

doi: 10.3788/gzxb20174607.0710001

# 基于曲率滤波和梯度变换的图像增强

成宽洪<sup>1</sup>, 周慧鑫<sup>1</sup>, 秦翰林<sup>1</sup>, 殷世民<sup>2</sup>, 钱琨<sup>1</sup>, 赵东<sup>1</sup>, 荣生辉<sup>1</sup>

(1 西安电子科技大学 物理与光电工程学院, 西安 710071)

(2 桂林电子科技大学 生命与环境科学学院, 广西 桂林 541004)

**摘 要:**针对基于梯度变换的图像增强算法抗噪声干扰能力差的问题,引入曲率滤波理论,提出了基于高斯曲率滤波和梯度变换的图像增强算法.该算法通过对图像梯度场进行非线性变换来增强图像对比度,通过构造能量泛函,采用梯度下降法从变换后的梯度场重构出增强后的图像,并利用高斯曲率滤波对梯度下降法迭代过程中的重构图像及其各阶偏微分进行平滑,有效解决了图像重构过程中的噪声非线性放大和扩散问题,同时保留了丰富的细节信息.采用多组边缘模糊图像进行仿真实验,实验结果表明该算法在增强图像边缘对比度的同时,能够有效抑制噪声.

**关键词:**图像增强;图像重建;变分法;噪声抑制;高斯曲率滤波;图像滤波;非线性变换

中图分类号:TP391.4

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2017)07-0710001-6

## Curvature Filter and Gradient Transform Based Image Enhancement

CHENG Kuan-hong<sup>1</sup>, ZHOU Hui-xin<sup>1</sup>, QIN Han-lin<sup>1</sup>, YIN Shi-min<sup>2</sup>,

QIAN Kun<sup>1</sup>, ZHAO Dong<sup>1</sup>, RONG Sheng-hui<sup>1</sup>

(1 School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(2 School of Life and Environmental Sciences, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China)

**Abstract:** For the noise amplification problem during gradient transform based image enhancement, an improved algorithm combined with Gaussian curvature filter was proposed. First, the nonlinear gradient transformation is utilized for image gradient field to enhance the contrast. Then the enhanced image is reconstructed by minimizing an energy functional through gradient descent method. During iteration of gradient descent, the reconstructed image and its first and second derivatives are smoothed by Gaussian curvature filter, which can solve the problems of nonlinear amplification and diffusion of noise in image reconstruction and preserve details. The experimental results with various images show the proposed algorithm can effectively suppress noises and enhance the image edges contrast at the same time.

**Key words:** Image enhancement; Image reconstruction; Variational techniques; Noise suppression; Gaussian curvature filter; Image filtering; Nonlinear transfer function

**OCIS Codes:** 100.2000; 100.2980; 100.4997; 100.4994

## 0 引言

受环境天气等因素影响,光电成像设备采集到的图像往往存在对比度低、边缘模糊等缺陷,导致一些重要细节信息无法凸显甚至被掩盖,严重影响了图像视觉效果及应用价值,因此需要进行图像增强.图像增强

**基金项目:**国家自然科学基金(Nos. 61401343, 61675160)、国家高技术研究发展计划(No. 2014AA8098089C)、中科院光谱成像技术重点实验室开放基金(No. LSIT201503)、高等学校学科创新引智计划(“111 引智计划”)(No. B17035)资助

**第一作者:**成宽洪(1990—),男,博士研究生,主要研究方向为数字图像处理及其 GPU 并行加速技术. Email: 956521009@qq.com

**导师(通讯作者):**周慧鑫(1975—),男,教授,博士,主要研究方向为光电成像及图像处理、目标检测跟踪及制导、光电对抗、高光谱异常检测等. Email: hxzhou@xidian.edu.cn

**收稿日期:**2016-12-08; **录用日期:**2017-03-30

<http://www.photon.ac.cn>

算法大致可分为空域(Spatial Domain, SD)法和变换域法两类. 空域法通过分析局部或整体像素对像素值进行调整. 其中, 刘志成等<sup>[1]</sup>采用二维伽马函数对光照不均匀图像进行校正, 通过指数变换有效地补偿了光照引起的灰度变化, 但缺乏对图像细节的增强; 付树军等<sup>[2]</sup>通过对热扩散模型进行改进, 采用图像的边缘、纹理和局部特征驱动扩散运动, 在去噪的同时, 有效增强了细节信息, 但在具有强噪声干扰的边缘附近不能很好地保留原有边界; 王炳建等<sup>[4]</sup>将平台直方图均衡化应用于红外图像增强解决了直方图均衡化方法中的阶梯效应; Setiawa<sup>[5]</sup>提出将对对比度受限自适应直方图均衡化(Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization, CLAHE)应用于视网膜图像增强, 通过视网膜图像中血管颜色特征分析, 在颜色空间进行选择性地增强, 极大提升了视网膜血管的视觉效果, 但算法的噪声鲁棒性较差. 变换域法通过将图像变换到频域或小波域进行处理, 通过锐化和钝化实现图像增强. 其中, 频域(Frequency Domain, FD)法对图像局部信息利用较少, 效果有限; Ahmed<sup>[6]</sup>将小波分析方法用于图像增强, 取得了一定效果, 但是算法对系数变换模型及参数选择的依赖性很强, 且对噪声敏感.

基于变分法和偏微分方程的方法<sup>[7-9]</sup>属于空域处理的范畴, 它通过最小化能量函数对图像信息进行约束, 采用梯度、散度、曲率等参数进行求解, 便于数值实现, 具有良好的灵活性和普适性, 在图像去噪和增强中得到广泛应用. 其中, 基于梯度变换<sup>[10-12]</sup>(Gradient Transform, GT)的图像增强算法通过对图像梯度场进行非线性变换, 增强低梯度值, 保留高梯度值, 以增强图像对比度, 对边缘模糊的图像具有很好的锐化作用, 但图像中的微弱噪声在梯度变换时也会被同步放大, 从而极大地影响了算法效果.

针对这一问题, 本文将曲率滤波和梯度变换理论相结合用于图像增强, 在采用梯度变换进行图像边缘增强的同时, 利用高斯曲率滤波(Gaussian Curvature Filter, GCF)的噪声抑制和边缘保持特性对图像重构过程中的参数进行噪声平滑, 以获得更好的增强效果.

## 1 基于曲率滤波和梯度变换的图像增强算法

### 1.1 基于梯度变换的图像增强算法

基于梯度变换的图像增强算法首先将待增强图像转化到梯度域, 然后构造变换函数, 对梯度场进行非线性变换, 再从变换后的梯度场中重构出增强后的图像, 算法实现分为两步.

首先, 对图像梯度场进行变换, 该过程可表示为

$$T = g(|\nabla U|) \nabla U \quad (1)$$

式中,  $U$  为输入图像,  $\nabla$  为梯度算子,  $T$  为变换后的梯度场,  $g(\cdot)$  为变换系数函数, 通常选择随梯度模值增加而递减的函数, 以增强图像的微弱细节.

然后, 从变换后的梯度场重构出增强后的图像, 该过程通过最小化一个能量泛函来实现, 即

$$E(\hat{U}) = \iint_{\Omega} |\nabla \hat{U} - T|^2 dx dy \quad (2)$$

式中,  $E(\cdot)$  为能量函数,  $\hat{U}$  为重构后的图像,  $\Omega$  为图像定义域. 根据梯度下降法, 该能量泛函的极小值可通过迭代偏微分方程来得到, 即

$$\hat{U} = \hat{U} - \delta t \cdot (\Delta \hat{U} - \text{div} T) \quad (3)$$

式中,  $\hat{U}$  为重构图像,  $\Delta$  为拉普拉斯算子,  $\text{div}$  为散度算子,  $\delta t$  为梯度下降法的迭代步长.

由此, 基于梯度变换的图像增强算法的流程为:

- 1) 采用待增强图像  $U$  对重构图像  $\hat{U}$  进行初始化, 并设定迭代次数  $n$  和步长  $\delta t$ ;
- 2) 构造变换系数  $g(\cdot)$ , 采用式(1)对梯度场进行非线性变换, 得到调整后的梯度场  $T$ ;
- 3) 将迭代步长  $\delta t$  以及增强后的梯度场  $T$  带入式(3), 对重构图像进行更新;
- 4) 转到步骤 2), 继续对梯度场和重构图进行更新, 直至完成  $n$  次迭代, 得到  $\hat{U}$  作为增强后的图像.

### 1.2 梯度变换算法的不足

梯度变换算法通过对低梯度值进行放大来实现图像增强, 对低对比度细节具有很好的锐化作用. 但通常情况下, 即使是无噪声图像中的平滑区域也往往存在着微弱起伏, 梯度值不完全为零, 经过非线性变换之后这些起伏会被进一步增强, 使得变换后的梯度场中出现明显噪声, 进而影响重构结果. 对于含有一定噪声的图像, 重构之后噪声强度会被显著放大, 同时由于式(3)中拉普拉斯算子的作用, 噪声还会被扩散到邻域像

素.随着迭代次数的增加,这些影响会愈加严重,使得增强后的图像质量明显下降.

针对这一问题,目前主要采用的方法是通过对增强图像的梯度场设定噪声阈值,将低于阈值的梯度看作背景起伏噪声,不作变换,仅对大于阈值的有效信号做增强,对应的梯度变换函数表示为

$$T = \begin{cases} \nabla U & |\nabla U| \leq N_{th} \\ g(|\nabla U|) \nabla U & |\nabla U| > N_{th} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $N_{th}$ 表示噪声阈值.这种方法虽然能够实现噪声抑制,但图像中微弱的边缘细节梯度极易被看作背景起伏信号而无法得到增强,从而影响了算法整体效果;而且当图像中噪声较强时,阈值分割法无法有效区分噪声与信号,导致增强后的图像依然会受到噪声影响.

因此,解决噪声放大问题的关键是对梯度下降法迭代过程中的各阶偏导数中的噪声进行控制,而阈值分割的方法仅采用信号灰度值作为噪声分离标准,在去噪的同时,也造成图像信号的损失,影响最终的图像增强效果.

本文引入具有边缘保持作用的滤波器对迭代过程的参数进行控制,与阈值分割相比,对图像细节和背景噪声的分辨能力更强,能够保留图像细节信息,获得更好的增强效果.

### 1.3 高斯曲率滤波

龚元浩提出的高斯曲率滤波<sup>[13]</sup>是一种具有边缘保护作用的图像平滑算法,其假设理想无噪图像所构成的曲面是分块可展的,高斯曲率处处为零,并通过直接调整各点像素值使其位于邻域像素的切平面上来满足这一假设,避免了高斯曲率的显式计算,从而不再要求曲面具有二阶可微性,允许存在突变的边缘、角点等结构,对图像的细节和边缘具有很好的保护作用.

高斯曲率滤波采用最小距离调整原则,在所有邻域像素构成的切平面中,寻找与当前像素距离最近的面,对像素值进行修正.

对于 $(i,j)$ 处的像素,首先计算它与 $3 \times 3$ 窗口内的邻域像素构成的切平面的距离,即

$$d_1 = (U_{i-1,j} + U_{i+1,j})/2 - U_{i,j} \quad (5)$$

$$d_2 = (U_{i,j-1} + U_{i,j+1})/2 - U_{i,j} \quad (6)$$

$$d_3 = (U_{i-1,j-1} + U_{i+1,j+1})/2 - U_{i,j} \quad (7)$$

$$d_4 = (U_{i-1,j+1} + U_{i+1,j-1})/2 - U_{i,j} \quad (8)$$

$$d_5 = (U_{i-1,j} + U_{i,j-1} + U_{i-1,j-1})/3 - U_{i,j} \quad (9)$$

$$d_6 = (U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i-1,j+1})/3 - U_{i,j} \quad (10)$$

$$d_7 = (U_{i,j-1} + U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1})/3 - U_{i,j} \quad (11)$$

$$d_8 = (U_{i,j+1} + U_{i+1,j} + U_{i+1,j+1})/3 - U_{i,j} \quad (12)$$

式中, $U_{i,j}$ 表示 $(i,j)$ 坐标处的像素值, $d_n(n=1, \dots, 8)$ 表示曲面上 $(i,j)$ 点与不同邻域点所在切平面的距离.

然后再根据最小距离调整法对像素值进行修正,即

$$\hat{U}_{i,j} = U_{i,j} + d_m \quad |d_m| = \min\{|d_n|, n = 1 \dots 8\} \quad (13)$$

式中, $\hat{U}_{i,j}$ 代表 $(i,j)$ 坐标处的输出像素值.采用滑动窗口对图像的各个像素进行该滤波操作即可完成图像的高斯曲率滤波处理.

曲率滤波采用理想图像面的曲率特性对输入图像进行约束,与双边滤波相比,能够更好地保护图像细节,与引导滤波相比,窗口滤波运算的次数大大降低,也不需要分别确定引导图和输入图,具有更高的执行效率.因此采用曲率滤波对梯度变换算法迭代过程中的参数进行平滑,来降低增强后图像中的噪声.

### 1.4 基于曲率滤波和梯度变换的图像增强算法

梯度变换算法中噪声放大问题的根本原因是未对梯度下降法迭代过程进行控制,使得输入图像中的微弱背景起伏在梯度域中表现出来,经过非线性变换后得到增强,并经二阶偏微分算子进一步扩散,从而在增强后的图像中形成严重的噪声.基于这种分析,利用高斯曲率滤波的平滑去噪和边缘保护特性对迭代参数进行控制,提出一种具有较强噪声鲁棒性的图像增强算法.该算法在最小化能量函数的迭代过程中,通过对重构图像及其梯度场进行高斯曲率滤波,消除梯度场中由于背景起伏形成的伪噪声,并通过对迭代过程中的二阶偏导数进行平滑,阻止噪声扩散,同时利用高斯曲率滤波的边缘保持特性,保留原图中丰富的细节信息,使

得增强后的图像质量得到明显改善.

定义高斯曲率滤波函数为  $\Phi_G$ , 算法的实现流程为:

- 1) 采用曲率滤波后的输入图像对重构图进行初始化, 即  $\hat{U} = \Phi_G(U)$ , 设定梯度下降迭代次数  $n$  和迭代步长  $\delta t$ ;
- 2) 对图像梯度及非混合二阶偏导数进行高斯曲率滤波处理, 即  $\nabla \hat{U} = \Phi_G(\nabla \hat{U}), \Delta \hat{U} = \Phi_G(\Delta \hat{U})$ ;
- 3) 对梯度场进行非线性变换, 即  $T = g(|\nabla \hat{U}|) \nabla \hat{U}$ ;
- 4) 采用迭代步长  $\delta t$  和变换后的梯度场  $T$  对重构图进行更新, 即  $\hat{U} = \hat{U} - \delta t \cdot (\Delta \hat{U} - \text{div} T)$ ;
- 5) 采用高斯曲率滤波对更新后的重构图进行噪声抑制, 即  $\hat{U} = \Phi_G(\hat{U})$ ;
- 6) 转到步骤 2), 继续对重构图进行更新, 直至完成  $n$  次迭代, 得到  $\hat{U}$  作为增强图像.

## 2 实验结果与分析

### 2.1 算法性能实验及分析

为了验证算法的有效性, 选取两组图像进行仿真实验, 分别采用空域法(SD)、频域法(FD)、经典梯度变换算法(GT)以及本文算法对原图及含有不同程度椒盐噪声的图像进行处理, 并进行比较分析. 实验中空域法选择基于拉普拉斯算子的图像边缘锐化算法, 频域法采用高频系数增益算法, 梯度变换法的梯度下降迭代次数设置为 3, 迭代步长为 0.3, 梯度变换函数选取  $g(|\nabla U|) = e^{-|\nabla U|}$ , 实验均在配置为酷睿 i3@3.3GHz CPU、Windows7 操作系统的计算机平台上, 基于 Matlab R2013 仿真实现. 实验结果如图 1~4.

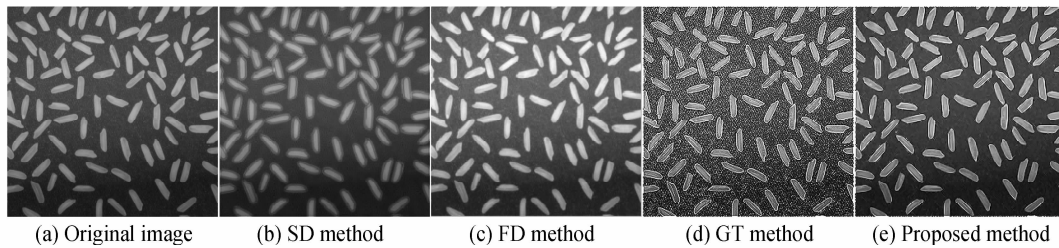


图 1 米粒图像增强结果

Fig. 1 Image enhancement results of rice image

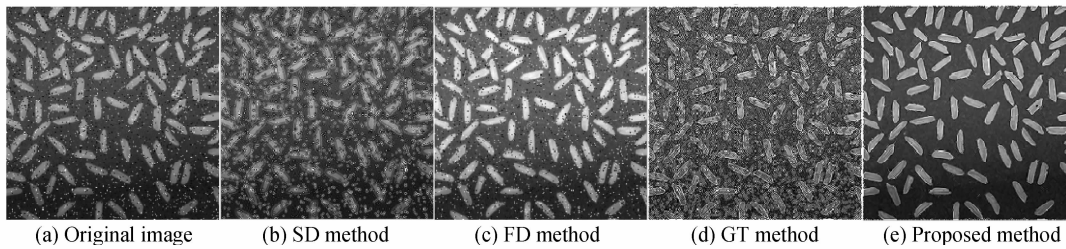


图 2 含有 5% 椒盐噪声的米粒图像增强结果

Fig. 2 Image enhancement results of rice image with 5% salt & pepper noise

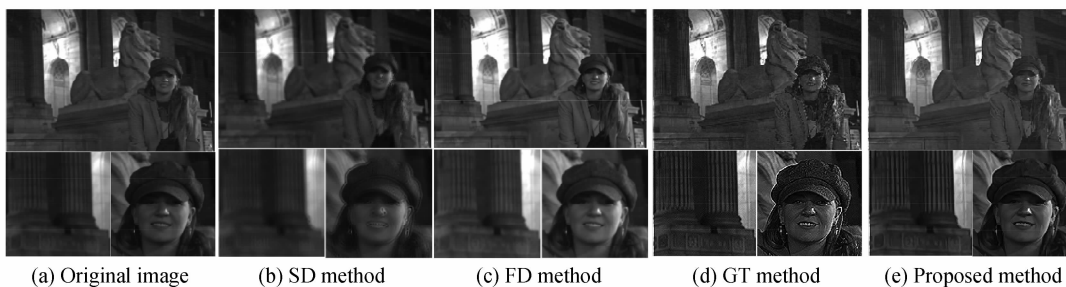


图 3 Mandi 图像增强结果

Fig. 3 Image enhancement results of Mandi image

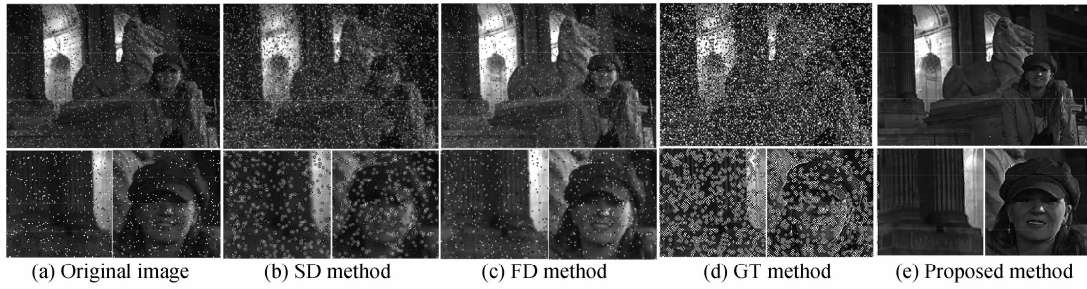


图4 含有5%椒盐噪声的Mandi图像增强结果

Fig. 4 Image enhancement results of Mandi image with 5% salt &amp; pepper noise

对于不含噪声的图像,如图1,空域法虽然强调了图像边缘信息,但存在明显的重影,这是由拉普拉斯算子的边缘扩散效应造成的;频域法的高频增强效应使得米粒整体亮度增大,纹理信息减少;梯度变换算法会使米粒所处背景的微弱起伏变得更加明显;而本文算法在增强边缘细节的同时,有效平滑了微弱起伏噪声.图3由于细节丰富,空域法的重影相互交叠,使得图像细节信息丢失;频域法对局部细节的增强效果非常有限;梯度变换法增强后的图像在柱子、衣领和人脸处边缘比较粗糙,帽子上出现了比较明显的颗粒噪声;而本文算法有效增强了立柱的纹理以及人脸部头发的细节信息,并且消除了帽沿等处的噪声.对于含噪图像,如图2和图4,频域法均无法有效去除噪声,空域法和梯度变换法更是大幅放大了图像中的原有噪声,造成图像质量严重退化,米粒边缘和人脸等细节信息难以辨识,这主要是由于式(3)中拉普拉斯算子将噪声扩散到了邻域像素,而本文算法不仅增强了图像边缘对比度,还去除了图像中的原有噪声.因此,在主观评价方面,本文算法能够有效解决图像增强中的噪声产生及放大问题,具有更好的图像增强性效果.

为了客观说明本文算法的优越性,采用粗糙度作为指标对不同算法的实验结果进行评价,粗糙度定义为

$$\rho = \frac{\|h_1 * U\|_1 + \|h_2 * U\|_1}{\|U\|_1} \quad (13)$$

式中, $U$ 表示图像数据, $h_1 = [1, -1]$ 为水平模板, $h_2$ 为 $h_1$ 的转置,为垂直模板,\*表示离散卷积运算, $\|\cdot\|_1$ 表示 $L_1$ 范数.

粗糙度表征图像的粗糙程度,值越大表示图像越粗糙,即细节或噪声程度越高,表1给出了米粒图像和Mandi图像采用四种不同算法增强后的粗糙度值,从表中可看出,不同噪声水平下,经梯度变换算法和本文算法增强后的图像的粗糙度值总是高于空域法和频域法,说明改进前后的梯度变换法对细节和噪声的增强作用更强,而本文算法相比经典梯度变换算法粗糙度更低,说明其对梯度变换图像增强过程中的噪声放大效应起到了很好的抑制作用,具有更好的图像增强效果.因此,无论从主观还是客观方面评价,本文算法均具有更好的增强效果.

表1 不同算法的粗糙度

Table 1 Roughness of different algorithms

Image noise	Rice						Mandi					
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	0%	1%	2%	3%	4%	5%
SD	1.0723	1.1884	1.2498	1.3135	1.3363	1.4357	0.2655	0.3783	0.4607	0.5390	0.6313	0.7215
FD	0.9433	0.9834	1.0007	1.0290	1.0265	1.0844	0.2713	0.3131	0.3321	0.3616	0.3989	0.4069
GT	1.4837	1.5875	1.6437	1.6610	1.7041	1.8205	0.8058	0.9997	1.3803	1.5830	1.6907	1.7590
GCF-GT	1.2665	1.3060	1.3036	1.3328	1.3630	1.4399	0.7072	0.7527	0.8790	0.9220	0.9915	1.0547

## 2.2 算法时间复杂度实验及分析

通过对算法进行分析可知,在每次梯度下降迭代过程中,需要执行三次曲率滤波,而图像的重构通常需要若干次迭代,因此本文算法的时间复杂度要高于经典梯度变换算法,采用改进前后的算法对不同分辨率图像进行处理,并对耗时进行统计,每种分辨率下进行10次试验,取平均值,实验中梯度下降法的迭代次数与前述实验一致,设定为3,结果如表2.由表可见,由于曲率滤波的引入,本文算法的时间复杂度大幅增加,平均单帧图像的时间消耗是经典梯度变换算法的6~10倍,且处理时间大于50ms,难以满足实时处理要求,因此拟在后续研究中采用计算机图形处理器对所提算法进行加速,增加其实用性.

表 2 不同分辨率下算法的运行时间(单位:ms)

Table 2 Algorithms running time of different resolution (unit: ms)

Resolution	128×128	128×256	256×256	256×512	512×512	512×1024	1024×1024
GT	13.873	21.661	39.751	87.357	214.584	458.834	852.161
GCF-GT	81.816	160.457	344.473	817.445	1705.257	3815.547	8256.424

### 3 结论

本文提出了一种基于高斯曲率滤波和梯度变换的图像增强算法,通过对微小梯度值进行放大实现低对比度区域的增强,同时对背景起伏以及噪声引起的梯度变化进行高斯曲率滤波平滑,在锐化图像边缘、增强细节的同时,有效抑制了噪声,获得了更好的增强效果,并通过实验验证了算法的有效性.后续工作将采用计算机图形处理器对算法进行并行加速,以加快执行速度,便于工程应用.

#### 参考文献

- [1] LIU Zhi-cheng, WANG Dian-wei, LIU Ying, *et al.* Adaptive adjustment algorithm for non-uniform illumination images based on 2D Gamma function[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, **36**(2): 191-196.  
刘志成,王殿伟,刘颖,等. 基于二维伽马函数的光照不均匀图像自适应校正算法[J]. 北京理工大学学报,2016,**36**(2): 191-196.
- [2] FU Shu-jun, RUAN Qiu-qi, WANG Wen-qia. Feature-oriented coupled bidirectional flow equation for image denoising and edge sharpening[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, **14**(2): 315-319.  
付树军,阮秋琦,王文洽. 基于特征驱动的双向耦合扩散方程的图像去噪和边缘锐化[J]. 光学精密工程,2006,**14**(2): 315-319.
- [3] WU Zhi-guo, WANG Yan-jie. An image enhancement algorithm based on histogram nonlinear transform[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(4): 755-758.  
武治国,王延杰. 一种基于直方图非线性变换的图像对比度增强方法[J]. 光子学报,2010,**39**(4): 755-758.
- [4] WANG Bing-jian, LIU Shang-qian, ZHOU Hui-xin, *et al.* Self-adaptive contrast enhancement algorithm for infrared images based on plateau histogram[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(2): 299-301.  
王炳健,刘上乾,周慧鑫,等. 基于平台直方图的红外图像自适应增强算法[J]. 光子学报,2005,**34**(2):299-301.
- [5] SETIAWAN A W, MENGKO T R, SANTOSO O S, *et al.* Color retinal image enhancement using CLAHE[C]. 2013 IEEE International Conference on ICT for Smart Society (ICISS), 2013: 1-3.
- [6] AHMED H H, KELASH H M, TOLBA M, *et al.* Fingerprint image enhancement based on threshold fast discrete curvelet transform (FDCT) and Gabor filters[J]. *International Journal of Computer Applications*, 2015, **110**(3): 33-41.
- [7] GONG Y, SBALZARINI I F. Local weighted Gaussian curvature for image processing[C]. 20th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2013: 534-538.
- [8] ZHAO W, XU Z, ZHAO J, *et al.* Variational infrared image enhancement based on adaptive dual-threshold gradient field equalization[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2014, **66**: 152-159.
- [9] SUK-HO L, KEUN S J. Noise removal with gauss curvature-driven diffusion[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(14): 904-909.
- [10] ZHAO Wen-da, XU Zhi-jun, ZHAO Jian, *et al.* Enhancement of infrared image details based on gradient histogram transform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, **22**(7): 1962-1968.  
赵文达,续志军,赵建,等. 基于梯度直方图变换增强红外图像的细节[J]. 光学精密工程,2014,**22**(7):1962-1968.
- [11] XU Xin, CHEN Qiang, SUN Huai-jiang, *et al.* Perception based gradient domain enhancement of images[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*. 2009, **21**(1):130-135.  
许欣,陈强,孙怀江,等. 结合视觉感知特性的梯度域图像增强方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2009,**21**(1): 130-135.
- [12] LEI Xuan-hua, YANG Ke-cheng. A gradient transfer contrast enhancement for underwater image[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2011, **23**(1): 28-31.  
雷选华,杨克成. 一种梯度变换的水下图像对比度增强算法[J]. 海军工程大学学报,2011,**23**(1):28-31.
- [13] GONG Y, SBALZARINI I. Curvature filters efficiently reduce certain variational energies[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, **26**(4): 1786-1798.

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China (Nos. 61401343, 61675160), the National High Technology Research and Development Program of China (No. 2014AA8098089C), Open Research Fund of Key Laboratory of Spectral Imaging Technology, Chinese Academy of Sciences (No. LSIT201503) and the 111 Project (No. B17035)