

doi: 10.3788/gzxb20174604.0414002

# 空气中飞秒脉冲激光器互相关信号的理论研究

许艳

(江西理工大学 应用科学学院, 江西 赣州 341000)

**摘 要:** 利用色散脉冲传播理论和空气折射率 Ciddor 公式, 推导了空气中飞秒脉冲激光器的互相关函数; 根据互相关函数结果表达式取决于激光器光源的光谱分布, 建立了在空气中不同光程路径差及环境参量变化下, 不同光谱分布的飞秒脉冲激光器的脉冲之间互相关模式的数值模型. 结果表明: 随着传播距离的增大, 互相关模型具有稳定啁啾及线性加宽; 环境参量的变化只引起互相关图案的移动, 并不产生任何额外线性加宽或啁啾.

**关键词:** 激光光学; 飞秒脉冲激光器; 互相关; 空气折射率; Ciddor 公式

中图分类号: TN241; TN012

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)04-0414002-7

## Theoretical Study on Cross-correlation Signal of a Femtosecond Pulse Laser in Air

XU Yan

(College of Applied Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou, Jiangxi 341000, China)

**Abstract:** By using the dispersion pulse propagation theory and the refractive index of air Ciddor equation, the cross-correlation function of the femtosecond pulse laser was derived. According to the theory that the resulting expression of the cross-correlation function depends on the spectral distribution of the laser source, the numerical model of the cross-correlation patterns among pulses of the femtosecond pulse sequence propagating in air with different spectral distribution under different optical path difference and the change of environmental parameters was created. Results show that, the cross-correlation pattern has a stable chirp and linear broadening with the increase of propagation distance, but the change of the environmental parameters give rise to the shift of the correlations patterns without any extra linear broadening or chirp.

**Key words:** Laser optics; Femtosecond pulse laser; Cross-correlation; Refractive index of air; Ciddor equation

**OCIS Codes:** 140.7090; 140.3460; 320.0320; 320.1590; 320.2250; 320.5550; 320.7100

## 0 引言

随着飞秒脉冲激光器的发展, 飞秒光学频率梳相邻的两个脉冲序列之间的高时间相干性问题受到广泛关注<sup>[1]</sup>. 飞秒脉冲干涉形成的互相关信号对研究一对超短脉冲序列之间的时间相干性十分重要<sup>[2]</sup>. 本课题组注意到当干涉臂的路径长度差是脉冲间距离  $l_{pp}$  的倍数时, 出现了飞秒光学频率梳的互相关信号<sup>[3]</sup>, 这里利用的是脉冲之间的空间和时间相干性. 叶军首先提出飞秒光学频率梳的互相关信号可以作为长度和时间物理量之间的桥梁<sup>[4]</sup>, 他的方案是基于单独脉冲之间的光学干涉的迈克尔逊干涉仪. 随后报道了各种利用超短脉冲序列对之间的互相关信号的方案用于绝对距离测量<sup>[5-8]</sup>、空气群折射率测量<sup>[9]</sup>和精密表面形貌测量<sup>[10]</sup>.

**基金项目:** 国家自然科学基金 (No. 11661040)、江西省教育厅科学技术研究项目 (No. GJJ151521) 和江西理工大学科研基金 (Nos. NSFJ2015-G27, YJ2014-01, YJ2014-30) 资助

**第一作者:** 许艳 (1982-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为光学测量. Email: xuyan0521@foxmail.com

**收稿日期:** 2016-07-27; **录用日期:** 2017-02-09

<http://www.photon.ac.cn>

目前,使用光学频率梳的干涉测量正在发展,所有这些都需要飞秒脉冲激光器光源的高时间相干性.据查阅文献所知,关于开展飞秒脉冲激光器的脉冲序列的互相关信号方面的研究鲜有报道.

在本文中,本课题组在叶军提出的方案的基础上,研究由飞秒脉冲激光器发出的一对脉冲序列在空气中传播过程中产生的互相关信号,并应用到绝对距离测量中.通过有效调节飞秒脉冲激光器的腔长,绝对距离测量的非模糊范围为 30 cm~3 m,可以有效地与其他测距技术衔接.对于非色散媒介,一个任意平面波脉冲可以在媒介中以波场的相位速度传播且形状上不改变.在那种非色散媒介情况下,干涉场或者相干信号的分析非常简单,但是,在一个像空气中的色散媒介对于脉冲传播的分析则比较复杂<sup>[5]</sup>.首先,利用色散脉冲传播理论和空气折射率 Ciddor 公式<sup>[11]</sup>,推导出一对超短脉冲序列之间的互相关函数公式,公式显示互相关函数取决于光源光谱,而不取决于脉冲电场;然后,建立飞秒脉冲序列在空气中传播脉冲序列之间的时间相干性的数值模拟,通过该模型,可以得到不同的光程差及不同环境参量下,不同的光谱分布的飞秒脉冲序列的脉冲之间的互相关模式;最后,对比分析了高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲间的互相关模式.

## 1 理论分析

2004年,叶军提出了使用稳定的飞秒脉冲频率梳在空间中进行长距离测量的方案<sup>[4]</sup>,其基本原理如图1.从飞秒激光器的脉冲序列分成两束光,在经过不同路径延迟后结合,短臂使用一个压电换能器在一个固定范围内扫描,而长臂放置在需要确定距离的地方,由压力元素位置的函数记录结合后的光束的强度.在真空中,当两个臂之差等于脉冲到脉冲间的距离  $l_{pp} = c/f_r$  的整数  $q$  倍数,即路径长度差  $q \times l_{pp}$  时获得一个最大互相关,这里  $f_r$  是飞秒激光器的脉冲重复频率, $c$  是真空中光速;在色散媒介中,可以得到  $l_{pp} = c/(n_{ge} \times f_r)$ ,其中  $n_{ge}$  表示媒介的群折射率,由于群速度色散,形成的互相关信号加宽且强度变弱.

参考和测量臂的电场分别为<sup>[12]</sup>

$$\begin{cases} E_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_1(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ E_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $a_1(\omega)$  和  $a_2(\omega)$  定义为脉冲的功率谱<sup>[13]</sup>,  $\omega$  是角频率,有

$$a_1(\omega) = \begin{cases} \exp[-(\omega\tau_p)^2/4\ln 2], & \text{Gaussian distribution} \\ \text{sech}^2[(\pi\omega\tau_p)/3.526], & \text{sech}^2 \text{ distribution} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\tau_p$  是半高全宽的脉冲宽度.

在频域下,式(1)可以写成

$$\begin{cases} E_1(t) = \sum_{m=1}^M a_{1,m} e^{i\omega_m t} \\ E_2(t) = \sum_{m=1}^M a_{2,m} e^{i\omega_m t} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\omega_m$  是由等间隔频率梳组成的锁模飞秒激光器发出的频率光谱<sup>[6]</sup>,  $a_{1,m}$  和  $a_{2,m}$  是在  $\omega_m$  下的光强.

将式(2)代入式(1),并且进行傅里叶反变换到时域,即

$$\omega_m = m\omega_r + \omega_0 \quad (4)$$

式中,  $\omega_r$  是重复角频率,有  $\omega_r = 2\pi f_r$ ,  $m$  是正整数,并且  $\omega_0$  是由激光腔中群速度和相速度的不同引起的频率偏移.

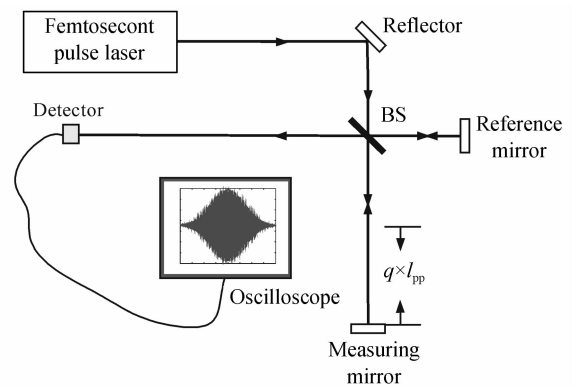


图1 光学示意图  
Fig. 1 Optical schematic

参考臂和测量臂在空气中分别传播距离  $d_1$  和  $d_2$ , 并且假设参考臂和测量臂的环境状态相同, 有

$$\begin{cases} E_1(t, d_1) = \sum_{m=1}^M a_m e^{i(\omega_m t - k_{1,m} d_1)} \\ E_2(t, d_2) = \sum_{m=1}^M a_m e^{i(\omega_m t - k_{2,m} d_2)} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $k_{1,m}$  和  $k_{2,m}$  是每个脉冲序列的波数. 忽略两臂中诸如温度、压强和湿度等环境参量的波动有

$$k = \omega_m n(\omega_m) / c \quad (6)$$

式中,  $n(\omega_m)$  是角频率  $\omega_m$  的空气折射率, 由 Ciddor 公式<sup>[11]</sup> 确定.

一阶互相关强度可以写成

$$I_\omega(t, d_1, d_2) = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* \quad (7)$$

由于光电探测器相比脉冲持续时间慢得多, 其时间积分强度为

$$\langle I_\omega(d_1, d_2) \rangle = \langle (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* \rangle \quad (8)$$

将式(5)代入式(8), 令  $D = d_2 - d_1$  有

$$\langle I_\omega(d_1, d_2) \rangle = 2 \sum_{m=1}^M |a_m|^2 \left( 1 + \cos \left( \omega_m n(\omega_m) \frac{D}{c} \right) \right) \quad (9)$$

式中,  $|a_m|^2$  是功率谱密度, 可以看出一阶互相关函数取决于激光光源的光谱分布, 而不取决于脉冲电场的信息.

## 2 数值模拟结果与分析

根据推导出一阶互相关函数式(9), 在空气中对不同频谱形状的脉冲序列的互相关进行仿真, 得出飞秒脉冲序列在色散媒介传播的特征.

### 2.1 互相关信号数值模型

建立的数值模型参量如下: 光谱的中心波长为 780 nm, 半高全宽大约为 24 nm. 频率偏移  $\omega_0 \approx 1.13 \times 10^7$  rad/s, 重复频率  $\omega_r \approx 6.2832 \times 10^9$  rad/s, 相当于腔长  $l_{pp} = 30$  cm, 周期  $T_r \approx 1$  ns, 光谱形状是高斯型和双曲正割型. 图 2 显示中心波长为 780 nm 的高斯分布和双曲正割分布的光谱和色散比较. 空气折射率采用的是 Ciddor 公式<sup>[11]</sup>, 假设大气条件为: 气压为 101.325 kPa, 温度为 20°C, 湿度为 50% 和二氧化碳含量为 450 ppm. 从图 2 可以看出, 由于光谱波长成分中空气折射率有所不同, 存在色散, 而空气色散对于飞秒脉冲在空气中传播的时间相关性至关重要<sup>[3]</sup>.

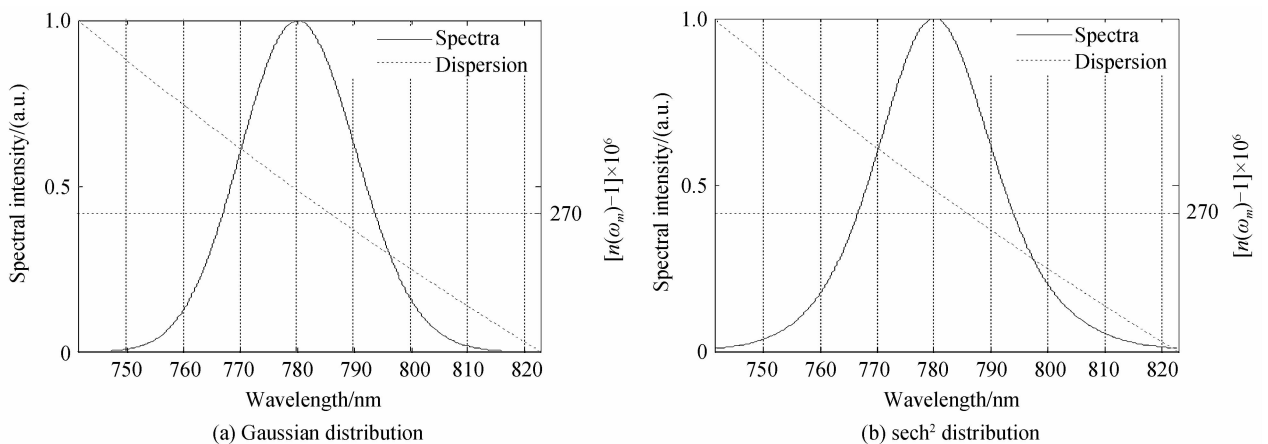


图 2 飞秒脉冲光谱和色散

Fig. 2 Optical spectrum and dispersion of the femtosecond pulse

根据式(9), 高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲在空气中分别传播 0 m 和 120 m 的互相关信号的比较如图 3. 可以看出, 随着传播距离的增加, 互相关信号宽度变宽并且强度变弱, 也就是说高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲的互相关信号具有稳定的啁啾和线性加宽. 互相关信号的最大值并不取决于  $L = q \times l_{pp}$ , 即飞秒脉冲在如空气这样的色散媒介中传播得到的互相关信号不仅仅取决于一个臂中的单个脉冲, 而且取决于不同

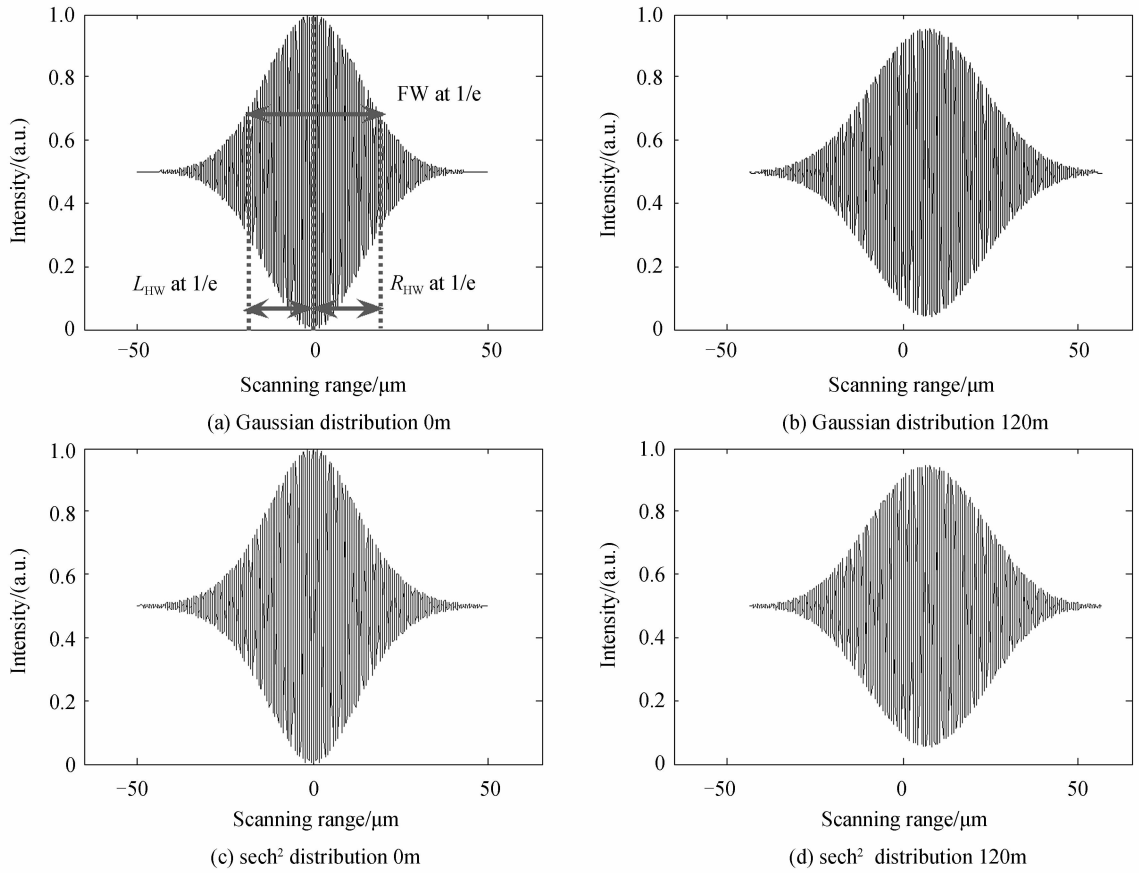


图3 高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲在空气中传播的互相关信号比较

Fig. 3 Comparison of the cross-correlation signal between Gaussian and  $\text{sech}^2$  distribution of femtosecond pulse propagating in air

延迟的脉冲之间的干涉。FW<sub>1/e</sub>、R<sub>HW</sub>和L<sub>HW</sub>分别表示在最大值1/e处的全宽,左边半宽和右边半宽,如图3(a)。定义啾啾率 $n_{\text{chirpratio}}$ 和对称性 $n_{\text{symmetricrate}}$ 为

$$n_{\text{chirpratio}} = \text{FW}_{1/e,L} / \text{FW}_{1/e,0} \quad (10)$$

式中,FW<sub>1/e,0</sub>和FW<sub>1/e,L</sub>分别为在空气中传播0和L<sub>m</sub>时最大值1/e处的全宽。

$$n_{\text{symmetricrate}} = R_{\text{HW}} / L_{\text{HW}} \quad (11)$$

中心波长为780 nm的高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲在空气中传播的互相关信号的最大强度值比较、啾啾率比较和对称性比较如图4。从图4(a)看出,随着传播距离的增加,互相关信号的最大值强度逐渐变

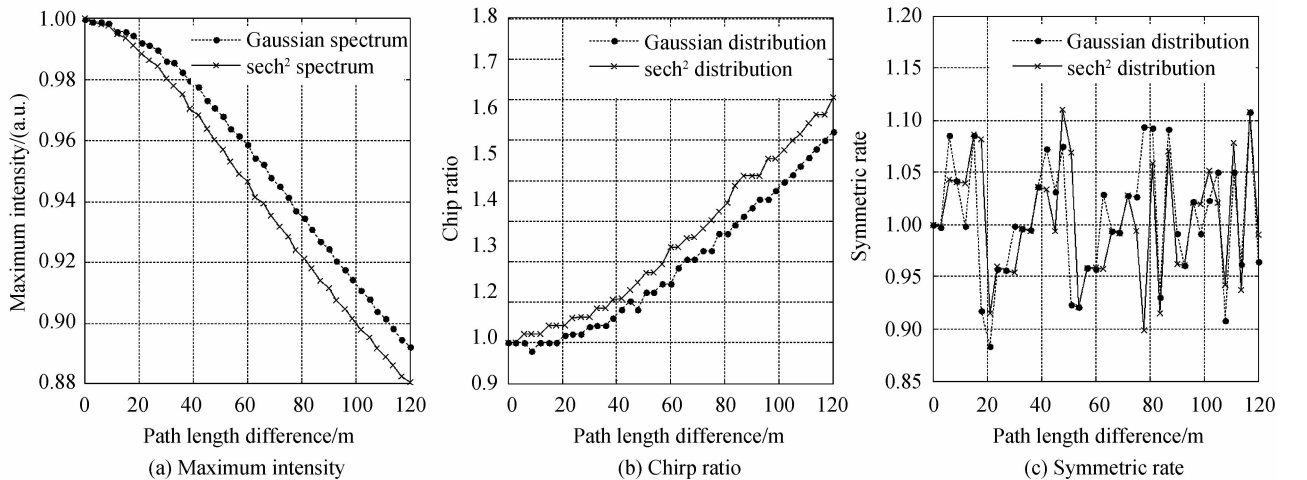


图4 高斯和双曲正割分布的互相关信号比较

Fig. 4 Comparison of the cross-correlation signal between Gaussian and  $\text{sech}^2$  distribution

小,而且双曲正割分布的飞秒脉冲的互相关信号的最大强度值相比高斯分布的变化稍大.图 4(b)表示,随着传播距离的增加,互相关信号的宽度逐渐变宽,并且双曲正割分布的飞秒脉冲的互相关信号的宽度比高斯分布的变化稍大,即双曲正割分布的飞秒脉冲的啁啾率高于高斯分布.从图 4(c)得到,随着传播距离的增加,高斯和双曲正割分布的飞秒脉冲在空气中传播的互相关信号的对称性在 0.88~1.12 之间上下波动,表明互相关信号的加宽呈线性.

### 2.2 空气折射率对互相关信号的影响

大气压强、温度、湿度和二氧化碳含量等大气条件变化,将引起飞秒脉冲光谱各波长成分的空气折射率的变化,继而引起平均群折射率  $n_{ge}$  的变化,从而导致飞秒脉冲间互相关图案条纹最大值位置的变化.但是,对于气压、温度、湿度和二氧化碳含量等大气参量的微小变化,互相关信号仅仅作线性移动,而不产生任何额外的线性加宽或啁啾.

温度和压强的微小变化,对于中心波长为 780 nm 的高斯分布飞秒脉冲在 30 m 传播距离中的互相关模型的影响如图 5.首先,将大气压强为 101.325 kPa,温度为 20℃,湿度为 50%和二氧化碳含量为 450 ppm 的互相关图案作为基准,设置互相关最大值的条纹位置作为参考位置“0”中心.从图 5(c)可以看出,温度提高 0.5℃,互相关图案最大值相比参考基准移动了 15.0  $\mu\text{m}$ ;压强提高 100 Pa,互相关图案向反方向移动了 8.8  $\mu\text{m}$ ,如图 5(d).这是由于环境参量的微小变化引起了空气折射率的细微变化,继而影响群折射率  $n_{ge}$  的变化,最终影响了互相关图案.但是,从仿真结果可以看出,互相关图案仅仅作线性移动,而没有任何额外的线性加宽或啁啾现象.

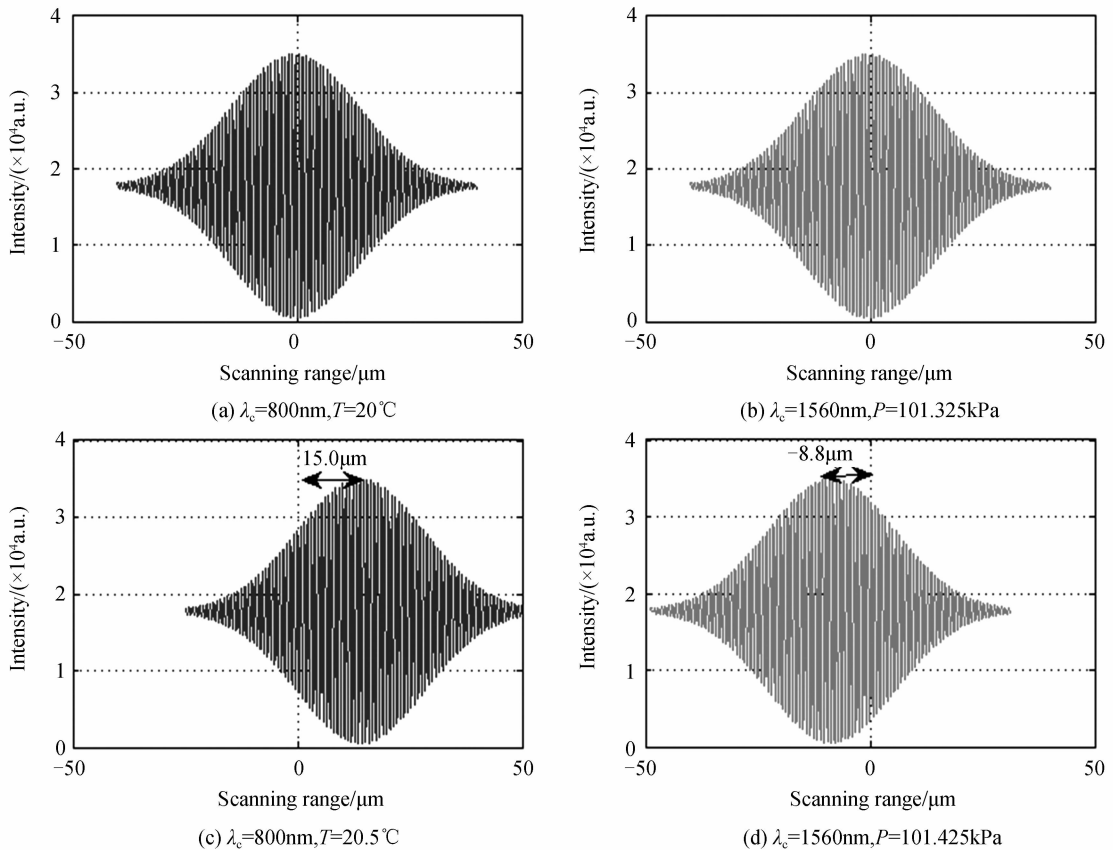


图 5 温度和气压对距离差为 30 m 的互相关模型的影响

Fig. 5 Effect of temperature and pressure on the cross-correlation model with the path length difference of 30 m

由大气参量的微小变化引起的中心波长为 780 nm 的高斯分布的飞秒脉冲在空气中分别传播 30 m、60 m、90 m 和 120 m 时的互相关信号最大值移动情况如图 6.从图 6(a)可以看出随着压强的增大,飞秒脉冲之间的互相关信号往反方向移动;由图 6(b)得到,随着温度的增加,飞秒脉冲之间的互相关信号往正方向移动;图 6(c)显示,随着湿度的提高,飞秒脉冲之间的互相关信号往正方向移动;由图 6(d)可得,随着二氧化碳含量的增加,飞秒脉冲之间的互相关信号往反方向移动.大气压强、温度、湿度和二氧化碳含量等大气条件的

变化与互相关信号的移动量是呈线性关系的. 并且温度变化对飞秒脉冲产生的互相关图案移动量的影响最大, 气压的影响和湿度的变化对互相关图案移动量的影响次之, 二氧化碳含量的影响对互相关图案移动量的影响最小.

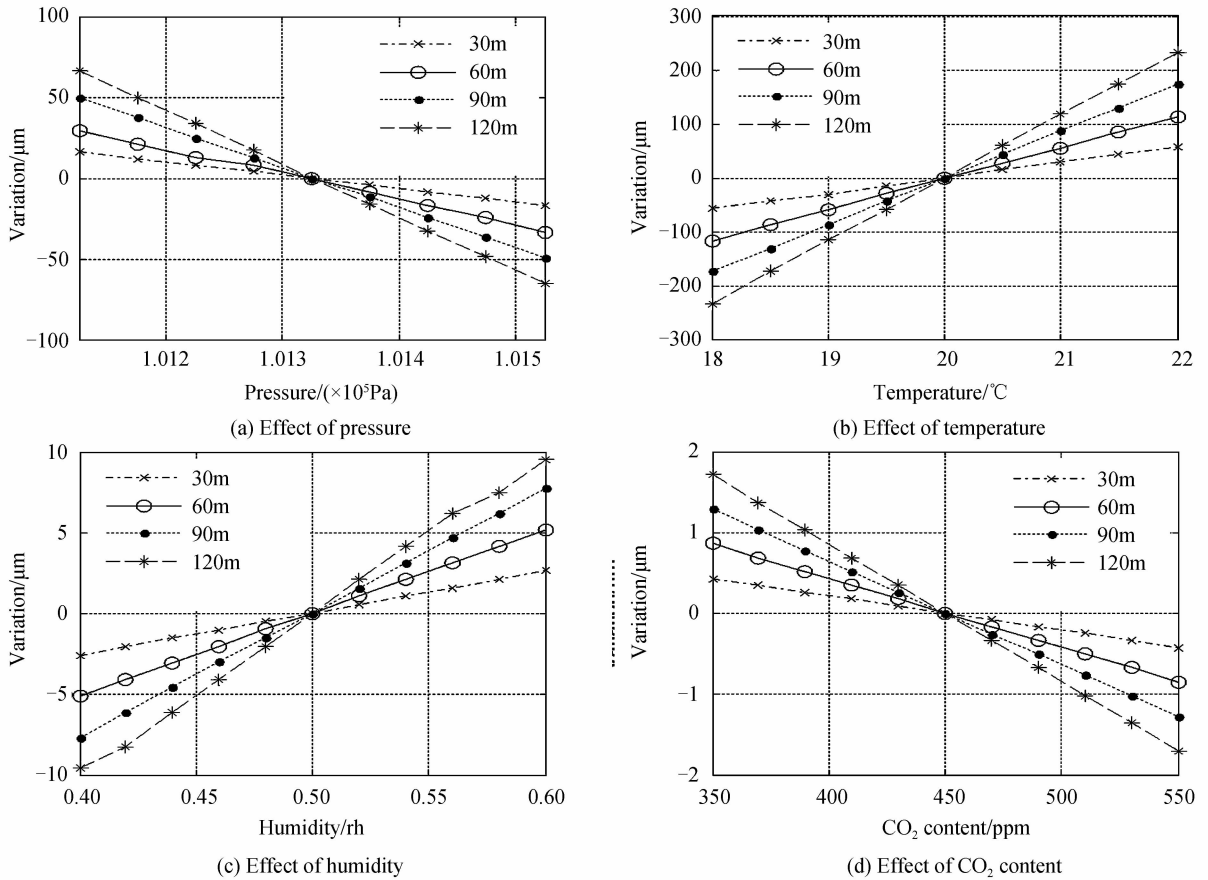


图6 环境参量对互相关信号的影响

Fig. 6 Effect of environmental parameters on the cross-correlation signal

### 3 结论

在色散脉冲传播理论的基础上, 推导了飞秒脉冲间的互相关方程, 建立了飞秒脉冲序列在空气中传播的时间相干数值模型. 通过数值模拟表明, 随着传播距离的增加, 飞秒脉冲间的互相关信号呈稳定啁啾及线性加宽, 而在传播距离不变的情况下, 大气参量的影响只对互相关信号作线性移动. 特别提出啁啾率 and 对称率, 并分析随着传播距离的增加, 啁啾率 and 对称率的变化情况. 该模型可以用来推导得出任何可见光的群折射率, 并且仿真出任意距离下互相关干涉条纹的形状. 这些无疑对于指导绝对距离测量、空气群折射率测量以及精确表面轮廓测量具有十分重要的意义. 下一步, 将在不对称脉冲的互相关信号的变化, 以及互相关连续模型这两方面展开进一步研究工作.

#### 参考文献

- [1] ZHU J, CUI P, GUO Y, *et al.* Pulse-to-pulse alignment based on interference fringes and the second-order temporal coherence function of optical frequency combs for distance measurement[J]. *Optics Express*, 2015, **23**(10): 13069-13081.
- [2] XU Zhen-xin, YANG Xiao-ping, LIU Wei, *et al.* Femtosecond laser double pulse autocorrelation measurements and research of fitting method[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(11): 1114003.  
徐振新, 杨晓苹, 刘伟, 等. 自相关法测量飞秒激光双脉冲若干参量的研究[J]. *光子学报*, 2014, **43**(11): 1114003.
- [3] XU Yan, ZHOU Wei-hu, LIU De-ming. Numerical experiment and analysis of cross-correlation between pulses of femtosecond laser sequence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, **38**(11): 1108002.  
许艳, 周维虎, 刘德明. 飞秒激光脉冲序列互相关的数值模拟与分析[J]. *中国激光*, 2011, **38**(11): 1108002.
- [4] YE J. Absolute measurement of a long, arbitrary distance to less than an optical fringe[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**

- (10): 1153-1155.
- [5] XU Xin, FENG Ye, LIU Yuan-shan, *et al.* Frequency linkage between the dual frequency combs based on the polarization-maintaining femtosecond fiber laser[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(6): 0614001.  
徐昕, 冯野, 刘元山, 等. 全保偏双飞秒光纤光频梳系统的频率联动特性[J]. 光子学报, 2016, **45**(6): 0614001.
- [6] ZEITOUNY M G, CUI M, BHATTACHARYA N, *et al.* From a discrete to a continuous model for inter-pulse interference with a frequency comb laser[J]. *Physical Review A*, 2010, **82**: 023808.
- [7] CUI M, SCHOUTEN R N, BHATTACHARYA N, *et al.* Experimental demonstration of distance measurement with a femtosecond frequency comb laser[J]. *Journal of the European Optical Society, Rapid Publications*, 2008, **3**: 08003.
- [8] CUI M, ZEITOUNY M G, BHATTACHARYA N, *et al.* High-accuracy long-distance measurements in air with a frequency comb laser[J]. *Optics Letters*, 2009, **34**(13): 1982-1984.
- [9] ZHANG J, LU Z H, MENEGOZZI B, *et al.* Application of frequency combs in the measurement of the refractive index of air[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2006, **77**: 083104.
- [10] OH J S, KIM S W. Femtosecond laser pulses for surface-profile metrology[J]. *Optics Letters*, 2005, **30**(19): 2650-2652.
- [11] Refractive index of air calculator based on modified Ciddor equation, <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp>.
- [12] ZEITOUNY M, BHATTACHARYA N, URBACH H P, *et al.* Theoretical study of long distance measurement using frequency comb laser[C]. SPIE, 2008.
- [13] 张志刚. 飞秒激光技术[M]. 北京:科学出版社, 2011: 6-14.