

doi:10.3788/gzxb20174611.1122003

基于瑞利-索末菲衍射理论的近场大衍射角衍射光学元件的设计

李晶^{1,2}, 吴鹏¹, 杨正¹, 郑倩颖^{1,2}, 李韬杰³, 向阳¹, 杜春雷^{1,2}, 尹韶云^{1,2}

(1 中国科学院重庆绿色智能技术研究院, 重庆 400714)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

(3 机械工程学院 电子与光学工程系, 石家庄 050003)

摘 要:提出了一种基于瑞利-索末菲衍射理论的设计方法,用于近场大衍射角衍射光学元件的设计.研究在大衍射角条件下,衍射光学元件面和输出面采样点之间应满足的空间位置关系.采用无远场和傍轴近似的正、逆向衍射计算方法对传统盖师贝格-撒克斯通算法进行改进,得到近场大衍射角衍射光学元件的设计方法.以“田”字形目标光强为例,将传统设计方法、现有大衍射角衍射光学元件设计方法和本文提出的设计方法进行对比,结果表明:在近场区域,本文方法可以准确重构出大衍射角衍射光学元件的目标光场,其他两种方法则会导致重构光场产生明显的畸变或者模糊化.

关键词:光学设计;衍射光学;衍射光学元件;瑞利-索末菲积分;计算全息;相位恢复;迭代算法

中图分类号:TN205

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2017)11-1122003-7

Design Method for the Near-field Diffractive Optical Elements with Large Diffraction Angle Based on the Rayleigh-Sommerfeld Diffraction Theory

LI Jing^{1,2}, WU Peng¹, YANG Zheng¹, ZHENG Qian-ying^{1,2}, LI Tao-jie³,

XIANG Yang¹, DU Chun-lei^{1,2}, YIN Shao-yun^{1,2}

(1 Chongqing Institute of Green and Intelligent Technology, Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(3 Mechanical Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: A novel method is presented for designing the near-field diffraction optical element (DOE) with large diffraction angle based on the Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory. The relation of space position of sampling points between the DOE surface and the receiving surface is studied. The forward and inverse diffraction calculation methods without far-field and paraxial approximation are used. The design method of near-field DOE with large diffraction is obtained by modifying the traditional Gerchberg-Saxton algorithm. Compared with the traditional design method and the existing large diffraction angle design method, the proposed method shows significant advantages on designing the same "田" Shape target pattern. The simulation results show that the target pattern in the near field with large diffraction angle is accurately reconstructed by using the proposed method, while the reconstructed light fields with the other two methods shows dramatical distortion or fuzziness.

Key words: Optical design; Diffractive optics; Diffractive optical element; Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory; Computer holography; Phase retrieval; Iterative algorithm

OCIS Codes: 220.0220; 050.1970; 090.1760; 090.2890; 100.5070

基金项目:国家自然科学基金(Nos.61475199,61605208)和重庆市重点产业共性关键技术创新专项(No.cstc2015zdcy-ztzx70006)资助

第一作者:李晶(1993—),男,硕士研究生,主要研究方向为衍射光学元件设计.Email:lijing93@cigit.ac.cn

导师(通讯作者):尹韶云(1981—),男,研究员,博士,主要研究方向为微光学与自由曲面光学设计.Email:ysy@cigit.ac.cn

收稿日期:2017-04-26;录用日期:2017-06-29

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

衍射光学元件(Diffraction Optical Elements, DOE)能够实现一些传统光学器件难以完成的功能^[1],比如波前传感器^[2]、结构光投影^[3]、光束整形^[4-7]等.在工业领域,经常会要求设备结构更加紧凑,尺寸尽可能的小,使用近场 DOE 能够在较近距离成像,有效地减小光学设备之间的距离^[8-10].大衍射角 DOE 则可应用于分束器、全息显示等领域^[11-12].

DOE 设计方法包括遗传算法^[6-7,13]、模拟退火算法^[5,14]、直接二元搜索法^[15-16]、盖师贝格-撒克斯通(Greenberg-Saxton, GS)算法^[3-4,11-13]等,其中 GS 算法是最具代表性也是应用最广泛的一种.GS 算法的核心是正向和逆向衍射运算,选择恰当的衍射运算方法是得到准确 DOE 相位分布的必要条件.传统 DOE 一般是工作在远场傍轴区域,因此衍射运算可以由基尔霍夫衍射积分公式作傍轴和远场近似后,再利用快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)算法实现^[3-4,11-13].在光刻离轴照明、大数值孔径显微结构光投影等领域,还需要 DOE 具备大衍射角且工作在近场区域内.如果仍然按照传统的 GS 算法进行设计,那么 DOE 在工作区域内的输出光强会发生严重的畸变和模糊化.为解决近场 DOE 的设计问题,可以利用基于角谱理论的 GS 算法^[17],但在设计大衍射角 DOE 时,其等间距采样的特点会导致 DOE 面和输出面采样的空间频率不匹配,因此不能得到收敛的相位分布.若直接利用瑞利-索末菲衍射积分公式进行衍射运算,可以实现灵活地采样,但是目前没有对应的逆衍射算法,也就无法实现 GS 算法.通过对目标光场进行强度和坐标调整可解决大衍射角 DOE 的设计问题^[11-12],但该方法的衍射运算是基于瑞利-索末菲衍射积分公式的远场近似,以至于设计的近场 DOE 的重构光场会产生较大的模糊化.因此,迫切需要发展适用于近场大衍射角 DOE 的设计方法.

本文提出了一种改进的 GS 算法用于近场大衍射角 DOE 的设计,该方法对 DOE 面和输出面采用新的采样方法,其正、逆向衍射运算直接由瑞利-索末菲衍射积分公式作数学变换而来,并且不作远场和傍轴近似.

1 设计方法

1.1 改进的 GS 算法基本原理

如图 1,GS 算法是以光场传播的物理模型为基础,通过光场在 DOE 面和输出面之间的正逆向衍射运算进行反复迭代,并在迭代过程中对 DOE 面和输出面的光场进行限制,直到输出面光强满足设计要求为止,最终得到 DOE 的相位信息.

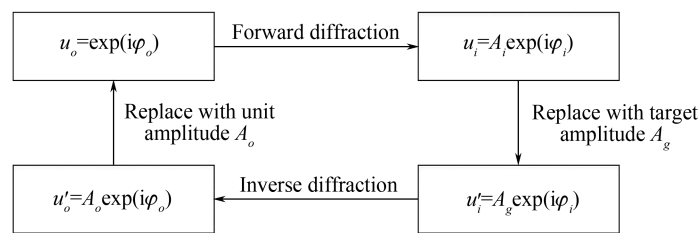


图 1 利用 GS 算法设计 DOE 的原理

Fig.1 The schematic diagram of GS algorithm used in designing the DOE

为了实现适用于近场大衍射角 DOE 设计方法,本文对传统 GS 算法进行改进.首先在大衍射角情况下,根据 DOE 和输出面空间频率的对应关系,确定了新的采样方法.然后提出了基于瑞利-索末菲衍射积分公式的正逆向衍射算法,该算法不包含远场和傍轴近似.最后引入相关系数作为评价函数,得到改进的 GS 算法.

1.1.1 改进 GS 算法的采样方法

如图 2,DOE 面和输出面分别在 $x_o y_o$ 和 $x_i y_i$ 平面内,采样点数量均为 $N \times N$.DOE 面尺寸为 $L_o \times L_o$,采用均匀采样,采样间隔 $L_s = L_o / (N_o - 1)$,接下来确定输出面的采样方法.

假设 $P_o(x_{o,m}, y_{o,n})$ 为 DOE 面上任意一个采样点, $P_i(x_{i,m}, y_{i,n})$ 为 P_o 在输出面上对应的采样点, $x_{o,m}$ 和 $y_{o,n}$ 分别代表 $x_o y_o$ 平面上第 m 行 n 列采样点的横纵坐标, $x_{i,m}$ 和 $y_{i,n}$ 同理.根据衍射相干成像理论,可由 P_o 点

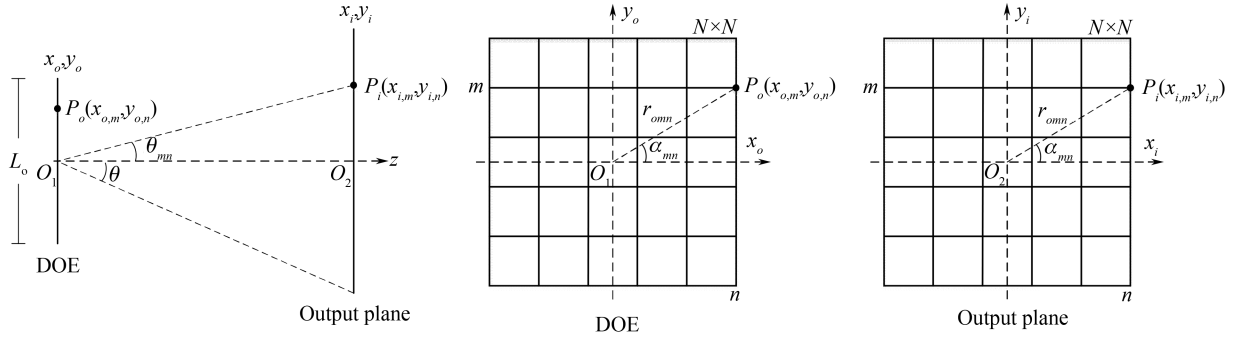


图 2 典型的 DOE 衍射系统

Fig.2 Typical diffraction system of the DOE

位置得到 P_i 的空间频率^[18]

$$\rho_{mn} = \frac{r_{omn}}{\lambda z} \quad (1)$$

其中 P_o 点到 $x_o y_o$ 平面坐标原点 O_1 的距离为

$$r_{omn} = \sqrt{x_{o,m}^2 + y_{o,n}^2} \quad (2)$$

由空间频率的定义可知, P_i 点的空间频率为

$$\rho'_{mn} = \frac{\sin \theta_{mn}}{\lambda} \quad (3)$$

为了保证 GS 算法在正、逆向衍射运算迭代过程中的收敛性,令 $\rho_{mn} = \rho'_{mn}$, 则有

$$\frac{r_{omn}}{\lambda z} = \frac{\sin \theta_{mn}}{\lambda} \quad (4)$$

已知输出面坐标轴方向上的最大发散角为 2θ , 根据式(4)可得

$$\frac{L_o}{2\lambda z} = \frac{\sin \theta}{\lambda} \quad (5)$$

由光栅方程可知

$$2L_s \sin \theta = \lambda \quad (6)$$

根据式(4)、(5)和(6)可得 P_i 到 $x_i y_i$ 平面坐标原点 O_2 的距离

$$r_{imn} = \sqrt{x_{i,m}^2 + y_{i,n}^2} = z \times \tan \left[\arcsin \left(\frac{\lambda r_{omn}}{L_s L_o} \right) \right] \quad (7)$$

由于空间频率还具有方向性, 因此有

$$\frac{y_{i,n}}{x_{i,m}} = \frac{y_{o,n}}{x_{o,m}} \quad (8)$$

综上所述, 根据式(7)和式(8), 可由 P_o 点坐标求得 P_i 点的坐标, 并以此进行采样.

传统 GS 算法设计的 DOE 通常是工作在傍轴区域, 此时式(7)可以近似为

$$r_{imn} \approx \frac{\lambda z r_{omn}}{L_s L_o} \quad (9)$$

因此在传统 GS 算法中, DOE 面和输出面都为均匀采样, 恰好满足式(8)和式(9)所示关系. 但是在不满足傍轴条件时, 若仍然对输出面进行均匀采样, 那么 GS 算法不能收敛.

1.1.2 正、逆向衍射运算原理

假设 DOE 平面的入射光复振幅分布为 $u(x_o, y_o)$, DOE 的相位分布为 $\varphi(x_o, y_o)$, 那么透过 DOE 的光波复振幅

$$u_o(x_o, y_o) = u(x_o, y_o) \times \exp[i\varphi(x_o, y_o)] \quad (10)$$

根据瑞利-索末菲衍射积分公式^[13], 可以得到输出面光场分布

$$u_i(x_i, y_i) = \iint u_o(x_o, y_o) \times h(x_i, y_i, x_o, y_o) dx_o dy_o \quad (11)$$

其中脉冲响应函数

$$h(x_i, y_i, x_o, y_o) = \frac{z \exp(ikR)(1 - ikR)}{2\pi R^3} \quad (12)$$

式(3)中 $k=2\pi/\lambda$ 为自由空间中的波数, λ 为 DOE 设计波长, z 为工作距离. DOE 面和输出面上任意两点之间的距离

$$R = \sqrt{(x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2 + z^2} \quad (13)$$

根据上一小节的结论对式(11)离散化, 可得

$$u_i(x_{i,m}, y_{i,n}) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N u_o(x_{o,m}, y_{o,n}) \times h(x_{i,m}, y_{i,n}, x_{o,m}, y_{o,n}) \times L_s^2 \quad (14)$$

将式(14)改写为矩阵形式, 得到正向衍射的计算公式为:

$$I_{1,N \times N} = O_{1,N \times N} \times H_{N \times N, N \times N} \times L_s^2 \quad (15)$$

其中 $O_{1,N \times N}$ 和 $I_{1,N \times N}$ 为 1 行 $N \times N$ 列矩阵, 分别包含 DOE 面和输出面所有采样点的光场信息, $H_{N \times N, N \times N}$ 为 $N \times N$ 方阵, 包含了脉冲响应函数 h 在离散化后的所有取值.

因为 $H_{N \times N, N \times N}$ 为可逆矩阵, 则由式(15)可以得到逆向衍射的计算公式为

$$O_{1,N \times N} = I_{1,N \times N} \times H_{N \times N, N \times N}^{-1} \times L_s^{-2} \quad (16)$$

1.1.3 评价函数

本文引入相关系数^[19]

$$\delta = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (A_{i,m,n}^2 - \bar{I}_i) \times (A_{g,m,n}^2 - \bar{I}_g)}{\sqrt{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (A_{i,m,n}^2 - \bar{I}_i)^2 \times \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (A_{g,m,n}^2 - \bar{I}_g)^2}} \quad (17)$$

用于评价 DOE 输出光强与目标光强之间的差异性. 其中 $A_{i,m,n}$ 和 $A_{g,m,n}$ 分别表示输出面第 m 行 n 列采样点的实际和目标振幅, \bar{I}_i 和 \bar{I}_g 分别表示输出面的实际光强和目标光强平均值, δ 的值域为 $[-1, 1]$. 一般情况下, 当 $|\delta| \geq 0.9$ 时可认为满足设计要求, GS 算法结束迭代过程, 并输出 DOE 相位分布.

1.2 设计流程

为方便表述, 离散化前后的物理量仍用同一参数表示. DOE 的设计流程如图 3, 其具体步骤为:

1) 确定 DOE 设计波长 λ , 最大发散角 2θ 和工作距离 z . 根据式(6)可以得知 DOE 的特征尺寸为 L_s , 同时由 DOE 面的采样点数量确定 DOE 的尺寸 L_o 以及采样点坐标.

2) 由式(7)和式(8)得到输出面的采样点坐标, 并按照坐标对目标光强 A_g^2 进行采样.

3) 产生随机相位分布 φ_r , 作为 DOE 的初始相位分布 φ_o .

4) 假设入射光为单位振幅的平行光, 得到 DOE 面的光场分布

$$u_o = \exp(i\varphi_o) \quad (18)$$

并进行均匀采样.

5) 利用式(15)所示的正向衍射计算方法, 得到输出面的光场分布

$$u_i = A_i \exp(i\varphi_i) \quad (19)$$

并根据式(17)计算输出光强 A_i^2 与目标光强 A_g^2 之间相关系数 δ .

6) 保持 u_i 的相位 φ_i 不变, 并将其振幅 A_i 替换为目标振幅 A_g , 得到新的光场分布

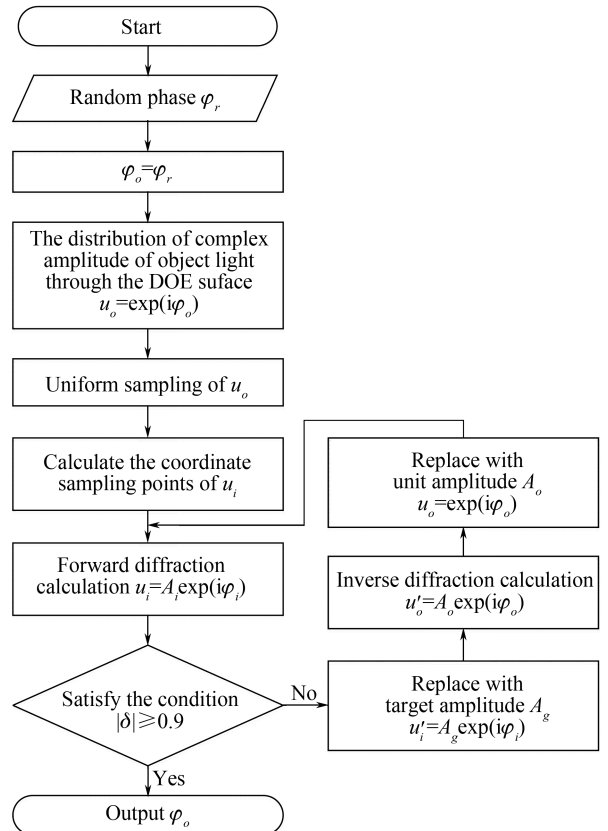


图 3 DOE 的设计流程

Fig.3 The design flow chart of the DOE

$$u'_i = A_g \exp(i\varphi_i) \quad (20)$$

7) 利用式(16)所示的逆向衍射运算方法,计算 DOE 面处的光场分布为 u'_o , 取其相位分布 φ_o 作为 DOE 面的相位分布。

8) 重复步骤(4)~(7),直到步骤(5)中的 δ 满足 $|\delta| \geq 0.9$ 时结束循环,此时的相位分布 φ_o 即为设计 DOE 的相位分布。

2 设计实例

为验证本文提出的设计方法,以图 4(a)所示的“田”字形目标光强分布为例.首先确定 DOE 的设计波长为 532 nm,工作距离 $z = 10$ mm,水平和垂直方向的发散角均为 64° ,根据式(6)可知 DOE 特征尺寸为约为 $0.5 \mu\text{m}$,取采样点数量为 256×256 ,则 DOE 的尺寸为 $128 \mu\text{m} \times 128 \mu\text{m}$.然后通过式(7)和式(8)得到输出面采样点坐标,并对目标光强进行采样.最后,利用上一节改进的 GS 算法进行计算,得到 DOE 相位分布.由式(2)所示的瑞利-索末菲衍射积分公式计算输出面的光强分布,得到如图 4(b)所示的衍射图形.VirtualLab 软件是一款常用于衍射元件设计的商业软件,其仿真结果与真实实验结果非常吻合^[17].为了更进一步地验证本方法的有效性,本文将得到的 DOE 相位分布转化为二台阶的 DOE 模型,如图 4(c)所示.然后利用 VirtualLab 对该 DOE 模型进行仿真实验,实验结果如图 4(d)所示.根据图 4 所示的理论计算和仿真实验结果可知,本方法用于设计近场大衍射角 DOE 是可行的。

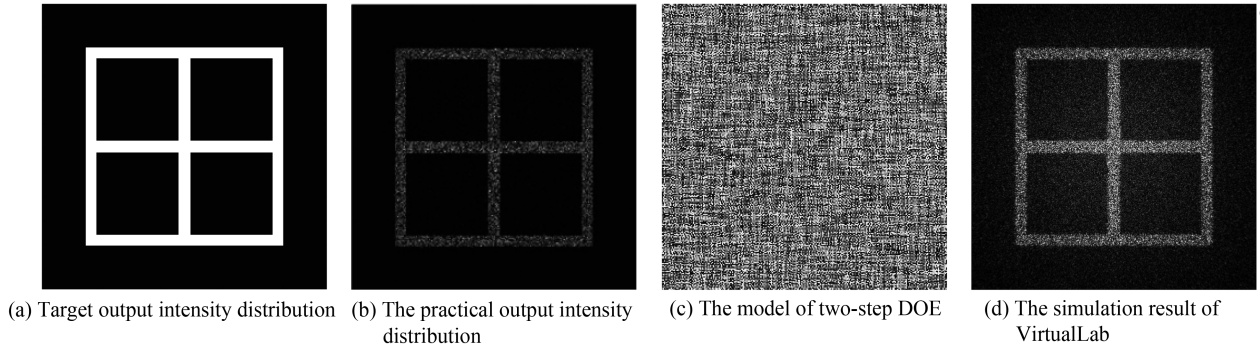


图 4 基于改进 GS 算法的近场大衍射角 DOE 设计

Fig.4 Near-field DOE with large diffraction angle based on modifying GS algorithm

将本文提出的设计方法与传统方法和现有大衍射角 DOE 设计方法^[11-12]进行对比.仍然以“田”字形光强分布为目标,分别设计工作距离 z 为 3 mm、5 mm、10 mm 和 15 mm 的 DOE,同样的利用式(2)所示的瑞利-索末菲衍射积分公式计算 DOE 输出面的光强分布,结果如图 5.

从图 5(a)可知,传统设计方法所得 DOE 的衍射图形产生了严重畸变,且当衍射距离小于 15 mm 时,图形逐渐变得模糊.图 5(b)是现有大衍射角设计方法所得 DOE 的衍射图形,相比传统方法,该方法解决了图形畸变问题,但随着工作距离的减小,图形仍然逐渐变得模糊.因此两种方法均无法在近场获得清晰图形,根本原因在于其所用衍射运算均包含了远场近似,因而其适用条件^[20]为

$$\epsilon(z) = \frac{\lambda \sqrt{(x_i^2 + y_i^2 + z^2)}}{(x_o^2 + y_o^2)_{\max}} \gg 1 \quad (21)$$

当 z 越小时, $\epsilon(z)$ 的值越接近 1,此时衍射运算的准确性就越低,所得 DOE 衍射光强分布与目标差别就越大.本文提出的方法所得 DOE 的光强分布如图 5(c)所示,相比现有方法,本方法既解决了光强分布畸变问题,且不会随着工作距离减小而变得模糊。

为了定量的评价现有大衍射角 DOE 设计方法和本文方法的设计效果差异,本文将相关系数 δ 作为设计效果的评价函数. δ 随 $\epsilon(z)$ 的变化如图 6 所示, δ 随 $\epsilon(z)$ 变化的曲线如图 5 所示,其中三角形数据曲线和圆点数据曲线分别表示现有大衍射角 DOE 设计方法和本文方法的相关系数,横坐标 $\epsilon(z)$ 取 $x_i^2 + y_i^2$ 最大时的值.从三角形数据曲线可以看出,当 $\epsilon(z)$ 小于 2 时, δ 小于 0.7 且随着 $\epsilon(z)$ 的降低迅速减小,此时实际光强分布与目标光强分布差别较大.随着 $\epsilon(z)$ 的增大,即设计的工作距离逐渐从近场变化为远场,则输出面实际光强分布和目标差别缩小.在 $\epsilon(z)$ 大于 6 之后, δ 的值趋于稳定,且小于 0.7,此时远场近似条件基

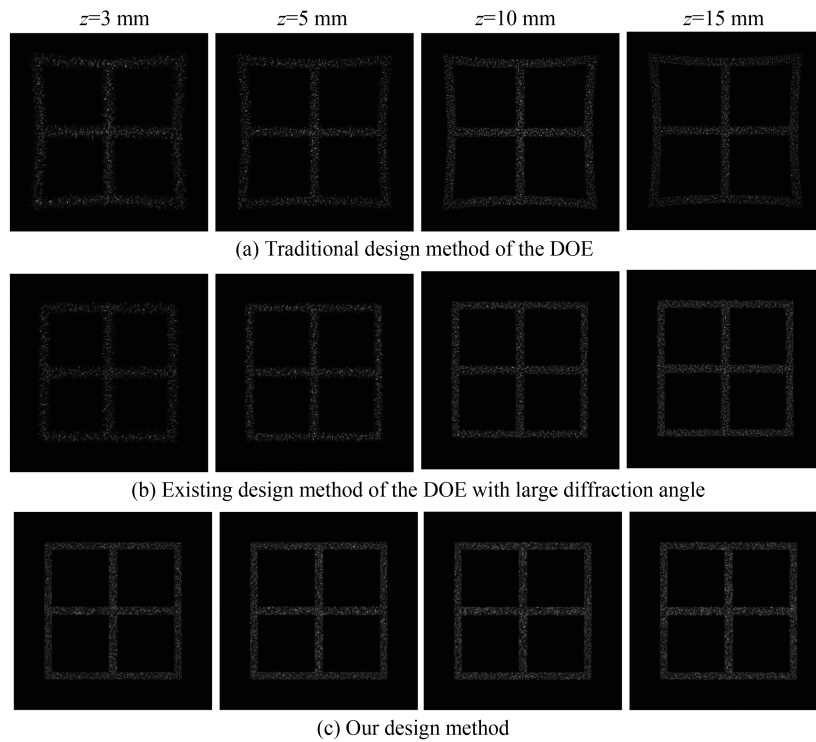


图5 多个衍射距离的实际输出光强分布

Fig.5 The practical output intensity distribution at multiple diffracting distances

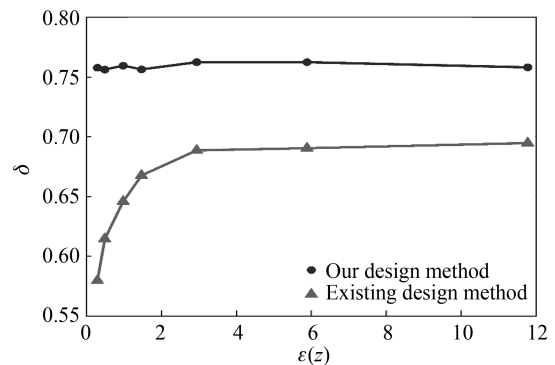
本成立,实际光强分布与目标基本相同.相比与三角形数据曲线,圆点数据曲线的 δ 比较稳定,且均大于0.75.综上所述,本文提出的方法在设计近场或者远场大衍射角 DOE 时,都能得到非常吻合目标的光强分布.

3 结论

提出了一种近场大衍射角 DOE 的设计方法.研究了在大衍射角情况下,DOE 面和输出面采样点之间的应满足空间位置关系.基于瑞利-索末菲衍射积分公式,在不作远场和傍轴近似的情况下,只经过数学变换得到了一种新的正、逆向衍射光场计算方法.利用该方法对传统 GS 算法进行改进,得到近场大衍射角的 DOE 设计方法.相比于传统设计方法和现有大衍射角 DOE 设计方法,本文提出的方法在设计近场大衍射角 DOE 时,得到的实际光强分布不会产生畸变和模糊化,在大数值孔径的显微结构光投影、光刻离轴照明等领域有着重要的意义.

参考文献

- [1] 颜树华. 衍射微光学设计[M]. 北京:国防工业出版社,2011.
- [2] DU Chun-lei, BAI Lin-bo, QIU Chuan-kai, *et al.* Application research for achromatic multiorder diffractive microlens array[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(5): 426-430.
杜春雷,白临波,邱传凯,等. 消色差衍射微透镜阵列的应用研究[J]. 光子学报,2000,**29**(5):426-430.
- [3] WANG Min-yi, ZHOU Xiao-hong, WEI Guo-jun, *et al.* Approach of measuring 3D profile with binary optical element [J]. *Optical Technique*, 2007, **33**(2): 189-192.
王敏怡,周小红,魏国军,等. 采用二元光学元件的三维轮廓测量方法[J]. 光学技术,2007,**33**(2):189-192.
- [4] QU W, GU H, TAN Q, *et al.* Precise design of two-dimensional diffractive optical elements for beam shaping[J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(21): 6521-6525.
- [5] ZHAO Y, Li Y P, ZHOU Q G. Vector iterative algorithm for the design of diffractive optical elements applied to uniform illumination[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(7): 664-666.

图6 相关系数 δ 随 $\epsilon(z)$ 的变化Fig.6 The variation of correlation coefficient δ with $\epsilon(z)$

- [6] JIANG W, WANG J, DONG X. A novel hybrid algorithm for the design of the phase diffractive optical elements for beam shaping[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, **45**(1): 37-41.
- [7] ZHANG Jian, LI Meng-juan, YIN Gang-hua, *et al.* Large-diameter membrane Fresnel diffraction elements for space telescope[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, **24**(6): 1289-1296.
张健, 栗孟娟, 阴刚华, 等. 用于太空望远镜的大口径薄膜菲涅尔衍射元件[J]. 光学精密工程, 2016, **24**(6): 1289-1296.
- [8] HERRERA-FERNANDEZ J M, SANCHEZ-BREA L M, BERNABEU E. Near-field shaping with two binary diffractive optical elements in tandem[J]. *Optics Communications*, 2013, **297**(1): 182-189.
- [9] HERRERA-FERNANDEZ J M, SANCHEZ-BREA L M. Double diffractive optical element system for near-field shaping[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(23): 4587-4593.
- [10] LING W F, CHEN L S, GAO Y F. Optimization methods of tilted multi-focus Fresnel binary optical elements[J]. *Optoelectronic Technology & Information*, 2005, **18**(5): 54-58.
凌卫锋, 陈林森, 高永锋. 倾斜多焦点 Fresnel 二元光学元件的优化方法[J]. 大气与环境光学学报, 2005, **18**(5): 54-58.
- [11] PANG Hui, ZHANG Man, DENG Qi-ling, *et al.* Design the diffractive optical element with large diffraction angle based on Rayleigh-Sommerfeld integral[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(5): 0522002.
庞辉, 张满, 邓启凌, 等. 基于瑞利-索末菲积分的大衍射角衍射光学元件设计方法[J]. 光子学报, 2015, **44**(5): 0522002.
- [12] PANG H, YIN S, DENG Q, *et al.* A novel method for the design of diffractive optical elements based on the Rayleigh-Sommerfeld integral[J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2015, **70**(1): 38-44.
- [13] GERCHBERG R W, SAXTON W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1971, **35**: 237-250.
- [14] KANG Guo-guo, XIE Jing-hui, MO Xiao-li, *et al.* Design of binary optics using improved two-step simulated annealing algorithm[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1416-1419.
康果果, 谢敬辉, 莫晓丽, 等. 用改进的两步模拟退火法进行二元光学元件的设计[J]. 光子学报, 2008, **37**(7): 1416-1419.
- [15] ZHOU G, CHEN Y, WANG Z, *et al.* Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(20): 4281-4290.
- [16] KIM G, DOMINGUEZ-CABALLERO J A, MENON R. Design and analysis of multi-wavelength diffractive optics.[J]. *Optics Express*, 2012, **20**(3): 2814-2823.
- [17] YANG Z, YAN G, LI S, *et al.* A design of beam shaping unit for 193nm lithography illumination system using angular spectrum theory[C]. SPIE, 2010, **95**(2): 621-635.
- [18] 苏显渝. 信息光学. 第2版[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [19] LI Zhuo, Qiu Hui-juan. Fast image matching based on correlation coefficient[J]. *Transaction of Beijing Institute of Technology*, 2007, **27**(11): 998-1000.
李卓, 邱慧娟. 基于相关系数的快速图像匹配研究[J]. 北京理工大学学报, 2007, **27**(11): 998-1000.
- [20] ZENG X, NAQWI A. Far-field distribution of double-heterostructure diode laser beams[J]. *Applied Optics*, 1993, **32**(24): 4491-4494.