

doi:10.3788/gzxb20174612.1206002

空间尘埃等离子体对量子卫星通信性能的影响

唐守荣¹, 聂敏¹, 杨光^{1,2}, 张美玲¹, 裴昌幸³

(1 西安邮电大学 通信与信息工程学院, 西安 710121)

(2 西北工业大学 电子信息工程学院, 西安 710072)

(3 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 西安 710071)

摘 要:为了研究尘埃等离子体中带电尘埃的粒子半径、粒子浓度和带电荷数对量子通信性能的影响, 首先根据 Mie 散射理论得到单个带电尘埃粒子的光散射截面; 然后通过粒子浓度求出总的消光截面, 得出链路衰减的数学模型, 提出了带电粒子特性与量子纠缠度的关系; 针对退极化信道, 当单个尘埃粒子所吸附带电粒子的个数为 50 时, 给出了尘埃粒子半径、粒子浓度与信道容量和量子误码率的定量关系。仿真结果表明, 当量子信号的传输距离为 10 km 时, 尘埃粒子浓度从 $1 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ 增加到 $10 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$, 信道容量从 0.672 6 降低到 0.107 5; 尘埃粒子半径从 0.1 μm 增加到 10 μm 时, 量子误码率由 1.334×10^{-3} 增加到 5.309×10^{-3} 。由此可见, 尘埃等离子体中带电尘埃粒子的半径和浓度对量子卫星通信性能有显著的影响。因此, 为确保量子通信的可靠性, 应根据所探测到的等离子体环境的状况, 调整卫星通信系统的各项指标参数。

关键词:量子卫星通信; 尘埃等离子体; 光散射截面; 带电尘埃粒子; 退极化信道; 信道容量; 误码率; 量子纠缠度

中图分类号: O413.1; P354.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)12-1206002-8

Influence of Space Dusty Plasmas on the Performance of Quantum Satellite Communication

TANG Shou-rong¹, NIE Min¹, YANG Guang^{1,2}, ZHANG Mei-ling¹, PEI Chang-xing³

(1 School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

(2 School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(3 State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to study the effect of particle radius, particle concentration and charge number of charged dust in dusty plasmas on the performance of quantum communication, according to the Mie scattering theory, the light scattering cross section of single charged dust particle was obtained. Based on particle concentration, the extinction cross section of particles was calculated, the mathematical model of the link attenuation was established, and the relationship between the characteristics of charged particles and quantum entanglement was proposed. Aimed at the depolarization channel, when the number of charged particles adsorbed by a dust particle is 50, the quantitative relation among the dust particle radius and the particle concentration, the channel capacity and the quantum bit error rate was given. The

基金项目:国家自然科学基金(No.61172071)、陕西省国际科技合作与交流计划项目(No.2015KW-013)和陕西省教育厅科研计划项目(No.16JK1711)资助

第一作者(通讯作者):唐守荣(1992—),女,硕士研究生,主要研究方向为量子通信.Email:1257113655@qq.com

导 师:聂敏(1964—),男,教授,博士,主要研究方向为量子通信.Email:niemin@xupt.edu.cn

收稿日期:2017-05-18; **录用日期:**2017-06-23

<http://www.photon.ac.cn>

simulation results show that when the transmission distance of quantum signal is 10km, particle concentration increases from $1 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ to $10 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$, the channel capacity decreases from 0.672 6 to 0.107 5; the dust particle radius increases from $0.1 \mu\text{m}$ to $10 \mu\text{m}$, the quantum bit error rate increases from 1.334×10^{-3} to 5.309×10^{-3} . It can be seen that the radius and concentration of charged dust particles in the plasmas have a significant influence on the performance of free space quantum communication. Therefore, in order to ensure the reliability of quantum communication, the various parameters of the communication system should be adjusted according to the conditions of the detected plasmas environment.

Key words: Quantum satellite communications; Dusty plasmas; Light scattering cross sections; Charged dust particles; Depolarization channels; Channel capacity; Bit error rate; Quantum entanglement

OCIS Codes: 060.5565; 060.2605; 290.5850; 350.5400

0 引言

量子卫星通信是继自由空间量子通信后提出的战略性策略,是构建全球量子卫星通信网络的重要组成部分,具有划时代的意义. 2016年8月16日1:40,全球第一颗量子科学实验卫星“墨子号”在酒泉发射成功,标志着我国空间研究又迈出了成功的一步,这也是使用量子技术创建全球性量子卫星网络的关键性一步,而中国在这方面已走在了世界前列. 2005年,潘建伟教授与杨涛、彭承志等研究人员在中国科学技术大学西校区和肥西县桃花镇之间实现了13 km自由空间量子纠缠和密钥分发实验,证明纠缠光子在通过超过大气层等效厚度的距离之后,纠缠特性依然能够保持良好,从而验证了星地量子通信的可行性,为全球化量子卫星通信打下坚实的基础^[1]. 随后他们又不断的打破记录,16 km的自由空间量子隐形传态^[2],百 km量级的自由空间量子隐形传态和纠缠分发^[3],地面-卫星量子密钥分配的直接和全面的实验验证^[4]等,为星地量子卫星通信奠定了基础. 2012年,潘建伟院士及其同事包小辉、赵博等和德国研究人员合作实现了具有高读出效率及长存储寿命的高性能量子存储器^[5]. 2014年,意大利帕多瓦大学研究小组利用轨道角动量与光学偏振组合的旋转不变态进行信息编码^[6],实现了量子密钥分配协议. 2015年,潘建伟小组又在国际上首次成功实现了多自由度量子体系的隐形传态^[7],已有实验成果进一步提高了量子卫星通信的保密性与安全性,推进了实现全球量子网络的进程.

随着科技的发展和人类对宇宙太空的探索,人类的各种航天活动日益频繁,导致大量的残留物滞留空中,再加上宇宙爆发,太阳辐射等自然气候条件,使自由空间中存在着相当数量的尘埃粒子^[8]. 各种漂浮在空间中尘埃粒子处于电离层等离子环境中,与周围的分子、电子、离子等相互碰撞充电而形成带电尘埃,带电尘埃处于等离子体中而形成尘埃等离子体^[9]. 文献[10-12]对尘埃等离子体的物理特性、光的散射作用以及电磁散射特性等方面进行了研究. 迄今为止,尘埃等离子体中的带电尘埃对光量子信号的影响尚未展开研究,本文根据带电尘埃粒子的光散射截面,分析了其粒子半径、带电荷数及尘埃粒子浓度对量子卫星通信的链路衰减、信道纠缠度、信道容量及量子误码率的影响,给出了它们之间的定量关系,并通过仿真进行验证,为光量子信号在星地之间传输时,量子通信系统的有序进行提供参照依据.

1 带电尘埃粒子的光散射截面

对于尘埃等离子体中的单个尘埃粒子,将其视为半径为 r_d 的球形粒子来处理. 尘埃粒子相对于电子、离子和其他中性粒子而言,质量较大,处于电离层等离子体环境中与周围的电子、离子相互碰撞,吸附一定数量的电子和离子,在其表面周围形成半径为 λ_D 的屏蔽德拜云^[13]. 其模型见图 1. 其中屏蔽德拜云的屏蔽半径可用德拜长度^[13]表示为

$$\lambda_D = (\epsilon_0 k_B T / n_e e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

式中, ϵ_0 为真空中的介电常数, k_B 为玻尔兹曼常数, T 为背景温度, n_e 为带电尘埃系统中电子密度, e 为基元

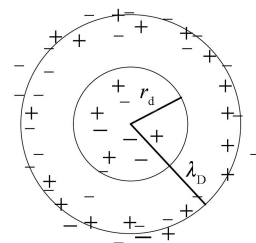


图 1 带电尘埃粒子模型
Fig.1 Charged dust particle model

电荷.

根据 Aden 和 Kerker 同心散射理论^[14],将带电尘埃粒子模型视为由表面上集聚大量电离子而形成的屏蔽球,与中心尘埃粒子共同组成的同心球.通过使用并矢格林函数确定屏蔽德拜云的电子辐射场,得到类似于 Mie 散射场的球矢量波函数^[13],同时根据 Mie 散射理论来讨论尘埃粒子的光散射特性^[15].因此,在研究带电尘埃粒子系统对光量子信号的散射特性时,可根据 Mie 散射理论得到相应的总散射截面为

$$\sigma_{\text{sca}} = \sigma_{\text{d}} + \sigma_{\text{D}} + \sigma_{\text{dD}} \quad (2)$$

式中, σ_{d} 为中心尘埃粒子的散射截面,

$$\sigma_{\text{d}} = \pi r_{\text{d}} Q_{\text{sca}} \quad (3)$$

式中,

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n^{\text{d}}|^2 + |b_n^{\text{d}}|^2) \quad (4)$$

为散射效率因子, x 为尺寸参数, $x = 2\pi r_{\text{d}}/\lambda$, a_n^{d} 、 b_n^{d} 是米氏散射系数, σ_{D} 是屏蔽德拜云的散射截面^[13],

$$\sigma_{\text{D}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n^{\text{D}}|^2 + |b_n^{\text{D}}|^2) \quad (5)$$

式中, k 为环境介质波数, $k = 2\pi/\lambda$.

$$a_n^{\text{D}} = -ikr_0 C_{\text{d}} \exp(r_{\text{d}}/\lambda_{\text{D}}) I_2^n(k) / \lambda_{\text{D}}^2 \quad (6)$$

$$b_n^{\text{D}} = -ikr_0 C_{\text{d}} \exp(r_{\text{d}}/\lambda_{\text{D}}) I_1^n(k) / \lambda_{\text{D}}^2 \quad (7)$$

式中, σ_{dD} 为中心尘埃粒子与屏蔽德拜云的相干截面^[13],

$$\sigma_{\text{dD}} = -4\pi C_{\text{d}} \exp(r_{\text{d}}/\lambda_{\text{D}}) \frac{kr_0}{(k\lambda_{\text{D}})^2} \times \text{Im} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [I_2^n(k) |a_n^{\text{d}}|^2 + I_1^n(k) |b_n^{\text{d}}|^2] \right\} \quad (8)$$

式(5)~(7)中的 r_0 是经典电子半径, C_{d} 为尘埃粒子所带电荷数,当尘埃颗粒充电平衡时,其电荷数为定值.

$$I_1^n(k) = \int_0^{r_{\text{d}}} r \exp(-r/\lambda_{\text{D}}) j_n^2(kr) dr \quad (9)$$

$$I_2^n(k) = \frac{1}{2n+1} \int_0^{r_{\text{d}}} r \exp(-r/\lambda_{\text{D}}) [(n+1)j_{n-1}^2(kr) + nj_{n+1}^2(kr)] dr \quad (10)$$

式中, $j_n^2(kr)$ 为 n 阶贝塞尔函数.

由理论分析可知,带电尘埃粒子的散射截面主要与尘埃粒子的粒径分布,带电荷数和复折射率等参数有关.由文献[10]可知,当 $r_{\text{d}}/\lambda_{\text{D}} \leq 5$ 时,可将尘埃粒子看成是孤立的,即尘埃粒子之间的相互作用可以忽略不计,则可得到单个尘埃粒子的光散射截面.若中心尘埃粒子的复折射率取冰晶粒子的复折射率^[11]为 $1.78 + 7.78 \times 10^{-6}i$,背景温度 $T = 300 \text{ K}$,电子密度 $n_{\text{e}} = 5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$.采用波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 的光量子信号进行通信,则在不同的电荷数下,单个带电尘埃粒子的光散射截面随粒子半径的变化如图2所示.

图2中, r_{d} 表示粒子半径,取值范围为 $0 \sim 10 \mu\text{m}$, σ_{sca} 表示散射截面.从图中可以看出,当电荷数一定时,随着尘埃粒子半径的增加,其光散射截面呈类线性增加.

因为式中有 $\exp(r_{\text{d}}/\lambda_{\text{D}})$ 项,将文中所给参数代入,计算出德拜长度 $\lambda_{\text{D}} = 28.7 \mu\text{m}$,而尘埃粒子的半径取值为 $0 \sim 10 \mu\text{m}$,所以指数增加不明显,类似于线性增加.当粒子半径一定时,随着电荷数的增加,带电尘埃粒子的带电量在增加,屏蔽德拜云的散射截面和中心尘埃粒子与屏蔽德拜云的相干截面也随之增加,从而总的光散射截面也在增加.

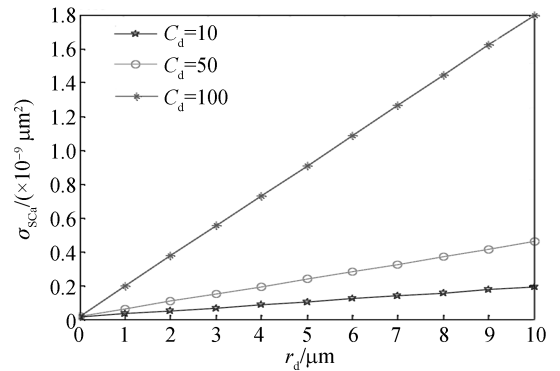


图2 散射截面与粒子半径的关系

Fig. 2 Relationship between scattering cross section and particle radius

2 带电尘埃粒子与链路衰减的关系

在进行量子密钥分发时,携带密钥的光量子信号在星地之间传输,定会穿过尘埃等离子体,从而不可避免的会与带电尘埃粒子发生碰撞而造成光量子信号强度的衰减,最终导致密钥分发的错误。

在尘埃等离子体环境中传输 d (km) 的距离后,光量子信号的强度为^[16]

$$I_d = I_0 \exp(-\sigma_{\text{ext}} \cdot d) \quad (11)$$

式中, I_0 为入射时的信号强度, σ_{ext} 为消光截面。

取尘埃粒子的粒径分布为 $0 \sim 10 \mu\text{m}$, 总的消光截面可表示为

$$\sigma_{\text{ext}} = \int_0^{10} N(r) \sigma_{\text{tot}} dr \quad (12)$$

式中, $N(r)$ 为尘埃粒子的分布函数^[17],

$$N(r) = \frac{n_d}{\sqrt{2\pi} r \ln \delta} \exp\left(-\frac{\ln^2(r/r_{\text{ave}})}{2 \ln^2 \delta}\right) \quad (13)$$

式中, n_d 为尘埃粒子浓度, r_{ave} 为几何平均半径, δ 为几何平均偏差。

式(12)中 σ_{tot} 为衰减截面, 是散射截面 σ_{sca} 和吸收截面 σ_{asb} ^[11] 之和。则当量子信号在星地间传输时, 由于带电尘埃粒子所导致的链路衰减为

$$A_{\text{att}} = 10 \cdot \sigma_{\text{ext}} \cdot \log_e \cdot d \quad (14)$$

采用波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 的光信号进行量子通信, 带电尘埃粒子系统介电常数采用冰晶粒子的复介电常数, 可由文献[18]所给出的经验公式确定, 带电荷数 $C_d = 50$, 则在不同的尘埃粒子浓度分布下, 链路衰减与传输距离的关系仿真如图 3 所示。图 3 中, d 表示传输距离, n_d 表示粒子浓度, A_{att} 表示链路衰减。从图中可以看出, 在尘埃粒子浓度一定的情况下, 传输距离 d 越大, 光量子信号在自由空间中传输时穿过的尘埃粒子越多, 累计散射截面越大, 信号强度衰减越大, 从而导致链路衰减的增大; 当传输距离一定时, 由于尘埃粒子浓度的增加, 导致单位体积内尘埃粒子数目的增加, 所以总的散射截面就越大, 消光效应越大, 链路衰减也越大。当尘埃粒子的浓度 $n_d = 5 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$, 传输距离从 10 km 增加到 100 km 时, 链路衰减从 1.893 dB 增加到 18.93 dB, 呈倍数增加; 当传输距离为 50 km, 尘埃粒子的浓度从 $2 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ 增加到 $10 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ 时, 链路衰减从 3.786 dB 增加到 18.93 dB。因此, 在进行量子卫星通信时, 应根据对空间环境的实测情况, 选择合适的通信时间, 可有效的降低链路衰减, 保证通信质量。

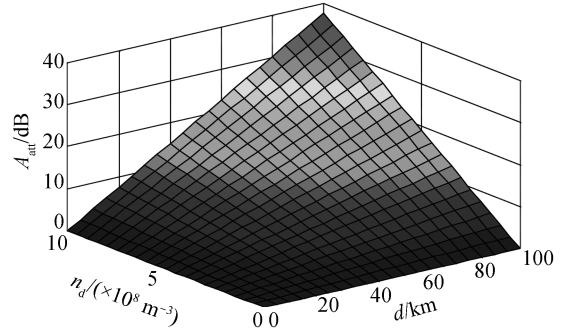


图 3 链路衰减与传输距离、粒子浓度的关系

Fig.3 Relationship between link attenuation and transmission distance, particle concentration

3 带电尘埃粒子对量子信道纠缠度的影响

量子纠缠态是量子通信中重要的物理资源, 量子隐形传输, 量子密集编码等多个成果都是基于量子纠缠的特性^[19]。而在尘埃等离子体环境中, 由于尘埃粒子对光量子信号的散射作用, 会导致量子纠缠劣化, 纠缠度下降, 从而影响量子通信。

由文献[20]知, 纠缠度可表示为

$$E(\rho_{AE}) = S(\rho_A) = S(\rho_E) = -\sum_i \lambda_i \log_2 \lambda_i \quad (15)$$

式中, A 代表自由空间量子信道, E 代表尘埃等离子体环境, $S(\rho_A)$ 和 $S(\rho_E)$ 分别是系统 A 和 E 的量子熵, ρ_{AE} 为两体系的密度矩阵, λ_i 为密度矩阵的本征值。

当光量子信号在尘埃等离子体环境中传输时, 根据退极化信道中量子态的演化, 得两体系的密度矩阵为

$$\rho_{AE} = \sum_k \lambda_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k| \quad (16)$$

式中, λ_k 是系统 A 和 E 约化密度矩阵共同的非零本征值, $|\psi_k\rangle = \sum_i p_i \rho_i |e_s\rangle$ 为量子态与尘埃等离子体环境的混合态, $|e_s\rangle$ 是量子态与尘埃等离子体环境相互作用的终态, p_i 为信源的量子字符取 ρ_i 时的概率. 则当量子初态为 $\rho_0 = |0\rangle\langle 0|$, $\rho_1 = |1\rangle\langle 1|$ 时, 根据尘埃粒子的散射截面, 定义尘埃等离子体环境下, 量子信道的纠缠度为

$$E = \frac{C \cdot H(p_0)}{\sigma_{\text{ext}} \exp(r_d/\lambda_D) \log(d - h_0)} \quad (17)$$

式中, C 为归一化常数, 文中取值为 20, $H(x)$ 是二元熵, h_0 为卫星地面站海拔高度.

假设尘埃粒子浓度 $n_d = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$, 卫星地面站海拔高度 $h_0 = 1 \text{ km}$, 传输距离 $d = 50 \text{ km}$, 对信道纠缠度与尘埃粒子半径、信源概率的关系进行仿真, 结果见图 4. 图 4 中, r_d 表示尘埃粒子半径, 取值范围为 $0 \sim 10 \mu\text{m}$; p_0 表示信源量子字符取 ρ_0 时的概率, 取值范围为 $0 \sim 1$; E 为信道纠缠度. 从图中可以看出, 当粒子半径一定, 信源量子字符等概时, 纠缠度最大. 从(17)式中也可以看出, 当 $p_0 = 0.5$ 时, 二元熵取得最大值为 1, 所以信道纠缠度也在 $p_0 = 0.5$ 时取得最大值. 而当概率 p_0 取 $0 \sim 0.5$ 或者取 $0.5 \sim 1$ 时, 纠缠度以 $p_0 = 0.5$ 为对称轴向两侧逐渐减小. 当信源字符取值一定时, 信道纠缠度随着尘埃粒子半径的增大而逐渐减小. 由此可见, 在尘埃等离子体环境中, 为了保证较好的量子纠缠特性, 可以对信源字符进行调整从而得到最大纠缠度.

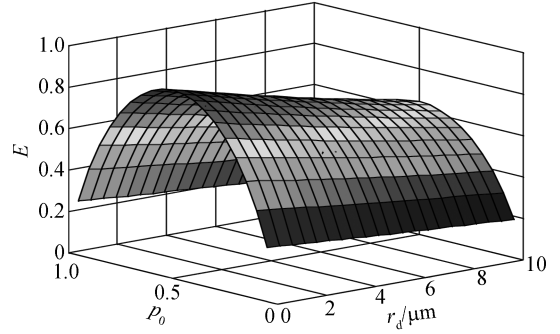


图 4 量子纠缠度与粒子半径、字符概率的关系
Fig. 4 Relationship between quantum entanglement and particle radius, character probability

4 带电尘埃粒子对退极化信道容量的影响

退极化信道中, 一个量子比特以概率 $1 - p$ 保持不变, 并以相同的概率 p 发生位翻转错误: $|\varphi\rangle \rightarrow \sigma_1 |\varphi\rangle$, 相位翻转错误: $|\varphi\rangle \rightarrow \sigma_3 |\varphi\rangle$, 混合型错误: $|\varphi\rangle \rightarrow \sigma_2 |\varphi\rangle$, 他们都会造成量子信息处理中的误差. 那么, 量子位与带电尘埃发生纠缠导致的退极化可用一个么正算符来表示^[21], 即

$$U_{AE}: |\varphi\rangle_A \otimes |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |\varphi\rangle_A \otimes |0\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}} [\sigma_1 |\varphi\rangle_A \otimes |1\rangle_E + \sigma_2 |\varphi\rangle_A \otimes |2\rangle_E + \sigma_3 |\varphi\rangle_A \otimes |3\rangle_E] \quad (18)$$

式中, A 代表量子系统, E 代表尘埃等离子体系统, 则 p 为受到尘埃粒子影响使量子比特发生错误的概率, 可表示为

$$p = 3(1 - 10^{-0.1A_{\text{att}}})/4 \quad (19)$$

利用四个 Kraus 算子元素^[22]可将初始化密度矩阵 ρ_A 演化为

$$\rho_A \rightarrow \rho'_A \equiv \mathcal{E}(\rho_A) = (1-p)\rho_A + \frac{p}{3}(\sigma_1 \rho_A \sigma_1 + \sigma_2 \rho_A \sigma_2 + \sigma_3 \rho_A \sigma_3) \quad (20)$$

记 $\epsilon(\rho) = \rho'_A$, 则量子位经过尘埃等离子体环境后的状态为

$$\epsilon(\rho) = (p/2)I + (1-p)\rho \quad (21)$$

根据 HSW 定理^[21], 尘埃等离子体信道的容量为

$$\chi = \max_{\{p_i\}} \left\{ s \left[\epsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \right] - \sum_i p_i s \left[\epsilon(\rho_i) \right] \right\} \quad (22)$$

式中, $\sum_i p_i s[\epsilon(\rho_i)]$ 表示接受到字符的 Von Neumann 熵, $s[\epsilon(\sum_i p_i \rho_i)]$ 表示通过信道后的状态的 Von Neumann 熵.

设输入字符为 $\rho_0 = |0\rangle\langle 0|$, $\rho_1 = |1\rangle\langle 1|$, 则经过尘埃等离子体信道后的状态为

$$\varepsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = \varepsilon[p_0 \rho_0 + (1-p_1) \rho_1] = \begin{pmatrix} \frac{p}{2} + (1-p)p_0 & 0 \\ 0 & \frac{p}{2} + (1-p)(1-p_0) \end{pmatrix} \quad (23)$$

对应的 Von Nemann 熵为

$$s\left[\varepsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] = -\left[\left(\frac{p}{2} + (1-p)p_0\right) \log\left(\frac{p}{2} + (1-p)p_0\right) + \left(\frac{p}{2} + (1-p)(1-p_0)\right) \log\left(\frac{p}{2} + (1-p)(1-p_0)\right)\right] \quad (24)$$

收到字符的 Von Nemann 熵为

$$s[\varepsilon(\rho_0)] = s[\varepsilon(\rho_1)] = H\left(\frac{p}{2}\right) \quad (25)$$

$H\left(\frac{p}{2}\right)$ 为二元香农熵, 则

$$\sum_i p_i s[\varepsilon(\rho_i)] = p_0 H\left(\frac{p}{2}\right) + (1-p_0) H\left(\frac{p}{2}\right) = H\left(\frac{p}{2}\right) \quad (26)$$

从式(26)可以看出, 当 $p_0 = \frac{1}{2}$ 时, $s\left[\varepsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right]$ 取最大值为 1, 则信道容量

$$\chi = \max \chi\left(p, \frac{1}{2}\right) = 1 - H\left(\frac{p}{2}\right) \quad (27)$$

由推论可知, 当 $p=1$ 时, $\chi=0$, 尘埃等离子体中的带电尘埃已经造成信道的完全瘫痪, 成为无用信道. 当 $p=0$ 时, $\chi=1$, 说明自由空间环境透明, 是一种理想信道, 在实际情况中是不存在的. 在尘埃等离子体环境中, 导致量子比特发生错误的概率 p 与尘埃粒子的粒径分布, 粒子浓度及传输距离有密切关系, 根据式(12)、(19)和(27), 对信道容量进行仿真, 结果见图 5. 图 5 中, n_d 为尘埃粒子浓度, d 为传输距离, χ 表示信道容量. 从图上可以看出, 随着尘埃粒子浓度与传输距离的增大, 信道容量随之减小. 当传输距离一定时, 随着粒子浓度的增大, 对光量子信号总的消光截面越来越大, 量子比特发生错误的概率越大, 导致信道容量呈衰减趋势. 当尘埃粒子浓度一定时, 传输距离增大, 意味着光量子信号将穿过更多的尘埃粒子, 量子信息发生错误的概率将会增大, 所以信道容量将越来越小. 由此可见, 尘埃粒子浓度对量子信道容量具有不可小觑的影响, 当粒子浓度较大时, 会对量子密钥的传输造成严重影响.

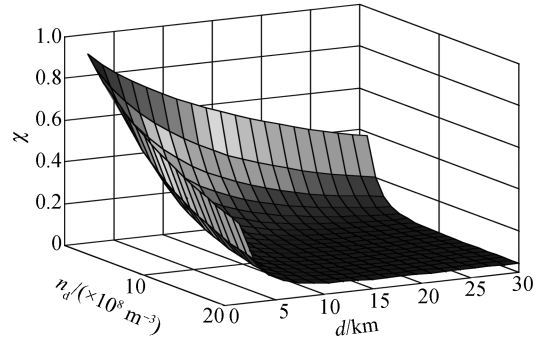


图 5 信道容量与粒子浓度、传输距离的关系
Fig. 5 Relationship between channel capacity and particle concentration, transmission distance

5 带电尘埃粒子对信道误码率的影响

基于诱骗态的量子保密通信协议, 可以看作是对非理想单光子源 BB84 协议的完善, 是通过使用弱相干态光源去近似的接近理想单光子源. 假设发射的弱相干态光源是相位随机的^[23], 则从地面发射站发射的量子态可以写为

$$\rho_A = \sum_{k=0}^{\infty} p_k |k\rangle\langle k| = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu) |k\rangle\langle k| \quad (28)$$

光场的光子数分布满足 Poisson 分布, $p(k) = (\mu^k / k!) \exp(-\mu)$; 当 $k=0$, 量子态不含有光子, 称为真空态, 概率为 $p(0) = \exp(-\mu)$; 当 $k=1$ 时, 只包含一个光子, 称为单光子态, 概率 $p(1) = \mu \exp(-\mu)$; 当 $k \geq 2$ 时, 包含两个或两个以上的光子, 称为多光子态, 概率 $p_{\text{multi}} = \sum_{k=2}^{\infty} p(k) = 1 - p(0) - p(1)$. 从以上概率来看, 如果

在通过选择机制排除真空态的条件下,要使弱相干态光源近似完美的接近理想单光子源,平均光子数 μ 的取值尤为重要.常用的结果是取 $\mu=0.1$ ^[21],此时 $p_{\text{multi}} \approx 0.5\%$,所以 $k > 2$ 时,概率 $p_{\text{multi}} < 0.5\%$,所以在计算单光子态在整个脉冲中所占的比例时,取 $k \leq 2$.

则当发射方发射一个脉冲时总的量子误码率表示为

$$\text{QBER} = \sum_{k=0}^2 e_k Y_k p(k) = \sum_{k=0}^2 e_k Y_k \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu) \quad (29)$$

式中, Y_k 为发射 k 光子数态时的计数率,它与信道噪声引起的暗计数 Y_0 、光子脉冲通过率 η_k 有关,可表示为: $Y_k = Y_0 + \eta_k - Y_0 \eta_k$. e_k 为发射 k 光子数态时的误码率,包括暗计数中误探测概率 e_0 和由于探测器本身缺陷而引起的错误概率 e_d ,表示为^[24]: $e_k = [e_0 Y_0 + e_d(1 - \eta_k)] / Y_k$.

光子的脉冲通过率 η_k 与尘埃粒子信道中光子的传输率 η_d 密切相关,可表示为: $\eta_k = 1 - (1 - \eta_d)^k$,并将其代入总误码率公式化简得

$$\text{QBER} = e_0 Y_0 + \sum_{k=1}^2 [e_0 Y_0 + e_d(1 - \eta_d)^k] \cdot \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu) \quad (30)$$

在尘埃粒子信道中,光子的传输率 η_d 表示为

$$\eta_d = \exp(-r_d/\lambda_D) 10^{-A_{\text{att}} \cdot d/100} \cdot \eta_b \quad (31)$$

η_b 为终端探测器的探测率.

假设尘埃粒子浓度 $n_d = 5 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$,根据表1所给的参数^[25],可得到在尘埃等离子体环境中粒子半径、传输距离与量子误码率的关系,其仿真结果如图6所示.

表1 信道误码率参数设置

Table 1 The parameters of channel bit error rate

e_d	Y_0	e_0	η_b
3.3%	1.7×10^{-6}	0.5	0.045

图6中, r_d 为尘埃粒子半径, d 为传输距离,QBER为量子误码率.从图中可以看出,量子误码率会随着粒子半径和传输距离的增加而逐渐增大.当传输距离一定时,粒子的半径越大,对光的散射作用越大,衰减就越大,所以误码率也会增大;当粒子半径一定时,随着距离的增加,穿过的尘埃粒子就越多,量子比特发生错误的概率就越大,误码率也就越大.当传输距离为50 km,尘埃粒子的浓度从 $1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ 增加到 $10 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ 时,量子误码率从 5.686×10^{-3} 增加到 8.152×10^{-3} ;当粒子半径为 $5 \mu\text{m}$,传输距离由10 km增加到100 km时,量子误码率从 3.494×10^{-3} 增加到 9.801×10^{-3} .由此可见,当空间中带电尘埃粒子越多越大时,即空间环境比较恶劣时,会严重影响自由空间的量子通信.

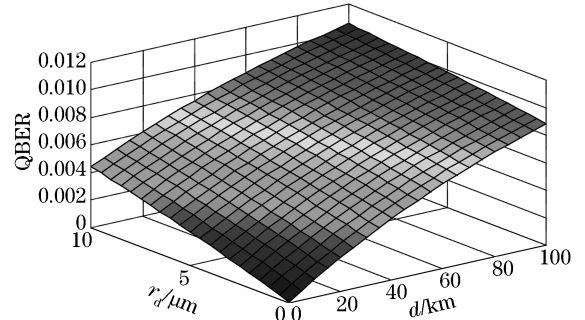


图6 量子误码率与粒子半径、传输距离的关系
Fig.6 Relationship between the quantum bit error rate and the particle radius, the transmission distance

6 结论

本文研究了光量子信号在星地间传输时,尘埃等离子体中带电尘埃的粒子半径、粒子浓度对量子卫星通信性能的影响.分析了单个带电尘埃粒子的光散射截面;然后根据空间中粒子的浓度,得到了粒子浓度和传输距离与链路衰减的关系,给出了尘埃粒子半径与量子纠缠度的数学模型;针对退极化信道,研究了尘埃粒子的特性对信道容量和量子误码率的定量关系,并通过仿真进行验证.结果表明,随着粒子半径和粒子浓度的增加,量子通信的性能会有显著的下降.所以,本文提出的尘埃等离子体中带电尘埃粒子特性与量子通信性能的定量关系,可以为量子卫星通信提供参考依据,从而减少尘埃等离子体对量子通信性能的影响.

参考文献

[1] PENG C Z, YANG T, BAO X H, *et al.* Experimental free-space distribution of entangled photon pairs over 13 km;

- towards satellite-based global quantum communication[J]. *Physical Review Letters*, 2005, **94**(15): 150501.
- [2] JIN X M, REN J G, YANG B, *et al.* Experimental free-space quantum teleportation[J]. *Nature Photonics*, 2010, **4**(6): 376-381.
- [3] YIN J, REN J G, LU H, *et al.* Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels[J]. *Nature*, 2012, **488**(7410): 185-188.
- [4] WANG J Y, YANG B, LIAO S K, *et al.* Direct and full-scale experimental verifications towards ground-satellite quantum key distribution[J]. *Nature Photonics*, 2013, **7**(5): 387-393.
- [5] BAO X H, REINGRUBER A, DIETRICH P, *et al.* Efficient and long-lived quantum memory with cold atoms inside a ring cavity[J]. *Nature Physics*, 2012, **8**(7): 517-521.
- [6] BRUSCHI D E, BARLOW T M, RAZAVI M, *et al.* Repeat-until-success quantum repeaters[J]. *Physical Review A*, 2014, **90**(3): 22232-22245.
- [7] WANG X L, CAI X D, SU Z E, *et al.* Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon[J]. *Nature*, 2015, **518**(7540): 516.
- [8] REN Jie, NIE Min, YANG Guang, *et al.* Influence of multiple factors of natural environment on the performance of free space quantum communication[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(12): 1227003.
任杰, 聂敏, 杨光, 等. 自然环境中多因子对自由空间量子通信性能的影响[J]. 光子学报, 2015, **44**(12): 1227003.
- [9] MA Jin-xiu. Dust plasma[J]. *Physics*, 2006, **35**(3): 244-250.
马锦秀. 尘埃等离子体[J]. 物理, 2006, **35**(3): 244-250.
- [10] SHI Yan-xiang, GE De-biao, WU Jian. Influence of charge and discharge processes of dust particles on the dust plasma conductivity[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(10): 5318-5324.
石雁祥, 葛德彪, 吴健. 尘埃粒子充放电过程对尘埃等离子体电导率的影响[J]. 物理学报, 2006, **55**(10): 5318-5324.
- [11] LI Jiang-ting, GUO Li-xin, HU Hong-qiao, *et al.* Research on electromagnetic scattering characteristics of space dust plasma[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2010, **53**(12): 2829-2835.
李江挺, 郭立新, 胡红桥, 等. 空间尘埃等离子体电磁散射特性研究[J]. 地球物理学报, 2010, **53**(12): 2829-2835.
- [12] LI Fang, LI Lian-lin, SUI Qiang, *et al.* The absorption effect of dust particles in the plasma of electromagnetic wave[J]. *Science China: Technological Sciences*, 2004, **34**(7): 832-840.
李芳, 李廉林, 隋强. 等离子体中尘埃粒子对电磁波的吸收效应[J]. 中国科学: 技术科学, 2004, **34**(7): 832-840.
- [13] GUERRA R, MENDONCA J T. Mie and debye scattering in dusty plasmas[J]. *Physical Review E Statistical Physics Plasmas Fluids & Related Interdisciplinary Topics*, 2000, **62**(1 Pt B): 1190.
- [14] ADEN A L, KERKER M. Scattering of electromagnetic waves from two concentric spheres[J]. *Journal of Applied Physics*, 1951, **22**(10): 1242-1246.
- [15] NIE Min, REN Jia-ming, YANG Guang, *et al.* Influences of the ice-water mixed clouds on the performance of quantum satellite communication [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(9): 0927004.
聂敏, 任家明, 杨光, 等. 冰水混合云对量子卫星通信性能的影响[J]. 光子学报, 2016, **45**(9): 0927004.
- [16] LANZAGORTA M. 量子雷达[M]. 周万幸, 吴鸣亚, 胡明春, 等. 译, 北京: 电子工业出版社, 2013: 15-20.
- [17] SAVIGNY C V, PETELINA S V, KARLSSON B, *et al.* Vertical variation of NLC particle sizes retrieved from Odin/OSIRIS limb scattering observations[J]. *Geophysical Research Letters*, 2005, **32**(7): 99-119.
- [18] RAY P S. Broadband complex refractive indices of ice and water[J]. *Applied Optics*, 1972, **11**(8): 1836-1844.
- [19] WANG Y, BAO W S, BAO H Z, *et al.* High-dimensional quantum key distribution with the entangled single-photon-added coherent state[J]. *Physics Letters A*, 2017, **381**(16): 1393-1397.
- [20] 尹浩, 马怀新. 军事量子通信概论[M]. 北京: 军事科学出版社, 2006: 176-179.
- [21] 尹浩, 韩阳. 量子通信原理与技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013: 76-130.
- [22] 张永德. 量子力学[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 343-346.
- [23] ZHOU Yuan-yuan, ZHOU Xue-jun. Nonorthogonal passive decoy-state quantum key distribution with a weak coherent state source[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(10): 36-41.
周媛媛, 周学军. 基于弱相干态光源的非正交编码被动诱骗态量子密钥分配[J]. 物理学报, 2011, **60**(10): 36-41.
- [24] ZHANG S L, JIN C H, GUO J S, *et al.* Decoy state quantum key distribution via beam-wandering modeled atmosphere channel[J]. *Chinese Physics Letter*, 2016, **33**(12): 9-13.
- [25] HU Hua-peng, WANG Jin-dong, HUANG Yu-xian, *et al.* Nonorthogonal decoy-state quantum key distribution based on conditionally prepared down-conversion source[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(1): 287-292.
胡华鹏, 王金东, 黄宇娴, 等. 基于条件参量下转换光子对的非正交编码诱骗态量子密钥分发[J]. 物理学报, 2010, **59**(1): 287-292.