doi:10.3788/gzxb20174603.0322003

大长宽比长条形 SiC 反射镜的优化设计与试验

魏磊1,2,张雷1,3,李宗轩1,马冬梅1,3

(1中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,长春130033)
 (2中国科学院大学,北京100039)
 (3长光卫星技术有限公司,长春130000)

摘 要:针对某离轴三反光学系统中的大长宽比长条形 SiC 反射镜镜面边缘随机振动加速度响应均方 根值过大的特点,提出一种采用"基结构法"的反射镜结构拓扑优化方法,以随机振动加速度响应均方根 值最小化为优化目标.首先对某初始反射镜结构进行有限元分析,发现反射镜镜面边缘点 Z 向加速度 响应均方根值过大.其次,应用连续体结构拓扑优化思想,以反射镜镜面边缘点的随机振动加速度响应 均方根值作为优化目标,以镜面峰谷值、镜体一阶约束频率作为约束条件,以反射镜筋板式基结构作为 优化空间,对反射镜镜体结构进行拓扑优化设计,得到了一种各项力学性能指标及面形精度均满足指标 要求的反射镜轻量化结构.最后,通过有限元分析与振动试验,验证了本文设计的反射镜结构拥有良好 的力学性能,其中反射镜镜体质量相比优化前降低了 13%,镜面边缘点的 Z 向随机振动加速度响应均 方根值降低了 58%,证明了本文优化方法的有效性.

关键词:长条形反射镜;面形精度;拓扑优化;随机振动;轻量化

中图分类号:V423.4+3 文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2017)03-0322003-7

Optimization Design and Test for Large Aspect Ratio Rectangular SiC Space Mirror

WEI Lei^{1,2}, ZHANG Lei^{1,3}, LI Zong-xuan¹, MA Dong-mei^{1,3}

(1 Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)
 (2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)
 (3 Chang Guang Satellite Technology LTD. Co, Changchun 130000, China)

Abstract: According to the characteristics of too large root mean-square value acceleration response of random vibration at edges of rectangular space mirror with large aspect ratio, this paper propose a topological optimization based on ground structure method to design the structure of rectangular space mirror, with the goal for minimizing the acceleration root-mean-square values of random vibration. Firstly, after the finite element method analysis to the initial rectangular space mirror structure, the author find that the acceleration root-mean-square values of random vibration at the edge of mirror is too large to meet the requirements of design. Based on continuum structural topology optimization thought, by using the acceleration root-mean-square values of random vibration at rectangular space mirror's edge as an optimization object, the optical aberration PV and the primary frequency of mirror as the design restraint, the rib plate type ground structure of mirror as the design variable, a topology optimization function is established. Futhermore, the new mirror based on the structure obtained by topology optimization was designed. Finally, by the finite element analysis and vibration test, the new structure of mirror is proved with a good dynamic performance and lightweight rate. Especially, mirror mass has reduced 13%, and the acceleration root-mean-square values of random vibration at mirror's edge in Z direction reduced by 58%. The results demonstrate the validity of proposed approach properly. Key words: Rectangular mirror; Surface figure; Topology optimization; Random vibration; Lightweight

OCIS Codes: 220.4830; 230.4040; 280.0280; 280.4788; 350.6090; 350.4600

第一作者:魏磊(1988-),男,博士研究生,主要研究方向为空间相机主支撑结构技术. Email: weilei0906@163.com

基金项目:国家自然科学基金(No. 41501383)资助

导师(通讯作者):张雷(1983-),男,副研究员,博士,主要研究方向为空间遥感器总体技术. Email: 18686344285@163.com 收稿日期:2016-09-23;录用日期:2016-12-05

0 引言

空间对地观测技术的不断发展对空间光学遥感相机提出了轻型、宽覆盖、高分辨力的要求^[1].离轴三反 光学系统具有大口径、宽视场、长焦距等优点,符合人们对空间光学遥感相机新的需求,在航空、航天领域得 到了广泛的应用^[2].然而,离轴三反光学系统要求反射镜具有大尺寸、大长宽比,这样会导致反射镜重量加 重、卫星发射成本增加.如何对空间相机反射镜进行轻量化设计,使得反射镜满足大尺寸的要求,同时保证反 射镜的结构刚度与面形精度,已经成为各国重要的研究课题^[3-4].

反射镜轻量化的主要途径包括选用轻量化的材料,以及反射镜轻量化设计.轻量化材料方面,由于 SiC 材料与传统的微晶玻璃、金属铍等反射镜基体材料相比具有热膨胀系数小,比刚度高、强度和硬度适当等优 异的物理与机械性能,已经成为空间反射镜的首选材料之一^[5-7].

目前,大部分关于镜体的结构拓扑优化研究都是基于静态力学特性参数或者频率.刘书田^[8]、刘秀敏^[9] 对空间相机主反射镜分别进行了基于静力变形与柔度的拓扑优化研究,而基于结构动态力学特性参数的优 化问题研究较少.所以,有必要针对反射镜动态力学特性参数的结构优化问题进行分析.

大长宽比长条形 SiC 反射镜,需要反射镜在满足面形精度的前提下,能够承受航天器发射时苛刻的动力 学环境,所以反射镜必须具有良好的动态力学性能.反射镜主要的动力学指标为模态、加速度频率响应,随机 振动加速度响应均方根值(Acceleration Root-Mean-Square Values,GRMS)等.鉴于此,本文提出一种采用 "基结构法"^[10]的反射镜拓扑优化方法,以镜面随机振动加速度响应均方根值最小为优化目标,以频率、镜面 变形、质量为约束条件.相比于其他优化方法,该方法可以在保证频率、镜面变形的条件下,直接寻求结构加 速度响应均方根值最小的镜体材料分布,得到最佳结构形式.

1 空间相机的随机激励响应

空间相机的随机振动来源于卫星承受的随机振动.这种激励通过卫星外壳(或整流罩)和飞行器结构传 到卫星上,形成随机振动环境,作用于空间相机各部位,直接影响空间相机的性能与可靠性.特别是大型空间 相机反射镜由于镜体的超大尺寸与大质量,容易造成镜体与其支撑部件在过大的随机振动载荷作用下出现 相对滑移.所以非常有必要设计合理的反射镜结构,以减小随机振动对空间相机的影响.

随机振动载荷具有难以预测和控制的特点,工程研究中,一般采用统计量来研究随机振动响应对系统的 影响^[11-12].

随机载荷作用下典型的单自由度振动系统受迫振动的动力学方程为

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=x(t)$$

式中,m,c,k分别表示质量,阻尼,刚度;激励为x(t),y(t)为系统的响应.

随机振动系统输出的响应功率谱密度函数为

$$S_{y}(\omega) = |H(\omega)|^{2} S_{x}(\omega)$$
⁽²⁾

(1)

随机振动系统输出的响应均方值为

$$\psi_{y}^{2} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{y}(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^{2} S_{x}(\omega) d\omega$$
(3)

式中 $S_x(\omega)$ 为输入的功率谱密度(Power Spectrum Density, PSD)函数, $H(\omega)$ 为系统的传递函数.

本文采用有限元分析软件 MSC. NASTRAN 进行随机响应分析,其中 MSC. NASTRAN 把随机响应分 析当作频率响应分析的后处理来进行^[13].依此功能获得随机载荷作用下的加速度响应功率谱密度曲线与均 方根值.

2 反射镜初始结构形式

2.1 反射镜的初始结构形式

反射镜的轻量化设计主要指的是轻量化孔设计.常见的轻量化孔结构形式有三角形、扇形、六边形、四边 形和圆形.其中三角形轻量化孔,轻量化率高,结构刚度大,目前反射镜大多采用三角形轻量化孔结构^[14].镜 体的轻量化形式一般有背部开放式、半封闭式、封闭式,其结构刚度依次增加.一般中、小口径反射镜采用的

支撑方案以背部三点支撑为主,与多点支撑相比,三 点支撑没有过约束,在航天领域有很高的可靠性.根 据这些设计原则,结合本文研究的长条形反射镜长 度超过1200 mm,长宽比超过2:1的特点,反射镜 材料选择 SiC,支撑方式采用背部三点支撑,轻量化 结构形式采用半封闭式的三角形轻量化孔.图1为 所设计的反射镜初始结构.



图 1 初始的轻量化反射镜结构 Fig. 1 Original structure of lightweight reflective mirror

2.2 初始结构的有限元分析

反射镜结构中随机振动测试条件如表 1 所示,图 2 为与之对应的功率谱密度曲线.利用 patran 软件对图 1 的初始结构建立有限元模型.其中 X 方向为镜体的长边方向,Y 方向为镜体的短边方向,Z 方向为镜体的光轴方向(也为卫星的发射方向),该方向动力学环境最为苛刻.



图 2 随机振动功率谱密度曲线 Fig. 2 The curve of PSD

约束镜体 3 点支撑的支撑孔,应用 Nastran 对反射镜进行有限元分析,分析结果如表 2 所示.

表 2 有限元分析结果 Table 2 The results of finite element analysis

D:	D: (/II	GRMS of the edge	Face shape precision	
Direction	Primary frequency/ Hz	of mirror face/g	PV/nm	RMS/nm
Y	2340Hz	9.2	8.9	1.48
X	2370Hz	10.7	5	0.84
Ζ	3259Hz	17	41.4	9.32

长条形反射镜要求一阶频率高于 1500Hz,面形均方差(Root Mean Square, RMS)优于 $\lambda/50(\lambda = 632$ nm).由表 2 可以看出,反射镜基频、镜面 RMS 均满足指标要求,镜面边缘点 Z 向随机振动加速度响应均 方根值为 17g,超过了设计指标 12g,所以必须合理设计反射镜结构降低镜面边缘点的 Z 向随机振动加速度 响应.

3 反射镜优化设计

3.1 反射镜的基结构形式

本文采用"基结构法"的拓扑优化方法,即以基结构作为优化空间,利用优化算法优化基结构形式.一般 桁架结构优化设计多采用"基结构法",通过删除构建尺寸为0的单元或添加某些结构件来实现桁架结构的

拓扑优化设计.本文设计的 SiC 反射镜采用反应烧 结成型工艺,轻量化孔为大小相同的三角形,采用半 封闭式结构形式.受桁架结构这种骨架式结构的影 响,SiC 反射镜可以离散成图 3 所示的筋板式结构, 其中镜面及安装孔作为非优化空间,其余的筋板式 结构作为优化空间.



图 3 基结构几何模型 Fig. 3 Geometric modes of ground structure

3.2 设计变量

目前比较常用的拓扑优化方法分为均匀化法与变密度法(Solid Isotropic Microstructures with Penalization, SIMP)^[15].本文采用变密度法.即将有限元模型设计空间每个单元的"Density"作为设计变量. 该"单元密度"同结构的材料参数优化有关,在 0~1 之间连续取值,优化求解后单元密度为 1(或靠近 1),表明此处材料很重要,需要保留,相反,为 0,则可以去除.由此可得,简化模型的设计变量为设计区域每个单元的"单元密度",可表达为

$$\boldsymbol{X} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \cdots \rho_e \cdots \rho_n)^{\mathrm{T}}$$
(4)

式中,pe 表示第 e 单元的单元密度;X 表示设计变量.

优化过程中单元的刚度矩阵 K_e 与体积 V^e 表示为

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{e} = (\rho_{e})^{p} \mathbf{K}^{0} \\ V^{e} = \rho_{e} V^{0} \quad e = 1, 2, 3 \cdots, n \end{cases}$$
(5)

式中,*n*表示单元总数,*p*为惩罚因子, K° 、 V° 表示为给定材料(ρ =1)的单元刚度矩阵与实心单元材料的体积.惩罚因子取大于1的实数,一般取2到4之间的实数,本文取3.

3.3 优化的数学模型

反射镜面形好坏通常采用镜面 RMS 与峰谷值(Peak Value, PV)两个光学性能参数评价.影响镜面 PV 和 RMS 的因素包括加工误差以及工作环境变化引起的作用载荷变化导致的误差.对于本文研究的大长宽 比长条形 SiC 反射镜来说,一般光轴方向(Z向)重力载荷对镜面面形影响最为严重,所以本文以 Z向重力载 荷下,镜面面形误差作为优化的约束条件.其中 PV 和 RMS 的定义为

$$\begin{cases} PV = \max\{U_1, U_2, U_3, \cdots, U_n\}^{T} - \min\{U_1, U_2, U_3, \cdots, U_n\}^{T} \\ RMS = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum U_n^2} \end{cases}$$
(6)

式中, U_n 表示镜面单元节点在 Z 向的自重载荷下的位移, N_s 为镜面上的节点数.

一般情况下,镜面 PV 值与 RMS 值存在一定的倍数关系, PV 越小,会使 RMS 减小.因此,本文以 PV 值 不超过 λ/10 作为优化的约束条件.

此外,反射镜优化的目的是在保证镜面面形精度的条件下,使得反射镜动静态力学性能指标满足设计要求.由于本文所研究的长条形 SiC 反射镜 Z 向随机振动加速度响应均方根值过大,所以,本文的优化目标是 反射镜镜面边缘点的 Z 向随机振动加速度响应均方根值最小.为了保证反射镜的光学性能指标与动静态力 学性能,以镜面的面形 PV 值不大于 λ/10,反射镜的一阶频率不小于1 500 Hz,镜体质量不大于反射镜初始 结构的质量(M)为优化的约束条件.综上所述,本文的优化数学模型为

Find
$$\mathbf{X} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \cdots \rho_e \cdots \rho_n)^T$$

Minimize $f(\mathbf{X}) = X_{\text{RMS}}$

Subject to
$$\sum_{e=1}^{n} \rho_e V_e \leqslant M(\text{kg})$$
 $f_1 \geqslant 1500 \text{ Hz}$ $0 < \rho_{\min} \leqslant \rho_e \leqslant 1$ (7)

3.4 优化过程与新模型的提取

通过 optistruct 软件采用序列近似图规划法求 解上述拓扑优化问题^[16].

根据优化数学模型,本文的拓扑优化问题描述为:

1) 目标函数

反射镜镜面边缘点的随机振动加速度响应均方 根值最小(镜面边缘点为镜面响应最大点,可以反映 整个反射镜的响应水平);

2)约束函数

镜体质量不大于 M(kg); 镜面 PV 值不大于 λ/10(λ=632 nm);

镜体的一阶约束频率不小于1500Hz;





3) 收敛容差

不大于 0.5%(连续迭代两次的目标函数相差小于给定的收敛容差时,优化函数收敛,本文设定为 0.5%^[16]).

经过 47 次迭代优化后,其收敛容差迭代结果如图 4. 从图 4 中可以看出,最终收敛容差为 0. 33% 小于 0.5%,表示优化模型收敛.

图 5 为最终的优化结果云图. 从图中可以看出除了靠近约束点的区域密度较高,其余区域均为低密度 区. 去除低密度区域的单元,留下高密度区域单元得到图 6 所示的最佳材料分布形式.



图 5 拓扑结果云图

Fig. 5 The result contour plot of topology optimization 根据图 6 所示的拓扑优化结果,同时兼顾 SiC 反应烧结成型工艺,不宜在筋板内部形成轻量化孔, 因此,对图 6 的筋板位置的孔洞进行填充,同时将 3 个支撑点相连接,最终得到图 7 所示的反射镜镜体 模型,新模型相比初始模型,质量减轻了 5.4kg.



图 6 拓扑优化结果 Fig. 6 The result of topology optimization



图 7 优化后的反射镜模型 Fig. 7 Refective mirror model after optimization

3.5 单镜优化后有限元分析

采用 Patran 软件对图 7 优化后的反射镜模型进行有限元单元划分,约束图 7 模型中镜子背部的 3 个支 撑孔,应用 Nastran 软件对其进行有限元分析,得到有限元分析结果如表 3 所示.

Table 3 The results of FEM analysis after optimizing						
Dimention	Primary frequency/Hz	GRMS of the edge	Face sha	ice shape precision		
Direction		of mirror face/g	PV/nm	RMS/nm		
Y	2293H	5.72	12.6	2.3		
X	2299 Hz	6	5.8	1		
Ζ	3238Hz	7.12	40.4	8.7		

表 3 优化后的有限元分析结果 Table 3 The results of FFM analysis after antimizin

表 4 反映了反射镜优化前后镜面边缘点 Z 向 加速度响应均方根值以及镜体质量的变化情况.

根据表 3 与表 4 内容,与优化前相比,优化后的 反射镜镜面边缘点 Z 向加速度响应均方根值明显 降低,且反射镜面形精度与其力学性能指标均在设 计指标范围内.此外,优化后的反射镜质量也明显降 低.因此,本文的优化方法不仅能够使反射镜的随机 振动加速度响应明显降低,且使得反射镜力学性能 指标与面形精度均在设计指标范围之内.

表 4 拓扑优化前后镜面边缘点 Z 向加速度响应均方根值 Table 4 Before and after comparison GRMS of mirror's

edges	of	optimization
		~ r

	GRMS in	The mass
	Z direction	of mirror
Before the optimization	17	60
After the optimization	7.12	53.5
Percentage decreased	58%	10.8%

4 反射镜组件有限元分析与试验验证

由于单镜无法进行振动试验,因此,本文以反射镜模拟件组件(包括铝制反射镜模拟件与柔性支撑结构件)进行力学振动试验,并对反射镜模拟件组件进行有限元仿真分析,证明有限元仿真的正确性,从而间接证明本文所用反射镜设计方法的合理性.

建立反射镜组件的有限元模型,如图 8 所示,其 中镜子下面的底板为振动工装板,约束振动工装板 与振动台面连接的螺栓孔,并根据表 1 的随机振动 输入条件进行有限元分析.表 5 为反射镜模拟件组件 与 SiC 反射镜组件的力学性能分析对比表,从数据表 中可以看出,除 X 向随机振动响应误差较大,为 19%,其余力学性能指标误差均在 6%以内,说明铝制 模拟件组件可以反映 SiC 反射镜组件的力学性能.





表 5	铝制反射镜模拟件组件与 SiC 反射镜组件力学性能对比
Table 5	Comparison the data of Aluminum and SiC mirror component

	Comparison the results of modal analysis			Comparison the results of random vibration analysis		
Direction	Aluminum mirror	SiC mirror	Fanon	Aluminum mirror	SiC mirror	Fanon
	component	component	Error	component com	component	nent
Y	211Hz	201.4Hz	4.70%	14.58	12.24	19.10%
X	216.2Hz	209.5Hz	0.20%	15.7	15.2	3.20%
Ζ	192.4Hz	183.4Hz	3.40%	18.09	17.2	5.20%

对整个反射镜模拟件组件进行振动试验,试验现 场如图 9 所示.图 10 为反射镜组件 Z 向随机振动的 分析与试验曲线,表 6 为试验结果与分数据对比.

由于反射镜组件带包括柔性支撑,所以整机的 频率会降低很多,相应的组件随机振动响应也会比 反射镜本身的随机振动响应大很多.根据表 6,本文 有限元分析数据与振动试验数据误差大多在 10% 以内,个别数据误差在 10%~15%之间,满足工程 要求,在误差允许范围之内.综上所述,本文的有限 元模型较为准确.



图 9 振动试验现场 Fig. 9 Placement of random vibration test





	表6 试验与分析数据对比	
Fable 6	Comparison the data of tests and analysi	s

	Comparison the results of frequency scanning test with modal analysis			Comparison the results of random vibration test with analysis		
Direction						
	Analysis	Test	Error	Analysis	Test	Error
Y	211 Hz	208 Hz	1.4%	14.58	13.22	10.3%
X	216.2 Hz	216.4 Hz	0.2%	15.7	14.9	5.4%
Ζ	192.4 Hz	186.1 Hz	3.4%	18.09	16.58	9.1%

5 结论

本文利用有限元分析软件对某大长宽比长条形 SiC 反射镜进行了有限元分析,根据分析结果,提出了采 用"基结构法",以随机振动加速度响应均方根值最小为优化目标的拓扑优化方法.根据该方法完成了反射镜 结构的优化设计,经过振动试验与有限元分析,反射镜动静态力学性能满足设计指标,面形精度符合光学设 计要求,单镜质量相比优化前降低了 13%,单镜边缘点随机振动加速度响应均方根值降低了 58%,结果表明 本文提出的优化方法有效可行.

参考文献

- [1] SHANGGUAN Ai-hong, WANG Chen-jie, ZHANG Hao-su, et al. Thermal-structural coupled analysis and verification of 2-D mirror gimbal for lunar-based telescope[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(8): 1956-1964.
 上官爱红, 王晨洁, 张吴苏, 等. 月基望远镜反射镜转台的热-结构耦合分析及验证[J]. 光学精密工程, 2016, 24(8): 1956-1964.
- [2] ZHANG Ke-ke, RUAN Ning-juan, FU Dan-ying. Analysis and consideration of development of oversea space off-axis TMA system camera[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2008, 29(3):63-70.

张科科, 阮宁娟, 傅丹鹰. 国外空间相机三反离轴相机发展分析与思考[J]. 航天器返回与遥感, 2008, 29(3): 63-70.

[3] BAO He, LI Zhi-lai. Design of the strip SiC mirror supporting structure and lightweight [J]. Optics Precision Engineering, 2008, 34(4):593-596.

鲍赫,李志来. 长条形 Sic 反射镜轻量化及支撑设计[J]. 光学精密工程 2008, 34(4):593-596.

[4] LIU Zhen, GAO Jin-song, LIU Hai, et al. Surface modification of 2 m RB-SiC substrate by magnetron sputtering[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(7): 1557-1563.

刘震,高劲松,刘海,等.2m大口径 RB-SiC 反射镜的磁控溅射改性[J].光学精密工程,2016,24(7):1557-1563.

- [5] DONG De-yi, LI Zhi-lai, XUE Dong-lin, *et al.* Analysis and experiment of gravity deformation for large aperture rectangular mirror set[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(6): 1424-1431.
 董得义,李志来,薛栋林,等. 大口径长条形反射镜组件自重变形的仿真与试验[J]. 光学精密工程, 2016, 24(6):
- 重時久, 学志永, 評你杯, 守. 八百社 (大が反対協議自自重文が的份異与 (Margar), 元字相留工程, 2010, 平(0), 1424-1431. [6] WIL Vice vice VANC Heng be Optimal design of support system for the large enerture others mismon [1] Acta
- [6] WU Xiao-xia, YANG Hong-bo. Optimal design of support system for the large aperture sphere mirror [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(1):129-132.
 吴小霞,杨洪波,大口径球面镜支撑系统的优化设计[J]. 光子学报, 2009,38(1):129-132.
- [7] YUAN Jian, REN Jian-yue. Improvement and optimization of lightweight structure for SiC reflective mirror [J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(8):08121004.
 袁健,任建岳.碳化硅反射镜轻量化结构的改进与优化[J]. 光子学报,2015, 44(8):08121004.
- [8] LIU Shu-tian, HU Rui, ZHOU Ping, et al. Topologic optimization for configuration design of web-skin-type ground structure based large-aperture space mirror [J]. Optics Precision Engineering, 2013,21(7): 1803-1810.
 刘书田,胡瑞,周平,等. 基于筋板式基结构的大口径空间反射镜构型设计的拓扑优化方法[J]. 光学精密工程,2013,21 (7): 1803-1810.
- [9] LIU Xiu-min, HE Bing, SHA Wei, et al. Topological lightweight design of primary mirror in space camera[J]. Chinese Optics, 2010,6(3):239-244.

刘秀敏,何斌,沙巍,等.空间相机主反射镜的拓扑优化设计[J].中国光学,2010,6(3):239-244.

- [10] DORN W S, GOMORY R E, GREENBERG H J. Automatic design of optimal structure [J]. Journal de mecanique, 1964, 3(6):25-52.
- [11] ZOU Yan, WU Qing-wen, DONG Dong-yi, et al. Research on analysis and test of random vibration on tripodic supporting structure of space camera[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(16): 5009-5017.
 邹艳,吴清文,董德义,等. 空间相机支杆组件的随机振动分析与试验研究[J]. 系统仿真学报,2009,21(16):5009-5017.
- [12] Singiresu S. Rao. Mechanical Vibrations[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. Singiresu S. Rao. 机械振动[M]. 北京:清华大学出版社,2009.
- [13] HAN Zeng-yao, QU Guang-ji. Wide-band random vibration response prediction study of the spacecraft structure[J]. Chinese Space Science and Technology, 2002, (1): 24-30.

韩增尧,曲广吉.航天器宽带随机振动响应分析[J].中国空间科学技术,2002,(1):24-30.

[14] YAN Yong, JIN Guang, YANG Hong-bo. Lightweight structural design of space mirror [J]. Infrared and Laser Engineering, 2008(1):97-101.
 闫勇,金光,杨洪波. 空间反射镜结构轻量化设计[J]. 红外激光工程,2008(1):97-101.

[15] GUO Zhong-ze, ZHANG Wei-hong, CHEN Yu-ze. Review of topology optimization design[J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(8):1-4.

郭中泽,张卫红,陈欲泽.结构拓扑优化综述[J].机械设计,2007,24(8):1-4.

[16] HONG Qing-quan, ZHAO Kang. The theoretical basis and engineering application of optistruct & hyperstudy [M]. Beijing: China machine Press, 2012.

洪清泉,赵康. OptiStruct & HyperStudy 理论基础与工程应用[M].北京:机械工业出版社,2012.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (No. 41501383)