doi:10.3788/gzxb20174607.0727001

含色散特异材料三明治结构的量子悬浮效应

曾然[1,2],郭军[1],李齐良[1],毕美华[1],杨国伟[1],羊亚平[2]
(1 杭州电子科技大学 通信工程学院,杭州 310018)
(2 同济大学 物理科学与工程学院 先进微结构材料教育部重点实验室,上海 200092)

摘　要:在金属板与电介质材料板基底间插入色散特异材料板形成三明治结构,并对其 Casimir 作用力进行了研究. 基于 Casimir-Lifshitz 理论,通过麦克斯韦应力张量计算了真空涨落的辐射压,并对三明治结构利用电磁模式传输矩阵方法进行了数值计算分析. 计算结果表明,原本两板结构中存在的 Casimir 吸引力,在插入特异材料板后的三明治结构中将转变为斥力,从而使轻薄的金属板产生量子悬浮效应。讨论了特异材料板的色散电磁响应特性以及电介质板基底的影响,结果表明特异材料磁等离子频率越大、磁共振频率越小以及电介质板基底的介电常数越小时,三明治结构中获得的斥力越大. 此外,板间距增加到一定范围时,三明治结构中将出现 Casimir 平衡回复力. 特异材料填充因子越小、三明治结构中层距和层厚越大时,三明治结构间的回复力会出现在较长距的位置. 三明治结构中的量子悬浮效应与平衡回复力可保证微纳米机械系统稳定性,展现出基于真空辐射压的应用前景.

关键词:量子理论;真空涨落;Casimir 效应;传输矩阵;特异材料;量子悬浮;三明治结构
中图分类号:O431.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1004-4213(2017)07-0727001-6

Quantum Levitation Effect in Sandwich Structure Containing Dispersive Metamaterial Slab

ZENG Ran[1,2], GUO Jun[1], LI Qi-liang[1], BI Mei-hua[1], YANG Guo-wei[1], YANG Ya-ping[2]
(1 *School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou* 310018, *China*)
(2 *MOE Key Laboratory of Advanced Micro-Structured Materials, School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai* 200092, *China*)

Abstract: The Casimir interaction of a sandwich structure was investigated, where the structure was formed by means of inserting a dispersive metamaterial slab between the metal slab and the dielectric substrate. Based on Casimir-Liftshitz theory, the radiation pressure of the vacuum fluctuation was calculated by the Maxwell tensor method, and the situation for the sandwich structure was numerically calculated and analyzed by the method of transfer matrix of the electromagnetic mode. The calculation results show that the Casimir force for two-slab structure may turn into repulsion for the sandwich structure by means of inserting a metamaterial slab to the previous bi-layer structure, therefore the thin metal slab can be levitated by the repulsive Casimir force. The influences of the metamaterial dispersive electromagnetic response properties and the dielectric substrate were discussed. It is seen that when the larger magnetic plasma frequency of the metamaterial, the smaller magnetic resonance frequency and the smaller dielectric constant of the dielectric substrate are taken, the greater repulsion force can be obtained in the sandwich structure. In addition, it is found that when the slab distance is increased to a certain extent, the restoring Casimir force can be obtained in the sandwich structure. For the formation of restoring force, it shows that when the smaller filling factor of the metamaterial, the larger layer separation and larger layer thickness are adopted, the restoring force in the sandwich structure will

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 11574068,61501157,61405051)和浙江省自然科学基金(No. LY14A040008)资助
第一作者:曾然(1980－),男,副教授,博士,主要研究方向为量子光学与新型光学材料. Email: zengran@hdu.edu.cn
收稿日期:2016-11-17;**录用日期**:2017-04-13

appear at farther slab separation position. The quantum levitation and the restoring force may guarantee the stability of the micro- and nano-electromechanical system devices, and show the new application prospect based on the radiation pressure of vacuum fluctuation.

Key words: Quantum theory; Vacuum fluctuation; Casimir effect; Transfer matrix; Metamaterials; Quantum levitation; Sandwich structure

OCIS Codes: 270.5580; 160.3918; 230.4170

0 引言

Casimir 效应是真空涨落引起的宏观量子效应,空间边界的存在使量子化场的零点能发生改变,进而对边界产生作用力. 1948 年 Casimir 提出了真空中两块中性理想平行导体间存在引力的理论[1],此后人们开展了进一步的理论研究与实验验证[2]. Casimir 效应的广泛应用研究包括声学中的相关波动现象[3],液晶中物体的旋转扭力[4]等;尤其在近期高速发展的微电机械系统和纳米系统中,Casimir 作用力已成为显著影响器件性能的因素之一[5-6]. 同时 Casimir 引力会造成微机械器件的黏合,因此最近人们聚焦于开发 Casimir 排斥力及回复力产生的可能性[7-8]. Casimir 排斥力和回复力一方面为解决微纳米机械装置的稳定性问题提供了一种有效的解决方法,另一方面可产生量子悬浮效应[9]. 这种无需任何外场提供相互作用力的悬浮现象,可作为在亚微米量级的介观尺度系统中进一步开发新颖应用的基础.

近年来,随着具有特殊电磁特性的人工特异材料(Metamaterials)[10-11]的发展,人们制备了在特定电磁波段尤其是光频段具有强磁响应的材料,这为产生 Casimir 排斥力提供了条件,介质材料板间的 Casimir 力的研究被拓展到涉及特异材料的情况[12-18]. 通过将特异材料插入到一般材料的双层结构中构成三明治结构,可实现原系统中的 Casimir 引力转变成斥力并得到量子悬浮等效应. 本文将对一类常用结构即金属薄板-电介质基底(如硅材料)结构[17]间加插特异材料板的三明治结构中的 Casimir 斥力和回复力进行分析. 以往的此类量子悬浮研究主要针对理想化非色散的左手性特异材料进行考察,而这里将考虑分析色散的电磁响应的特异材料板插入的三明治结构,并同时研究该结构中电介质基底的影响. 基于 Lifshiftz 理论和麦克斯韦应力张量法,推导出三维空间电磁模式传输矩阵,从而得到色散材料板的三明治结构间 Casimir 力表达式. 通过讨论特异材料板的磁等离子频率,磁共振频率以及电介质材料板基底的介电常数等参数对 Casimir 力大小和方向的影响,分析 Casimir 排斥力的实现和量子悬浮的可行性.

1 含色散特异材料三明治结构 Casimir 效应的理论模型与方法

考虑真空中的三明治结构如图 1 所示,A 板为轻薄的金属板,C 板为电介质材料板基底,在两者之间插入一块厚度为 d 的色散特异材料板 B,构成三层板结构. 其中,金属板与特异材料板间的距离为 a,特异材料板与电介质板间的距离为 a_1. 为考察该结构中 Casimir 效应引起的金属薄板量子悬浮效应,需要计算作用于金属薄板表面上的真空辐射压力. 对于这类平板层状结构,可采用麦克斯韦应力张量法来计算:应力张量对角元中垂直于板面的方向的分量 T_{zz} 即为板面受到的真空场辐射压力 F_C. 利用宏观电磁场算符与格林函数间的关系,可以得到金属板 A 单位面积所受 Casimir 力的计算公式[12,20]为

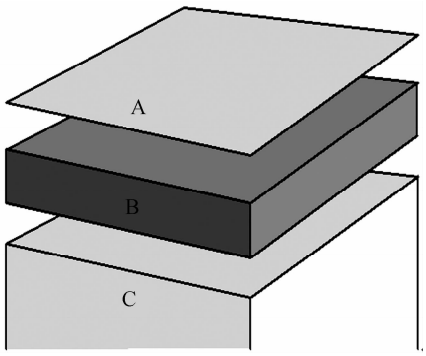

图 1 含特异材料板三明治结构的模型图

Fig. 1 The model diagram of sandwich structure

$$F_{\mathrm{C}} = T_{zz} = -\frac{h}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^{\infty}\mathrm{d}\omega\int\frac{\mathrm{d}^2k}{(2\pi)^2}\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-k^2}\times\sum_{N=\mathrm{TE,TM}}\frac{r_N^{\mathrm{metal}}(\omega,k)r_N^{\mathrm{B}}(\omega,k)\mathrm{e}^{2\mathrm{i}a\sqrt{\omega^2/c^2-k^2}}}{1-r_N^{\mathrm{metal}}(\omega,k)r_N^{\mathrm{B}}(\omega,k)\mathrm{e}^{2\mathrm{i}a\sqrt{\omega^2/c^2-k^2}}} \tag{1}$$

式中,k 为波矢平行于材料板表面的分量,N=TE,TM 表示平面波在空间中的两种极化形式,r_N^{metal} 表示金属板表面的反射系数,r_N^{B} 表示特异材料板与电介质材料板所组成整体的上表面的反射系数,c 为真空中的光速.

为计算材料板在真空界面的反射系数，采用传输矩阵法[21]，首先计算层状结构三维空间电磁模式的传输矩阵，即

$$\boldsymbol{X}^N = \prod_{n=1}^{S} \boldsymbol{M}_n^N = \begin{pmatrix} X_{11}^N & X_{12}^N \\ X_{21}^N & X_{22}^N \end{pmatrix} \tag{2}$$

式中 S 表示结构包括真空层的层数，M_n^N 表示第 n 层的传输矩阵，可以推导出其在 TE，TM 模式下的形式为

$$\boldsymbol{M}_n^{\mathrm{TE}} = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} & \dfrac{\mu_n}{B_n}\sin\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} \\ -\dfrac{B_n}{\mu_n}\sin\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} & \cos\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{M}_n^{\mathrm{TM}} = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} & \dfrac{B_n}{\varepsilon_n}\sin\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} \\ -\dfrac{\varepsilon_n}{B_n}\sin\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} & \cos\dfrac{\omega\Delta z_n B_n}{c} \end{pmatrix} \tag{4}$$

式中 $B_n = \sqrt{\varepsilon_n\mu_n - k^2c^2/\omega^2}$，$\Delta z_n$ 表示第 n 层的厚度. ε_n、μ_n 分别表示第 n 层的介电常数和磁导率. 进而由式(2)～(4)可以计算出式(1)相应的反射系数为

$$r_{\mathrm{TE}} = \frac{\eta(X_{22}^{\mathrm{TE}} - X_{11}^{\mathrm{TE}}) - \mathrm{i}(\eta^2 X_{12}^{\mathrm{TE}} + X_{21}^{\mathrm{TE}})}{\eta(X_{22}^{\mathrm{TE}} + X_{11}^{\mathrm{TE}}) - \mathrm{i}(\eta^2 X_{12}^{\mathrm{TE}} - X_{21}^{\mathrm{TE}})} \tag{5}$$

$$r_{\mathrm{TM}} = \frac{\eta(X_{11}^{\mathrm{TM}} - X_{22}^{\mathrm{TM}}) + \mathrm{i}(X_{12}^{\mathrm{TM}} + \eta^2 X_{21}^{\mathrm{TM}})}{\eta(X_{11}^{\mathrm{TM}} + X_{22}^{\mathrm{TM}}) - \mathrm{i}(X_{12}^{\mathrm{TM}} - \eta^2 X_{21}^{\mathrm{TM}})} \tag{6}$$

式中 $\eta = \sqrt{1 - k^2c^2/\omega^2}$ 为电磁模式入射方向角的正割. 利用上述理论结果进行数值计算时需采用虚频变换即 $\omega = \mathrm{i}\xi$ 的形式.

金属板的介电常数通常用 Drude 模型来描述，即

$$\varepsilon_{\mathrm{A}}(\mathrm{i}\xi) = 1 + \frac{\omega_{\mathrm{Pe}}^2}{\xi^2} \tag{7}$$

且 $\mu_{\mathrm{A}} = 1$. 其中 ω_{Pe} 是金属的等离子频率，ξ 表示虚频.

对于 B 板特异材料板，通常含有金属成分，其介电常数随电磁模式频率的关系常作 Drude-Lorentz 单共振点形式与一个 Drude 金属背景的叠加模型；而磁导率色散的形式通常用 Drude-Lorentz 模型来描述[8,22]，即

$$\varepsilon_{\mathrm{B}}(\mathrm{i}\xi) = 1 + f\frac{\Omega_{\mathrm{D}}^2}{\xi^2 + \gamma_{\mathrm{D}}\xi} + (1-f)\frac{\Omega_{\mathrm{e}}^2}{\xi^2 + \omega_{\mathrm{e}}^2 + \gamma_{\mathrm{e}}\xi} \tag{8}$$

$$\mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{i}\xi) = 1 + \frac{\Omega_{\mathrm{m}}^2}{\xi^2 + \omega_{\mathrm{m}}^2 + \gamma_{\mathrm{m}}\xi} \tag{9}$$

式中，Ω_{e}、ω_{e} 和 γ_{e} 分别为介电常数的等离子体频率，共振频率以及衰减系数，f 为特异材料的金属背景填充因子，Ω_{D} 和 γ_{D} 是特异材料中金属背景的特征频率系数；Ω_{m}、ω_{m} 和 γ_{m} 是磁导率的等离子体频率，共振频率及衰减系数. 对于电介质板基底 C，如取硅材料为例，由于其介电常数共振频率较高，因此取 ε_{C} 为常数，且为非磁性材料 $\mu_{\mathrm{C}} = 1$.

2 数值计算与讨论

为讨论三明治结构的 Casimir 斥力和回复力的产生，首先考察虚频下特异材料板介电常数和磁导率的变化特点，如图 2 所示，其中考虑了不同介电常数填充因子的影响情况. 材料的特征频率参数取值为：$\Omega_{\mathrm{e}} = 0.01\omega_0$，$\omega_{\mathrm{e}} = 0.1\omega_0$，$\Omega_{\mathrm{D}} = \omega_0$，$r_{\mathrm{D}} = 0.006\omega_0$，$\Omega_{\mathrm{m}} = 0.5\omega_0$，$\omega_{\mathrm{m}} = 0.05\omega_0$，$\gamma_{\mathrm{e}} = \gamma_{\mathrm{m}} = 0.005\omega_0$，即取特异材料介电常数金属背景的特征频率 Ω_{D} 为参考相对频率，考察的频率范围也以其为相对单位，例如对于金属银取 $\omega_0 = 1.37\times10^{16}$ rad/s；

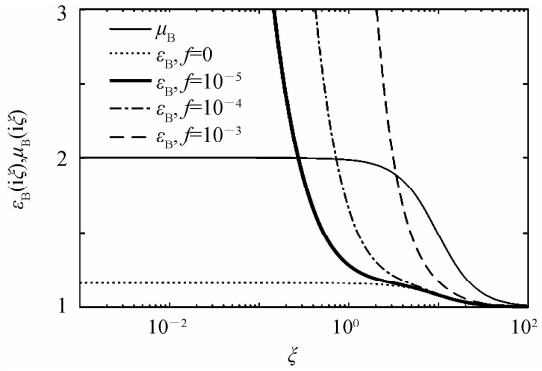

图 2 特异材料板的色散关系

Fig. 2 The dispersion relation of metamaterials slab

其对应的波长 $\lambda_0=2\pi c/\omega_0$ 作为后面讨论中厚度和距离长度相对参考单位. 由图 2 可知,频率与材料的填充比例因子通过影响材料的介电常数,从而影响 Casimir 力的大小和方向,特异材料 B 板在不同频段下电响应特性与磁响应特性呈现不同的强弱对比关系,因此在不同板间距下(对应于不同的有效频段范围)将产生 Casimir 作用力的相异方向.

图 3 给出了在较小的板间距下,特异材料板的磁导率等离子体频率 Ω_m 和共振频率 ω_m、以及电介质板基底的介电常数 ε_C 对 Casimir 作用力的影响关系,纵轴 Casimir 力的正负值分别对应吸引力与排斥力. 其中 3(a)取 $d=\lambda_0$,$a_1=0.5\lambda_0$,$\omega_{Pe}=1.5\omega_0$,$\varepsilon_C=12$,$f=10^{-5}$,$\omega_m=0.04\omega_0$,其余参数同图 2;图 3(b)中取 $\Omega_m=1.8\omega_0$,图 3(c)中取 $\Omega_m=2\omega_0$,$\omega_m=0.002\omega_0$,其余参数同图(a). 从图 3(a)、(b)可以看出在短距下,随着板间距的增大可以观察到三明治结构中金属板 A 所受到的 Casimir 力由吸引力转变成排斥力的过程,这一过程可通过图 2 特异材料板的色散关系随频率的变化来进行解释. Casimir 力的计算公式(1)虚频积分的主要贡献是在 c/d 附近,即当板间距很大时,频率积分的主要贡献趋向于低频,而板间距很小时则趋向于高频。因此,在极小间距下,对 Casimir 力提供主要贡献的有效频段为高频,而由图 2 可知,高频时特异材料板的介电常数与磁导率均趋向于 1,故此时板间 Casimir 力为吸引力. 随着板间距的增大,对 Casimir 力提供主要贡献的有效频段趋向于中频,而此时特异材料的磁响应特性强于电响应特性且逐渐增强,故 Casimir 排斥力贡献逐渐增大吸引力贡献逐渐减小,因此便会出现吸引力到排斥力的转变. 另外,当 Ω_m 增大以及 ω_m 减小时,会使特异材料板在中频段的磁响应得到增强,所以当 Ω_m 越大以及 ω_m 越小时,所获得的排斥力将越强.

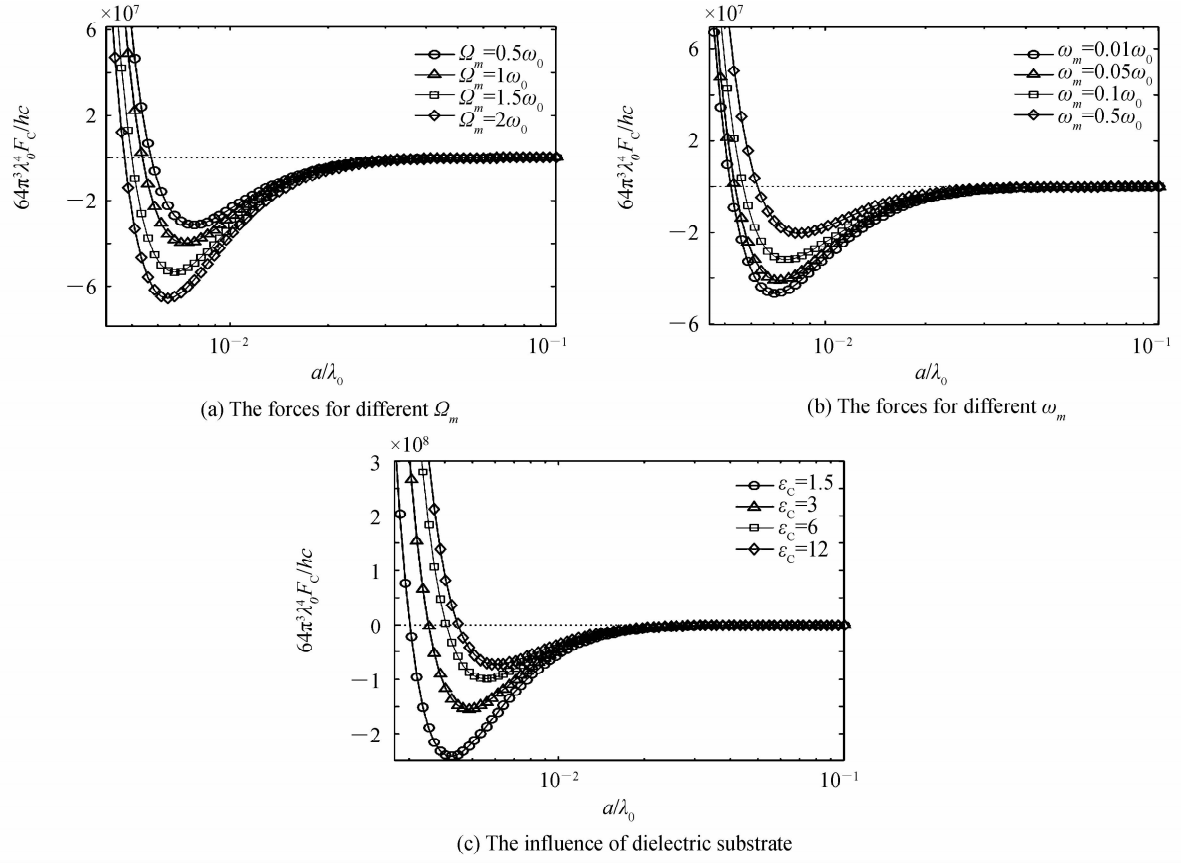

图 3 在短距下金属板 A 所受到的 Casimir 力随间距 a 的变化

Fig. 3 The Casimir force experienced by the metal slab A at relatively small separation distance a

此外,电介质板基底 ε_C 也对金属板所受的 Casimir 力也产生了显著的影响,如图 3(c)所示,ε_C 越小,排斥力越大. 尽管电介质板与金属板之间相隔特异材料夹层,但仍可看出电介质较强的电响应特性将提供引力作用的贡献而阻止排斥力的形成,而电介质电响应较弱时,即例如取 $\varepsilon_C=1.5$ 时的结果所示,Casimir 吸引力在更短板间距时就可转变为排斥力. 因此,综合图 3 结果可知,当板间距 a 很小时,可以通过改变磁等离子频率,磁共振频率以及电介质板基底介电常数等参数的大小,来使三明治结构间获得强的 Casimir 排斥力,从而使轻薄的金属板克服其自身重力,产生量子悬浮现象.

随着板间距 a 的进一步增大，三明治结构中金属板 A 所受的 Casimir 力将经历由排斥力转变成吸引力的过程，即产生了 Casimir 平衡回复力，如图 4 所示. 图中给出了特异材料板的填充比例因子、厚度、及其与电介质板基底的距离 a_1 对金属板 Casimir 作用力的影响关系. 其中图 4(a)取 $d=1.5\lambda_0$，$\Omega_m=2\omega_0$，$\omega_m=0.5\omega_0$，其余参数同图 3(a)；图 4(b)、(c)取 $f=10^{-5}$，其余参数同图 4(a). 同样通过图 2 考察特异材料色散特性可知平衡回复力产生的物理机制：因为较长距下对 Casimir 力提供主要贡献的有效电磁模式频段向低频移动，而这个频段上填充因子 f 不为 0 的特异材料趋向于电响应特性强于磁响应特性，因此斥力的贡献逐渐减小引力的贡献逐渐增大，如图 4(a)所示，将得到 Casimir 回复力，其可以使不考虑重力时的金属板处于一个稳定平衡位置(如将图 1 的层状系统旋转 90°成为水平方向的结构). 当填充因子 f 为 0 时，低频下特异材料仍表现强磁响应特性，因此平衡回复力的出现体现了存在电介质基底的影响，即这一影响使长距下本应为不会转变为引力的斥力被上拉为引力，进而形成回复力. 由图 4(a)还可以看到，填充比例因子 f 越小时，由于特异材料中金属背景的影响减弱，故排斥力越强，由斥力转变为引力的平衡回复位置也出现在较远的板间距位置. 特异材料板厚度 d 增大时，其强磁响应特性越强. 因此如图 4(b)所示，对应为增强的排斥力，同时回复力平衡点也产生于较长距的区域. 且进一步的计算表明，当 d 足够大时，作用力将几乎不受 d 的影响. 此外，由图 4(c)可以看出，板间距 a_1 也对 Casimir 作用力产生了显著的影响，在其他参数一致的情况下，板间距 a_1 逐渐增大时，因对引力提供贡献的电介质基底影响逐渐减小，故所获得排斥力越强，平衡位置越向长距方向移动. 因此，可通过改变特异材料板的填充比例因子、厚度、以及板间距 a_1 的等参数的大小来调控 Casimir 作用力的强弱以及平衡位置.

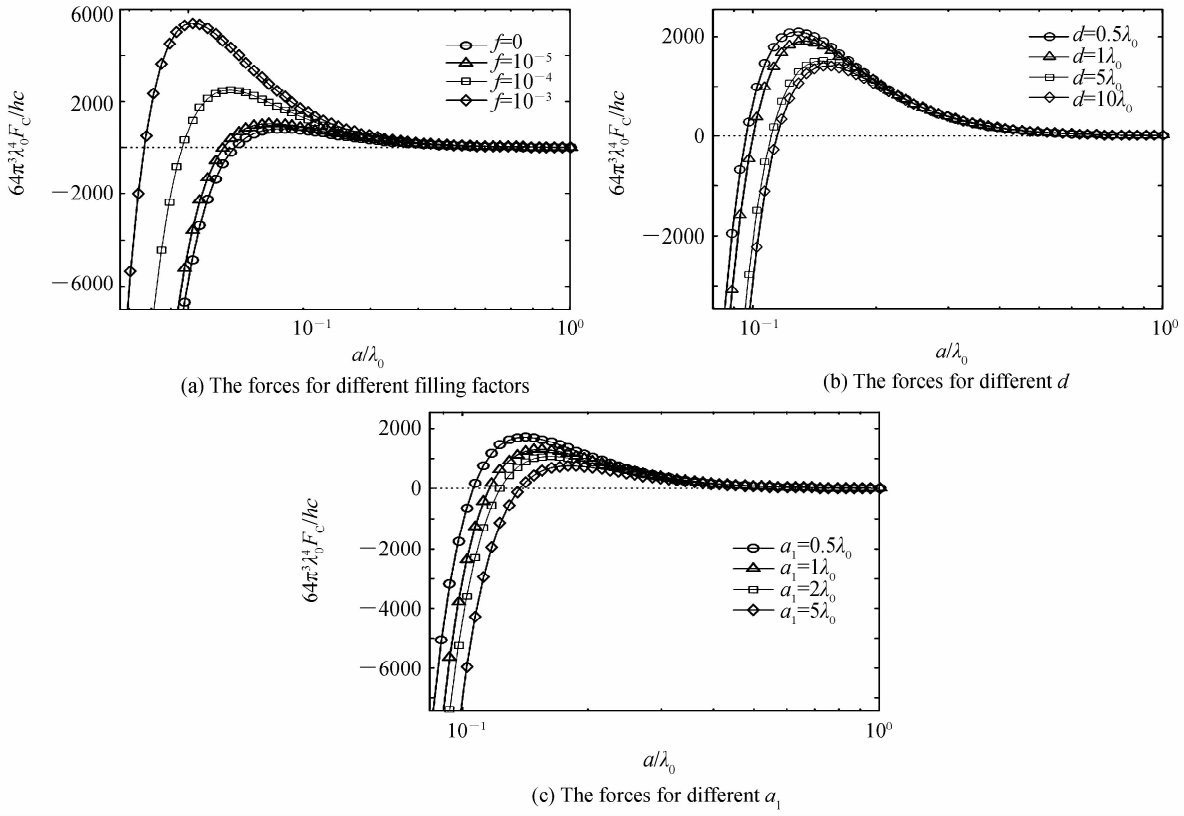

图 4　在较长距下金属板 A 所受到的 Casimir 力随板间距 a 的变化

Fig. 4　The Casimir force experienced by the metal slab A at relatively larger separation distance a

3　结论

本文基于 Casimir-Lifshiftz 理论，采用电磁模式的传输矩阵方法计算了色散特异材料板的三明治结构中的 Casimir 效应. 分析了特异材料板的磁等离子频率，磁共振频率以及电介质板基底的介电常数等参数对 Casimir 作用力大小和方向的影响. 结果表明，随着 Ω_m 的增大、ω_m 以及 ε_C 的减小，三明治结构随板间距的变化可以表现出强的 Casimir 排斥力，进而能使轻薄金属板产生量子悬浮. 另外，随着板间距进一步增大，通

过调控特异材料板的填充比例因子 f 和厚度 d 的大小,可以使三明治结构随板间距的变化表现出 Casimir 平衡回复力. 量子悬浮和平衡回复力的实现,不仅避免了真空零点能的辐射压带来的不良影响,对保持微纳米机械系统的稳定性非常重要,同时也具有进一步开发的应用价值.

参考文献

[1] CASIMIR H B G. On the attraction between two perfectly conducting plate[C]. Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences, 1948, **51**: 793-795.

[2] BORDAG M, MOHIDEEN U, MOSTEPANENKO V M. New developments in the Casimir effect[J]. *Physics Reports*, 2001, **353**: 1 - 205.

[3] LARRAZA A. A demonstration apparatus for an acoustic analog to the Casimir effect[J]. *American Journal of Physics*, 1999, **67**: 1028 - 1030.

[4] GOLESTANIA R, AJDARI A, FOURNIER J B. Casimir torques between anisotropic boundaries in nematic liquid crystals[J]. *Physical Review E*, 2001, **64**(7): 022701.

[5] KLIMCHITSKAYA G L, MOHIDEEN U, MOSTEPANENKO V M. The Casimir force between real materials: Experiment and theory[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, **81**(4): 1827-1885.

[6] MIRI M, GOLESTANIAN R. A frustrated nanomechanical device powered by the lateral Casimir force[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, **92**(11): 113103.

[7] BOYER T H. Van der Waals forces and zero-point energy for dielectric and permeable materials[J]. *Physical Review A*, 1974, **9**(5): 2078-2084.

[8] YANG Ya-ping, ZENG Ran, CHEN Hong, *et al*. Controlling the Casimir force via the electromagnetic properties of materials[J]. *Physical Review A*, 2010, **78**(2): 022114.

[9] LEONHARDT U, PHILBIN T G. Quantum levitation by left-handed metamaterials[J]. *New Journal of Physics*, 2007, **9**(8): 254.

[10] TANG Ming-chun, XIAO Shao-qiu, DENG Tian-wei, *et al*. A novel dual-band evolved split ring magnetic resonance metamaterial[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(6): 064101.
唐明春,肖绍球,邓天伟,等. 一种新颖的变异开口谐振环双频带磁谐振特异材料[J]. 物理学报, 2011, **60**(6): 064101.

[11] YI Qiang, ZHOU Fu-kun, LUO Xing-fang. Design and analysis of a kind of novel left-hand Metamaterial[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(6): 688-691.
易强,周辅坤,骆兴芳.一种新型左手材料的设计和特性研究[J]. 光子学报,2013, **42**(6): 688-691.

[12] ROSA F S S, DALVIT D A D, MILONNI P W. Casimir-Lifshitz theory and metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2008, **100**(18): 183602.

[13] ZENG Ran, YANG Ya-ping, ZHU Shi-yao. Casimir force between anisotropic single-negative metamaterials[J]. *Physical Review A*, 2013, **87**(6): 063823.

[14] XU Jing-ping, YANG Ya-ping, ALAMRI M, *et al*. Casimir-Polder force on a two-level atom in a structure containing metamaterials[J]. *Physical Review A*, 2014, **89**(5), 053831.

[15] XU Jing-ping, CHANG Sheng-long, YANG Ya-ping, *et al*. Casimir-Polder force on a V-type three-level atom near a structure containing left-handed materials[J]. *Physical Review A*, 2016, **93**(1), 012514.

[16] WOODS L M, DALVIT D A R, TKATCHENKO A, *et al*. Materials perspective on Casimir and van der Waals interactions[J]. *Review of Modern Physics*, 2016, **88**(4), 045003.

[17] XU Jing-ping, YANG Ya-ping, CHEN Hong. Metamaterials and Casimir effect[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2011, **56**(13): 985-994.
许静平, 羊亚平, 陈鸿. 特异材料与卡西米尔(Casimir)效应[J]. 科学通报, 2011, **56**(13): 985-994.

[18] NIU Kai-kun, LI Xue-wei, ZHANG Jun-long. The restoring casimir force between doped silicon slab and metamaterials [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(11):1116-1120.
牛凯坤,李学伟,张俊龙. 掺杂硅片与电磁超材料间的 Casimir 平衡回复力[J]. 光子学报,2014, **43**(11): 1116-1120.

[19] ZHENG Gai-ge, JIANG Li-yong, QIANG Hai-xia. Subwavelength imaging properties of multilayered metallodielectric nanofilms[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8): 756-770.
郑改革,蒋立勇,强海霞.金属-电介质多层膜结构亚波长成像特性分析[J].光子学报,2009, **38**(8): 756-770.

[20] TOMAŠ M S. Casimir force in absorbing multilayers[J]. *Physical Review A*, 2002, **66**(11): 052103.

[21] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. 7th Ed. New York: Pergamon, 1980, 49-53.

[22] MA J, ZHAO Q, MENG Y. Magnetically controllable Casimir force based on superparamagnetic metamaterial[J]. *Physical Review B*, 2014, **89**(2): 075421.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 11574068, 61501157, 61405051), and Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (No. LY14A040008)