

doi:10.3788/gzxb20174609.0901004

# 高斯型非均匀部分相干光的大气湍流传输特性

张瑶, 昌成成, 陈旭东, 蒲继雄, 陈子阳, 林志立

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘 要:** 基于广义惠更斯-菲涅耳原理和交叉谱密度函数, 对高斯型非均匀关联的部分相干光束在大气湍流中的传输特性进行了研究. 结果表明, 部分相干光的相干度的变化和源平面的高斯调制半宽、传输距离等有着密切关系. 在传输过程中, 初始平面相干度分布存在突变, 在传输过程中消失; 光束中两点的相干度随着传输距离的增加先增大后减小, 并且相干度的分布由非均匀分布变成均匀分布. 这种非均匀关联的部分相干光束在激光通信领域具有广阔的应用前景.

**关键词:** 相干性; 非均匀关联; 部分相干光; 大气湍流; 传输特性

中图分类号: O436

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)09-0901004-6

## Propagation of Gaussian Non-uniformly Partially Coherent Beams in Turbulence Atmosphere

ZHANG Yao, CHANG Cheng-cheng, CHEN Xu-dong, PU Ji-xiong, CHEN Zi-yang, LIN Zhi-li  
(Fujian Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen Fujian 361021, China)

**Abstract:** Based on the extended Huygens-Fresnel principle and the unique cross spectrum density, the propagation properties of Gaussian non-uniformly partially coherent beams in turbulence atmosphere are studied synthetically. The results show that the abrupt change of the coherence distribution in the source plane disappear during the propagation in the turbulence atmosphere. During the propagation, the degree of coherence between two points first increase and then decrease with the increase of propagation distance. What's more, the non-uniform distribution of coherence in the source plane turns into uniform. Non-uniformly correlated partially coherent beams may have some applications in optical communication.

**Key words:** Coherence; Non-uniformly correlated; Partially coherent beams; Turbulence atmosphere; Propagation properties

**OCIS Codes:** 010.1290; 030.1640; 010.1330; 260.1960

## 0 引言

激光在遥感、跟踪以及远距离光通信等方面具有广泛应用, 受到人们的广泛关注. 光束的空间相干性对光束的传输产生重要影响. 完全相干光在湍流大气中传输时会迅速扩散, 限制了其实际应用; 而部分相干光能够有效地缓解光在大气湍流中传播时的闪烁<sup>[1]</sup>. 围绕部分相干光束的产生及传输, 国内外开展了大量的研究工作<sup>[2-8]</sup>. 传统部分相干光的研究局限于均匀部分相干光, 其光束中两点之间的相干度只与这两点的距离有关, 如高斯-谢尔模型 (Gaussian Schell-model, GSM)<sup>[9]</sup>、Bessel-Gaussian-Schell-model<sup>[10-11]</sup>、Sinc-Schell-model<sup>[12]</sup>等. 近几年来, 非均匀关联部分相干光的产生及传输引起了广泛的研究兴趣<sup>[13-15]</sup>. 非均匀关联部分相干光束的相干度不仅与被测两点间的距离有关, 还和被测点的位置有关, 也就是说, 光束中每一个位置的相

基金项目: 国家自然科学基金 (Nos. 61605049, 61575070, 11674111) 和福建省杰出青年科学基金 (No. 2015J06015) 资助

第一作者: 张瑶 (1996-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为光传输与变换. Email: zhangyao.hqu@foxmail.com

导师 (通讯作者): 陈旭东 (1983-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为光传输与变换. Email: chenxd@hqu.edu.cn

收稿日期: 2017-04-25; 录用日期: 2017-06-01

干面积是不同的.非均匀关联的部分相干光束在传输过程中具有自聚焦和自偏移等特性<sup>[16,17]</sup>以及在湍流中传输时拥有较小的闪烁指数<sup>[18]</sup>.

本文引入一种特殊分布的非均匀部分相干光束,其关联结构满足与被测点位置有关的高斯函数;同时基于广义惠更斯-菲涅耳原理,研究了这种非均匀部分相干光束在湍流大气中的传输性质.研究表明,这种非均匀部分相干光束在初始平面的相干度存在突变,但在传输过程中突变消失;光束中两点的相干度随着传输距离的增加先增大后减小,并且相干度的分布由非均匀分布变成均匀分布.

## 1 理论计算

为了简化计算量和方便说明,本文考虑一个位于  $z=0$  平面的统计稳定的一维光源,其初始平面的交叉谱密度函数表示为

$$W(x_{01}, x_{02}, 0) = \sqrt{I(x_{01}, 0)I(x_{02}, 0)} \mu(x_{01}, x_{02}, 0) \quad (1)$$

式中,  $x_{01}, x_{02}$  为初始平面的两个点的位置矢量,  $\mu(x_{01}, x_{02}, 0)$  为初始平面上  $x_{01}$  和  $x_{02}$  两点之间的空间相干度,  $I(x_0, 0) = \exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma_s^2}\right)$  表示初始平面的光强分布为高斯分布,其中  $\sigma_s$  为束腰宽度.

根据相位关联和空间相干度之间的关系可得<sup>[19]</sup>

$$\mu(x_{01}, x_{02}) = \langle \exp [i(\varphi_{x_{02}} - \varphi_{x_{01}})] \rangle \quad (2)$$

式中,  $\varphi$  代表光束中某点的相位,  $\langle \rangle$  表示空间频率域的系综平均.由式(2)可知,当  $x_{01}$  和  $x_{02}$  两点之间的相位差  $\varphi_{x_{02}} - \varphi_{x_{01}}$  恒定时,系综平均下  $\mu=1$ ,即  $x_{01}$  和  $x_{02}$  两点之间完全相干;当  $\varphi_{x_{02}} - \varphi_{x_{01}}$  完全随机时  $\mu=0$ ,即  $x_{01}$  和  $x_{02}$  两点之间完全非相干;当  $\varphi_{x_{02}} - \varphi_{x_{01}}$  调节程度介于两者之间,光束即为空间部分相干光.

相位型液晶空间光调制器可用于动态地调制光束的相位分布,获得部分相干光束<sup>[20]</sup>.我们在前期的工作中,产生了高斯型分布的非均匀部分相干光束<sup>[14]</sup>.其初始平面的空间相干度可以表示为<sup>[21]</sup>

$$\mu(x_{01}, x_{02}, 0) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ \exp\left(-\frac{x_{01}^2}{\sigma_0^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_{02}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] & x_{01} \neq x_{02} \\ 1 & x_{01} = x_{02} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\sigma_0$  是高斯型随机相位调制的调制半宽.传统的部分相干光如高斯谢尔模型光束中相干度分布只与两点距离有关,其相干度用连续函数描述<sup>[9]</sup>;与传统的部分相干光不同的是,这种非均匀部分相干光束的相干度的分布是一个分段函数,类似于范西特-泽尼克定律描述的完全非相干光的相干度表达式

$$\mu(x_{01}, x_{02}, 0) = \begin{cases} 0 & x_{01} \neq x_{02} \\ 1 & x_{01} = x_{02} \end{cases} \quad (4)$$

比较式(3)和式(4)可以发现,当高斯型非均匀部分相干光束的调制半宽  $\sigma_0$  为 0 时,其空间相干度的表达式(3)退化为非相干光的相干度表达式(4).因此,也可以把完全非相干光看成高斯型非均匀部分相干光的一个特例.

式(3)可看出,  $x_{01}$  和  $x_{02}$  两点与原点距离越短的区域空间相干度越高,因此形成了空间相干不均匀的初始平面,这使得光束在不同位置的相干度、相干面积是不同的,不同位置点的空间相干度与两点所在的位置相关,同时,低相干区域各点具有自相干,这导致非均匀空间相干度的值域不连续.相应地,初始平面的交叉谱密度也应该表示为分段函数.在考虑一维模型时,光源中自相干点的交叉谱密度函数为

$$W(x_0, x_0, 0) = I(x_0) \delta(x_{01} - x_{02}) \quad (5)$$

式中,  $\delta$  为狄拉克函数;而初始平面不同位置点的交叉谱密度函数表示为

$$W(x_{01}, x_{02}, 0) = \sqrt{I(x_{01}, 0)I(x_{02}, 0)} \mu(x_{01}, x_{02}, 0) \quad (6)$$

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,当光束在湍流介质中传输距离为  $z$  时,其交叉谱密度函数表示为

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2\pi z} \iint W(x_{01}, x_{02}, 0) \exp \left[ -\frac{ik}{2z}(x_1 - x_{01})^2 + \frac{ik}{2z}(x_2 - x_{02})^2 \right] \cdot \exp [\Psi(x_{01}, x_1, z) + \Psi^*(x_{02}, x_2, z)] dx_{01} dx_{02} \quad (7)$$

式中,  $k=2\pi/\lambda$  表示波数,  $\lambda$  表示激光波长,  $\Psi$  是湍流大气引起的随机相位,  $W(x_{01}, x_{02}, 0)$  是初始平面交叉

谱密度函数,  $x_1$  和  $x_2$  是传输距离为  $z$  时接收平面上的两个点. 考虑均匀湍流的情况下, 光波的二阶统计特性可以根据 Rytov 相位随机结构函数近似来逼近, 其结果为<sup>[22]</sup>

$$\langle \exp [\Psi(x_{01}, x_1, z) + \Psi^*(x_{02}, x_2, z)] \rangle \approx \exp [-0.5D_\Psi(x_{01} - x_{02})] = \exp \left[ -\frac{1}{\rho_0^2}(x_{01} - x_{02})^2 \right] \quad (8)$$

式中,  $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$  是球面波在湍流介质中传输时的相干长度;  $C_n^2$  是大气折射率结构常数, 表征湍流的强弱.

对于初始平面自相干点, 将式(5)代入式(7)中, 化简可得

$$W_1(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2\pi z} \int W(x_0, x_0, 0) \exp \left[ -\frac{ik}{2z}(x_1 - x_0)^2 + \frac{ik}{2z}(x_2 - x_0)^2 \right] dx_0 \quad (9)$$

对于初始平面不同位置的点, 将式(6)代入式(7), 则交叉谱密度传输表示为

$$W_2(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2\pi z} \iint_{x_{01} \neq x_{02}} W(x_{01}, x_{02}, 0) \exp \left[ -\frac{ik}{2z}(x_1 - x_{01})^2 + \frac{ik}{2z}(x_2 - x_{02})^2 \right] \cdot \exp \left[ -\frac{1}{\rho_0^2}(x_{01} - x_{02})^2 \right] dx_{01} dx_{02} \quad (10)$$

交叉谱密度函数是一个标量函数, 因此接收面的交叉谱密度函数是初始平面各点的交叉谱密度经过传输后的算术相加, 表示为自相干点的谱密度和不同位置点的谱密度经过传输后的和

$$W(x_1, x_2, z) = W_1(x_1, x_2, z) + W_2(x_1, x_2, z) \quad (11)$$

根据空间相干度的定义, 在一维情况下光束在大气湍流中传输距离  $z$  位置的相干度的表达式为

$$\mu(x_1, x_2, z) = \frac{W(x_1, x_2, z)}{\sqrt{W(x_1, x_1, z)W(x_2, x_2, z)}} \quad (12)$$

式中,  $W(x_1, x_1, z)$  和  $W(x_2, x_2, z)$  分别表示在大气湍流中传输距离  $z$  位置平面上  $x_1, x_2$  点的光强.

## 2 仿真分析

图 1 给出了高斯型分布的非均匀部分相干光束传输至不同距离处的空间相干度分布. 设置参数为: 波长

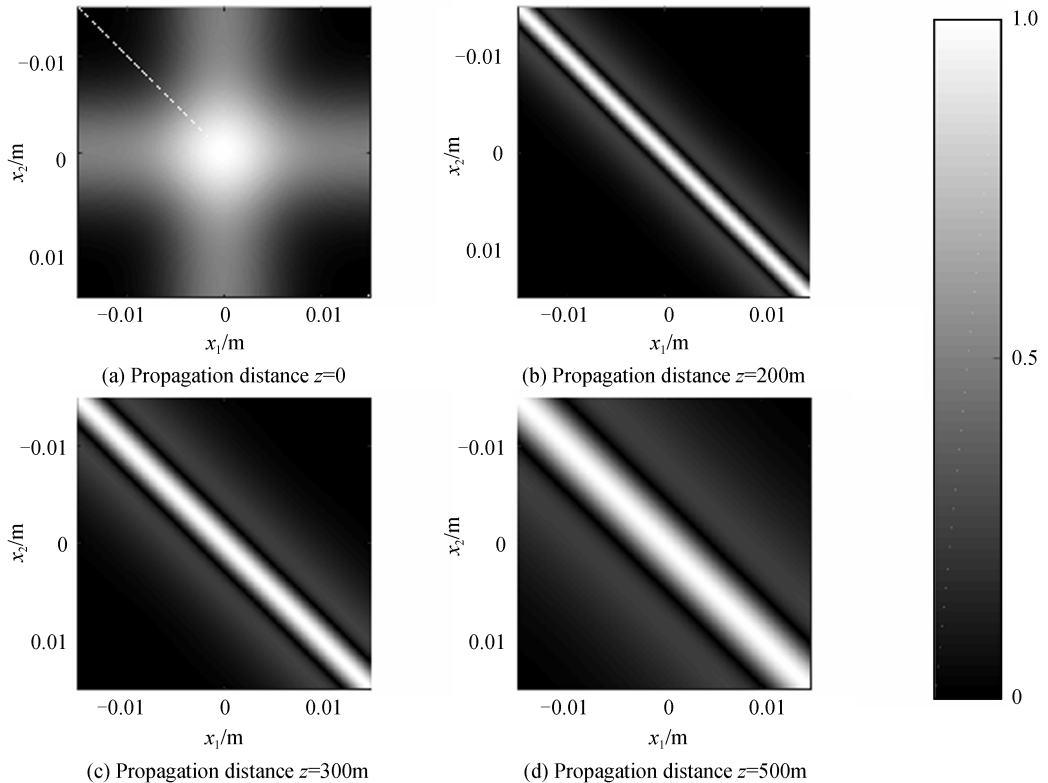


图 1 不同传输距离处的空间相干度分布

Fig.1 The distribution of coherence degree at different propagation distances

$\lambda = 532 \text{ nm}$ ; 初始平面束腰半宽  $\sigma_s = 15 \text{ mm}$ ; 高斯调制半宽  $\sigma_0 = 6 \text{ mm}$ ; 大气折射率结构常数  $C_n^2 = 10^{-14}$ .  $x_1$ 、 $x_2$  代表  $x$  轴上任意位置的两点. 图 1(a) 是  $z = 0$  即初始平面处的相干度分布. 图中  $-45^\circ$  对角线对应  $x_1 = x_2$ , 表示空间某点的自相干, 相干度为 1; 而不同位置的两点之间的空间相干度不仅和两点间距有关, 还和两点所在位置有关, 这是非均匀部分相干光与传统的谢尔模型光束的不同之处. 图 1(a) 中对角线处突变的色阶表明同一点处的自相干和不同点间的互相干之间存在突变.

图 1(b)~(d) 分别为光束在不同传输距离  $z = 200 \text{ m}, 300 \text{ m}, 500 \text{ m}$  处的空间相干度分布. 由图可知, 图 1(a) 中相干度的分布除了对角线所对应的自相关点外, 关于  $x_1$  和  $x_2$  轴对称, 图 1(b)~(d) 中相干度的分布只关于对角线对称分布. 这说明, 在湍流大气中传输一段距离之后, 光束中的相干度分布和初始平面处有着明显的区别, 不再是高斯型的非均匀分布. 此外, 初始平面处同一点的自相干与不同点间的互相干之间的相干度突变已经消失, 空间相干度由分段函数变为连续函数. 这说明即使对非均匀部分相干源平面, 经过传输后空间相干度分布与两点距离仍然有关系. 这表明式(7)描述的非均匀部分相干模型以及范西特-泽尼克定理描述的完全非相干模型这类空间相干度不连续的模型只存在于源平面上, 不可能出现在传输后的光束中.

图 2 是光束中确定的两点 ( $x_1 = -1 \text{ mm}, x_2 = 4 \text{ mm}$ ) 之间的相干度随传输距离的变化关系, 设置的参数和图 1 一致. 从图 2 可看出, 随着光束的传输距离的增加, 光束中两点之间的空间相干度随着传输距离的增加呈先增大后减小的变化趋势. 这是因为在湍流大气中传输时部分相干光的相干度的变化取决于光源的关联性质以及大气湍流的影响. 当传输距离较短时, 大气湍流的影响较小, 在传输过程中光束的相干长度变大; 而当传输距离较长时, 大气湍流对光束相位的随机扰动逐渐增强, 导致相干性较低<sup>[8]</sup>.

图 3 为不同高斯调制半宽下, 光束在大气湍流中传输至  $500 \text{ m}$  时, 不同  $x_1$  (分别为  $x_1 = 0, x_1 = 1 \text{ mm}$  和  $x_1 = 2 \text{ mm}$ ) 点分别与  $-5 \text{ mm}$  到  $5 \text{ mm}$  范围内的  $x_2$  点之间的相干度分布曲线. 设置参数为: 波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ; 初始平面束腰半宽  $\sigma_s = 10 \text{ mm}$ ; 高斯调制半宽分别为 (a)  $\sigma_0 = 1 \text{ mm}$ , (b)  $\sigma_0 = 2 \text{ mm}$ , (c)  $\sigma_0 = 3 \text{ mm}$ , (d)  $\sigma_0 = 4 \text{ mm}$ . 可以看出, 在相同的高斯调制半宽下, 两点之间的相干度随着两点间距的增加而减小; 并且从同一条  $x_1$  曲线的对称性, 以及不同  $x_1$  曲线之间的平移可以发现, 此时光束中的相干度分布只和两点间距有关, 也就是说初始平面相干度的非均匀分布经过大气湍流传输之后变成了均匀分布. 由式(7)可知, 高斯调制半宽  $\sigma_0$  越大, 初始平面的空间相干度越高. 而对比图 3 以发现, 光束的两点之间的相干度随着调制半宽增大的增加, 这种变化规律和初始平面是一致的.

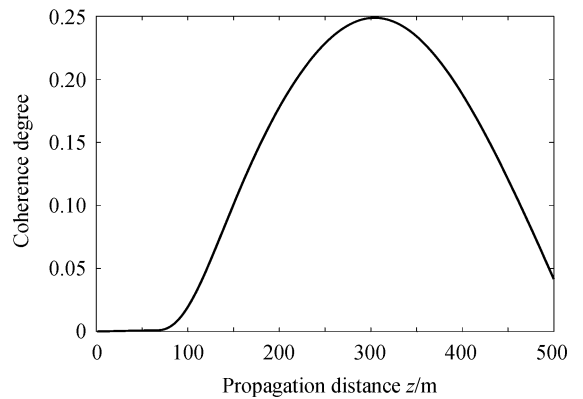
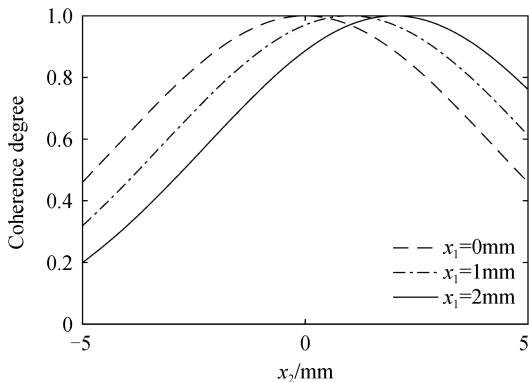
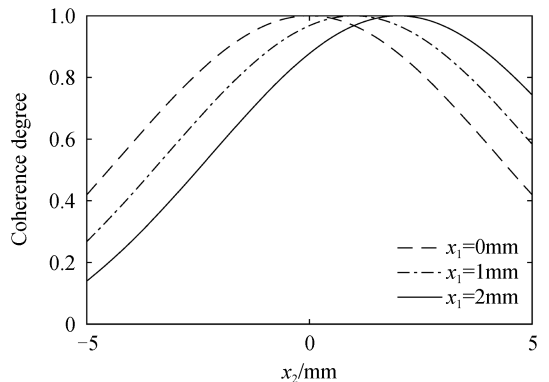


图 2 光束中两点间相干度随传输距离的变化  
Fig.2 The change of the coherence degree between two points versus the propagation distance



(a) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0 = 1 \text{ mm}$



(b) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0 = 2 \text{ mm}$

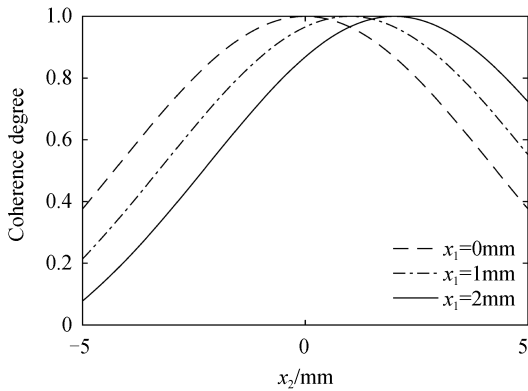
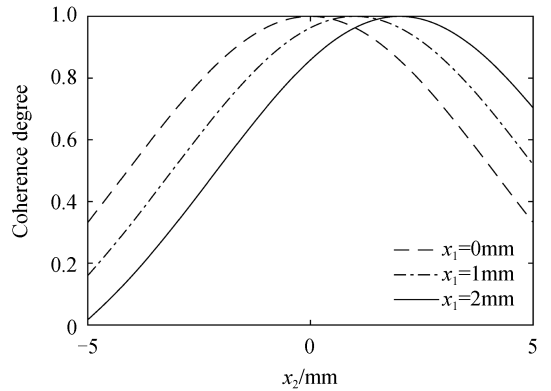
(c) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0=3\text{mm}$ (d) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0=4\text{mm}$ 

图3 不同高斯调制半宽下,光束传输至500 m时,在不同 $x_1$ 位置点下,相干度随 $x_2$ 点位置的变化曲线  
Fig.3 The change of coherence degree between several fixed $x_1$  and changing  $x_2$  under different half-width of Gaussian modulation at  $z=500\text{ m}$

图4为不同高斯调制半宽下,(a) $\sigma_0=1\text{ mm}$ 和(b) $\sigma_0=3\text{ mm}$ 时高斯型非均匀部分相干光在不同传输距离时,点 $x_1=0$ 与不同的 $x_2$ 点之间的相干度的变化规律.设定参数:光波长 $\lambda=532\text{ nm}$ ,源平面束腰宽度 $\sigma_s=15\text{ mm}$ .

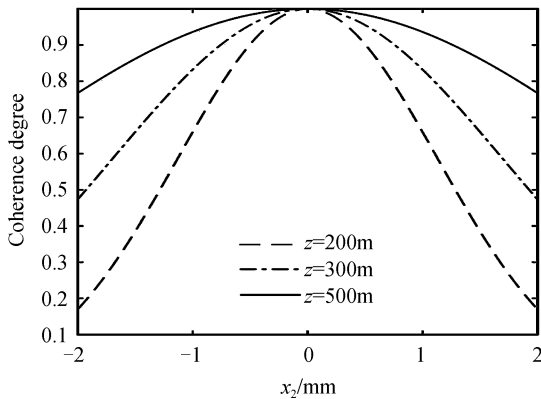
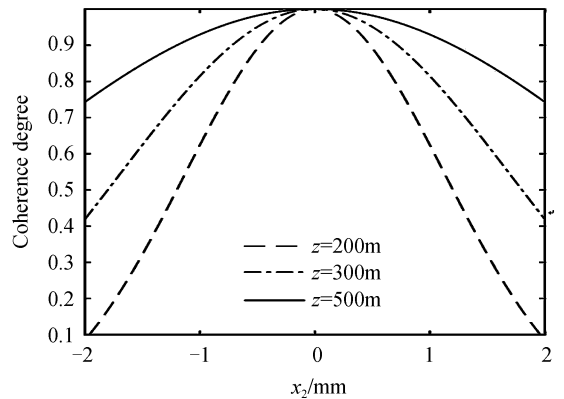
(a) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0=1\text{mm}$ (b) Half-width of Gaussian modulation  $\sigma_0=3\text{mm}$ 

图4 不同高斯调制半宽时,不同传输距离 $z=200\text{ m}$ ,  $300\text{ m}$ 和 $500\text{ m}$ 时,相干度随 $x_2$ 点位置的变化曲线  
Fig.4 The change of coherence degree between  $x_1=0$  and changing  $x_2$  under different half-width of Gaussian modulation at  $z=200\text{ m}$ ,  $300\text{ m}$  and  $500\text{ m}$

从图4可以看出,高斯调制半宽为 $\sigma_0=1\text{ mm}$ 时,随光束传输距离增加,相同位置点的空间相干度增加.当高斯调制宽度变为 $\sigma_0=3\text{ mm}$ 时,空间相干度变化趋势与 $\sigma_0=1\text{ mm}$ 时一致,但相同传输距离时,相同位置点的空间相干度整体降低.

### 3 结论

研究了高斯型非均匀部分相干光束在湍流大气中的传输规律.这种光束中初始平面的空间相干度分布函数不连续,存在突变;两点之间的相干度不仅和两点间距有关,而且与两点所在位置有关.研究过程中将非均匀部分相干光束交叉谱密度的传播分解为由动态相位调制宽度决定的两个衍射传输公式,调制宽度越宽,完全相干状态传输公式的权重越大;调制宽度越窄,完全非相干传输公式的权重越大.研究表明,随着光束传输,非均匀空间相干度的变化与光束传输距离,高斯调制半宽有着密切的关系.源平面中相干度的突变在传输过程中消失,相干度的分布由不连续分布变为连续分布;在传输过程中,光束中两点间的相干度随着传输距离的增加先增大后减小;更重要的是,在大气湍流的传输过程中,这种光束的相干性分布由非均匀分布变成了均匀分布,即光束中两点的相干度只和两点之间的距离有关.该研究有助于进一步认识非均匀关联的部分相干光的传输特性,对非均匀部分相干光在大气传输、激光通信等领域的应用具有指导意义.

## 参考文献

- [1] ARPALI C, ARPALI S A, BAYKAL Y, *et al.* Intensity fluctuations of partially coherent laser beam arrays in weak atmospheric turbulence [J]. *Applied Physics B*, 2011, **103**(1): 237-244.
- [2] CAI Yang-jian, CHEN Ya-hong, WANG Fei. Generation and propagation of partially coherent beams with nonconventional correlation functions: a review[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, **31**(9): 2083-2096.
- [3] CHEN Xu-dong, CHANG Cheng-cheng, CHEN Zi-yang, *et al.* Generation of stochastic electromagnetic beams with complete controllable coherence[J]. *Optics Express*, 2016, **24**(19): 21587-21596.
- [4] DU Xin-yue, ZHAO Dao-mu, KOROTKOVA O. Changes in the statistical properties of stochastic anisotropic electromagnetic beams on propagation in the turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2007, **15**(25): 16909-16915.
- [5] CHEN Xiao-wen, TANG Ming-yue, JI Xiao-ling. The influence of atmospheric turbulence on the spatial correlation property of partially coherent Hermite-Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(4): 2607-2613.  
陈晓文, 汤明玥, 季小玲. 大气湍流对部分相干厄米-高斯光束空间相干性的影响[J]. *物理学报*, 2008, **57**(4): 2607-2613.
- [6] LU Wei, LIU Li-ren, SUN Jian-feng, *et al.* Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Optics Communications*, 2007, **271**(1): 1-8.
- [7] JI Xiao-ling, CHEN Xiao-wen, CHEN Sun-huei, *et al.* Influence of atmospheric turbulence on the spatial correlation properties of partially coherent flat-topped beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, **24**(11): 3554-3563.
- [8] JI Xiao-ling, PU Zheng-cai. Turbulence-induced changes in degree of polarization, degree of coherence and spectrum of partially coherent electromagnetic beams[J]. *Chinese Physics B*, 2010, **19**(2): 504-511.
- [9] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge University, 1995.
- [10] WANG Xiao-yang, YAO Ming-wu, QIU Zhi-ling, *et al.* Evolution properties of Bessel-Gaussian Schell-model beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Optics Express*, 2015, **23**(10): 12508-12523.
- [11] ZHU Qing-zhi, WU Feng-tie, HU Run, *et al.* Precise control of hollow beam size[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, **65**(18): 184101.  
朱清智, 吴逢铁, 胡润, 冯聪. 空心光束尺寸的精确调控[J]. *物理学报*, 2016, **65**(18): 184101.
- [12] MEI Zhang-rong, MAO Yong-hua. Electromagnetic sinc Schell-model beams and their statistical properties[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(19): 22534-22546.
- [13] LAJUNEN H, SAASTAMOINEN T. Propagation characteristics of partially coherent beams with spatially varying correlations[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(20): 4104-4106.
- [14] CUI Sheng-wei, CHEN Zi-yang, ZHANG Lei, *et al.* Experimental generation of nonuniformly correlated partially coherent light beams[J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(22): 4821-4824.
- [15] CHANG Cheng-cheng, PU Ji-xiong, CHEN Zi-yang, *et al.* Generation of non-uniformly correlated stochastic electromagnetic beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, **66**(5): 054212.  
昌成成, 蒲继雄, 陈子阳, 等. 非均匀关联随机电磁光束的产生[J]. *物理学报*, 2017, **66**(5): 054212.
- [16] MEI Zhang-rong, TONG Zhi-song, KOROTKOVA O. Electromagnetic non-uniformly correlated beams in turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2012, **20**(24): 26458-26463.
- [17] TONG Z, KOROTKOVA O. Electromagnetic nonuniformly correlated beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2012, **29**(10): 2154-2158.
- [18] GU Y, GBUR G. Scintillation of nonuniformly correlated beams in atmospheric turbulence[J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(9): 1395-1397.
- [19] TERVO J, SETÄLÄ T, FRIBERG A T. Phase correlations and optical coherence[J]. *Optics Letters*, 2012, **37**(2): 151-153.
- [20] SHIRAI T, WOLF E. Coherence and polarization of electromagnetic beams modulated by random phase screens and their changes on propagation in free space[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2004, **21**(10): 1907-1916.
- [21] ZHANG Lei, CHEN Zi-yang, CUI Sheng-wei, *et al.* Propagation of non-uniform partially coherent beams in free space [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(3): 034205.  
张磊, 陈子阳, 崔省伟, 刘绩林, 蒲继雄. 非均匀部分相干光束在自由空间的传输[J]. *物理学报*, 2015, **64**(3): 034205.
- [22] KE Xi-zheng, WANG Chao-zhen. Intensity distribution of the partially coherent vortex beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, **53**(11): 110604.  
柯熙政, 王超珍. 部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, **53**(11): 110604.