

doi:10.3788/gzxb20174602.0227001

原子与热库相互作用系统中的三体纠缠特性

卢道明

(武夷学院 机电工程学院, 福建 武夷山 354300)

摘 要: 利用 Ket-Bra 纠缠态方法, 求解了原子与热库相互作用系统中的密度矩阵主方程, 得到了密度矩阵的演化表达式. 考虑三个二能级原子独立与热库相互作用的情况, 利用负本征值度量三体纠缠, 研究了系统中原子间的三体纠缠特性. 采用数值计算方法, 讨论了热库平均光子数和原子自发辐射率对原子间三体纠缠特性的影响. 研究表明: 随原子自发辐射率和热库平均光子数的增大, 原子间的三体纠缠衰减加快.

关键词: 量子光学; 二能级原子; 热库; 主方程解; 三体纠缠

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)02-0227001-9

Properties of Tripartite Entanglement in the System of Atoms Interacting with Thermal Reservoir

LU Dao-ming

(College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract: The master equation of the density operator in the system of atom interacting with thermal reservoir was concisely solved by virtue of Ket-Bra entangled state. Analytical solution expression of the master equation was given. Considering that each of atoms interacts with thermal reservoir respectively, negativity was adopted to quantify the degree of tripartite entanglement among three atoms, and properties of tripartite entanglement among atoms were investigated. The influences of mean photon of the thermal reservoir and atomic spontaneous emission rate on properties of tripartite entanglement were discussed by using the numerical method. The results show that the tripartite entanglement among atoms decays accelerating with the increase of mean photon of the thermal reservoir and atomic spontaneous emission rate.

Key words: Quantum optics; Two-level atom; Thermal reservoir; Solution of the master equation; Tripartite entanglement

OCIS Codes: 270.0270; 270.5580; 020.0020; 020.5580

0 引言

量子纠缠是量子信息处理的核心资源,它在量子态隐形传送、密集编码、量子密钥分配等方面具有关键性作用,是量子光学领域的研究热点. 研究者对不同原子与腔场相互作用系统中的纠缠特性开展了详细的研究^[1-3],如 Khan S 等讨论了偶极相互作用对三体纠缠的影响^[1]. 腔耗散和介质的存在对纠缠影响也有相关报道^[4-6],如吴琴等研究了 Kerr 介质中耦合双原子的纠缠特性^[4]. 在这些研究中,考虑的物理系统大多是理想的孤立系统. 但是,真实的物理系统要受其周围环境的影响,造成退相干和消纠缠. 退相干和消纠缠是当今进行量子信息处理的主要障碍,对其研究具有重要的意义. 目前,已有不少有关耗散环境对系统量子特性影响的研究报道^[7-8],如潘长宁等研究了处于真空库和热库中原子的偶极压缩特性^[7]. 关于环境对量子关联影响方面,贺志等讨论了两个二能级原子与一个共同热库相互作用模型中环境对量子纠缠和量子失协的影响^[9]. 文献[10-12]研究了原子与热库相互作用模型中量子关联动力学. 最近,任益充和范洪义提出了利用 Ket-Bra

基金项目:福建省自然科学基金(No. 2015J01020)资助

第一作者:卢道明(1963—),男,教授,硕士,主要研究方向为量子光学. Email:ldming794703@163.com

收稿日期:2016-08-22;录用日期:2016-10-25

<http://www.photon.ac.cn>

纠缠态方法求解密度矩阵主方程^[13]. 该方法与传统的解主方程方法相比能够极容易将密度矩阵主方程转变为类薛定谔方程, 并给出其形式解, 不但简化了方程的求解, 而且应用范围广, 原则上可推广到求解多能级原子系统的主方程. 利用该方法, 任益充等研究了具有含时外场情况下单原子态的演化, 以及孤立两原子间纠缠的演化^[13]. 本文将该方法推广应用到三个二能级原子独立与热库相互作用的情况中, 给出了密度矩阵的演化解析式, 并研究了该系统中三体纠缠的演化.

1 密度矩阵主方程的解

任益充等受热纠缠态表象解密度矩阵主方程方法的启发, 引入了与实模空间相伴的虚模空间, 构建了虚实模结合的双模 Ket-Bra 纠缠态, 建立了解原子密度矩阵主方程的 Ket-Bra 纠缠态方法^[13]. 引入的双模 Ket-Bra 纠缠态 (Ket-Bra Entangled State, KBES) 为

$$|\eta\rangle = \exp(\sigma_+ \tilde{\sigma}_+) |0\tilde{0}\rangle = |0\tilde{0}\rangle + |1\tilde{1}\rangle \quad (1)$$

式中, $|1\rangle(|0\rangle)$ 表示原子激发态(基态), 符号“ \sim ”表示虚模空间中的物理量, $|\tilde{0}\rangle$ 为虚模基态, $|\tilde{1}\rangle$ 为虚模激发态, $\tilde{\sigma}_+$ 表示虚模空间中的算符. 利用式(1)可得出

$$\begin{cases} \sigma_+ |\eta\rangle = \tilde{\sigma}_- |\eta\rangle \\ \sigma_- |\eta\rangle = \tilde{\sigma}_+ |\eta\rangle \end{cases} \quad (2)$$

这表明, 虚模和实模算符对 $|\eta\rangle$ 的作用, 具有置换关系, 即

$$\begin{cases} \sigma_+ \leftrightarrow \tilde{\sigma}_- \\ \sigma_- \leftrightarrow \tilde{\sigma}_+ \end{cases} \quad (3)$$

利用 KBES 的特性, 能方便地将密度矩阵主方程转化为类薛定谔方程, 便于主方程的求解.

考虑原子与温度为 T 的热库相互作用的情况. 在 Markov 近似下, 描述二能级原子与热库耦合系统中的密度矩阵主方程为

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\gamma}{2}(\bar{n}+1)(2\sigma_- \rho \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_- \rho - \rho \sigma_+ \sigma_-) + \frac{\gamma}{2}\bar{n}(2\sigma_+ \rho \sigma_- - \sigma_- \sigma_+ \rho - \rho \sigma_- \sigma_+) \quad (4)$$

式中, $\bar{n} = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1}$ 表示热库平均光子数, k 为玻尔兹曼常量, γ 表示原子自发辐射率, $\sigma_+ = |1\rangle\langle 0|$ 和

$\sigma_- = |0\rangle\langle 1|$ 为原子跃迁算符. 在原子基矢 $\left\{ |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ 中, σ_+ 和 σ_- 的矩阵表示为

$$\begin{cases} \sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

将式(4)两边作用于 KBES 上, 利用虚模算符与 ρ 的可对易性质, 作用结果为

$$\frac{d}{dt} |\rho\rangle = \mathbf{F} |\rho\rangle \quad (6)$$

式中

$$\begin{cases} |\rho(t)\rangle = \rho |\eta\rangle \\ |\rho_0\rangle = \rho_0 |\eta\rangle \\ \mathbf{F} = \alpha(2\sigma_- \tilde{\sigma}_- - \sigma_+ \sigma_- - \tilde{\sigma}_+ \tilde{\sigma}_-) + \beta(2\sigma_+ \tilde{\sigma}_+ - \sigma_- \sigma_+ - \tilde{\sigma}_- \tilde{\sigma}_+) \\ \alpha = \frac{\gamma}{2}(\bar{n}+1) \\ \beta = \frac{\gamma}{2}\bar{n} \end{cases} \quad (7)$$

式中, ρ_0 为初始密度矩阵. 至此, 已将密度矩阵主方程转化为式(6)表示的类薛定谔方程, 它的形式解为

$$|\rho(t)\rangle = \exp(\mathbf{F}t) |\rho_0\rangle \quad (8)$$

式(8)表明,利用 KBES 具有式(2)表示的特点,将主方程两边作用在 KBES 上,考虑虚模算符与 ρ 的可对易性质,能方便地将密度矩阵主方程转化为类似于薛定谔方程形式,并给出其形式解.

进一步地,将利用式(8)导出原子密度矩阵的具体表示.在基矢 $\{|1\tilde{1}\rangle, |1\tilde{0}\rangle, |0\tilde{1}\rangle, |0\tilde{0}\rangle\}$ 中, \mathbf{F} 的矩阵表示为

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -2\alpha & 0 & 0 & 2\beta \\ 0 & -\alpha-\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha-\beta & 0 \\ 2\alpha & 0 & 0 & -2\beta \end{pmatrix} \quad (9)$$

通过矩阵运算,求得

$$\left\{ \begin{array}{l} \exp(\mathbf{F}t) = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 & A_{14} \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ A_{41} & 0 & 0 & A_{44} \end{pmatrix} \\ A_{11} = \frac{\alpha e^{-2(\alpha+\beta)t} + \beta}{\alpha + \beta} \\ A_{14} = \frac{\beta - \beta e^{-2(\alpha+\beta)t}}{\alpha + \beta} \\ A_{22} = A_{33} = e^{-(\alpha+\beta)t} \\ A_{41} = \frac{\alpha - \alpha e^{-2(\alpha+\beta)t}}{\alpha + \beta} \\ A_{44} = \frac{\alpha + \beta e^{-2(\alpha+\beta)t}}{\alpha + \beta} \end{array} \right. \quad (10)$$

在原子基矢 $\left\{ |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ 中,描述原子状态的密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} \\ \rho_{01} & \rho_{00} \end{pmatrix} \quad (11)$$

另一方面,在以 $\{|1\tilde{1}\rangle, |1\tilde{0}\rangle, |0\tilde{1}\rangle, |0\tilde{0}\rangle\}$ 为基矢构成的子空间中,态矢 $|\eta\rangle$ 的矢量表示为

$$|\eta\rangle = |0\tilde{0}\rangle + |1\tilde{1}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

那么

$$|\rho(t)\rangle = \rho(t) |\eta\rangle = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} \\ \rho_{01} & \rho_{00} \end{pmatrix} \otimes \tilde{\mathbf{I}} |\eta\rangle = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{10} \\ \rho_{01} \\ \rho_{00} \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中 \mathbf{I} 为单位矩阵.结合式(8)、(9)和(13),求得

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) \\ \rho_{10}(t) \\ \rho_{01}(t) \\ \rho_{00}(t) \end{pmatrix} = \exp(\mathbf{F}t) \times \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) \\ \rho_{10}(0) \\ \rho_{01}(0) \\ \rho_{00}(0) \end{pmatrix} \\ \rho_{11}(t) = A_{11}\rho_{11}(0) + A_{14}\rho_{00}(0) \\ \rho_{10}(t) = A_{22}\rho_{10}(0) \\ \rho_{01}(t) = A_{33}\rho_{01}(0) \\ \rho_{00}(t) = A_{41}\rho_{11}(0) + A_{44}\rho_{00}(0) \end{array} \right. \quad (14)$$

式(14)给出了从初始时刻密度矩阵求 t 时刻密度矩阵的解析式.

2 原子间的三体纠缠特性

考虑三个无耦合的二能级原子 A、B 和 C 共同与库场相互作用的情况,这时描述系统的密度矩阵的解,可从式(8)推广导出.它表示为

$$|\rho_{ABC}(t)\rangle = \exp(\mathbf{F}_A t) \otimes \exp(\mathbf{F}_B t) \otimes \exp(\mathbf{F}_C t) |\rho_{ABC}(0)\rangle \quad (15)$$

式中下标 A、B 和 C 表示对应的原子.采用负本征值方法来讨论原子间三体纠缠,在文献[14]中,Sabin C 等引入三体负本征值(Negativity)来度量三体间纠缠,定义为

$$N_a = (N_{A-BC} N_{B-AC} N_{C-AB})^{1/3} \quad (16)$$

式中, $N_{i-jk} = -2 \sum_l \lambda_l$, λ_l 为 ρ_{ijk} 对 i 部分转置后矩阵 ρ_{i-jk}^T 的负本征值,上标 T 表示转置.

2.1 原子初始时刻处于 W 态的情况

假设初始时刻三个原子处于 W 态.那么,在原子基矢 $\{|111\rangle, |110\rangle, |101\rangle, |100\rangle, |011\rangle, |010\rangle, |001\rangle, |000\rangle\}$ 中,描述原子初态的密度矩阵为

$$\rho_{ABC}(0) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

结合式(17)和式(15),得出 t 时刻密度矩阵为

$$\rho_{ABC}(t) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 & \rho_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 & \rho_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44} & 0 & \rho_{46} & \rho_{47} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{52} & \rho_{53} & 0 & \rho_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{64} & 0 & \rho_{66} & \rho_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{74} & 0 & \rho_{76} & \rho_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{88} \end{pmatrix} \quad (18)$$

式中

$$\begin{cases} \rho_{11} = 3A_{11}A_{14}^2 \\ \rho_{22} = \rho_{33} = \rho_{55} = 2A_{11}A_{14}A_{44} + A_{14}^2A_{41} \\ \rho_{44} = \rho_{66} = \rho_{77} = 2A_{41}A_{14}A_{44} + A_{44}^2A_{11} \\ \rho_{88} = 3A_{41}A_{44}^2 \\ \rho_{23} = \rho_{32}^* = \rho_{35} = \rho_{53}^* = \rho_{25} = \rho_{52}^* = A_{14}A_{22}A_{33} \\ \rho_{46} = \rho_{64}^* = \rho_{47} = \rho_{74}^* = \rho_{67} = \rho_{76}^* = A_{44}A_{22}A_{33} \end{cases} \quad (19)$$

2.1.1 原子自发辐射对原子间三体纠缠的影响

利用式(16)和式(18)就能对三体纠缠量 N_a 进行计算.取热库平均光子数 $\bar{n} = 0.2$,原子自发辐射率 γ 分别取 $0.1(1/s)$ 、 $0.2(1/s)$ 、 $0.3(1/s)$ 和 $0.4(1/s)$ 时, N_a 的演化曲线如图 1.图 1 曲线显示, N_a 随时间延续作衰减演化.时间大于一定值后, N_a 衰减为 0.比较图 1 中(a)、(b)、(c)和(d)可知,随原子自发辐射率增大,原子间三体纠缠衰减加快.

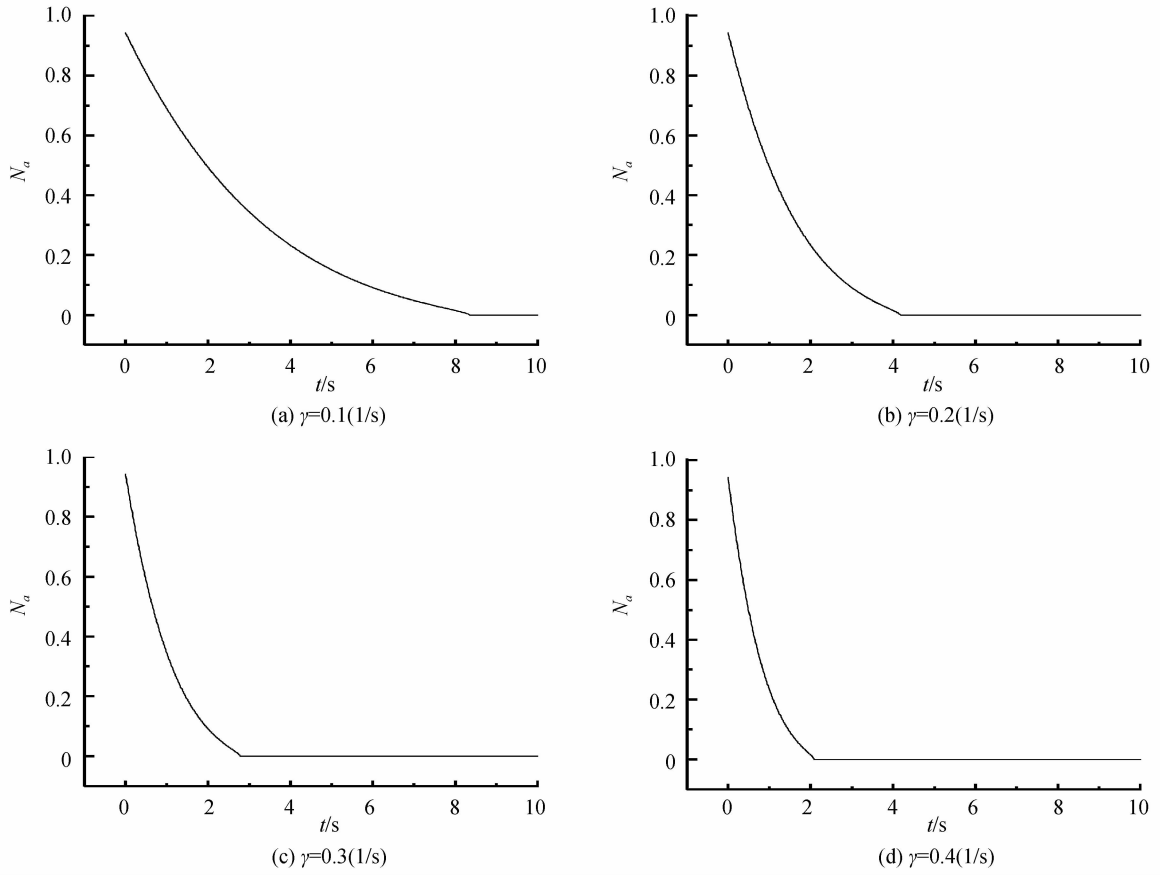
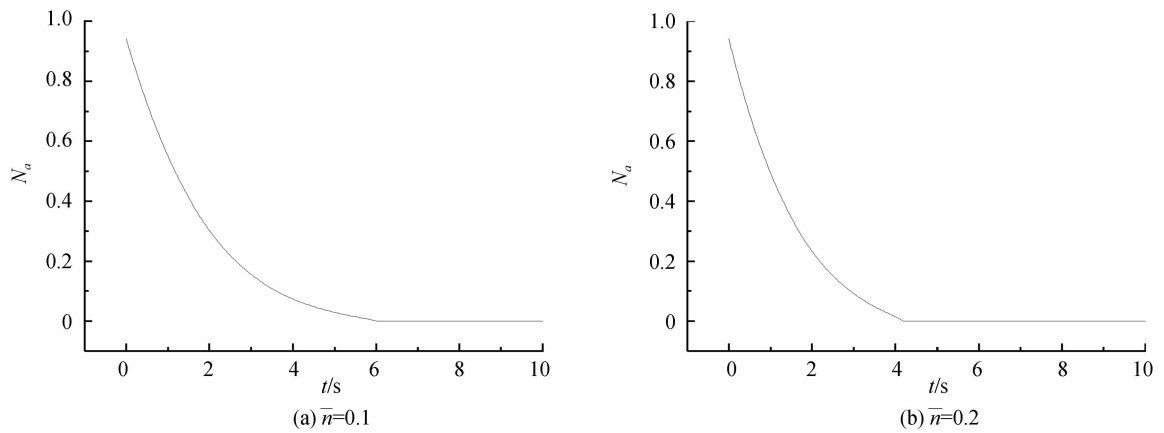


图 1 原子初始时刻处于 W 态时,不同原子自发辐射率情况下原子间三体纠缠随时间的演化
 Fig. 1 Time evolution of the tripartite entanglement among atoms with different atomic spontaneous emission rates for W state at original time

2.1.2 热库平均光子数对原子间三体纠缠的影响

取参量 $\gamma=0.2(1/s)$,热库平均光子数 \bar{n} 分别取 0.1、0.2、0.5 和 1.0 时,原子间三体纠缠 N_a 数值计算结果如图 2. 从图 2 可见,原子间三体纠缠随时间延长逐渐衰减,经一段时间后衰减为 0. 其衰减速度与热库平均光子数 \bar{n} 有密切关系. 随热库平均光子数 \bar{n} 增大,原子间三体纠缠衰减加快.



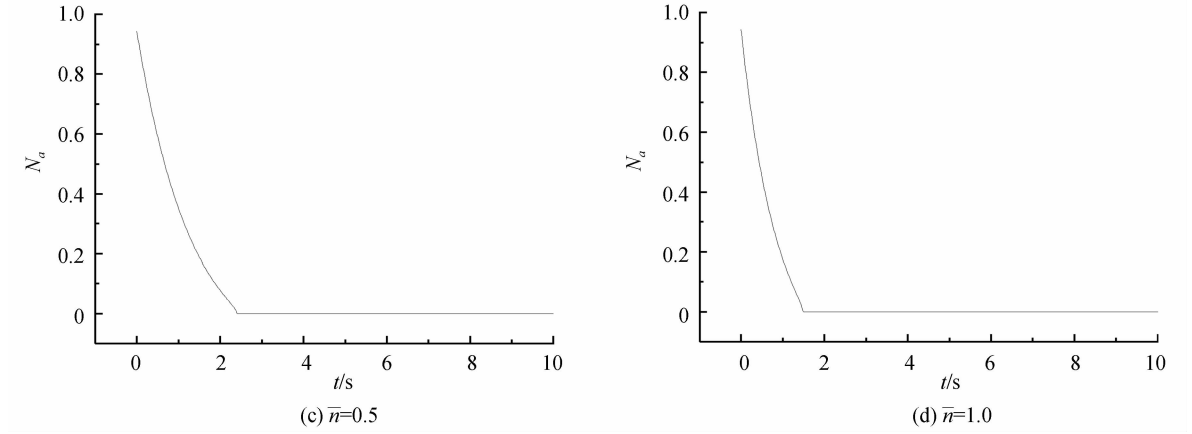


图2 原子初始时刻处于 W 态时,不同热库平均光子数情况下原子间三体纠缠随时间的演化
Fig.2 Time evolution of tripartite entanglement among atoms with different mean photon of the thermal reservoir for W state at original time

2.2 原子初始时刻处于 GHZ 态的情况

若初始时刻三原子处于 GHZ 态. 那么,在原子基矢 $\{|111\rangle, |110\rangle, |101\rangle, |100\rangle, |011\rangle, |010\rangle, |001\rangle, |000\rangle\}$ 中,描述原子初态的密度矩阵为

$$\rho_{ABC}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

结合式(17)和式(15),得出 t 时刻密度矩阵为

$$\rho_{ABC}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{18} \\ 0 & \rho_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{77} & 0 \\ \rho_{81} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{88} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中

$$\begin{cases} \rho_{11} = A_{11}^3 + A_{14}^3 \\ \rho_{18} = \rho_{81}^* = A_{22}^3 \\ \rho_{22} = \rho_{33} = \rho_{55} = A_{41}A_{11}^2 + A_{44}A_{14}^2 \\ \rho_{44} = \rho_{66} = \rho_{77} = A_{14}A_{44}^2 + A_{11}A_{41}^2 \\ \rho_{88} = A_{41}^3 + A_{44}^3 \end{cases} \quad (22)$$

利用式(21),计算得出

$$\begin{cases} N_{A-BC} = N_{B-AC} = N_{C-AB} = \max\{0, \frac{1}{2}[\sqrt{(\rho_{44} - \rho_{55})^2 + 4|\rho_{18}|^2} - (\rho_{44} + \rho_{55})]\} \\ N_a = \max\{0, \frac{1}{2}[\sqrt{(\rho_{44} - \rho_{55})^2 + 4|\rho_{18}|^2} - (\rho_{44} + \rho_{55})]\} \end{cases} \quad (23)$$

为了研究原子自发辐射率 γ 对三体纠缠的影响,取参量 $\bar{n}=0.3$, γ 分别取 $0.1(1/s)$ 、 $0.2(1/s)$ 、 $0.3(1/s)$ 和 $0.4(1/s)$ 时, N_a 的演化规律计算结果如图 3. 比较图 3 和图 1 可知, γ 对三体纠缠的影响与原子初始处于 W 态的情况相同, 都是随原子自发辐射率增大, 原子间三体纠缠衰减加快.

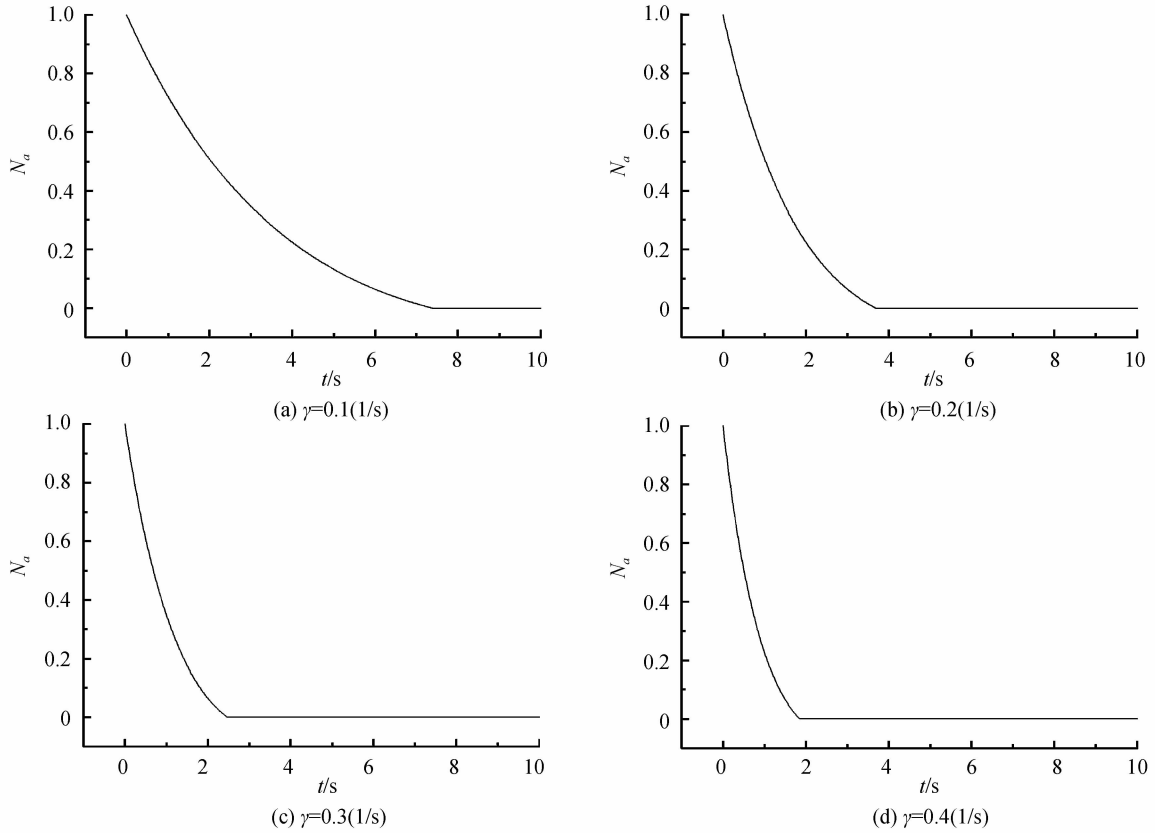
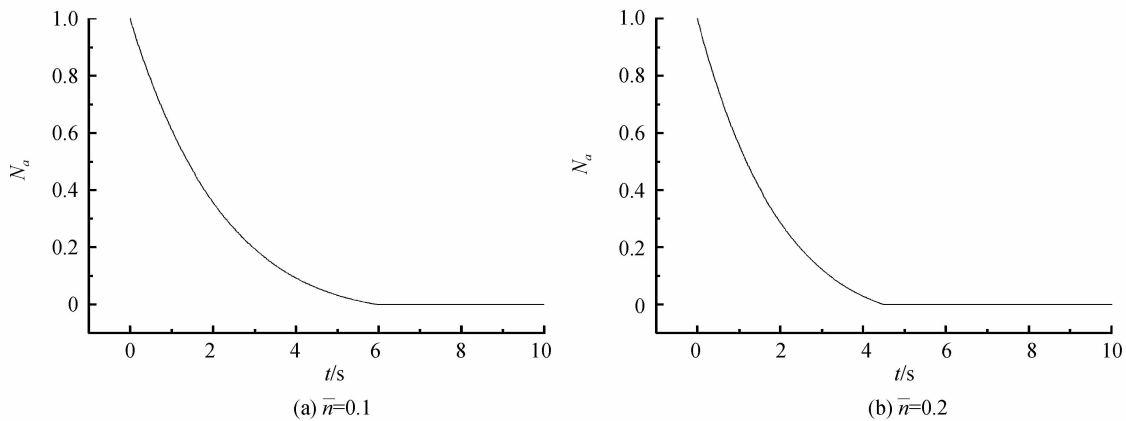


图 3 原子初始时刻处于 GHZ 态时, 不同原子自发辐射率情况下原子间三体纠缠随时间的演化

Fig. 3 Time evolution of tripartite entanglement among atoms with different atomic spontaneous emission rates for GHZ state at original time

另一方面, 讨论热库平均光子数对 N_a 演化的影响. 参量 $\gamma = 0.2(1/s)$, 热库场平均光子数 \bar{n} 分别取 0.1 、 0.2 、 0.5 和 1.0 时, N_a 的演化曲线如图 4. 图 4 同样表明, 随热库平均光子数 \bar{n} 增大, 原子间三体纠缠衰减加快, 衰减为 0 的时间缩短.



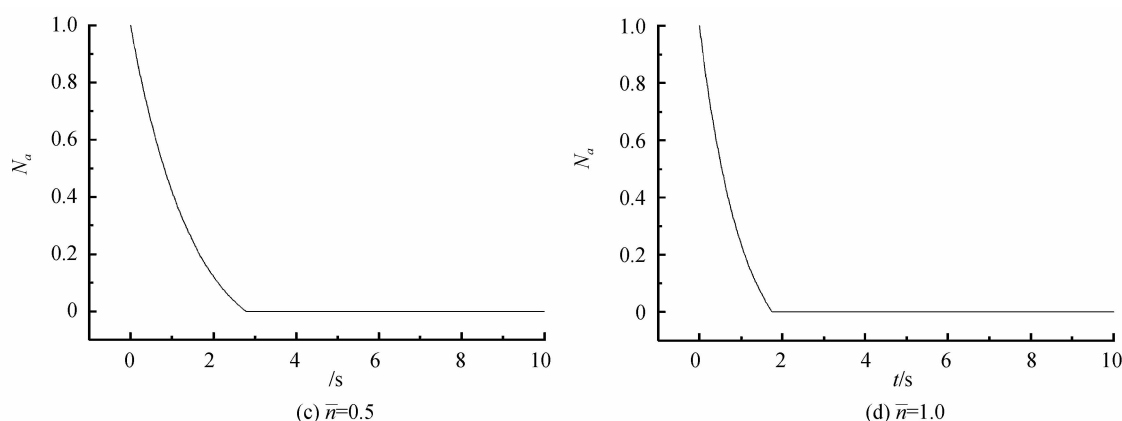


图4 原子初始时刻处于GHZ态时,不同热库平均光子数情况下原子间三体纠缠随时间的演化

Fig. 4 Time evolution of tripartite entanglement among atoms with different mean photon of the thermal reservoir for GHZ state at original time

3 结论

利用任益充等建立的 Key-Bra 纠缠态方法,求解了原子与库场相互作用系统的密度矩阵主方程,并给出了主方程解的解析表达式.利用该解析表达式,能容易地从原子初始密度矩阵导出任意时刻的密度矩阵,这充分体现了 Key-Bra 纠缠态方法的优越性.采用负本征值度量三体间纠缠,研究了三个二能级原子独立与热库相互作用系统中原子间的三体纠缠,讨论了原子自发辐射率和热库平均光子数对原子间三体纠缠的影响.研究表明:原子间三体纠缠作衰减演化,最终衰减到零.随原子自发辐射率和热库平均光子数的增大,衰减速度加快,衰减至零的时间缩短.

参考文献

- [1] KHAN S, JAN M. The effect of dipole-dipole interaction on tripartite entanglement in different cavities [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, **55**(3): 1515-1525.
- [2] IRISH E K. Ground-state entanglement in a coupled-cavity model[J]. *Physical Review A*, 2009, **80**: 043825.
- [3] JI X, LU T Q, ZHANG S. Entanglement dynamics of two distant atoms in two detuning cavities[J]. *Chinese Physics B*, 2010, **19**: 110304.
- [4] WU Qin, ZHANG Zhi-ming. Entanglement properties of two coupled atoms in Kerr medium[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(17): 174206.
吴琴, 张智明. Kerr 介质中耦合双原子的纠缠特性[J]. *物理学报*, 2013, **62**(17): 174206.
- [5] MA X S, WANG A M, CAO Y. Entanglement evolution of three-qubit states in a quantum-critical environment[J]. *Physical Review B*, 2007, **76**: 155327.
- [6] AIOBI H, SALIMI S, KHORASHAD A S. Quantum entanglement and quantum discord of a two-qubit system in a dissipative cavity[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, **55**(3): 1506-1514.
- [7] PAN Chang-ning, ZHAO Xue-hui, YANG Di-wu, et al. Dipole squeezing of atomic systems in dissipative environment [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(10): 6814-6818.
潘长宁, 赵学辉, 杨迪武, 等. 耗散环境下原子-库场相互作用系统中原子的偶极压缩特性[J]. *物理学报*, 2010, **59**(10): 6814-6818.
- [8] ZHANG Hao-liang, JIA Fang, Xu Xue-xiang, et al. Decoherence of a photon-subtraction-addition coherent state in a thermal environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(1): 014208.
张浩亮, 贾芳, 徐学翔, 等. 光子增减叠加相干态在热环境中的退相干[J]. *物理学报*, 2013, **62**(1): 014208.
- [9] HE Zhi, LI Long-wu. Quantum correlation dynamics of two two-level atoms in common environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(18): 180301.
贺志, 李龙武. 两二能级原子在共同环境下的量子关联动力学[J]. *物理学报*, 2013, **62**(18): 180301.
- [10] ZHENG Xiao-lan, ZHANG Bin. Quantum entanglement and correlation between two qubits induced by a heat bath[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(1): 0127002.
郑小兰, 张斌. 热库诱导的两比特量子纠缠与量子关联[J]. *光学学报*, 2014, **34**(1): 0127002.
- [11] WANG Cheng-zhi, YU Xiao-qin, LI Chun-xian, et al. Entanglement between two atoms mediated by two dissipative optical cavities[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **33**(s2): s227001.
王成志, 喻小琴, 李春先, 等. 耗散双光腔调制的两原子间的纠缠[J]. *光学学报*, 2013, **33**(s2): s227001.

- [12] XU B M, ZOU J, LI J G, *et al.* Effect of different environments on multipartite global discord[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2015, **63**(3): 291-295.
- [13] REN Yi-chong, FAN Hong-yi. Solving the qubit coupled with reservoir under time-varying external field with Ket-Bra entangled state method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, **65**(11): 110301.
任益充, 范洪义. Ket-Bra 纠缠态方法研究含时外场中与热库耦合 Qubit 的演化[J]. *物理学报*, 2016, **65**(11): 110301.
- [14] SABIN C, GARCIA-ALCAINE G. A classification of entanglement in three-qubit system[J]. *European Physical Journal D*, 2008, **48**(3): 435-442.