

doi:10.3788/gzxb20174604.0419003

# 辛时域有限差分算法研究等离子体 光子晶体透射系数

高英杰<sup>1,2</sup>, 叶全意<sup>3,4</sup>

(1 金陵科技学院 电子信息工程学院, 南京 211169)

(2 东南大学 信息科学与工程学院, 南京 210009)

(3 金陵科技学院 网络与通信工程学院, 南京 211169)

(4 南京邮电大学 电子科学与工程学院, 南京 210023)

**摘 要:**相较于传统的时域有限差分算法,辛时域有限差分算法具有高准确度性和低色散性.传统的时域有限差分算法的计算准确度较低,数值色散误差较大,并且破坏了麦克斯韦方程的辛结构,从而导致其稳定性较差.然而辛时域有限差分算法可以克服这些缺点,从而保证了整个仿真计算的准确性和稳定性.本文基于辛时域有限差分算法,对等离子体光子晶体的带隙特性,透射系数等进行了研究,并与传统的时域有限差分算法进行了对比,验证了辛时域有限差分算法的优势和可行性.

**关键词:**辛时域有限差分算法; 等离子体光子晶体; 高准确度; 辛算子; 透射系数

中图分类号: O734

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)04-0419003-7

## Research on the Transmission Coefficient of the Plasma Photonic Crystals with the Symplectic Finite-difference Time-domain Method

GAO Ying-jie<sup>1,2</sup>, YE Quan-yi<sup>3,4</sup>

(1 Jinling Institute of Technology, School of Electronics and Information Engineering, Nanjing 211169, China)

(2 Southeast University, School of Information Science and Engineering, Nanjing 210009, China)

(3 Jinling Institute of Technology, School of Network and Communication Engineering, Nanjing 211169, China)

(4 Nanjing University of Posts and Telecommunications, School of Electronic Science and Engineering, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Compared with the traditional finite-difference time-domain method, the symplectic finite-difference time-domain method has high precision and low dispersion. The traditional finite-difference time-domain method arises low accuracy and great dispersion error. Also it has destroyed the symplectic structure of the Maxwell's equations and causes the poor stability. But, the symplectic finite-difference time-domain method can overcome these shortcomings and ensure the accuracy and stability of the whole simulation. So, this paper researches the band-gap characteristics and the transmission coefficient of the plasma photonic crystals with the symplectic finite-difference time-domain method and traditional finite-difference time-domain method. The results have proved the advantages and feasibility of the symplectic finite-difference time-domain method.

**Key words:** Symplectic finite-difference time-domain method; Plasma photonic crystals; High-precision; Symplectic operator; Transmission coefficient

**OCIS Codes:** 190.4370; 190.4390; 160.5298; 350.5400; 160.5293

**基金项目:**江苏省高校自然科学研究面上项目(No. 16KJB510010)、金陵科技学院基金项目(Nos. jit-2016-jlxm-22, jit-2016-jlxm-26, jit-fhxm-201606)和金陵科技学院博士启动项目(Nos. jit-b-201511, jit-b-201408)资助

**第一作者:**高英杰(1987-),男,讲师,博士,主要研究方向为计算电磁学,等离子体光子晶体等. Email: gaoyingjie@jit.edu.cn

**导师(通讯作者):**叶全意(1982-),女,讲师,博士,主要研究方向为光子晶体、微波光子学等. Email: yequanyi@jit.edu.cn

**收稿日期:**2016-10-28; **录用日期:**2017-01-22

<http://www.photon.ac.cn>

## 0 引言

等离子体光子晶体是由多种介质材料或真空和等离子体共同构成的人工周期性结构<sup>[1-2]</sup>。等离子体既具备色散特性,又具备耗散特性,这使得等离子体光子晶体具有常规光子晶体<sup>[3-4]</sup>所不具备的光子禁带特性和光子局域态。

对于仿真等离子体光子晶体时一般采用的传统时域有限差分(Finite-Difference Time-Domain, FDTD)算法<sup>[5-7]</sup>,其数值色散误差较大,对稳定性条件的要求较高,效果并不尽如人意。针对传统 FDTD 算法数值色散性差的缺点,许多改进的 FDTD 算法被提出来以减少数值色散误差,其中 Jiayuan Fang<sup>[8]</sup>等提出了 Fang 格式的高阶时域有限差分法,基于 Taylor 基数展开,然后利用四阶或更高阶的中心差分格式来近似空间导数和二阶中心差分格式来近似时间导数;Turkel 和 Yefet<sup>[9]</sup>在交错网格上用四阶隐性差分格式来近似空间导数,以此推导出的 Ty(2,4)格式;Cole<sup>[10]</sup>则利用非标准差分来构造差分格式;Forgy<sup>[11]</sup>将 Yee 交错网格和 Bi 共点网格相结合,推导出一种比前两者的色散特性更好的格式;Krumpholz<sup>[12]</sup>则在空间维中将电磁场各个分量用 Battle-Lemarie 紧尺度函数和小波函数展开,而在时间维中用 Harr 小波脉冲函数展开,即基于多尺度分辨率的时域多分辨率分析(Multiresolution Time-domain, MRTD)算法<sup>[13]</sup>;TNamlki<sup>[14]</sup>提出了交替方向隐式时域差分(Alternating-Direction Implicit Finite-Difference Time-Domain, ADI-FDTD)算法来摆脱 Courant 稳定性条件的束缚,但是 ADI-FDTD 算法的数值色散性较传统的 FDTD 算法还要差些。Liu Q H 用快速傅里叶变换获得了近似空间导数,以此推导出伪谱时域(Pseu-Dospectral Time-domain, PSTD)格式<sup>[15]</sup>,Shao Zhenhai 推导出了基于离散卷积(Discrete Singular Convolution, DSC)法的可变差分格式<sup>[16]</sup>,通过 DSC 的 Delta 核,如 Shannon 核、Poisson 核以及 Lagrange 核等等,对空间的场量进行采样,然后再构造高阶差分格式,这样就可以达到很高的准确度。

但是以上的这些改进 FDTD 算法在对 Maxwell 方程进行离散求解时,都破坏了 Maxwell 方程的辛结构,难免会引入人为耗散性而降低数值稳定性,使得 Hamilton 系统的总能量会随时间表现为线性变化,即误差会线性累积,最终导致计算的结果严重歪曲和失真<sup>[17-18]</sup>。基于 Hamilton 系统的辛算法首先由我国著名数学家冯康提出<sup>[19]</sup>,能够保证系统随着时间的演化永远是辛变换演进的。所以,有部分学者又从 Maxwell 方程的 Hamilton 函数出发,引入 Hamilton 系统中的辛算子到改进的 FDTD 算法中,形成了辛时域有限差分(Symplectic Finite-Difference Time-Domain, SFDTD)算法<sup>[20-21]</sup>,通过在时间方向上的辛算子技术,可以降低空间方向上高阶的离散格式对数值稳定性的严格要求,进一步降低数值色散误差,提高计算准确度。从应用领域来看,有应用到量子器件仿真<sup>[22]</sup>,微单贴片天线仿真<sup>[23]</sup>,金属壁谐振腔仿真<sup>[24]</sup>以及孕妇/胎儿电磁防护<sup>[25]</sup>等方面,应用到等离子体光子晶体研究领域<sup>[26-27]</sup>的相关研究还较少。

因此,本文在计算电磁波作用于等离子体光子晶体时,采用 SFDTD 算法研究等离子体光子晶体的带隙特性,透射系数等,通过和传统的 FDTD 算法以及文献[28]中的分段线性电流密度递归卷积时域有限差分(Piecewise Linear Current Density Recursive Convolution-Finite-Difference Time-Domain, PLCDRC-FDTD)算法对比,验证了 SFDTD 算法应用在等离子体光子晶体方面的优势和可行性。

## 1 等离子体光子晶体结构中的 SFDTD 算法

在等离子体光子晶体色散介质中,设 TEM 波沿  $z$  方向传播,于是,Maxwell 方程形式为

$$\begin{cases} \frac{\partial D}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} \\ D(\omega) = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega) \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{E}$  为电场强度, $\mathbf{H}$  为磁场强度, $\mathbf{D}$  为电位移矢量, $\epsilon_r^*(\omega)$  为等离子体的复介电常数。

为克服电场与磁场幅度的差异,引入归一化的  $\tilde{E} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E$ ,  $\tilde{D} = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot D$ ,则式(1)变为

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \nabla \times \mathbf{H} \\ \tilde{D}(\omega) = \epsilon_r^*(\omega) \cdot \tilde{E}(\omega) \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \nabla \times \tilde{E} \end{cases} \quad (2)$$

等离子体的复介电常数  $\epsilon_r^*(\omega)$  可表示为

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} \quad (3)$$

式中  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  为入射电磁波的频率,  $\epsilon_r$  为相对介电常数,  $\epsilon_0$  为真空的介电常数. 如果电磁波传播的介质为等离子体时, 则  $\sigma = \epsilon_0 \omega_p^2 / V_c$ , 其中  $\sigma$  等离子体的电导率,  $\omega_p$  为等离子体频率,  $V_c$  为等离子体的碰撞频率.

将式(3)代入式(2)得

$$\tilde{D}(\omega) = \epsilon_r \cdot \tilde{E}(\omega) + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} \tilde{E}(\omega) \quad (4)$$

经过傅里叶变换得

$$\tilde{D}(t) = \epsilon_r \cdot \tilde{E}(t) + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^t \tilde{E}(t') dt' \quad (5)$$

用部分求和来代替积分算法, 可将式(5)变为

$$D^n = \epsilon_r \cdot E^n + \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0} E^n + \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} E^i \quad (6)$$

式中  $E^n$  的计算形式为

$$E^n = \frac{D^n - \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} E^i}{\epsilon_r + \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0}} \quad (7)$$

令  $I^n = \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0} \sum_{i=0}^n E^i$ , 则式(7)变为

$$\begin{cases} E^n = \frac{D^n - I^{n-1}}{\epsilon_r + \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0}} \\ I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \Delta t}{\epsilon_0} E^n \end{cases} \quad (8)$$

从而推导出  $D$  和  $E$  之间的关系, 这传统 FDTD 算法中  $D$  和  $E$  之间的关系是一样的.

但是, 对于式(1), 传统 FDTD 算法 Maxwell 方程中  $D$  和  $H$  之间的关系已经不适用于 SFDTD 算法. 所以, 在 SFDTD 算法中, 在 Hamilton 框架下, 式(1)需改写为一无穷维 Hamilton 正则方程, 即

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} = (C_l + D_l) \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$C_l = \begin{bmatrix} \{0\}_{3 \times 3} & -\mu^{-1} \{R\}_{3 \times 3} \\ \{0\}_{3 \times 3} & \{0\}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D_l = \begin{bmatrix} \{0\}_{3 \times 3} & \{0\}_{3 \times 3} \\ \epsilon^{-1} \{R\}_{3 \times 3} & \{0\}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中  $R$  为旋度算符.

这时, 在 SFDTD 算法中, 以上推导出的一无穷维 Hamilton 正则方程还需要在时间和空间上分别做离

散. 不同于传统 FDTD 算法, SFDTD 算法在时间方向上的离散需要引入辛算子做时间演化, 通过 Hamilton 系统中的辛算子来保证整个计算的能量守恒性, 降低数值稳定性条件; 在空间方向上的离散需要做高阶差分, 以此来降低数值色散误差, 提高数值计算准确度.

### 1.1 时间方向上的离散

式(9), 从  $t=0$  到  $t=\Delta t$  演化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}(\Delta t) = \exp(\Delta t(C_l + D_l)) \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}(0) \quad (13)$$

式中  $\exp(\Delta t(C_l + D_l))$  为 Maxwell 方程的时间演化矩阵. 可以借助于辛传播子技术, 又叫辛算子技术<sup>[21]</sup>, 得到  $\exp(\Delta t(C_l + D_l))$  的  $m$  级  $p$  阶近似, 即

$$\exp(\Delta t(C_l + D_l)) = \prod_{l=1}^m \exp(d_l \Delta t D_l) \exp(c_l \Delta t C_l) + O(\Delta t^{p+1}) \quad (14)$$

式中  $c_l, d_l$  为辛传播子系数, 具体的取值参考文献[20]中优化的传播子系数.

### 1.2 空间方向上的离散

因为式(10)中的算符  $C_l, D_l$  中含有旋度算符  $R$ , 所以为得到 Maxwell 方程的数值解, 就必须在空间方向上对 Maxwell 方程做进一步离散. 引入  $G^n(i, j, k) = G(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z; n\Delta t)$  为近似离散点  $(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$  在第  $n$  时间步时的真实解  $F$ . 则空间方向的高阶( $q$  阶)准确度离散格式为

$$\left(\frac{\partial F^{n+s/m}}{\partial \delta}\right)(h) = \sum_{r=0}^{q/2-1} W_r \frac{G^{n+s/m}(h+r-1/2) - G^{n+s/m}(h-r+1/2)}{\Delta \delta} + O(\Delta \delta^q) \quad (15)$$

式中  $\delta = x, y, z, h = i, j, k$ .  $W_r$  是空间差分的系数.

最终推导得出, 当  $m=5, p=4$  时, Maxwell 方程各场分量的 SFDTD 算法从第  $s-1$  级迭代到  $s$  级的离散格式表达式为

$$D_z^{n+s/5}(i, j) = D_z^{n+(s-1)/5}(i, j) + \frac{1}{\epsilon_r} \{ \gamma_1 \times [H_y^{n+(s-1)/5}(i+1/2, j) - H_y^{n+(s-1)/5}(i-1/2, j) - \quad (16)$$

$$H_x^{n+(s-1)/5}(i, j+1/2) + H_x^{n+(s-1)/5}(i, j-1/2)] + \gamma_2 \times [H_y^{n+(s-1)/5}(i+3/2, j) - H_y^{n+(s-1)/5}(i-3/2, j) - H_x^{n+(s-1)/5}(i, j+3/2) + H_x^{n+(s-1)/5}(i, j-3/2)] \}$$

$$E_z^{n+s/5}(i, j) = \frac{1}{\epsilon_r + (\sigma \Delta t / \epsilon_0)} (D_z^{n+(s-1)/5}(i, j) - I_z^{n+(s-1)/5}(i, j)) \quad (17)$$

$$I_z^{n+s/5}(i, j) = I_z^{n+(s-1)/5}(i, j) + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\epsilon_0} \cdot E_z^{n+s/5}(i, j) \quad (18)$$

$$H_x^{n+s/5}(i, j+1/2) = H_x^{n+(s-1)/5}(i, j+1/2) + \gamma'_1 \times [E_z^{n+(s-1)/5}(i, j+1) - E_z^{n+(s-1)/5}(i, j)] + \quad (19)$$

$$\gamma'_2 \times [E_z^{n+(s-1)/5}(i, j+2) - E_z^{n+(s-1)/5}(i, j-1)]$$

$$H_y^{n+s/5}(i+1/2) = H_y^{n+(s-1)/5}(i+1/2) + \gamma'_1 \times [E_z^{n+(s-1)/5}(i, j+1) - E_z^{n+(s-1)/5}(i, j)] + \quad (20)$$

$$\gamma'_2 \times [E_z^{n+(s-1)/5}(i, j+2) - E_z^{n+(s-1)/5}(i, j-1)]$$

式中

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{9}{8} D_s \times \text{CFL} \\ \gamma_2 = -\frac{1}{24} D_s \times \text{CFL} \\ \gamma'_1 = \frac{9}{8} C_s \times \text{CFL} \\ \gamma'_2 = -\frac{1}{24} C_s \times \text{CFL} \\ \text{CFL} = \frac{\Delta t}{\Delta \cdot \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \end{cases} \quad (21)$$

式中  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ,  $\epsilon_r$  为相对介电常数,  $s$  为辛传播子的级数, CFL (Courant-Friedrichs-Levy condition) 为数值稳定性条件.

## 2 SFDTD 算法在能量守恒和数值准确度上的优势

为了验证 SFDTD 算法相对于传统 FDTD 算法在能量守恒和数值准确度上的优势,通过模拟高斯脉冲电磁波  $E_i(t) = \exp[-0.5 \cdot (t-t_0)^2/\tau^2]$  在真空中的传播过程,计算的空间步长为 1cm,每一个波长被划分为 10 个网格,其稳定性条件  $CFL=0.48$ . 在模拟  $E_i(t)$  传播过程时,分别使用解析解、传统 FDTD 算法和 SFDTD 算法的电场波曲线在 400 多步和 3000 多时间步时的比较如图 1 所示.

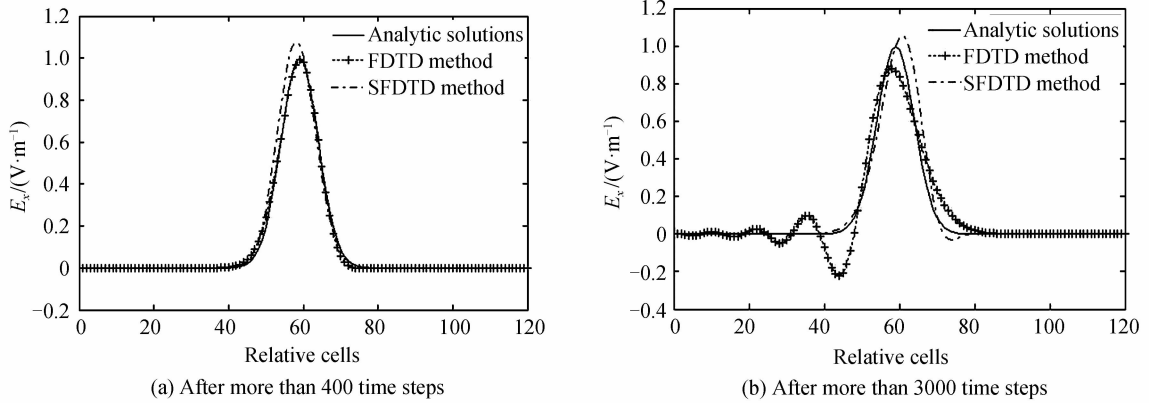


图 1 不同时间步后的电场波曲线对比图

Fig. 1 The electric field wave curve at different time step

从图 1 可看出,在只运算较少的时间步时,如图 1(a)中的 400 多步时,解析解和另外的两种数值解对脉冲波形均能吻合得很好.但随着时间步增加,如图 1(b)中已经运算 3000 多步后,传统 FDTD 算法解的波形开始出现失真,计算前期就出现波形的抖动,并伴随着能量耗散,电场峰值会变小.但对于 SFDTD 算法,在对脉冲电磁波传播的模拟中,不论在计算前期还是后期,波形都与解析解吻合得很好,并且电场幅值没有出现衰减,峰值不低于 1 V/m.说明 SFDTD 算法较好地保持了 Hamilton 系统的能量守恒,具有数值准确度上的优势.

## 3 SFDTD 算法研究等离子光子晶体

入射等离子体光子晶体的脉冲电磁波采用微分高斯脉冲电磁波,即

$$E_i(t) = \frac{t-t_0}{t_p} \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{2t_p^2}\right] \quad (19)$$

式中,  $t_p=1.5$  ps,  $t_0=5t_p$ ,模拟其传播过程.计算空间步长为 1.5 mm,时间步长为 2.5 ps.计算空间设置为 3 500 个网格.同时,为了保证边界的良好吸收效果,边界各设置了 8 层 PML(完全匹配层).

等离子体光子晶体模型由 8 层介质和 7 层等离子体组成,形成“介质-等离子体-介质”的结构,如图 2 所示.计算过程中,划分的单个网格大小为 0.15mm.介质厚度  $L_m=3.75$ mm,占据 25 个空间网格,相对介电

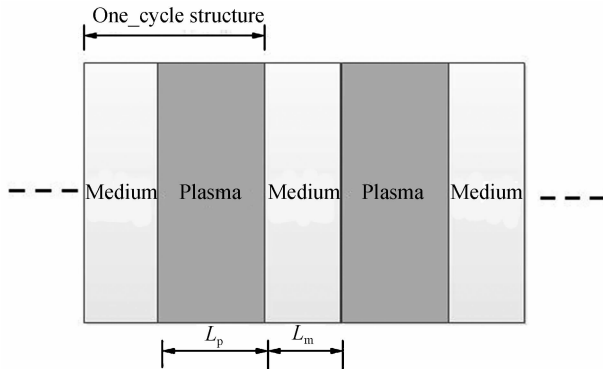


图 2 等离子体光子晶体模型示意图

Fig. 2 The schematic diagram of the plasma photonic crystal model

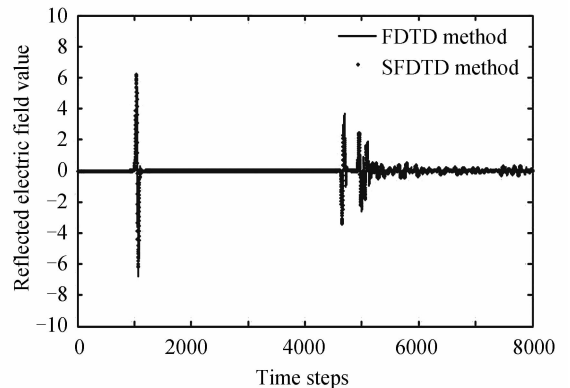


图 3 电场的反射波形图

Fig. 3 The reflectivity waveform of the electric field

常数为  $\epsilon_r=9$ . 等离子体厚度为  $L_p=3.75$  mm, 其等离子频率为 2 GHz, 等离子体碰撞频率为 2 Mrad/s.

图 3 是在上述计算条件下的入射电磁波作用于等离子体光子晶体的反射电场曲线. 将分别采用传统 FDTD 算法和 SFDTD 算法得到的结果进行了对比, 可以看出 SFDTD 算法在提高准确度的同时, 依然得到了正确的结果.

图 4(a)和图 4(b)是在上述计算条件下, 得到的等离子体-介质光子晶体的透射系数图及局部放大图, 由于等离子体的折射率和介质的折射率相差较大, 可看出等离子体-介质光子晶体表现出了一般光子晶体所特有的光子带隙特性. 在光子带隙的分布上, 与传统的 FDTD 算法对比, SFDTD 算法得到的结果基本吻合, 在图上有 3 个光子带隙分布. 但和文献[28]中的图 8 对比后, 可以看出, 不仅在光子带隙的分布上, 而且在光子带隙的透射系数的最小值上, SFDTD 算法得到的结果与文献中采用 PLCDRC-FDTD 算法得到的结果吻合得更好, 如图 4(b)所示, 在 0.75~1.25 GHz 频段和 1.75~2.15 GHz 频段均吻合得较为准确. 而在透射系数的最小值上, 传统的 FDTD 算法与文献中的结果存在一定的误差, 如图 4(b)所示, 在 0.75~1.25 GHz 频段数值偏高, 在 1.75~2.15 GHz 频段数值偏低. 由此可看出, 本文采用 SFDTD 算法得到的结果较为准确, 具有可行性.

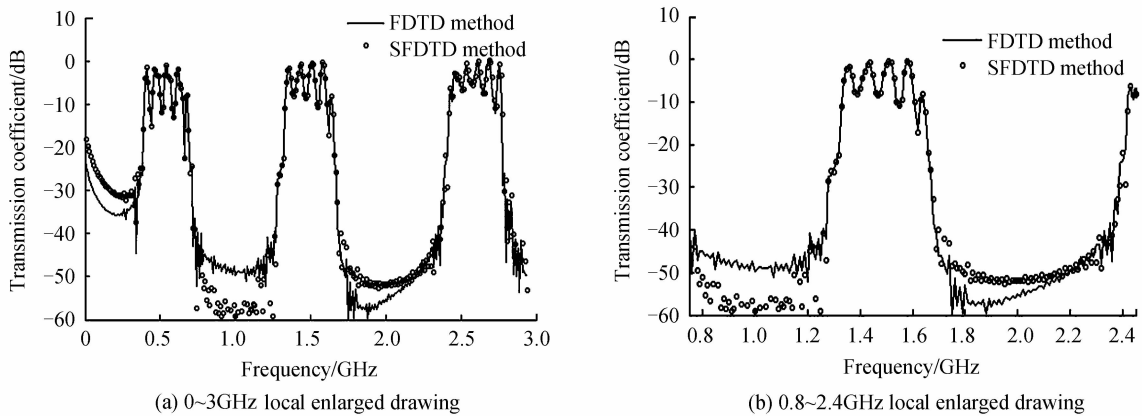


图 4 等离子体光子晶体的透射系数图

Fig. 4 The transmission coefficient of plasma photonic crystals

## 4 结论

本文推导出了等离子体光子晶体中 SFDTD 差分公式. 通过对 SFDTD 算法在电磁场计算中的初步研究, 发现该方法能保证足够的计算准确度. 由于传统的 FDTD 算法破坏了 Maxwell 方程的辛结构, 最终计算的结果会出现严重歪曲和失真. 然而采用 SFDTD 算法后就可以彻底克服这个问题. 当 SFDTD 算法在解决更复杂的二维和三维电磁场问题时, 它的优势将会更加明显.

## 参考文献

- [1] SHIVESHWARI L, AWASTHI S K. Transmission properties of one-dimensional ternary plasma photonic crystals[J]. *Physics of Plasmas* (1994-present), 2015, **22**(9): 092-129.
- [2] FENG Gang, GAO Li-na, HAO Dong-shan. Influence of photonic band gap in non-uniform plasma photonic crystals induced by Compton scattering[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(7): 1071-1075.  
冯刚, 高丽娜, 郝东山. Compton 散射对非均匀等离子体光子晶体光子带隙的影响[J]. *光子学报*, 2011, **40**(7): 1071-1075.
- [3] JOHN S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(23): 2486-2489.
- [4] MA Li-na, JIANG Lan, ZHANG Xiao-hui, et al. Fabrication and properties of polyethylene glycol/titania one-dimensional photonic crystals[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2015, **36**(3): 355-360.  
马丽娜, 姜岚, 张晓辉, 等. 聚乙二醇/二氧化钛一维光子晶体的制备及其性质研究[J]. *发光学报*, 2015, **36**(3): 355-360.
- [5] YEE K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1966, **14**(3): 302-307.
- [6] ELSHERBENI A Z, DEMIR V. The finite-difference time-domain method for electromagnetics with MATLAB

- simulations[M]. IET, 2015.
- [7] ADHIKARI A, DEV K, ASUNDI A. Subwavelength metrological characterization by Mueller matrix polarimeter and finite difference time domain method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, **86**: 242-247.
- [8] FANG J, REN J. A locally conformed finite-difference time-domain algorithm of modeling arbitrary shape planar metal strips[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1989, **41**(5): 830-838.
- [9] TURKEL E, YEFET A. Fourth order method for Maxwell's equations on a staggered mesh[C]. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 1997, **4**: 2156-2159.
- [10] COLE J B. A high-accuracy realization of the Yee algorithm using non-standard finite differences [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1997, **45**(6): 991-996.
- [11] FORGY E A, CHEW W C. A time-domain method with isotropic dispersion and increased stability on an overlapped lattice[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2002, **50**(7): 983-996.
- [12] KRUMPHOLZ M, KATEHI L P B. MRTD: new time-domain schemes based on multiresolution analysis[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1996, **44**(4): 555-571.
- [13] CHEN Y, CAO Q, MITTRA R. Multiresolution time domain scheme for electromagnetic engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- [14] NAMIKI T. A new FDTD algorithm based on alternating-direction implicit method [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999, **47**(10): 2003-2007.
- [15] LIU Q H. The PSTD algorithm: A time-domain method requiring only two cells per wavelength[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 1997, **15**(3): 158-165.
- [16] SHAO Z, WEI G W, ZHAO S. DSC time-domain solution of Maxwell's equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, **189**(2): 427-453.
- [17] ZHAI P W, KATTAWAR G W, YANG P, *et al.* Application of the symplectic finite-difference time-domain method to light scattering by small particles[J]. *Applied Optics*, 2005, **44**(9): 1650-1656.
- [18] SHA W E I, HUANG Z, CHEN M, *et al.* Survey on symplectic finite-difference time-domain schemes for Maxwell's equations[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, **56**(2): 493-500.
- [19] 冯康, 秦孟兆. 哈密尔顿系统的辛几何算法[M]. 浙江: 科学技术出版社, 2003.
- [20] HIRONO T, LUI W, SEKI S, *et al.* A three-dimensional fourth-order finite-difference time-domain scheme using a symplectic integrator propagator[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2001, **49**(9): 1640-1648.
- [21] RIEBEN R, WHITE D, RODRIGUE G. High-Order Symplectic integration methods for finite element solutions to time dependent maxwell equation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, **52**(8): 2190-2195.
- [22] SHEN Jing, SHA Wei, HUANG Zhi-xiang, *et al.* High-order symplectic FDTD scheme for solving time-dependent Schrödinger equation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(19): 190202.  
沈晶, 沙威, 黄志祥, 等. 含时 Schrödinger 方程的高阶辛 FDTD 算法研究[J]. 物理学报, 2012, **61**(19): 190202.
- [23] LI Min-quan, WU Xian-liang. An SFDTD algorithm for the analysis of microstrip patch antennas[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, **34**(12A): 2544-2546.  
李民权, 吴先良. 一种分析微带贴片天线的辛时域有限差分方法[J]. 电子学报, 2006, **34**(12A): 2544-2546.
- [24] ZHAO Jin, XU Shan-jia, WU Xian-liang. A novel high-order finite-difference time-domain method[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2004, **19**(5): 569-572.  
赵瑾, 徐善驾, 吴先良. 一种高阶辛时域有限差分法的研究[J]. 电波科学学报, 2004, **19**(5): 569-572.
- [25] GAO Y J, YANG H W. A high-order, symplectic, finite-difference time-domain scheme for bioelectromagnetic applications within the mother/fetus model[J]. *Plos One*, 2014, **9**(12): e114425-e114425.
- [26] GAO Y J, YANG H W, WANG G B. A research on the electromagnetic properties of plasma photonic crystal based on the symplectic finite-difference time-domain method[J]. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 2016, **127**(4): 1838-1841.
- [27] YANG H W, YANG Z K, LIU H, *et al.* Plasma photonic crystals numerical and filter characteristics analysis based on symplectic algorithm[J]. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, **125**(17): 4762-4765.
- [28] LIU Shao-bin, ZHU Chuan-xi, YUAN Nai-chang. FDTD simulation for plasma photonic crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(6): 2804-2808.  
刘少斌, 朱传喜, 袁乃昌. 等离子体光子晶体的 FDTD 分析[J]. 物理学报, 2005, **54**(6): 2804-2808.

**Foundation item:** General Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Higher Education Institutions of China (Grant No. 16KJB510010), Fund Project supported by the Jinling Institute of Technology (Nos. jit-2016-jlxm-22, jit-2016-jlxm-26, jit-fhxm-201606), Ph. D. Project supported by the Jinling Institute of Technology (Nos. jit-b-201511, jit-b-201408)