上施加服从正态分布的均值为 0、标准差 σ = 0.5″的随机测量误差,作为投影仪观测的真正 H、V 角;(x,y,z)为世界坐标系下的反射点的三维坐标值, 其具体数据如表 1 所示.

表 1 理论目标点施加噪声前后位置参数 Table 1 Location parameter of target point before and after adding noise

Target point	Parameter of target point without noise			Parameter of target point with noise			
	$H/(^{\circ})$	$V/(\degree)$	(x, y, z)/mm	$H/(^{\circ})$	$V/(\degree)$	(x, y, z)/mm	
P_{1}	-19.08216	18.55387	(-560, 570, 0)	-19.08241	18.55387	(-560, 570, 0)	
P_{2}	-0.31546	10.31554	(540,550,0)	-0.31537	10.31548	(540,550,0)	
P_{3}	-5.97693	-8.66698	(590, -520, 0)	-5.97708	-8.66701	(590, -520, 0)	
$P_{\ 4}$	-26.01485	-2.86824	(-530, -550, 0)	-26.01499	-2.86831	(-530, -550, 0)	
P $_5$	-22.53544	7.75021	(-520,0,0)	-22.53527	7.75019	(-520,0,0)	
$P_{_6}$	-4.23506	0.90481	(510,0,0)	-4.23486	0.90482	(510,0,0)	
P_{7}	-9.71178	13.70472	(0,530,0)	-9.71198	13.70487	(0,530,0)	
P_{8}	-16.73013	-6.59082	(0, -580, 0)	-16.72989	-6.59051	(0, -580, 0)	

3.2 仿真过程及结果

首先通过六点进行仿真实验,选取表 1 中 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 、 P_6 施加噪声后的位置参数,针对初值 d_1 进行运算,迭代结果如图 5,其中 Δd_1 为每次迭代 d_1 的偏差.

图 5 中, d_i 最终的迭代误差 0.01 数量级.,利用 d_i 分别进行投影坐标系下目标点的 P'(x',y',z')求解, 其结果如表 2.





表 2 目标点 P'(x',y',z')观测值 Table 2 The Value of Target Point

Target point	x'	y'	z'
P_{1}	-1008.97942	928.06826	2765.06076
P_{2}	-17.14362	557.72125	3064.23436
$P_{ m _3}$	-325.26817	-468.14951	3071.19590
P_{4}	-1351.75022	-138.59522	2766.19003
P $_{5}$	-1160.98712	377.32181	2772.43935
P_{6}	-226.06748	48.21158	3052.63879

通过 P'(x',y',z')与世界坐标系下对应的定向点坐标 P(x,y,z),利用四元数法进行计算后,转换矩 0.90767 0.33038 -0.25881-688.99083 ,与设计的旋转矩阵和平移矩阵基 **阵 R** = 0.31952 0.94383 0.08422 ,平移矩阵T =211.16206 0.96224 2913.88065 0.27210 0.00625

本一致(旋转矩阵误差数量级在1×10⁻⁵ mm,平移矩阵误差数量级在0.001 mm),至此该校准系统校准完成.同时,根据章节2.3介绍的评价方法,计算 RMS=0.022 44,更说明了该校准模型的可行性与精确性.

利用该转换关系,将世界坐标系下需投影的投影点转换到激光投影仪坐标系下,转换后的坐标 x'、y'、 z'通过下列公式换算为相应的俯仰和水平角来完成后续的投影工作.

$$\begin{cases} \tan V = \frac{x'}{z'} \\ \tan H = \frac{x'}{e + \sqrt{y'^2 + z'^2}} \end{cases}$$
(11)

由表 1 数据,分别取个数为 4、5、7、8、9 的目标点进行仿真实验.利用 d;来表征所求得 P'(x',y',z')的 结果偏差,其收敛性和精度如图 6 所示,对结果进行分析和统计,如表 4 所示,当目标点个数在 5 个以上时, 该算法迭代趋势收敛速度快且精准.





Fig.6 Comparison of Iterative Error results ond; about Different Number of Target Points

表 3 目标点迭代次数与误差比较										
Table 3 Comparison of iterative time and error of target point/mm										
The number of target point in calibration	4	5	6	7	8	9				
Iterative time	5	5	5	9	5	12				
RMS/mm	3.16740	0.30360	0.02244	0.25099	0.04659	0.10393				

基于上述仿真实验结果,对4至9个目标点进行10次校准实验,用以避免单次实验带来的随机性,目标 点校准精度 RMS 结果如图7所示.通过图7中10次随机仿真实验结果分析,该校准系统模型稳定性较好. 再考虑制作加工成本,校准板上的目标反射头一般设计为6个.



图 7 目标点个数不同的 RMS 误差结果比较 Fig.7 RMS Error results on about Different Number of Target Point

4 实验验证

为了验证激光 3D 校准模型算法的空间解算精确度,以激光跟踪仪为比对基准,为了避免激光跟踪仪坐 标系与激光 3D 投影系统测量坐标系之间因坐标转换而引入的测量误差,本实验直接对两系统所测的距离 进行比对研究^[15].具体方法为设计激光跟踪仪的靶座,使得测量时激光跟踪仪的靶球球心与反射目标头圆 心重合,然后平移校准板,最后分别用激光跟踪仪与本系统测量反射目标头的移动距离,并进行精度对比,实 验验证平台如图 8 所示.

校准板在光学平台上从距离激光投影仪 3 m 处移动至 5 m 处,共测量 10 段距离,每段距离约为 200 mm,然后分别采用两种系统测得反射目标头的相对移动距离,测得的数据如图 9 所示,曲线分别为各反射目标头的测量偏差.从图 9 中可以看出其最大偏差为 0.35 mm,符合大多数激光空间定位场合,如孔位定位、三维零部件定位、舱内重要设备及线束定位以及复合材料铺贴定位.



Fig.8 Diagram of verification experiment platform



5 结论

本文阐述了激光 3D 投影校准系统的基本原理,介绍了激光 3D 投影校准模型的建立,提出了将激光 3D 投影观测值求解模型与校准参数求解模型结合方式来完成激光 3D 投影校准工作,解决了求解模型迭代计

算的初值问题,并得出激光 3D 投影校准系统中最佳目标点数量为 6 个,根据实际工作情况,在 H、V 上施加服从正态分布的均值为 0、标准差 σ =0.5"的误差后,仿真结果显示该激光 3D 投影校准系统求解模型误差 RMS 的数量级在 0.1 mm,证明该校准模型的可行性与精确性,同时,设计实验验证,最大偏差为 0.35 mm,可满足绝大多数激光空间定位场合,为后续激光 3D 投影系统的开发与研制奠定了算法基础.

参考文献

- [1] GU Yi-zhuo, LI Min, LI Yan-xia, et al. Preparation of composite materials manufacturing technology and process theory for aircraft structures [J]. Journal of Aeronautics, 2015, **36**(08): 2773-2797.
- 顾轶卓,李敏,李艳霞,等.飞行器结构用复合材料制造技术与工艺理论进展[J].航空学报,2015,36(08):2773-2797.
- [2] LI Li-juan, SUN Jia-hui, LIN Xue-zhu. Research on laser 3D projection technology[C]. Liaoning: International Symposium on the eighteenth national industrial design Industrial Design Symposium at 2013, 2013:6.
 李丽娟,孙佳慧,林雪竹.激光 3D 投影技术研究[C].辽宁: 2013 国际工业设计研讨会暨第十八届全国工业设计学术年会论文集, 2013:6.
- [3] ZUO Hai-qing . Application of laser positioning system in composite layers [J]. China Science and Technology and Wealth ,2010, (18): 260-260.

左海清.激光铺层定位系统在复合材料铺层中的应用[J].中国科技财富,2010,(18):260-260.

- [4] ZHA Zhen-xing, ZHANG Lei-lei. Study on calibration technique of laser positioning system [J]. Silicon Valley, 2014, (19): 47-47.
 - 查振兴,张磊磊. 激光铺层定位系统校准技术的研究[J]. 硅谷,2014,(19):47-47.
- [5] CHEN Guo-qiang, LI Hui, YU Ning. Application of laser projection technology in assembly connection[J]. Aviation Manufacturing Technology, 2015, 495(S2): 20-22.
- 陈国强,李辉,余宁.激光投影技术在装配连接中的应用[J].航空制造技术,2015,495(S2):20-22.
- [6] LI Xu-dong, CUI Lei, ZHAO Hui-jie, et al. Two-dimensional mirror spot scanning 3D morphology measurement system
 [J]. Optical Precision Engineering, 2010, 18(07): 1648-1653.
 - 李旭东,崔磊,赵慧洁,等. 双振镜点扫描三维形貌测量系统[J]. 光学精密工程,2010,18(07):1648-1653.
- ZHAO Wei-qian, REN Li-li, SHENG Zhong, et al. Deflection scanning of laser confocal microscopic beam[J]. Optical Precision Engineering, 2016, 24(06): 1257-1263.
- 赵维谦,任利利,盛忠,等. 激光共焦显微光束的偏转扫描[J]. 光学精密工程,2016,24(06):1257-1263.
- [8] SUN Jia-hui. Research on digital positioning laser 3D projection technology[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2014.
 - 孙佳慧. 数字定位激光 3D 投影技术研究[D].长春:长春理工大学,2014.
- [9] ZHAO Chun-yang, NIU Zhen-bo. An improved Newton iteration method with higher order convergence rate [J]. Technology Innovation and Application, 2013, (27): 284-285.
- 赵春阳,牛振波. 几种具有高阶收敛速度的改进牛顿迭代法[J]. 科技创新与应用,2013,(27):284-285. [10] DENG Sen,JING Bo,ZHOU Wei. A fast convergence multistage independent component analysis algorithm[J]. *Journal*
- of Instrumentation, 2011,**32**(11): 2430-2436. 邓森,景博,周伟. 一种快速收敛的多级独立分量分析算法[J]. 仪器仪表学报,2011,**32**(11):2430-2436.
- [11] YAO Yi-bin, HUANG Shu-hua, ZHANG Liang, et al. A new global least square method for solving three-dimensional coordinate transformation parameters[J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2015, 40(7): 853-857.

姚宜斌,黄书华,张良,等.求解三维坐标转换参数的整体最小二乘新方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2015,40 (7):853-857.

- [12] YANG Fan, LI Guang-yun, WANG Li. Study on 3D coordinate transformation method[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2010, (6): 5-7+15.
- 杨凡,李广云,王力. 三维坐标转换方法研究[J]. 测绘通报,2010,(6):5-7+15.
- [13] ZHANG Hao-lin, LIN Jia-rui, ZHU Ji-gui. Study on accuracy of 3D coordinate transformation and influencing factors[J]. Optoelectronic Engineering, 2012, 39(10): 26-31.

张皓琳,林嘉睿,邾继贵. 三维坐标转换精度及其影响因素的研究[J]. 光电工程,2012,39(10):26-31.

[14] WANG Ke-wei, YUE Dong-jie, WANG Xing-meng. A new method of 3D coordinate transformation based on unit quaternion[J]. Journal of Surveying and Mapping Geography, 2014, (11): 216-218.

王可伟,岳东杰,王性猛. 基于单位四元数的三维坐标转换新方法[J]. 测绘与空间地理信息,2014,(11):216-218.

[15] WU Jun, YU Zhi-jing, ZHUGE Jing-chang, *et al.* Using infrared scanning laser and ultrasonic indoor positioning system
 [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(10): 2417-242.
 吴军,于之靖,诸葛晶昌,等. 采用红外扫描激光与超声技术的室内空间定位[J]. 光学精密工程, 2016, 24(10): 2417-

天牛,丁之頃,頃曷商昌,寺. 米用红外扫描激尤与超严技不的至闪至间定位[J]. 尤字相密工程,2016,24(10):241/-2423.

Foundation item: The National High Technology Research and Development Program of China (No.2015AA23XX)