

doi: 10. 3788/gzxb20174604. 0419002

热 Fock 态下量子效应对介观左手传输线 负折射系数的影响

郭宏伟, 赵顺才, 魏晓菁, 贾靖

(昆明理工大学 理学院 物理系, 昆明 650500)

摘 要: 基于热场动力学理论研究了热 Fock 态下量子效应对介观左手传输线微波段负折射系数的影响. 结果表明: 负折射系数随电流涨落的增加表现出线性递增的特点, 而随温度的升高、频率的增大表现出锐减特性; 负折射系数的变化幅度受光子数调控. 该结论可对基于左手传输线开发的微波器件的微型化、集成化研究提供参考.

关键词: 量子效应; 热 Fock 态; 负折射系数; 介观左手传输线; 电流涨落

中图分类号: O734

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)04-0419002-5

Quantum Effects on Negative Refraction Index of Mesoscopic Left-Handed Transmission Line in Thermal Fock State

GUO Hong-wei, ZHAO Shun-cai, WEI Xiao-jing, JIA Jing

(Department of physics, School of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: The quantum effects on the negative refraction index of the mesoscopic left-handed transmission lines were investigated by the thermal field dynamics theory in microwave frequency band. The results indicate that the negative refraction index increases with the fluctuation of current and the decreases with the temperature and frequency emerge. And the negative refraction index rangeability is manipulated by the photon numbers. The conclusions can provide reference for the miniaturization and integration application of left-handed transmission.

Key words: Quantum effects; Thermal Fock state; Negative refraction index; Mesoscopic left-handed transmission line; Fluctuation of current

OCIS Codes: 190.4400; 270.0270; 160.3918; 160.4670; 160.0160

0 引言

自 2002 年美国加州大学的 C. Caloz、加拿大多伦多大学 G. Eleftheriades 及意大利罗马大学 A. A. Oliner 三个研究小组^[1-3]几乎同时提出利用传输线结构实现左手材料的构想以来,微波段左手传输线(Left-handed Transmission Lines, LH TL)的理论和应用已成为研究热点. 研究者们基于 LH TL 的零阶和负阶谐振特性开发出了新型微波器件^[4-9]和新型天线^[10-15]; 利用 LH TL 色散可控性建造了滤波器^[16]、耦合器^[17]、功分器^[18]等, 可实现微波器件的小型化、多频化和宽带化. 把 LH TL 设计为辐射模式的开放结构作为天线、反射面等可以获得与传统截然不同的性质, T. Itoh 等提出的物理尺寸与波长无关、结构紧凑的零阶谐振天线^[19]; S. Lim 设计出馈源简单、紧凑且不需要额外移相器的漏波天线^[20].

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 61205205, 6156508508)、云南省应用基础研究计划面上项目(No. 2016FB009)和云南省人才培养项目(No. KKS Y201207068)资助

第一作者: 郭宏伟(1990-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为量子光学. Email: zscgroup@kmust.edu.cn

导师(通讯作者): 赵顺才(1977-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为量子光学. Email: zhaosc@kmust.edu.cn

收稿日期: 2016-11-14; **录用日期:** 2017-02-15

<http://www.photon.ac.cn>

近年来,现代微波系统小型化、高度集成化的发展要求微波组件功率容量大、体积小、重量轻;然而,量子计算机中量子位、量子逻辑门和量子线路研究结果^[21-22]显示:当电路的尺寸小到能与电子波函数的相位相干长度相比拟时,电路本身的量子效应将凸现.因此,基于 LHTL 的微波器件微型化、集成化设计趋近介观尺寸时也应考虑其量子效应.

本文开展了热 Fock 态下量子效应对介观 LHTL 微波段负折射系数影响机制的研究.考虑了量子效应作用下,介观尺度的 LHTL 中电流涨落、温度、微波段内频率和光子数对负折射系数的微观影响机制,以期为基础 LHTL 微波器件的微型化研究提供参考.

1 介观左手传输线热 Fock 态下微波段负折射系数

图 1(a)为 LHTL 等效电路^[1-3],图 1(b)为其微分长度为 Δz 的单元等效电路,由串联电容和并联电感构成. C_1, L_1 分别是单位长度的双导线串联电容和并联电感,其单位分别是 F/m 和 H/m,则单位长度 LHTL 等效电路的基尔霍夫定电压和电流定律分别为

$$u(z) = j(z) \frac{1}{i\omega C_1} \Delta z + u(z + \Delta z) \quad (1)$$

$$j(z) = u(z) \frac{1}{i\omega L_1} \Delta z + j(z + \Delta z) \quad (2)$$

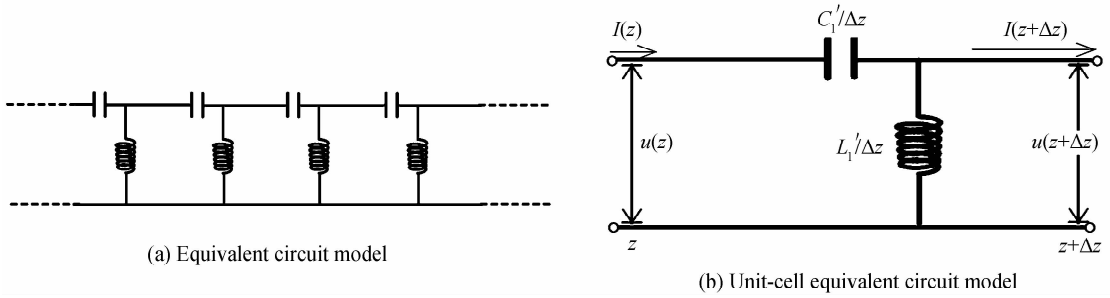


图 1 理想左手传输线等效电路及其单元等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit model of the LHTL and unit-cell equivalent circuit model

联立式(1)、(2),可得其波动方程为

$$\frac{\partial^2 u(z)}{\partial z^2} = \frac{1}{i\omega C_1} \times \frac{1}{i\omega L_1} u(z) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 j(z)}{\partial z^2} = \frac{1}{i\omega C_1} \times \frac{1}{i\omega L_1} j(z) \quad (4)$$

再联立式(3)、(4)可求得电流和电压的行波解分别为

$$j(z) = Ae^{ikz} + A^* e^{-ikz} \quad (5)$$

$$u(z) = Be^{ikz} + B^* e^{-ikz} \quad (6)$$

式中, $A(B), A^*(B^*)$ 为共轭复数,其传播常数为 $k = -\frac{1}{\omega \sqrt{C_1 L_1}}$. 基于 Louisell 提出的传输线量子化方案^[23]

并利用 LHTL 等效电路特性阻抗关系 $u(z) = \sqrt{\frac{L}{C}} j(z)$ ^[1] 可得到单位长度 ($z_0 = m\lambda$, 其中 λ 为波长, m 取整数) LHTL 单元等效电路电流算符为

$$\hat{j}(z) = \sqrt{\frac{\hbar}{4\pi m L_1^2 C_1}} \left[\hat{a} \exp\left(-\frac{i}{\omega \sqrt{C_1 L_1}} z\right) + \hat{a}^+ \exp\left(-\frac{i}{\omega \sqrt{C_1 L_1}} z\right) \right] \quad (7)$$

电压算符为

$$\hat{u}(z) = \sqrt{\frac{\hbar}{4\pi m L_1^2 C_1}} \left[\hat{a} \exp\left(-\frac{i}{\omega \sqrt{C_1 L_1}} z\right) + \hat{a}^+ \exp\left(-\frac{i}{\omega \sqrt{C_1 L_1}} z\right) \right] \quad (8)$$

其中, \hat{a}^+, \hat{a} 分别为产生算符和消灭算符. 热噪声是影响 LHTL 负折射系数的一个不可忽略的因素.

在热场动力学理论^[24]中, Tilde 空间与真实 Hilbert 空间对偶, Tilde 空间的态和算符^[25]分别对应于真

实 Hilbert 空间的态和算符. 则该直积空间有限温度下的热 Fock 态可由其零温下热 Fock 态通过热正则 Bogolubov 变换获得^[25], 即

$$|n\tilde{n}\rangle_T = \hat{T}(\theta) |n\tilde{n}\rangle \quad (9)$$

式中, n 表示光子数, 算符 $\hat{T}(\theta)$ 为

$$\hat{T}(\theta) = \exp[-\theta(\hat{a}\tilde{a} - \hat{a}^+\tilde{a}^+)] \quad (10)$$

式中, 参数 θ 与热真空中的热光子数 n_0 满足关系式 $n_0 = \sinh^2\theta$, 而 n_0 与温度 T 则满足 Bose-Einstein 分布

$$n_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}. \text{ 式(10)中 Hilbert 空间与 Tilde 空间的玻色算符满足对易关系}^{[26]}, \text{ 即}$$

$$[\tilde{a}, \tilde{a}^+] = 1 \quad (11)$$

$$[\tilde{a}, \hat{a}] = [\tilde{a}, \hat{a}^+] = [\hat{a}, \tilde{a}^+] = 0 \quad (12)$$

且 Hilbert 空间与 Tilde 空间玻色算符满足热正则 Bogoliubov 变换^[26], 即

$$\hat{T}^+(\theta)\hat{a}T(\theta) = \mu\hat{a} + \tau\tilde{a}^+$$

$$\hat{T}^+(\theta)\hat{a}^+T(\theta) = \mu\hat{a}^+ + \tau\tilde{a}$$

式中, $\mu = \cosh\theta$, $\tau = \sinh\theta$. 由于本空间算符只作用于本空间的态, 则热 Fock 态下单位长度 LHTL 中电流的平均值为

$$\overline{j(z)} = {}_T\langle \hat{n}\tilde{n} | \hat{j}(z) | \hat{n}\tilde{n} \rangle_T = 0 \quad (13)$$

同理可得, 单位长度理想 LHTL 单元等效电路电流的量子涨落为

$$\overline{(\Delta j)^2} = \overline{j(z)^2} - \overline{j(z)}^2 = {}_T\langle \hat{n}\tilde{n} | \hat{j}(z)^2 | \hat{n}\tilde{n} \rangle_T = \frac{\hbar}{4\pi\omega L_1^2 C_1} (1 + 2n_0)(1 + 2n) \quad (14)$$

其中

$$1 + 2n_0 = \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (15)$$

因微波段 LHTL 负折射系数、等效介电常数、等效磁导率和特征阻抗分别为^[1]

$$n_r = -\sqrt{\mu(\omega)\varepsilon(\omega)} \quad (16)$$

$$\mu(\omega) = -\frac{1}{\omega^2 C_1} \quad (17)$$

$$\varepsilon(\omega) = -\frac{1}{\omega^2 L_1} \quad (18)$$

$$z_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (19)$$

故联立式(10)~(15), 可得 LHTL 单元等效电路负折射系数 n_r 与电流涨落、热光子数、温度及频率之间关系表达式为

$$n_r = -\frac{2z_0 z_1 \overline{(\Delta j)^2}}{\hbar\omega^3 (1 + 2n) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)} \quad (20)$$

式中 ω 、 n 、 k_B 和 T 分别为电磁波频率、光子数、玻尔兹曼常数和温度.

2 结果与分析

当稳定电流通过宏观 LHTL 时, 负折射系数为一稳定值^[1-5]. 图 2 描述了介观 LHTL 在 $f = 3$ GHz 时, 负折射系数在不同光子数下随电流涨落的变化规律. 其中 $Z_0 = 1\mu\text{m}$, $Z_1 = 0.01\Omega$, $f = 3$ GHz, $T = 300\text{K}$. 由图 2 可见, 负折射系数随电流涨落呈现出线性递增的特点, 但因受光子数影响, 即随光子数增多, 曲线斜率递减, 在真空场下 ($n = 0$) 负折射系数随电流涨落增幅最大. 说明较大的电流涨落可获得较大的负折射系数; 但光子数越多, 负折射系数的增幅就会变缓. 在介观尺寸下, 负折射系数不再为一稳定值; 电流的涨落导致了负折射系数的上下波动, 这是介观 LHTL 中量子效应作用下的特有结果. 故在介观 LHTL 中, 控制光子数量

和电流涨落可实现对负折射系数调控的目的。

热噪声是影响介观 LHTL 负折射系数的一个关键因素. 图 3 描绘了不同光子数下负折射系数对温度的变化规律. 其中 $n=1$, $\overline{(\Delta j)^2}=5$, 其余参数同图 2. 由图 3 可见负折射系数随温度的升高逐渐减小; 光子数越多负折射系数递减幅度越大, 特别是在 $[0, 50\text{K}]$ 内, 负折射系数随温度的递减幅度随着光子数的增大而剧增; 在真空场下 ($n=0$) 负折射系数随温度的减幅最小. 因介观 LHTL 中光子数正比于电磁波能量, 可见较大的电磁波能量会抑制负折射系数, 这是量子效应在介观 LHTL 中作用的结果^[27].

由于传输线可实现微波频段内稳定的负折射系数^[1-5], 图 4 描述了在不同的温度下微波频段内介观 LHTL 负折射系数随频率的变化规律. 由图 4 可见, 随着频率的增大, 负折射系数逐渐减小; 在频段 $[0\text{Hz}, 1\text{GHz}]$ 内, 负折射系数随频率的增大锐减, 且随着温度的升高减幅越大. 说明介观尺度内负折射系数随频率的分布并不均匀, 这是介观 LHTL 和宏观 LHTL 中负折射系数一个明显的不同之处^[27].

在微波段内, 介观 LHTL 的负折射系数随电路中电磁波频率、能量的增大而减小, 随温度的升高而递减. 足见介观 LHTL 中电磁波频率、能量和热噪声是影响负折射系数的重要因素. 因此较低的微波频率、适当的温度是介观 LHTL 获得较理想的负折射系数的重要外部条件.

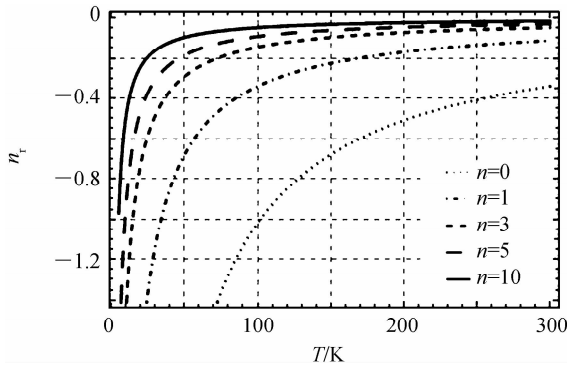


图 3 介观 LHTL 微波段内负折射系数随温度的变化
Fig. 3 Variation of negative refractive index with temperature in mesoscopic LHTL

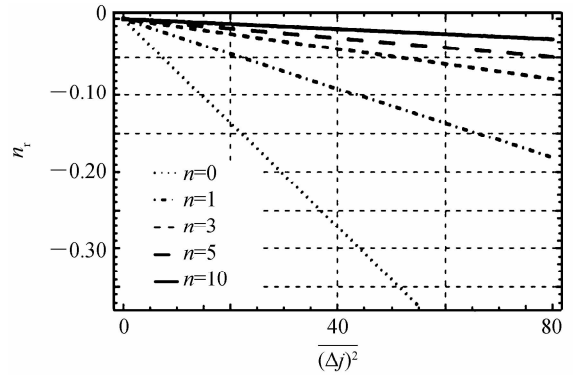


图 2 介观 LHTL 微波段内负折射系数随电流涨落变化
Fig. 2 Variation of negative refractive index with fluctuations of current in mesoscopic LHTL

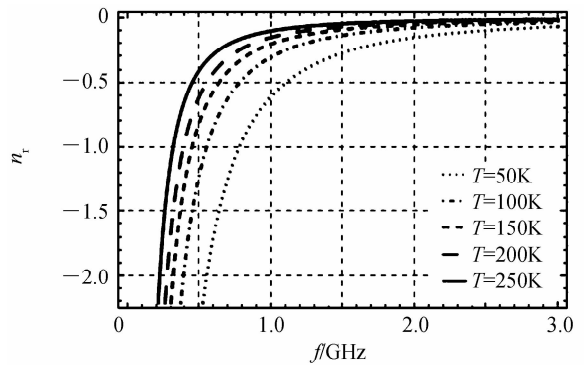


图 4 介观 LHTL 微波段内负折射系数随频率变化
Fig. 4 Variation of negative refractive index with frequency

3 结论

基于热场动力学理论研究了量子化的介观 LHTL 单元等效电路在热 Fock 态下电流的量子涨落、光子数、温度以及频率对负折射率的影响机制. 结果表明: 在微波段, 温度和频率一定的条件下, 负折射系数与电流涨落呈线性递增, 且随光子数的增多, 负折射系数的递增幅度变缓; 温度升高和较大的电磁能量会导致负折射系数递减; 在较低的频段内, 温度对负折射系数的递减效应剧烈, 在较高的频段内, 温度对负折射系数的递减效应变缓. 该结论对基于 LHTL 设计的微波器件及相关量子器件微型化、集成化研究具有参考意义.

参考文献

- [1] CALOZ C, ITOH T. Application of the transmission line theory of left-handed (LH) materials to the realization of a microstrip LH line[C]. San Antonio: IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002: 412-415.
- [2] GRBIC A, ELEFThERIADES G V. A backward-wave antenna based on negative refractive index L-C networks[C]. San Antonio: IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002: 340-343.
- [3] OLINER A A. A periodic-structure negative-refractive-index medium without resonant elements[C]. San Antonio: IEEE-APS/URSI Intl Symp. Digest, 2002: 618.
- [4] ANTONIADES M A, ELEFThERIADES G V. Compact linear lead/lag metamaterial phase shifters for broadband

- applications[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2003, **2**(1): 103-106.
- [5] CALOZ C, SANADA A, LIU L, *et al.* A broadband left-handed (LH) coupled-line backward coupler with arbitrary coupling level[C]. Philadelphia: IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 2003: 317-320.
- [6] YANG Ru-yuan, KUAN Hon, HUNG Cheng-yuan. Design of dual-band bandpass filters using a dual feeding structure and embedded uniform impedance resonators[J]. *Progress In Electromagnetics Research Letters*, 2010, **105**(4): 93-102.
- [7] KUO Jen-tsai, FAN Chen-yu, TANG Shao-chan. Dual-wideband band pass filters with extended stop-band based on coupled-line and coupled three-line resonators[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2012, **124**(1): 1-15.
- [8] MIGUEL D S, GERARD S, BONACHE J. Planar multi-band microwave components based on the generalized composite right/left-handed transmission line concept[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2010, **58**(12): 3882-3891.
- [9] HU H, WU K L. A dual-mode dielectric resonator filter with planar coupling configuration [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2013, **61**(1): 131-138.
- [10] LIU Lei, CALOZ C, ITOH T. Dominant mode leaky-wave antenna with backfire-to-endfire scanning capability[J]. *Electronics Letters*, 2002, **38**(23): 1414-1416.
- [11] LI Yan, XU Shan-jia, ZHANG Zhong-xiang. Novel microstrip antenna array fed with left-handed transmission line [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2007, **26**(2): 137-140.
李雁,徐善驾,张忠祥. 新型左手传输线馈电微带阵列天线[J]. *红外与毫米波学报*, 2007, **26**(2): 137-140.
- [12] KIM J, KIM G, SEONG W, *et al.* A tunable internal antenna with an epsilon negative zeroth order resonator for DVB-H service[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2009, **57**(12): 4014-4017.
- [13] DONG Yuan-dan, ITOH T. Miniaturized substrate integrated waveguide slot antennas based on negative order resonance[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2010, **58**(12): 3856-3864.
- [14] ANTONIADES M A, ELEFThERIADES G V. Negative-refractive-index transmission-line metamaterial-loaded dipole antennas[C]. Montreal: 2012 Antennas and Propagation in Wireless Communications, 2012: 174-177.
- [15] ZENG Hui-yong, WANG Guang-ming, WEI Dao-zhi. Planar diplexer using composite right-/left-handed transmission line under balanced condition. [J]. *Electronics Letters*, 2012, **48**(2): 104-106.
- [16] FALCONE F, MARTIN F, BONAHE J, *et al.* Left handed coplanar waveguide band pass filters based on bi-layer split ring resonators[J]. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2004, **14**(1): 10-12.
- [17] CALOZ C, SANADA A, ITOH T. A novel composite right-/ left-handed coupled-Line directional coupler with arbitrary coupling level and broad bandwidth [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2004, **52**(3): 980-992.
- [18] HU Xin, HE Sai-ling. Novel diplexer using composite right-/left- handed transmission lines [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2008, **50**(11): 2970-2973.
- [19] SUNGJOON L, CALOZ C, ITOH T. A reflectodirective system using a composite right/left-handed (CRLH) leaky-wave antenna and heterodyne mixing [J]. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2004, **14**(4): 183-185.
- [20] CALOZ C, LIM S, ITOH T. A novel leaky-wave retrodirective reflector using short/matched terminations [C]. Munich: European Microwave Conference, 2003: 1071-1074.
- [21] MAKHLIN Y, SCHON G, SHNINMAN A. Josephson-Junction qubits with controlled couplings [J]. *Nature*, 1999, **398**: 305-307.
- [22] HE Rui. Quantum communication based on the circuit coupled by SQUID and mesoscopic LC resonator[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(3): 030303.
何锐. 基于超导量子干涉仪与介观 LC 共振器耦合电路的量子通信[J]. *物理学报*, 2012, **61**(3): 030303.
- [23] LOUISELL W H. Quantum statistical properties of radiation [M]. New York: John Wiley & Sons, 2007: 230-264.
- [24] UMEZAWA H, YAMANAKA Y. Micro, macro and thermal concepts in quantum field theory [J]. *Advances in Physics*, 1988, **37**(5): 531-557.
- [25] BOGOLUBOV N. On the theory of super-fluidity [J]. *Academe Sciences USSR Journal of Physics*, 1947, **11**: 23-32.
- [26] TAKAHASHI Y, UMEZAWA H. Thermo field dynamics [J]. *International Journal of Modern Physics B*, 1996, **10**: 13-14.
- [27] CALOZ C, ITOH T. Electromagnetic metamaterials transmission line theory and microwave applications[M]. John Wiley & Interscience, New Jersey, 2006.