

doi: 10.3788/gzxb20174604.0410002

改进的傅里叶域小波域联合去模糊算法

潘泽^{1,2}, 谭政¹, 吕群波¹

(1 中国科学院光电研究院 计算光学成像技术重点实验室, 北京 100094)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 傅里叶域与小波域的联合去模糊算法在低噪声时具有优越的恢复效果, 但是这种联合去模糊算法并不适用于含噪声的模糊图像. 为了解决这一问题, 本文将先验约束分别引入傅里叶域的去模糊步骤和小波域的去噪步骤. 在傅里叶域, 用矩阵形式表示目标函数. 对目标函数添加平滑约束并且通过噪声水平和模糊图像高频信息计算得到平滑约束项的滤波系数. 同样方式, 在小波域对小波域目标函数添加能量约束, 实现小波域目标函数的正则化过程. 分析傅里叶域的噪声放大程度, 通过傅里叶域的滤波系数计算得到小波域能量约束的滤波系数. 傅里叶域的平滑约束可以抑制滤波过程中噪声的产生, 小波域的能量约束可以提高小波域滤波的鲁棒性. 仿真实验表明, 改进的算法相比于原始算法具有更好的鲁棒性, 可以有效提高图像的恢复质量. 对于噪声标准差为 0.01~0.1 的模糊图像, 改进算法恢复图像峰值信噪比比原始算法恢复图像的峰值信噪比高 1 左右. 并且改进算法对于高斯型点扩散函数误差具有鲁棒性, 当点扩散函数估计方差与实际方差相差 0.4 时, 改进算法的恢复效果仍优于原始算法.

关键词: 图像复原; 正则化; 傅里叶域; 小波域; 逆问题

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)04-0410002-8

Improved Fourier Domain and Wavelet Domain Deconvolution Algorithm

PAN Ze^{1,2}, TAN Zheng¹, LÜ Qun-bo¹

(1 Key Laboratory of Computation Optical Imaging Technology, Academy of Opto-electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Fourier and Wavelet domain based on deconvolution algorithm has a massive superiority over others when the noise level of blurred image is low. However, this kind of method will lead to a bad result when the blurred image is noisy. In this paper, to solve this problem, two constrained terms were introduced into Fourier domain filter and Wavelet domain filter correspondingly. In Fourier domain, the objective function was performed in a matrix form and was added with Laplacian regularization. The parameter of this regularization term was computed from the noise power and the power of high frequencies. Similarly, the objective function in Wavelet domain was equipped with power constrain and the parameter of power constrain term was a function of the parameter of Laplacian regularization term. The Laplacian regularization term reduced the power of error caused by Fourier domain and the power constrain enhanced the anti-noise ability of Wavelet domain filter. Experiments showed that the improved algorithm led to a better results with stronger robustness. The peak signal to noise ratio of the improved algorithm was averagely 1 more than the number of initial algorithm, when the standard deviation of noise ranged from 0.01 to 0.1. And the robustness to point spread function was shown. Even when the variance of Gaussian point spread function deviated about 0.4 away from the ground truth, the peak signal to noise ratio of the improved algorithm was higher than the number of initial algorithm.

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61505219)资助

第一作者: 潘泽(1990-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为图像超分辨率重建算法研究. Email: panze@aoe.ac.cn

导师(通讯作者): 吕群波(1979-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为计算光学技术. Email: lvqunbo@aoe.ac.cn

收稿日期: 2016-10-09; 录用日期: 2017-01-17

<http://www.photon.ac.cn>

Key words: Image restoration; Regularization; Fourier domain; Wavelet domain; Inverse problem

OCIS Codes: 100.1830; 100.3190; 100.2980

0 引言

图像退卷积一直是图像处理领域的经典问题. 按照处理工具的不同, 可以分为变换域和空域两类处理方法. 主流变换域为傅里叶域, 其相应变换为傅里叶变换. 基于傅里叶变换的退卷积算法由于计算方便, 物理意义明确而被广泛应用. 但是由于傅里叶变换本身的局限性, 基于傅里叶变换的退卷积算法都不可避免地具有如下缺点: 1) 有限宽频谱问题带来的振铃现象和强烈的不稳定性, 前者会直接导致图像出现虚假边缘的现象, 而后者直接导致噪声情况下恢复误差的大幅增加; 2) 傅里叶域只能进行线性操作, 这导致先验信息无法引入以及非线性操作无法进行等问题. 而基于空域的退卷积算法克服了上述两个问题. 空域法第一类为正则化方法, 其中最为广泛适用的是 Rudin 提出的全变分模型^[1]. Vogel 随后将全变分 (Total Variation, TV) 先验应用到去模糊过程^[2]. TV 模型将图像梯度域的稀疏性作为约束信息, 可以有效去除噪声, 但是对于图像的边缘也进行了抑制. 为了解决这一问题, 很多基于 TV 模型的自适应算法被提出^[3-5], 这些算法将图像的边缘区域和图像的平坦区域区别对待. 于此同时也有很多文献基于 TV 模型的理念优化了 TV 先验项. Jianlou Xu 等通过将 L1 范数的分离技术应用到 TV 先验项中, 避免了直接对退化图像的变分, 从而提高了 TV 先验性的准确性^[6]. Farsiu 等将几何相似度引入 TV 模型提出了双边滤波 (Bilateral Total Variation, BTW)^[7]. 这些改进方法一定程度上抑制了 TV 模型的缺陷, 但是 TV 模型本质上还是无法解决较弱的边缘信息被掩盖的缺点. 空域法中另一类主要方法为最大后验概率算法 (Maximum a Posteriori, MAP)^[8-9]. MAP 算法将图像看做满足马尔科夫过程的二维格子, 认为当图像为清晰图像是后验概率最大. MAP 从统计角度处理图像需要精确的统计参量, 而很多情况下, 这些参量并不能准确得到. John Wright 等于 2010 年提出了图像稀疏先验的去模糊算法^[10]. 稀疏先验的一个重要优势就是由于先验信息的稀疏特性, 仅仅需要对一小部分值进行处理就可以得到准确结果, 不仅恢复效果好而且计算方便. Liangtian He 提出了基于小波变换的系数先验^[11], 将图像小波变换后自有稀疏的特性作为稀疏先验的直接提取. 利用小波变化直接提取稀疏先验具有天生的优势, 因为小波变换后图像具有稀疏性而噪声却分布在整个小波域, 这对于噪声的处理极为方便. 空域算法虽然具有比较优越的恢复效果, 但是计算复杂. 这些算法虽然恢复效果各有不同, 但其本质思想都是将退卷积过程考虑为一个逆问题从而“一步”求解出原始图像. 这种“一步到位”思路具有一定的局限性, 在大多退卷积方法都趋于成熟的今天, 想要弥补该方法的不足变得尤为困难. 2004 年 Ramesh Neelamani 首次将退卷积问题分为两个问题来解决, 即去除点扩散函数带来的影响和去除噪声带来的影响, 提出了傅里叶小波域联合去模糊算法 (Fourier_wavelet Regularized Deconvolution, ForWaRD)^[12]. 前者在傅里叶域进行, 后者在小波域进行. ForWaRD 算法中小波域去噪实质上是对傅里叶域滤波误差的矫正. 但是 ForWaRD 算法仅仅适用于低噪声情况, 这是因为进行傅里叶域滤波时, 如果图像丢失信息较少, 那么噪声就会得到放大, 放大后的噪声会对小波域滤波造成很大的影响, 从而降低整体恢复质量. ForWaRD 算法除了优越的恢复效果外, 还具有较快的实现速度. 2014 年, Timothy 以 ForWaRD 算法为基础实现了视频图像的实时处理^[13].

本文通过分析 ForWaRD 算法的局限性, 将平滑约束和能量约束分别加载到傅里叶域和小波域滤波中, 提出约束傅里叶小波域联合去模糊算法 (Constrained Fourier_wavelet Regularized Deconvolution, CForWaRD). 分析了 ForWaRD 算法的恢复误差以及局限性. 介绍了改进算法 CForWaRD 的原理, 并分析了其关键参量的选取. 最后对 CForWaRD 算法进行仿真实验, 并分析了其恢复误差和鲁棒性.

1 ForWaRD 算法

ForWaRD 算法的核心思想为先在傅里叶域消除点扩散函数带来的模糊效果, 再在小波域考虑图像本身的噪声以及去模糊过程对噪声的放大问题.

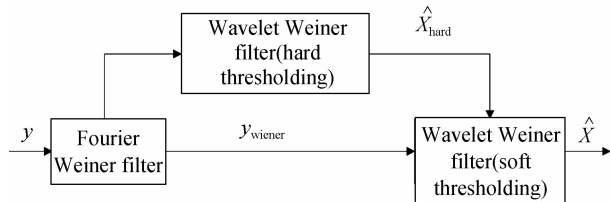


图 1 算法流程

Fig. 1 Algorithm diagram

图 1 为 ForWaRD 算法的基本原理.

1.1 ForWaRD 算法的基本原理

成像过程中由于受到模糊和噪声的影响,最终得到的图像 y 可以表示为

$$y = h * x + n \quad (1)$$

式中, x 为原始图像, $*$ 代表卷积操作, h 为点扩散函数(Point Spread Function, PSF), n 表示成像过程中引入的随机白噪声. 将退化过程在傅里叶域表示则有式(2), Y , X 以及 H 和 N 分别为 y , x , h , n 的傅里叶变换.

$$Y(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) \cdot X(f_x, f_y) + N(f_x, f_y) \quad (2)$$

ForWaRD 算法对退化图像处理的第一步是进行傅里叶域的维纳滤波(Fourier Wiener Filter, FWF)^[14]. 维纳滤波的修正系数在傅里叶域表示为

$$\lambda_f(f_x, f_y) = \frac{|H(f_x, f_y)|^2}{|H(f_x, f_y)|^2 + \delta} \quad (3)$$

式中, $\lambda_f(f_x, f_y)$ 表示维纳滤波器在 f_x, f_y 处的值, α 为维纳滤波中的正则系数, N 为图像的像素数目, σ^2 为噪声的方差. 因此, 维纳滤波的滤波过程可以表示为式(4), $Y_{\text{wiener}}(f_x, f_y)$ 表示退化图像经过维纳滤波后在频域 f_x, f_y 处的值, 即

$$Y_{\text{wiener}}(f_x, f_y) = \frac{\lambda_f(f_x, f_y) \cdot Y(f_x, f_y)}{H(f_x, f_y)} \quad (4)$$

Y_{wiener} 的逆傅里叶变换 y_{wiener} 可以近似看作为低信噪比的“清晰”原图.

ForWaRD 算法的第二步是将维纳滤波后的 y_{wiener} 在小波域进行去噪处理. 这里使用的去噪算法为小波域维纳滤波算法(Wavelet Wiener Filter, WWF), 如式(5), (6)所示. 式(5)表示小波域系数的滤波系数的计算方式, 式(6)描述了具体的滤波过程.

$$\lambda_{w,j}(m, n) = \frac{|W_j^x(m, n)|^2}{|W_j^x(m, n)|^2 + \sigma_j^2} \quad (5)$$

$$W_j^{\hat{x}}(m, n) = \lambda_{w,j}(m, n) \cdot W_j^{\text{ywiener}}(m, n) \quad (6)$$

$$\sigma_j^2 = \sum_{f_x, f_y} \sum_i |\lambda_f(f_x, f_y)|^2 \frac{\sigma^2 |\psi_{j,m,n}^i(f_x, f_y)|^2}{|H(f_x, f_y)|^2} \quad (7)$$

式中, $\lambda_{w,j}(m, n)$ 为 WWF 滤波器在 j 尺度下 (m, n) 处的小波系数的滤波系数. $W_j^x(m, n)$ 表示原图 x 在 j 尺度下 (m, n) 处的小波系数. σ_j^2 表示 j 尺度下小波系数的噪声方差, 如式(7)所示. $i \in \{H, V, D\}$, 表示不同方向的小波函数. $\psi_{j,m,n}^i$ 是小波函数 $\varphi_j^i(m, n)$ 的傅里叶变换. $W_j^{\hat{x}}(m, n)$ 为最终估计得到的小波系数, $W_j^{\text{ywiener}}(m, n)$ 表示 y_{wiener} 相应位置的小波系数. 这里需要注意的是, 为了表述的简洁性, 本文仅讨论小波系数的相关过程. 但是相应的结论对于尺度函数系数也同样适用.

在实际过程中, $W_j^x(m, n)$ 是未知的, 所以在计算 WWF 前, 需要进行硬阈值处理(hard threshold)来估算 $W_j^x(m, n)$. 硬阈值处理可以表示为

$$\lambda_{w,j}^{\text{hard}}(m, n) = \begin{cases} 1 & |W_j^{\text{ywiener}}(m, n)| > \rho_j \sigma_j \\ 0 & |W_j^{\text{ywiener}}(m, n)| < \rho_j \sigma_j \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\lambda_{w,j}^{\text{hard}}(m, n)$ 表示硬阈值处理的滤波系数. ρ_j 表示 j 尺度下的阈值系数. 需要注意的是, 式(8)中的 $W_j^{\text{ywiener}}(m, n)$ 与式(6)中的并不相同. 得到它们的小波函数并不是同一组. 通过以上两次滤波, ForWaRD 算法可以在保留图像细节信息的同时去除噪声和模糊.

1.2 ForWaRD 算法的误差分析

ForWaRD 算法仅仅适用于低噪声的情况, 当信噪比较低时 ForWaRD 算法恢复效果较差. 其原因是低信噪比会造成傅里叶域滤波误差增加, 进而导致小波域恢复误差加剧. ForWaRD 算法的恢复误差由每个尺度下的误差 MSE_j 加和计算. MSE_j 可以近似估计^[12]为

$$\text{MSE}_j \approx \text{MSE}_j = \frac{1}{N} \sum_{m,n} \sum_{f_x, f_y} \sum_i |X|^2 |\psi_{j,m,n}^i|^2 |1 - \lambda_f|^2 + \sum_{m,n} \min(|W_j^{\hat{x}}(m, n)|^2, \sigma_j^2) \quad (9)$$

式中, 第一项表示 j 尺度下傅里叶域操作造成的误差, 第二项表示小波域 j 尺度范围操作变成的误差.

因此,误差来源分别有两种:傅里叶域滤波造成误差,WWF 滤波算法本身的误差.这两种误差会随着噪声强度的变化而变化,如图 2 所示,纵坐标为恢复图像和原始图像的方均根误差 R ,横坐标为 $10\lg(1+1000\delta)$,可以看到当噪声水平增加时,小波域滤波误差增加,而傅里叶域误差随滤波参量增加而迅速增加,这会导致整体恢复误差在较高噪声时急剧增大.

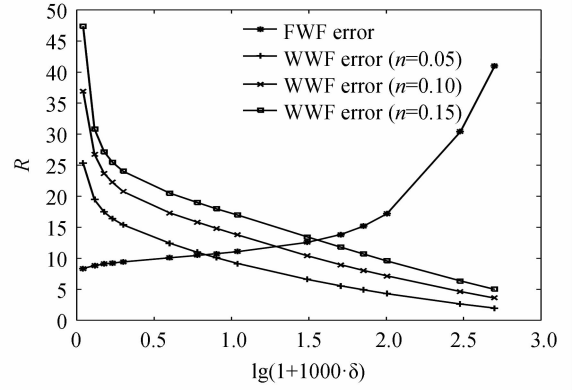


图 2 ForWaRD 算法恢复误差

Fig. 2 ForWaRD restoration error

2 CForWaRD 算法

2.1 基本原理

由第 1 节分析可知,ForWaRD 算法仅适合低

噪声的情况,这是因为 WWF 和 FWF 不能兼顾导致的.造成这一矛盾的根本原因在于缺乏合适的正则项使 FWF 对于噪声进行适当的抑制.因此本文将约束最小二乘滤波引入到 ForWaRD 计算体系中.一般的约束最小二乘作为滤波器可以表示为

$$\mathbf{X} = \arg \min_{\mathbf{X}} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2) \quad (10)$$

式中, \mathbf{X} 是需要求解的图像, \mathbf{H} 是图像的模糊矩阵,表示点扩散函数的卷积过程, \mathbf{Y} 是得到的退化后的图像, \mathbf{D} 表示一种高频滤波器或者能量的度量. $\|\mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2$ 作为正则项可以有效解决图像复原中的不适定问题, λ 则表征了正则项的大小.根据帕斯瓦尔定理,式(10)同样可以用于傅里叶域和小波域.因此 ForWaRD 框架下的约束最小二乘可以通过式(11)表示.式(11)中第一个式子代表去模糊的步骤,第二个式子代表去噪的步骤.其中 \mathbf{X}_n 作为第二个式子的输入,表示经去模糊处理后得到的“清晰”的含噪声图像. $\hat{\mathbf{X}}$ 是估计的理想图像,对应于 ForWaRD 算法中经硬阈值处理后的图像.

$$\begin{cases} \mathbf{X}_n = \arg \min_{\mathbf{X}_n} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}_n\|_2^2 + \lambda_1 \|\mathbf{D}_1 \mathbf{X}_n\|_2^2) \\ \mathbf{X} = \arg \min_{\mathbf{X}} (\|\mathbf{X}_n - \mathbf{X}\|_2^2 + \lambda_2 \|\mathbf{D}_2 \mathbf{X}\|_2^2) \end{cases} \quad (11)$$

相较于原始的 ForWaRD 算法,这种新的计算框架可以引入多种先验项的约束.这种约束的引入会使去模糊步骤的噪声得到一定的抑制,进而改善最终处理结果.

这两步并非是独立的,首先 \mathbf{X}_n 作为第一步所得结果应作为第二步的输入初值使用,其次, λ_1 直接决定了 λ_2 的选取从而最终决定了最终恢复效果.

对于 λ_1 而言,当 λ_1 取值较小时,去模糊操作丢失信息较少,但是噪声放大十分严重,后续去噪处理会造成很大的误差.当 λ_1 取值较大时,去模糊操作造成的误差就迅速增加.因此 λ_1 必须同时兼顾去模糊和去噪的误差,令 λ_1 为

$$\lambda_1 = k \times \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}\|_2}{\|\mathbf{D}_1 \hat{\mathbf{X}}\|_2} \quad (12)$$

对于 λ_2 而言,其取值实际上由 \mathbf{X}_n 的噪声程度和正则项共同决定,但是一旦正则项确定下来,其取值仅被噪声水平影响.而 \mathbf{X}_n 作为第一步的结果,其噪声程度由 λ_1 控制.若采用文献[15]的参量计算方法,则 λ_2 可以通过式(13)~(14)表示,即

$$\lambda_2 = f(\lambda_1) = \mu_{D_2} \frac{\|\mathbf{X}_n - \mathbf{X}\|_2}{\|\mathbf{D}_2 \mathbf{X}\|_2} = \frac{\mu_{D_2} \times n_{X_n}}{\|\mathbf{D}_2 \mathbf{X}\|_2} \quad (13)$$

$$\mu_{D_2} = \frac{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})}}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2)}} \quad (14)$$

n_{X_n} 表示 \mathbf{X}_n 的噪声水平.如果假定噪声为均值为 0 方差为 σ^2 的高斯白噪声则有

$$n_{X_n} = \sum_c (\mathbf{K}(f_x, f_y) * \mathbf{N}(f_x, f_y))^2 = \sigma^2 \sum_c \mathbf{K}(f_x, f_y)^2 \quad (15)$$

式中, $\mathbf{K}(f_x, f_y)$ 表示去模糊过程中傅里叶域的滤波器形式. 考虑到有时傅里叶域滤波形式并不容易简洁表达, 并且 \mathbf{X}_n 可以有显式表达, 将式(16)转化到空域可得式(17). 其中 $k(x, y)$ 为 $\mathbf{K}(f_x, f_y)$ 对应的空域表达. $\delta(x, y)$ 为点冲击函数, 其大小与图像大小一致, \mathbf{X}_δ 为其相应的字典排列向量.

$$n_{\mathbf{X}_n} = \sigma^2 \sum_c (k(x, y) * \delta(x, y)) = \sigma^2 \| (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda_1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{X}_\delta \|_2^2 \quad (16)$$

进而最终复原图像可以表示为

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I} + f(\lambda_1) \mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2)^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda_1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y} \quad (17)$$

2.2 算法实现

现实两步去模糊需要对式(11)依次求解. 实现两步去模糊时分别在傅里叶域和小波域进行求解, 一方面噪声在小波域和傅里叶域的系数差异很大, 在傅里叶域噪声在整个频谱范围内都存在, 而在小波域, 图像可以通过小部分小波系数表达, 而在其他部分的小波系数几乎为零. 这本质上也是一种稀疏的表示, 只不过是从小波变换得到的而不是具体的某一种算符. 这种稀疏的特性使得图像进行复原时仅仅需要考虑一小部分的小波系数即可, 一方面可以提高恢复准确度, 另一方面可以减少计算. 同时在傅里叶域和小波域的直接滤波无需迭代可以直接使用快速傅里叶变换和快速小波变换. 相比于快速傅里叶、小波变换迭代求解无论使用模糊搜索还是共轭梯度下降法都需要在每一次迭代中计算多次目标函数, 这在工程上实现起来都很不方便.

为了方便计算, 采用拉普拉斯算符作为去模糊的约束, 直接使用能量约束作为去噪操作的约束, 即

$$\begin{cases} \| \mathbf{D}_1 \mathbf{X} \|_2^2 = \sum_{a,b} | \nabla^2 x(a, b) |^2 \\ \| \mathbf{D}_2 \mathbf{X} \|_2^2 = \| \mathbf{X} \|_2^2 \end{cases} \quad (18)$$

它的傅里叶域的最优解可以用式(19)~(20)表示, 其中, $P(f_x, f_y)$ 是 p 的傅里叶变换.

$$\mathbf{K}(f_x, f_y) = \frac{|\mathbf{H}(f_x, f_y)|^2}{|\mathbf{H}(f_x, f_y)|^2 + \lambda_1 |P(f_x, f_y)|^2} \quad (19)$$

$$p(a, b) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

对于小波域而言

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{X}_n \quad (21)$$

式中, \mathbf{W} 为正交小波变换方阵, \mathbf{H} 表示阈值控制对角阵. 对 \mathbf{H} 使用维纳滤波来进行阈值处理

$$\mathbf{H}(i) = \frac{|\mathbf{W}(i)|^2}{|\mathbf{W}(i)|^2 + \sigma^2} \quad (22)$$

式(22)要求已知 $\mathbf{W}(i)$, 因此对 \mathbf{X}_n 先进行一次估计处理(如图3所示), 即利用式(21)先估计出 $\hat{\mathbf{X}}$, 再计算其小波系数. 为了估计的准确性, 用式(23)计算 \mathbf{H} , 式中 σ_i^2 为小波系数方差.

$$\mathbf{H}_1(i) = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \sigma^2} \quad (23)$$

设 Ω 为以 $\mathbf{W}(i)$ 中心的相邻系数集合, 简称邻域窗. 当窗的尺寸足够小时, 可以认为窗内的小波系数具有相同的统计特性. M 为窗内小波系数个数. 则小波系数方差 σ_i^2 的最大似然估计为^[16]

$$\sigma_i^2 = \max(0, \frac{1}{M} \sum_{l \in \Omega} |\mathbf{W}(l)|^2 - \sigma^2) \quad (24)$$

如果采用与图2相同的坐标定义方式, 对CFORWaRD进行误差分析可以得到图4, 其中小波域滤波误差(Wavelet Domain Filter, WDF)随滤波系数增加而减少, 傅里叶域滤波误差(Fourier Domain Filter, FDF)随滤波系数增加而增加. 可以看到, 相比于图2, 去模糊误差曲线随滤波参量上升造成的增长非常平缓, 当噪声水平较高时, 即使取较大的滤波参量也不会造成最终恢复误差的急剧增加. 因此, ForWaRD算法

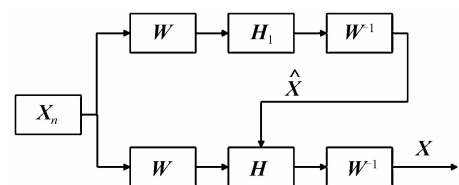


图3 小波域算法流程图

Fig. 3 Wavelet domain algorithm diagram

中傅里叶域滤波器与小波域滤波器不兼容的问题得到了改善,并且随着正则项的引入,CFoWaRD算法可以更好地适用于较高噪声的情况.对于时间复杂度而言,改进后的算法与改进前的FoWaRD几乎一致,其主要计算负担都为2次快速傅里叶变化和4次快速小波变换,并且不存在必须逐像素计算的计算步骤.滤波过程可以直接通过矩阵点乘的方式进行,而这一过程几乎不占用计算资源.在计算复杂度相近的情况下,CFoWaRD相较初始算法恢复效果明显提升.

3 实验分析与仿真

采用“lena”图像进行测试.测试硬件平台为64位Win7系统,搭载I5处理器,4Gb内存,软件平台为MATLAB2010. Lena图像为8位 256×256 灰度图,灰度值被归一化到0~1之间.图像评价指标为峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR).

对图像添加0.01的噪声,模糊核为方差为2的高斯模糊,通过FoWaRD算法,全变分(TV)算法以及本文的算法分别进行复原,并通过MATLAB tic/toc语句进行计时.复原结果如图5所示.可以看到,相较于图5(c),(d),(e),图(f)较为清晰,并且其PSNR明显高于其他图.



图5 复原图像
Fig.5 Restored images

为了确定本文方法对于较高噪声的适用性,对lena施加方差为1的高斯模糊,噪声方差分别为0.01, 0.05, 0.1.恢复指标PSNR如表1所示.可以看到,CFoWaRD可以在噪声较大的情况下取得较好的恢复效果.

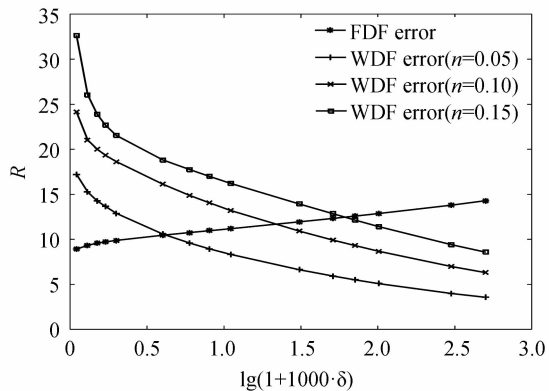


图4 CFoWaRD算法恢复误差
Fig.4 FoWaRD restoration error

表 1 不同噪声下恢复图像 PSNR

Noise	ForWaRD	CForWaRD
$n=0.01$	29.40	30.67
$n=0.03$	26.58	29.23
$n=0.05$	25.87	27.53
$n=0.08$	25.12	26.78
$n=0.1$	24.51	26.01

CForWaRD、ForWaRD 以及 TV 所对应用时分别为:0.472 s,0.448 s 和 26.307 s. 考虑到 TV 算法采用的是最速下降法并迭代次数为 50 次,对于 TV 算法的每次迭代时间为 0.526 s. 可以看到,CForWaRD 与 ForWaRD 有几乎相同的时间复杂度,但是 CForWaRD 对恢复效果有明显的提升.

在实际过程中,CForWaRD 算法要求已知 PSF 和噪声方差,因此 CForWaRD 算法还需协同 PSF 和噪声方差估计算法才能实现图像复原. 但是估计得到的 PSF 通常情况下会与真实 PSF 有偏差,因此很有必要验证 CForWaRD 算法对于 PSF 的鲁棒性. 对 lena 添加方差为 2 的模糊和标准差为 0.01 的高斯噪声. 在图像复原时,模糊核同样采用 10×10 大小的高斯模型,但是其方差设定为 1.6~2.4 之间. 恢复效果如图 6 所示. 可以看到,当 PSF 方差估计偏离 10% 时,PSNR 下降并不显著,当方差估计偏离 20% 时,恢复效果受到比较严重的影响. 需要注意的是,当方差取 1.6~2.3 之间时,恢复图像 PSNR 仍高于原始算法的 26.00. 因此,CForWaRD 算法对于 PSF 方差具有很好的鲁棒性.

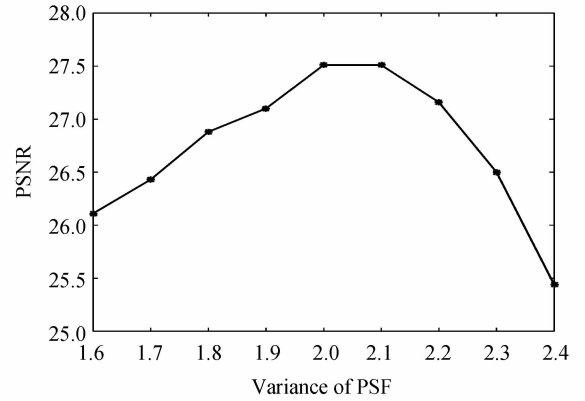


图 6 使用不同方差 PSF 恢复效果图 PSNR
Fig. 6 PSNR of restored image using PSF with different variance

4 结论

CForWaRD 通过引入平滑约束项和能量约束项,计算两步滤波的系数关系,改善了由频域滤波放大的噪声所引起的小波域恢复误差急剧增加的问题,取得了良好的恢复效果. 并且,对于噪声污染严重的情况 CForWaRD 也非常适用. 同时 CForWaRD 算法对于 PSF 具有很好的鲁棒性.

参考文献

- [1] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D*, 1992, **60** (1-4): 259-268.
- [2] VOGEL C, OMAN M. Fast, robust total variation based reconstruction of noisy, blurred images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, **7**(6): 813-824.
- [3] ZHANG Yan-yan, WANG Huan-huan, CHEN Su-ting. Adaptive optics image restoration based on Lucy-Richardson [J]. *Information Technology*, 2015, **12**: 35-37.
张艳艳,王欢欢,陈苏婷. 基于 Lucy-Richardson 的自适应光学图像复原[J]. 信息技术, 2015, **12**: 35-37.
- [4] WANG Can-jin, SHI Ning-ning, SUN Tao, et al. Image deblurring for laser active illumination based on light vein features [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, **24**(5): 1159-1167.
王灿进,石宁宁,孙涛,等. 基于光纹特征的激光主动照明图像去模糊[J]. 光学精密工程, 2016, **24**(5): 1159-1167.
- [5] CHEN Jian-jun, TIAN Feng-chun, LI Can. Image restoration based on adaptive p-laplace diffusions [J]. *Computer Engineering*, 2011, **37**(13): 208-209.
陈建军,田逢春,李灿. 基于自适应 P-Laplace 扩散的图像复原[J]. 计算机工程, 2011, **37**(13): 208-209.
- [6] XU Jian-lou, FENG Ai-fen, HAO Yan, et al. Image deblurring and denoising by an improved variational model [J]. *AEUE - International Journal of Electronics and Communications*, 2016, **70**(9): 1122-1133.
- [7] FARSIU S, ROBINSON D, ELAD M, et al. Fast and robust super-resolution [C]. International Conference on Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. IEEE, 2003: 291-294.
- [8] HALDER A, ADHIKARY A. Statistical physics analysis of maximum a posteriori estimation for multi-channel hidden

- markov models[J]. *Journal of Statistical Physics*, 2013, **150**(4): 744-775.
- [9] GUO Li, LIAO Yu, CHEN Wei-long, *et al.* Single video temporal super-resolution reconstruction algorithm based on maximum a posterior[J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, **34**(12): 3580-3584.
郭黎, 廖宇, 陈为龙, 等. 基于最大后验概率的单视频时间超分辨率重建算法[J]. *计算机应用*, 2014, **34**(12): 3580-3584.
- [10] WRIGHT J, MA Y, MAIRAL J, *et al.* Sparse representation for computer vision and pattern recognition[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, **98**(6): 1031-1044.
- [11] LIU Jian-wei, CUI Li-peng, LIU Ze-yu, *et al.* Survey on the regularized spares models[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2015, **07**: 1307-1325.
刘建伟, 崔立鹏, 刘泽宇, 等. 正则化稀疏模型[J]. *计算机学报*, 2015, **07**: 1307-1325.
- [12] NEELAMANI R, CHOI H, BARANIUK R. ForWaRD: Fourier-wavelet regularized deconvolution for ill-conditioned systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, **52**(2): 418-433.
- [13] DYSART T J, BROCKMAN J B, JONES S, *et al.* Embedded real-time HD video deblurring[C]. High Performance Extreme Computing Conference. IEEE, 2014: 1-6.
- [14] HAN Xiao-fang, HU Jia-sheng. Restoration of motion blur image and defocus blur image[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(1): 87-93.
韩小芳, 胡家升. 运动与离焦模糊图像的复原[J]. *光子学报*, 2012, **41**(1): 87-93.
- [15] ZIBETTI M V W, BAZAN F S V, MAYER J. Estimation of the parameters in regularized simultaneous super-resolution[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2011, **32**(1): 69-78.
- [16] KIVANC MIHCAK M, KOZINTSEV I, RAMCHANDRAN K, *et al.* Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coecients[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, **6**(12): 300-303.