

doi: 10.3788/gzxb20174608.0829001

近距离雾的激光多次散射模拟

童广德^{1,2,3}, 王占山^{1,2}, 沈正祥^{1,2}, 王彪³

(1 同济大学 先进微结构材料教育部重点实验室, 上海 200092)

(2 同济大学 物理科学与工程学院精密光学工程技术研究所, 上海 200092)

(3 电磁散射重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 为了满足精确快速获取雾的多次散射仿真需求, 在近程雷达距离较近情况下, 将雷达方程和 Mie 散射理论相结合, 提出一种快速有效的激光多次散射计算方法. 首先通过雾滴谱模型建立雾颗粒的几何模型, 然后根据 Mie 散射理论获得的单个粒子的散射函数计算激光在雾模型中单个颗粒的一次散射和二次散射功率密度, 结合雷达方程推导出雾的多次等效散射截面和散射系数计算函数. 模拟计算表明: 雾的激光二次等效散射截面与雾浓度的 $2/3$ 次方成正比, 二次散射系数随能见度增加的衰减比一次散射系数快.

关键词: 激光多次散射; 雷达散射截面; 仿真模拟; 雾滴谱; 能见度

中图分类号: O436.2; O431.1 文献标识码: A 文章编号: 1004-4213(2017)08-0829001-10

Laser Multiple Scattering Simulation for Fog with Closed Distance

TONG Guang-de^{1,2,3}, WANG Zhan-shan^{1,2}, SHEN Zheng-xiang^{1,2}, WANG Biao³

(1 Key Laboratory of Advanced Micro-structure Materials, Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(2 Institute of Precision Optical Engineering, School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(3 Science and Technology on Electromagnetic Scattering Laboratory, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to meet the demand for accurate and rapid multiple scattering simulation of fog, when the short-range radar distance was close, a fast and efficient simulation method of multi-scattering was proposed based on the combination of Mie theory and radar equation. First, the fog model was built according to the fog particle size distribution. Then, scattering functions about single particle were given based on Mie theory, and the first order scattering and the second order scattering power densities of single particle in fog model were calculated. The expressions of multiple scattering cross section of single particle and scattering coefficients of fog were deduced based on radar equation. Simulation results show that the second order scattering cross section is approximately proportional to $2/3$ power density of fog, and the second order scattering coefficient with increasing visibility decreases more quickly than the first order scattering.

Key words: Multiple scattering of laser; Radar cross section; Simulation; Size distribution of fog; Visibility

OCIS Codes: 290.1350; 290.4210; 290.4020; 290.5850; 280.3640

0 引言

云雾的激光散射足以引起激光引信的虚警^[1-2], 雾的散射和传输特性限制了激光引信的应用. 因此研究

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 10978002, 61621001)和科技部国家重大科学仪器设备开发专项(No. 2012YQ04016403)资助

第一作者: 童广德(1975—), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为目标与环境的激光散射特性研究等. Email: tonggd_scholar@sina.com

通讯作者: 王占山(1963—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为薄膜光学、X 射线光学仪器研制等. Email: wangzs@tongji.edu.cn

收稿日期: 2017-02-15; 录用日期: 2017-04-24

<http://www.photon.ac.cn>

者开展了大量的激光在云雾等离散物质中的传输和散射研究. Muhammad 等^[3]和 Flecker^[4]测量分析了不同种类雾的激光衰减特性. 采用 Mie 的单次散射理论, Martin^[5]研究了云雾等悬浮物的消光系数与激光波长间的变化关系, 提出了不同半径云雾的消光系数与能见度之间的计算模型. 通过试验测量, Norquist^[6]研究了卷云对机载防御激光系统性能的影响, 并预估出影响的结果. 基于单个粒子后向散射理论, 刘恺^[7]研究了气溶胶的单次后向散射. 上述研究均是针对单次散射的, 但激光引信是在近距离条件下工作的, 云雾的多次散射不可忽略^[8], 因此, 深入研究云雾的激光多次散射和相应计算模型的精确性对于激光引信设计 and 应用具有重要作用.

激光多次散射和传输的计算方法主要有矢量辐射传输模型^[9]和辐射传输方程^[10]. 这两种方法主要用于遥感领域, 不适合用于工作在近距离条件下的激光引信的散射分析. 采用蒙特-卡罗方法可以对云雾颗粒的激光散射进行数值仿真^[11-14], 基于此方法, Wojtanowski 等^[15]研究了波长为 905 nm 和 1550 nm 的激光在雨和雾中的传输特征. 基于 Lorenz-Mie 散射理论, 王海华等^[16]推导了高斯光束入射到球形粒子上的散射计算公式. 然而, 蒙特-卡罗方法计算复杂, 要获得较好的激光散射结果, 需要耗费大量的计算资源和计算时间, 且结果的物理意义不够清晰明了. 引信的激光源和探测器与云雾颗粒的作用距离比较近, 粒子的散射功率随距离变化明显, 因此, 可以基于雷达方程获得的散射激光功率和基于 Mie 散射理论得到的单个颗粒散射, 建立近距离云雾的多次散射计算方法, 从而大大简化雾的多次散射模拟计算.

本文介绍了基于雾滴谱的雾几何模型, 然后结合 Mie 散射理论和雷达方程建立的激光散射计算模型, 给出了典型雾的激光散射特征的模拟结果.

1 雾模型

雾是由悬浮在靠近地面空气中缓慢沉降的水滴或冰晶组成的一种胶体. 根据形成雾的机理和地域, 雾可分成平流雾(Advection fog)和辐射雾(Radiation fog)两大类. 平流雾是暖空气移向冷的下垫面时形成的, 海雾通常为平流雾. 辐射雾主要是由于地面辐射冷却造成的, 内陆雾通常为辐射雾. 辐射雾的雾滴直径通常小于 20 μm , 平流雾的雾滴平均直径具有 20 μm 的量级. 同样的含水量, 海雾的能见度一般比陆地上雾的能见度高, 这是因为海雾的雾滴要比内陆雾的雾滴大. Radford 曾收集某些地点雾的能见度与其含水量的关系^[17], 绘制成图表, 得到雾的含水量 $W(\text{g}/\text{m}^3)$ 和能见度 $V(\text{km})$ 的关系, 即

$$\text{平流雾: } W = 0.0156V^{-1.43} \quad (1)$$

$$\text{辐射雾: } W = 0.00316V^{-1.54} \quad (2)$$

雾滴谱是在单位体积内雾滴粒子数量随雾滴粒子直径变化的规律, 是雾的特征描述方法. 准确获取雾滴谱是进行雾的特性研究的前提条件^[18-19]. 雾滴谱可采用指数分布模型描述, 即

$$n(a) = Aa^\alpha \exp(-Ba^\beta) \quad (3)$$

式中, A, B, α, β 为雾滴谱模型 4 个参数, a 为雾滴粒子的半径(单位: μm), n 为雾滴粒子的浓度(单位: $\text{particle}/(\text{cm}^3 \cdot \mu\text{m}^{-1})$). 不同地区的雾滴谱有一定差异, Gamma 雾滴尺寸分布模型^[20-21]是常用的一种简单的雾滴谱模型, 此时 $\alpha=2, \beta=1$, 即

$$n(a) = Aa^2 \exp(-Ba) \quad (4)$$

此时, A 和 B 的关系为

$$A = \frac{9.781}{V^6 W^5} \times 10^{15} \quad (5)$$

$$B = \frac{1.304}{VW} \times 10^4 \quad (6)$$

图 1 是在 0.005 km 能见度条件下仿真的海上平流雾雾滴谱, 最浓的雾滴粒子半径为 23.35 μm , 比最浓雾滴粒子半径小的雾滴粒子随其半径减小迅速减小, 比最浓雾滴粒子半径大的雾滴粒子随其半径增加也逐步减小.

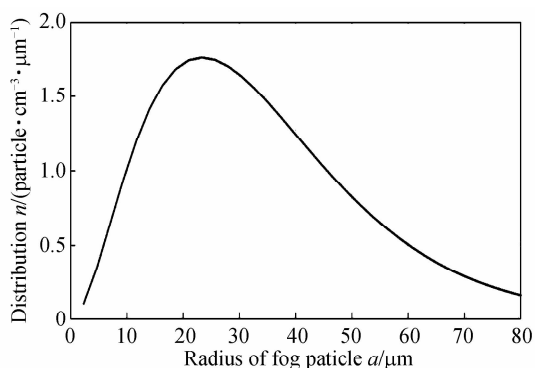


图 1 能见度 0.005 km 时 Gamma 分布的雾滴谱
Fig. 1 Gamma size distribution of fog with 0.005 km visibility

研究雾滴粒子激光散射的前提是已知准确的雾滴粒子几何位置和尺寸分布. 一般认为雾滴粒子的几何位置和尺寸是随机分布的. 在近距离条件下, 可以认为在局部范围内描述雾滴的模型是一致的, 基于雾滴谱确定雾滴粒子几何位置和尺寸分布.

1.1 粒子位置的几何模型

在仿真雾的过程中, 可以认为雾滴粒子随机位置的平均值处于均匀分布网格点上, 如图 2(a), 其中, 网格的步长 δL (单位: mm) 取决于雾滴粒子的密度 N (单位: particle/cm³).

$$\delta L = \sqrt[3]{1000/N} \quad (7)$$

$$N = \int_0^{\infty} n(a) da = 2A/B^3 \quad (8)$$

在某个时刻, 雾滴粒子在其平均值附近按照在网格内平均分布概率进行随机分布, 如图 2(b).

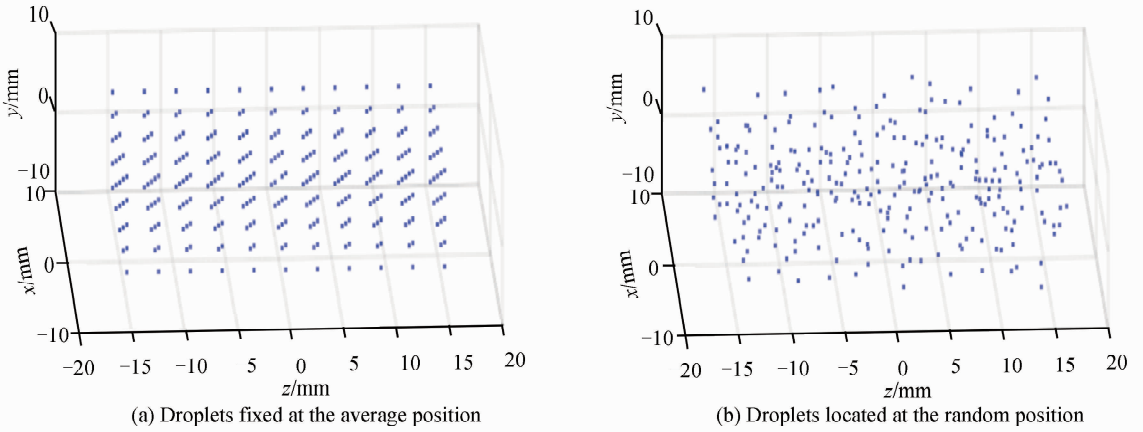


图 2 雾滴粒子的空间分布几何模型

Fig. 2 Geometrical location model of fog droplets

1.2 粒子半径分布模型

在建立的雾滴粒子位置处, 构筑满足雾滴谱的雾滴粒子半径分布. 采用带权重随机抽样方法, 生成与雾滴谱(如均值、方差、分布)一致的随机雾滴粒子, 依据雾滴谱给出每种半径的雾滴粒子的出现概率, 作为该粒子权重参与随机抽样, 分配至各网格. 生成的分布于空间网格内雾滴粒子模型如图 3.

2 激光在雾中的散射

在引信发射的激光光束照射范围内, 激光与雾滴粒子群发生相互作用, 激光散射的回波应包含所有雾滴粒子的散射. 在一般的激光引信配置中, 激光源与探测器在同一位置. 此时, 雾滴粒子的散射如图 4. 在激光照射区域内, 有单个雾滴粒子直接反射的回波, 也有通过多个雾滴粒子之间相互散射的回波, 直接反射回波是一次散射回波, 通过相互散射的回波是多次散射回波.

通过分别计算单个雾滴粒子散射和多个雾滴粒子之间的散射可获得雾滴粒子的总散射. 对于单个散射粒子, 如粒子 1 (在探测器坐标系中, 位置矢量为 r_1 , 空间角 θ_1, ϕ_1) 按照雷达方程^[22-23], 考虑雾的衰减, 激光源辐射的光束传输到粒子 1 的功率密度为

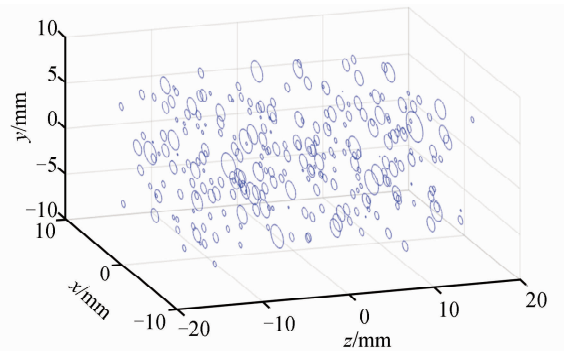


图 3 雾滴粒子模型

Fig. 3 Fog droplets model

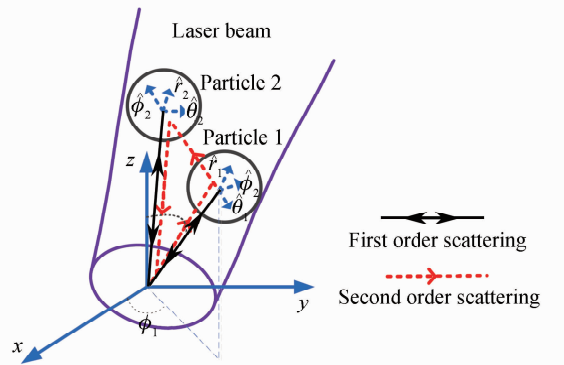


图 4 粒子散射示意图

Fig. 4 Scattering diagram of particles

$$I_0(\mathbf{r}_1) = \frac{P_t G(\theta_1, \phi_1)}{4\pi r_1^2} \exp(-\kappa r_1) \quad (9)$$

式中, κ 为雾的消光系数, 是激光经过雾滴粒子群的衰减系数, P_t 是发射功率, $G(\theta_1, \phi_1)$ 为激光光束照射到空间角 (θ_1, ϕ_1) 的方向图系数.

探测器接收到雾滴粒子 1 的后向散射功率密度(一次散射) $I_1^b(\mathbf{r}_1)$ 为

$$I_1^b(\mathbf{r}_1) = I_0(\mathbf{r}_1) \sigma_1^b \frac{\exp(-\kappa r_1)}{4\pi r_1^2} \quad (10)$$

式中, σ_1^b 为光束经粒子 1 散射回探测器的后向雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS).

探测器除了接受粒子 1 的后向散射外, 还能接受经粒子 1 散射到其它方向再由其它粒子进行的散射(二次散射), 如粒子 1 散射的激光照射到粒子 2(在探测器坐标系中, 位置矢量为 \mathbf{r}_2 , 对应空间角 θ_2, ϕ_2), 再由粒子 2 进行的散射. 设光束从粒子 1 散射到粒子 2 处的功率密度为 $I_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$, 再由粒子 2 散射到探测器的功率密度为 $I_2^b(\mathbf{r}_2)$, 即

$$I_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = I_0(\mathbf{r}_1) \sigma_1^s [\theta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \phi(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1); \theta_1, \phi_1] \frac{\exp(-\kappa |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|)}{4\pi |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2} \quad (11)$$

$$I_2^b(\mathbf{r}_2) = I_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \sigma_2^b [\pi - \theta_2, \phi_2 + \pi; \theta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \phi(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)] \frac{\exp(-\kappa r_2)}{4\pi r_2^2} \quad (12)$$

式中, σ_1^s 中为光束由粒子 1 散射到粒子 2 的双基雷达散射截面, σ_2^b 为光束由粒子 2 散射返回探测器的双基雷达散射截面, $\theta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \phi(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ 表示位置矢量 $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ 对应的空间角.

除了一次和二次散射外, 探测器还能接收到经粒子 2 散射到其它方向再由其它粒子散射的光子(三次散射), 以及更多次的散射等.

粒子总散射回波功率为所有不同位置粒子散射的贡献和, 即

$$P_r = A \sum_{r_1} \left\{ I_1^b(\mathbf{r}_1) + \sum_{r_2} \left[I_2^b(\mathbf{r}_2) + \sum_{r_3} (I_3^b(\mathbf{r}_3) + \dots) \right] \right\} \quad \mathbf{r}_2 \neq \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3 \neq \mathbf{r}_2 \quad (13)$$

式中, A 为探测器等效接收的光敏面积.

可知, 雾滴粒子散射计算的核心是获得粒子的散射截面, 基于 Mie 散射理论求解粒子的散射场及其对应雷达散射截面.

2.1 Mie 散射

在通常情况下, 雾滴粒子密度是 $50 \sim 1\,000$ particle/cm³, 粒子间距离大于 1 mm. 激光引信的激光波长在微米量级, 因此, 每个雾滴粒子可作为一个单独目标进行分析计算. 雾滴粒子基本上是球形, 如图 5 显微镜照片所示, 所以在计算雾滴粒子的散射截面和消光截面时可采用 Mie 散射理论.

Mie 散射理论^[24] 给出了介质球引起电磁波散射的精确解. 在球形粒子坐标系中, 如图 6, 照射半径为 a 的球形粒子上的入射场为 $\mathbf{E}_i = (\hat{v}_i E_{vi} + \hat{h}_i E_{hi}) \exp(ikr)$, 在 $r \gg a$ 处的散射场为

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \hat{e}_\theta E_{vs} \\ \hat{e}_\phi E_{hs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{e}_\theta S_{\theta v} \hat{v}_i & \hat{e}_\theta S_{\theta h} \hat{h}_i \\ \hat{e}_\phi S_{\phi v} \hat{v}_i & \hat{e}_\phi S_{\phi h} \hat{h}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_i E_{vi} \\ \hat{h}_i E_{hi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

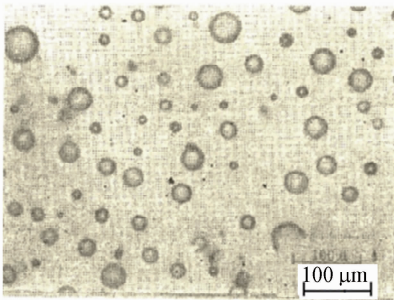


图 5 雾滴粒子形状的显微照片
Fig. 5 Micrograph of fog droplets

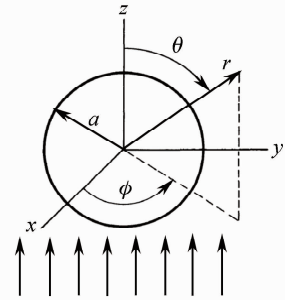


图 6 以球形粒子为中心的球坐标示意图
Fig. 6 Spherical polar coordinate system with center as spherical particles

与球形粒子散射相关的系数称为球形粒子的散射矩阵,表示为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{\theta v} & S_{\theta h} \\ S_{\phi v} & S_{\phi h} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\begin{bmatrix} S_{\theta v}(\theta, \phi; \theta_i, \phi_i) \\ S_{\theta h}(\theta, \phi; \theta_i, \phi_i) \\ S_{\phi v}(\theta, \phi; \theta_i, \phi_i) \\ S_{\phi h}(\theta, \phi; \theta_i, \phi_i) \end{bmatrix} = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n i^n (2 - \delta_m) \frac{(2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -a_n \frac{mP_n^m(\cos \theta_i)}{\sin \theta_i} \frac{mP_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \cos(m\phi - m\phi_i) z_n(\rho) + ib_n \frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d\theta_i} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos(m\phi - m\phi_i) \frac{1}{\rho} \frac{d[\rho \alpha_n(\rho)]}{d\rho} \\ -a_n \frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d\theta_i} \frac{mP_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin(m\phi - m\phi_i) z_n(\rho) + ib_n \frac{mP_n^m(\cos \theta_i)}{\sin \theta_i} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin(m\phi - m\phi_i) \frac{1}{\rho} \frac{d[\rho \alpha_n(\rho)]}{d\rho} \\ a_n \frac{mP_n^m(\cos \theta_i)}{\sin \theta_i} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin(m\phi - m\phi_i) z_n(\rho) - ib_n \frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d\theta_i} \frac{mP_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin(m\phi - m\phi_i) \frac{1}{\rho} \frac{d[\rho \alpha_n(\rho)]}{d\rho} \\ -a_n \frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d\theta_i} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos(m\phi - m\phi_i) z_n(\rho) + ib_n \frac{mP_n^m(\cos \theta_i)}{\sin \theta_i} \frac{mP_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \cos(m\phi - m\phi_i) \frac{1}{\rho} \frac{d[\rho \alpha_n(\rho)]}{d\rho} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, (θ_i, ϕ_i) 为入射空间角, (θ, ϕ) 为散射空间角, a_n, b_n 为 Mie 散射系数.

$$\begin{cases} a_n(m, x) = -\frac{m\psi'_n(mx)\psi_n(x) - \psi_n(mx)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(mx)\xi_n(x) - \psi_n(mx)\xi'_n(x)} \\ b_n(m, x) = -\frac{\psi'_n(mx)\psi_n(x) - m\psi_n(mx)\psi'_n(x)}{\psi'_n(mx)\xi_n(x) - m\psi_n(mx)\xi'_n(x)} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \psi_n(z) = zJ_n(z), & \psi'_n(z) = \frac{d[zJ_n(z)]}{dz} \\ \xi_n(z) = zH_n^{(1)}(z), & \xi'_n(z) = \frac{d[zH_n^{(1)}(z)]}{dz} \end{cases} \quad (18)$$

式中, 电尺寸长度 $x = ka$, m 为介质球相对背景的复折射率, $J_n(x)$ 为球贝塞尔函数, $H_n^{(1)}(x)$ 为第一类汉克尔函数.

2.2 消光系数

单个粒子的消光截面和雾滴粒子群的消光系数为^[24]

$$C_{\text{ext}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad (19)$$

$$\kappa = \int_{a_{\text{min}}}^{a_{\text{max}}} n(a) C_{\text{ext}} da \quad (20)$$

2.3 粒子的一次后向散射

设入射空间角 $\theta_i = 0, \phi_i = 0$, 电场强度方向矢量 e_x , 入射场可表示为 $\mathbf{E}_i = e_x E_0 \exp(ikz)$. 设一次散射空间角为 (θ_1, ϕ_1) , 一次散射电场强度矢量为

$$\mathbf{E}_1^s(\mathbf{r}_1) = \mathbf{S}_1 \begin{bmatrix} \hat{v}_1 E_{v1} \\ \hat{h}_1 E_{h1} \end{bmatrix} \exp[ikz(\mathbf{r}_1)] \quad (21)$$

式中, 一次散射矢量 \mathbf{S}_1 为

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} S_{\theta v} & S_{\theta h} \\ S_{\phi v} & S_{\phi h} \end{bmatrix} = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \cdot \begin{Bmatrix} [a_n \Pi_n(\theta_1) + b_n \Gamma_n(\theta_1, 0)] \cos(\phi_1) & [a_n \Pi_n(\theta_1) + b_n \Gamma_n(\theta_1)] \sin(\phi_1) \\ -[a_n \Gamma_n(\theta_1) + b_n \Pi_n(\theta_1)] \sin(\phi_1) & [a_n \Gamma_n(\theta_1) + b_n \Pi_n(\theta_1)] \cos(\phi_1) \end{Bmatrix} \quad (22)$$

式中, $\Pi_n = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta}$, $\Gamma_n = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta}$.

在一次后向散射时, $\theta = \pi$, 后向雷达散射截面为

$$\sigma_1^b = \sigma_{\text{sca}}(\pi) = |\mathbf{S}|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (a_n - b_n) \right|^2 \quad (23)$$

显然, 一次后向雷达散射截面与球形粒子半径、入射激光波长和粒子的复折射率相关, 为便于标记, 记一次雷达散射截面为

$$\sigma_1^{\tilde{}}(a, \lambda, m) = \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (a_n - b_n) \right|^2 \quad (24)$$

任意雾粒子 p[对应位置矢量 \mathbf{r}_p 和空间角 (θ_p, ϕ_p)] 的一次散射功率密度 I_1^b 为

$$I_1^b = P_i G(\theta_p, \phi_p) \sigma_1^{\tilde{}} \frac{\exp(-2\kappa r_p)}{4\pi r_p^4} \quad (25)$$

根据雾的模型, 可得到雾中所有粒子的一次散射功率密度为

$$\sum_{\text{all}} I_1^b = P_i \sum_{\text{all}} G(\theta_p, \phi_p) \sigma_1^{\tilde{}} \frac{\exp(-2\kappa r_p)}{4\pi r_p^4} \quad (26)$$

2.4 粒子间的二次散射

除了一次散射外, 探测器还可以接受到二次散射, 如图 7, 在雷达坐标系中(发射源作为坐标原点), 当一次散射照射到产生二次散射的粒子上时, 其散射空间角为 (θ_1, ϕ_1) , 因此, 产生二次散射粒子的入射空间角也为 (θ_1, ϕ_1) , 二次散射场为

$$\mathbf{E}_2^s(\mathbf{r}_2) = \frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|)}{\sqrt{4\pi}|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} \mathbf{S}_2 \frac{\exp(ik|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|)}{\sqrt{4\pi}|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|} \mathbf{E}_1^s = \frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|)}{\sqrt{4\pi}|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} \cdot \quad (27)$$

$$\mathbf{S}_2 \frac{\exp(ik|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|)}{\sqrt{4\pi}|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|} \mathbf{S}_1 \begin{bmatrix} \hat{v}_i E_{vi} \\ \hat{h}_i E_{hi} \end{bmatrix} \exp[ikz(\mathbf{r}_1)]$$

式中, r 为散射位置坐标距离, \mathbf{r}_2 为雷达坐标系中粒子 2 的坐标。

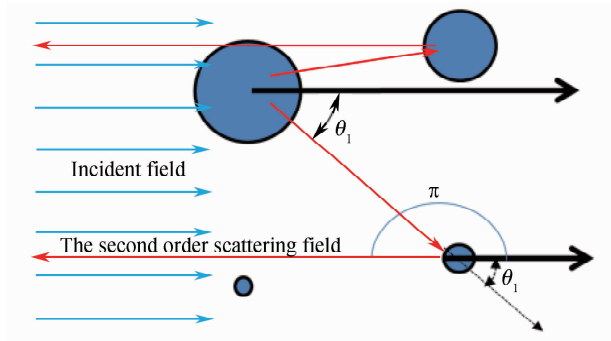


图 7 粒子的二次散射示意图

Fig. 7 Second order scattering diagram of particles

当探测器能接受到二次散射时, 二次散射空间角应为 (π, Φ) , 相对于入射空间角 (θ_1, ϕ_1) , 二次散射矢量为

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} S_{\theta v} & S_{\theta h} \\ S_{\phi v} & S_{\phi h} \end{bmatrix} = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \cdot \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} -a_n \Pi_n(\theta_1) \cos(\phi_1 - \phi) + b_n \Gamma_n(\theta_1) \cos(\phi_1 - \phi) & a_n \Gamma_n(\theta_1) \sin(\phi_1 - \phi) - b_n \Pi_n(\theta_1) \sin(\phi_1 - \phi) \\ a_n \Pi_n(\theta_1) \sin(\phi_1 - \phi) - b_n \Gamma_n(\theta_1) \sin(\phi_1 - \phi) & a_n \Gamma_n(\theta_1) \cos(\phi_1 - \phi) - b_n \Pi_n(\theta_1) \cos(\phi_1 - \phi) \end{bmatrix}$$

则雷达接收到的二次散射场为

$$\mathbf{E}_2^s(\mathbf{r}_2) = \frac{\exp(ik|0-\mathbf{r}_2|) \exp(ik|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|) E_{hi} \exp[ikz(\mathbf{r}_1)]}{(\sqrt{4\pi}|0-\mathbf{r}_2|)(\sqrt{4\pi}|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|)} \cdot \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} -\xi_2 \xi_1 \cos(\phi_1 - \phi) \sin \phi_1 + \zeta_2 \zeta_1 \sin(\phi_1 - \phi) \cos \phi_1 \\ \xi_2 \xi_1 \sin(\phi_1 - \phi) \sin \phi_1 + \zeta_2 \zeta_1 \cos(\phi_1 - \phi) \cos \phi_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \xi_1 = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \Pi_n(\theta_1) + b_n \Gamma_n(\theta_1)] \\ \zeta_1 = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \Gamma_n(\theta_1) + b_n \Pi_n(\theta_1)] \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \xi_2 = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \Pi_n(\theta_1) - b_n \Gamma_n(\theta_1)] \\ \zeta_2 = -\frac{i}{k} \sqrt{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \Gamma_n(\theta_1) - b_n \Pi_n(\theta_1)] \end{cases} \quad (31)$$

接收到的二次散射的功率密度为

$$I_2^b(\mathbf{r}_2) = \frac{GP_t}{(4\pi|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1||\mathbf{r}_2|)^2} \cdot \left| \begin{bmatrix} -\xi_2 \xi_1 \cos(\phi_1 - \phi) \sin\phi_1 + \zeta_2 \zeta_1 \sin(\phi_1 - \phi) \cos\phi_1 \\ \xi_2 \xi_1 \sin(\phi_1 - \phi) \sin\phi_1 + \zeta_2 \zeta_1 \cos(\phi_1 - \phi) \cos\phi_1 \end{bmatrix} \right|^2 \quad (32)$$

由于激光引信一般采用能量检测,获取的二次散射功率密度为

$$I_2^b(\mathbf{r}_2) = \frac{GP_t}{(4\pi|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1||\mathbf{r}_2|)^2} |(\xi_2 \xi_1 \sin\phi_1)^2 + (\zeta_2 \zeta_1 \cos\phi_1)^2| \quad (33)$$

设 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, \mathbf{r} 是粒子 2 相对粒子 1 的位置矢量,接收到的二次散射的功率密度为

$$I_2^b(\mathbf{r}_2) = \frac{GP_t}{(4\pi|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}||\mathbf{r}|)^2} |(\xi_2 \xi_1 \sin\phi_1)^2 + (\zeta_2 \zeta_1 \cos\phi_1)^2| \quad (34)$$

对由位置 \mathbf{r}_1 处粒子 1 产生的所有二次散射进行积分,可获得粒子 1 产生的所有二次散射的贡献,记为二次散射的求和为 $I_2^\Sigma(\mathbf{r}_1)$. 在雷达探测中,雷达通常有一个近距离盲区(该距离内收发波束不重合,以及探测器不接收信号),设盲区距离 0.1 m(远大于粒子间的距离),则 $\mathbf{r} \ll |\mathbf{r}_1|$, 进而 $|\mathbf{r} + \mathbf{r}_1| \approx |\mathbf{r}_1|$, 因此,所有经粒子 1 的二次散射功率和为

$$I_2^\Sigma(\mathbf{r}_1) \approx \frac{GP_t}{(4\pi|\mathbf{r}_1|^2)^2} \sum \frac{1}{4\pi r^2} |(\xi_2 \xi_1 \sin\phi_1)^2 + (\zeta_2 \zeta_1 \cos\phi_1)^2| \quad (35)$$

式中, $I_2^\Sigma(\mathbf{r}_1)$ 是粒子分布、粒子浓度和激光波长的函数. 为计算方便,记二次散射等效雷达散射截面为

$$\sigma_2^\Sigma(N, a, \lambda, m) = \sum \frac{1}{4\pi r^2} |(\xi_2 \xi_1 \sin\phi_1)^2 + (\zeta_2 \zeta_1 \cos\phi_1)^2| \quad (36)$$

和一次散射相比,二次散射多经历一次空间距离的衰减,其功率理论上会降低很多. 二次散射功率密度简写为

$$I_2^\Sigma(\mathbf{r}_1) = \frac{GP_t}{(4\pi|\mathbf{r}_1|^2)^2} \sigma_2^\Sigma(N, a, \lambda, m) \quad (37)$$

通过雾模型,可算出在雾中所有粒子的二次散射功率密度为

$$\sum_{\text{all}} I_2^\Sigma = P_t \sum_{\text{all}} G \sigma_2^\Sigma \frac{\exp(-2kr_p)}{4\pi r_p^4} \quad (38)$$

3 雾的激光散射特征

为分析方便,首先比较不同半径的二次散射特性,再比较不同可见度下 Gamma 雾滴谱模型的散射特性.

3.1 雾的雷达散射截面

3.1.1 雾粒子的二次散射特性

常规试验表明浓度越高,二次散射越强. 设雾滴颗粒尺寸一致,根据式(22)和(36)分别计算出不同雾滴颗粒半径(雾滴粒子位置随机分布)的一次雷达散射截面和二次散射等效雷达散射截面. 图 8 给出了在雾滴粒子不同浓度条件下雾滴粒子的一次和二次散射截面大小. 由图 8 可知,雾滴粒子浓度足够高时,其二次散射接近一次散射. 比较分析不同浓度的二次散射的均值,雾滴粒子密度为 1 000 particle/cm³ 的二次散射等效散射截面 $\sigma_2^\Sigma(1\ 000)$ 比雾滴粒子密度为 125 particle/cm³ 的等效散射截面 $\sigma_2^\Sigma(125)$ 高

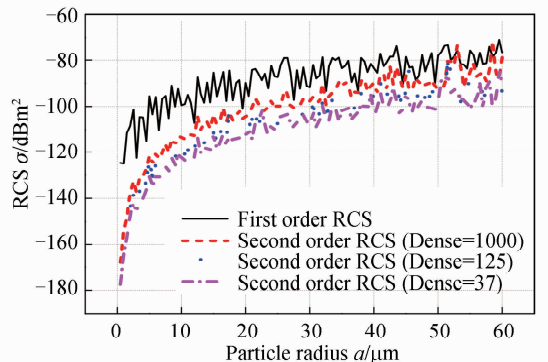


图 8 不同密度下二次等效散射截面
Fig. 8 RCS of single particle in different density

6.0 dB,也比雾滴粒子密度为 37 particle/cm^3 的二次散射等效散射截面 $\sigma_2^\Sigma(37)$ 高 9.3 dB. 分析雾浓度与雾的等效二次散射截面关系,雾的等效二次散射截面与雾滴粒子浓度的 $2/3$ 次方成正比,三者的等效 RCS 比例为

$$\sigma_2^\Sigma(1000) \cdots \sigma_2^\Sigma(125) \cdots \sigma_2^\Sigma(37) \approx 1000^{\frac{2}{3}} \cdots 125^{\frac{2}{3}} \cdots 37^{\frac{2}{3}} \quad (39)$$

3.1.2 在不同能见度条件下雾的二次散射特性

不同的能见度,雾滴谱分布不同,基于能见度的大小可以获得雾滴谱分布.由雾滴谱构建雾的几何模型,通过式(36)获得雾中不同半径雾滴粒子的二次等效雷达散射截面.图9分别是能见度为0.001 km、0.005 km、0.05 km 和 0.5 km 的雾滴谱和等效二次雷达散射截面,可以看出,雾滴粒子的二次等效雷达散射截面随能见度增大,衰减很快;但是能见度达到米级时,二次等效散射截面接近一次散射截面.雾滴粒子的二次等效散射截面随能见度增大衰减很快的原因是雾的二次雷达散射截面与雾浓度的 $2/3$ 次方成正比,雾浓度随能见度增加按指数方减少.

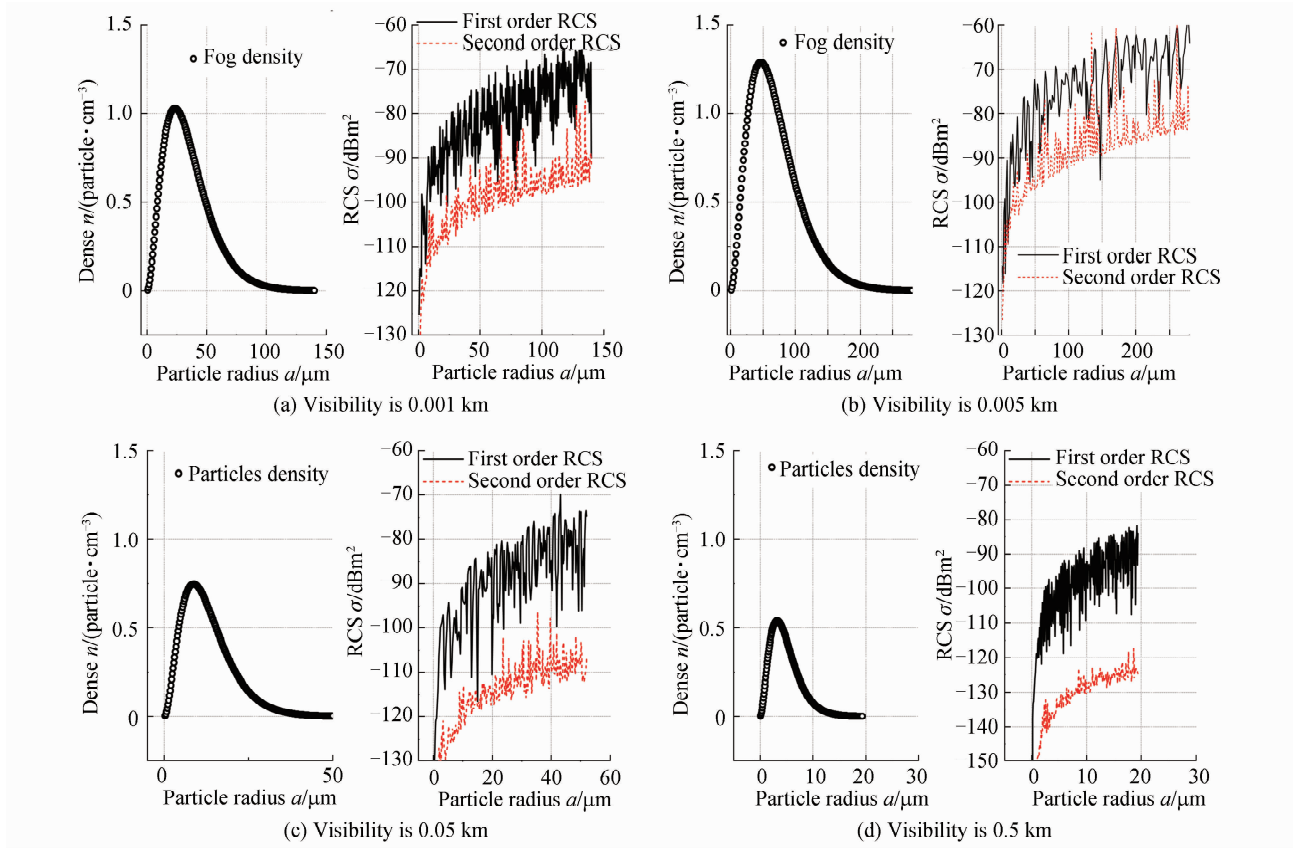


图9 雾滴谱和散射截面曲线

Fig.9 Size distribution of fog and the RCS of single particle

和雾滴粒子的一次雷达散射截面相比,其二次等效雷达散射截面减小了很多.对应地,和雾滴粒子的二次等效雷达散射截面相比,其三次等效雷达散射截面减小了很多.因此,雾的多次散射主要是二次散射.

3.2 雾的散射特征

探测器接收到的散射相对辐射的激光方向是后向的,为了叙述方便,探测器接收到的一次散射和二次散射,简称为一次后向散射和二次后向散射.与消光系数形式上一样,雾滴粒子的后向散射系数是粒子群的平均值.满足 Gamma 雾滴谱模型的一次后向散射系数均值为

$$\bar{\sigma}_1^b = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} n(a) \sigma_1^\Sigma(a) da \quad (40)$$

二次后向体散射系数均值为

$$\bar{\sigma}_2^b = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} n(a) \sigma_2^\Sigma(a) da \quad (41)$$

图 10 给出了 Gamma 雾滴谱的雾滴粒子群的消光系数、一次后向体散射系数均值、二次后向体散射系数均值随能见度的变化曲线。雾的消光系数和后向散射的对数值与能见度的对数值成反比,与毫米波雷达的后向散射系数^[25]结论一致;相比一次后向散射系数,雾滴的二次散射系数随能见度增加衰减更快,当能见度较大时,基本可以不考虑多次散射影响,所以理论分析通常只计算一次散射。

4 结论

基于Gamma分布雾滴谱模型,建立了计算雾的激光散射模型。结合雷达方程和 Mie 散射理论推导出雾颗粒的激光一次散射和二次散射等的计算公式。

模拟计算了在不同能见度下雾的激光散射特性。结果表明:雾的等效二次雷达散射截面与雾颗粒浓度的 $2/3$ 次方成正比;雾散射功率随雾的能见度降低显著增加,雾的激光散射系数的对数值和能见度的对数值成反比;随能见度增加,二次散射系数比一次散射系数衰减快。

参考文献

- [1] ZHANG Wei, LI Yin-lin, HUANG Zhong-hua. Research on the characteristics of fog backscattering signals for frequency modulated continuous wave laser fuze[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2016, **127**(20): 9046-9055.
- [2] ARORA V K. Proximity fuzes theory and techniques[M]. Defense Research & Development Organisation, 2010: 189-205.
- [3] MUHAMMAD S S, FLECKER B, LEITGEBE, *et al.* Characterization of fog attenuation in terrestrial free space optical links[J]. *Optical Engineering*, 2007, **46**(6): 066001.
- [4] FLECKER B, GEBHART M, LEITGEBE, *et al.* Results of attenuation measurements for optical wireless channels under dense fog conditions regarding different wavelengths[C]. SPIE Optics + Photonics. International Society for Optics and Photonics, 2006: 63030P.
- [5] GRABNER M, KVICERA V. The wavelength dependent model of extinction in fog and haze for free space optical communication[J]. *Optics Express*, 2011, **19**(4): 3379-3386.
- [6] NORQUIST D C, DESROCHERS P R, MCNICHOLL P J, *et al.* Characterizing cirrus clouds for their impact on airborne defensive laser systems[R]. Air Force Research Lab Hanscom AFB MA Space Vehicles Directorate, 2006.
- [7] LIU K, CUI Z Z. Influence of atmospheric aerosol single backscattering on waveform of target-reflected signal in incoherent frequency-modulation continuous-wave short-distance laser detection[J]. *Optical Engineering*, 2011, **50**(1): 014301.
- [8] PREMOŽE S, ASHIKHMIN M, TESSENDORF J, *et al.* Practical rendering of multiple scattering effects in participating media[C]. Proceedings of the Fifteenth Eurographics conference on Rendering Techniques, 2004: 363-374.
- [9] JIN Ya-qiu. Remote sensing theory of electromagnetic scattering and thermal emission[M]. Science Press, 1993: 11-15. 金亚秋. 电磁散射和热辐射的遥感理论[M]. 科学出版社, 1993: 11-15.
- [10] LENOBLE J, LORRAINE R, DIDIER T. Aerosol remote sensing[M]. Springer Science & Business Media, 2013.
- [11] GRABNER M, KVICERA V. Multiple scattering in rain and fog on free-space optical links[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2014, **32**(3): 513-520.
- [12] WANG Feng-jie, CHEN Hui-min. Simulation of characteristics of cloud and fog echo for pluse laser fuze[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, **23**(10z): 1-7. 王凤杰,陈慧敏. 脉冲激光引信云雾回波特性仿真[J]. 光学精密工程, 2015, **23**(10z): 1-7.
- [13] PARKJ H. Multiple scattering measurements using multistaticlidar[M]. *Pro Quest*, 2008: 21-52.
- [14] WANG H X, SUN C, ZHU Y, *et al.* Monte Carlo simulation of laser attenuation characteristics in fog [C]. International Symposium on Photoelectronic Detection and Imaging, 2011: 81920S.
- [15] WOJTANOWSKI J, ZYGMUNT M, KASZCZUK M, *et al.* Comparison of 905 nm and 1550 nm semiconductor laser rangefinders' performance deterioration due to adverse environmental conditions[J]. *Opto-Electronics Review*, 2014, **22**(3): 183-190.
- [16] WANG H, SUN X, ZHANG H. Scattering by a spheroidal particle illuminated with a couple of on-axis Gaussian beams [J]. *Optics & Laser Technology*, 2012, **44**(5): 1290-1293.

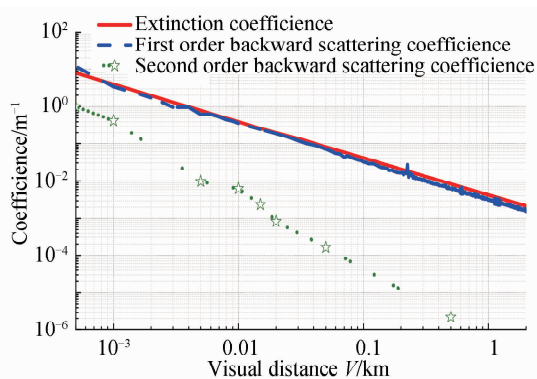


图 10 消光系数和多次后向散射系数随能见度的变化曲线
Fig. 10 Changing curves of extinction coefficient and multiple order backward scattering coefficients with visibility

- [17] ZHAO Z, WU Z. Millimeter-wave attenuation due to fog and clouds[J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2000, **21**(10): 1607-1615.
- [18] LI Xue-bin, GONG Chun-wen, LI Chao, *et al.* Size distribution and attenuation for infrared radiation of fog particles[J]. *Laser & Infrared*, 2009, **39**(7): 742-745.
李学彬, 宫纯文, 李超, 等. 雾滴谱分布和雾对红外的衰减[J]. *激光与红外*, 2009, **39**(7): 742-745.
- [19] YANG Kun, XU Fen, GU Song-shan, *et al.* Measuring the size distribution of rain and fog by microimaging[J]. *Journal of Nanjing University of Information Science & Technology(Natural Science Edition)*, 2013, **5**(1): 43-49.
杨坤, 徐芬, 顾松山, 等. 显微成像技术测量雨、雾滴谱[J]. *南京信息工程大学学报*, 2013, **5**(1): 43-49.
- [20] ZHANG Su-ping, BAO Xian-wen. the main advances in sea fog research in China[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2008, **38**(3): 359-366.
张苏平, 鲍献文. 近十年中国海雾研究进展[J]. *中国海洋大学学报自然科学版*, 2008, **38**(3): 359-366.
- [21] YANG Zhong-qiu, XU Shao-zu, GENG Biao. The sea fog formation in Zhoushan region in spring and micro physical structure[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1989(4): 431-438.
杨中秋, 许绍祖, 耿骠. 舟山地区春季海雾的形成和微物理结构[J]. *海洋学报*, 1989, **11**(4): 431-438.
- [22] JENN D. Radar and laser cross section engineering [M]. 2ed edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005: 2-4.
- [23] DAI Yong-jiang. The principle of lidar[M]. National Defend Industry Press, 2002: 6-11.
戴永江. 激光雷达原理[M]. 国防工业出版社, 2002: 6-11.
- [24] BOHREN C F, HUFFMAN D R. Absorption and scattering of light by small particles[M]. John Wiley & Sons, 1983: 83-129.
- [25] ZHAO Zhen-wei, LIN Le-ke, DONG Qing-sheng, *et al.* Radar backscattering characteristics of fog[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2001, **16**(4): 498-502.
赵振维, 林乐科, 董庆生, 等. 雾的雷达后向散射特性研究[J]. *电波科学学报*, 2001, **16**(4): 498-502.