doi:10.3788/gzxb20174610.1035002

基于时域有限差分方法的时变等离子体传播特性

徐珂,黄志祥,吴先良,王辉

(安徽大学 电子信息工程学院,计算智能与信号处理实验室,合肥 230039)

摘 要:基于辅助微分方程的时域有限差分法对太赫兹波在时变等离子体中的麦克斯韦方程进行推导, 利用本构关系建立了含有尘埃颗粒的时变等离子体模型,模拟了随时间变化的尘埃等离子体鞘的吸收 系数,反射系数和传输系数.数值计算结果表明:电子密度的增长速度受上升时间的影响,导致等离子板 的反射系数随上升时间的增加而减小.吸收系数的增加与减少上升时间和频率、增加电子密度和尘埃粒 子密度有关;等离子板的厚度、尘埃粒子密度,电子密度与吸收系数成正比,当波的工作频率高达 1500 GHz时,只有电子密度小于10²⁰ m⁻³才可以通过等离子板,等离子板的反射系数几乎不受碰撞频 率小于 3.5×10¹¹ rad/s 的影响.

Propagation Properties of Wave in Time-varying Dusty Plasma Based on Finite Difference Time Domain Method

XU Ke, HUANG Zhi-xiang, WU Xian-liang, WANG Hui

(Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: The Maxwell's equation of terahertz wave in time-varying plasma is deduced based on timedomain finite difference method of auxiliary differential equation in this paper. A time-varying plasma model with dust particles was constructed by using the constitutive relation. The absorption coefficient, reflection coefficient and transmission coefficient of the dust plasma sheath with time were simulated. The numerical results show that the growth rate of electron density is easily affected by the rise time, and the reflection coefficient of the plasma decreases with the increase of the rising time. The increase of the absorption coefficient is related to reducing the rise time and frequency, increasing the electron density and the density of the dust particles. In addition, the thickness of the plasma plate, the density of the dust particles, and the electron density are direct proportional to the absorption coefficient. When the operating frequency of the wave up to 1 500 GHz, only the electron density is less than 10^{20} m⁻³ can pass through the plasma plate. The alteration of the effective collision frequency barely affects the reflection coefficient of the time-varying dusty plasma as the collision frequency is smaller than 3.5×10^{11} rad/s. The results provide some technical support for the potential applications of spacecraft in the atmosphere of terahertz communication and dust plasma diagnostics.

Key words: Plasma; Wave equations; Finite difference time domain method; Dust; Terahertz waves; Maxwell's equations

OCIS Codes: 350.5400; 050.1755; 350.7420; 300.6495; 280.5395; 350.5500

导师(通讯作者):黄志祥(1979-),男,教授,主要研究方向为计算电磁学. Email:zxhuang@ahu.edu.cn

收稿日期:2017-05-08;录用日期:2017-06-20

基金项目:国家自然科学基金(Nos.61701001,61722101,61701003,61601166)和安徽省自然科学基金(Nos.KJ2015A202,1508085JGD03, 1508085QF130)资助

第一作者:徐珂(1991-),男,硕士研究生,主要研究方向为计算电磁学. Email:xukefish@163.com

0 引言

黑障问题一直都是航空航天领域研究的一项重点.当航天器进入大气层中时,由于超高速的运动产生等 离子体鞘套吸收和反射电磁波从而引发电离停电现象导致通信中断^[1-2].一般的等离子体模型就可以用来解 释这种现象^[3-5],然而当需要探索通信中断问题的时候就需要考虑小尘埃颗粒所造成的影响.颗粒主要来源 于高温侵蚀、航天器表面与大气层之间的摩擦,以及工艺表面的热防护材料.含尘埃颗粒的等离子体^[6-8]的介 电特性^[9-10]很容易受尘埃粒子电荷放电过程的影响.喷射亲电物质可以降低等离子体电子密度,用强磁场冻 结电子碰撞,以改良通信与测量方法和设备,如提高信号的频率和功率,将天线安装在等离子鞘最薄的位 置^[11]等.但是这些方法只能缩短信号中断的时间,并没有获得真正的技术突破.太赫兹时域光谱技术应用越 来越广泛^[12-13],Konler等人^[14]提出了一种基于太赫兹时域光谱技术(Terahertz Domain Spectroscopy, TDS)的等离子体诊断系统技术.Jamison等人^[15]利用太赫兹时域光谱法测量电子密度和其放电碰撞频率.太 赫兹(Terahertz,THz)源^[16-18]的最新发展提供了一种有效的方法来降低等离子体鞘套的影响.由于太赫兹波 具有较强的抗干扰性以及对小颗粒粒子的穿透能力,因而可能会使等离子体鞘套变得形同虚设^[19],从而达 到减少通信传播的衰减和中断的目的.

目前,关于太赫兹波段的电磁波在含尘埃颗粒的等离子体中的传播特性还没有系统研究,本文构造了一种含尘埃颗粒的时变等离子体模型,基于时域有限差分方法(Finite Difference Time Domai,FDTD)对波在时变等离子体中的传播特性进行了深入的研究.首先确定了一个随时间变化的尘埃等离子体的物理模型和色散介电常数.其次,基于本构关系,使用辅助微分方程(Auxiliary Differential Equation,ADE)建立了尘埃等离子体的时域有限差分方法,研究了不同情况下的尘埃粒子密度,电子密度,粒子半径以及碰撞频率对透射,反射,吸收系数的影响.

1 本构关系和尘埃等离子体的 ADE-FDTD 方法

1.1 物理模型

仿真模型如图 1.太赫兹脉冲源从自由空间垂直入射到尘埃等离子体中.等离子板放置在模拟域的中心部分,两端由基于坐标伸缩完全匹配层(CoordinateStretched Perfectly Matched Layer,CPML)截断来模拟无限大空间中波的传播特性.



图1 等离子体平板中的波传播示意图

Fig.1 Schematic of the wave propagation in a dusty plasma slab

1.2 等离子体描述

在忽视等离子体中由离子不稳定性造成影响的情况下,尘埃等离子体的电磁特性主要是由电子的碰撞和移动造成的,通过求解 Boltzmann 和 Shukla 方程^[20-21],时变尘埃等离子体的相对介电常数可以写为

$$\varepsilon_{r}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^{2}}{\omega^{2} + \nu_{eff}^{2}} + \frac{c\eta_{ed}(\nu_{ch} + \nu_{eff})}{\varepsilon_{0}(\omega^{2} + \nu_{eff}^{2})(\omega^{2} + \nu_{ch}^{2})} - j\frac{1}{\varepsilon_{0}\omega} \left[\frac{\varepsilon_{0}\omega_{pe}^{2}\nu_{eff}}{(\omega^{2} + \nu_{eff}^{2})} + \frac{c\eta_{ed}(\omega^{2} - \nu_{ch}\nu_{eff})}{(\omega^{2} + \nu_{eff}^{2})(\omega^{2} + \nu_{eff}^{2})}\right]$$
(1)

式中

$$\nu_{\rm ch} = r_{\rm d} \omega_{\rm pi}^2 \left[1 + T_{\rm i} / T_{\rm e} + Z e^2 / (r_{\rm d} \kappa T_{\rm e}) \right] / \left(\sqrt{2\pi} \nu_{\rm Ti} \right)$$
(2)

 T_i 是离子温度, T_e 是电子温度,K是玻尔兹曼常数, ω_{pi} 是离子震荡频率, ν_{Ti} 是电离碰撞频率,Z是尘埃颗粒 所带的平均电荷数目, r_d 是尘埃粒子的半径.有效碰撞频率 ν_{eff} 和充电频率 ν_{eh} 都是假定的常数,而等离子体 角频率 ω_{pe} 以及充电响应因子 η_{ed} 都是随时间变化的^[22],满足

$$\omega_{\rm pe}(t) = \sqrt{N_{\rm e}(t) \, {\rm e}^2 / \left(\varepsilon_0 m_{\rm e}\right)}$$

$$1035002 - 2$$
(3)

$$\eta_{\rm ed} = \mathrm{e}^2 \pi r_{\rm d}^2 N_{\rm e} (t) N_{\rm d} / m_{\rm e} \tag{4}$$

式中,e是电子的电荷量,m。是电子的质量,N。是尘埃粒子浓度.充电响应因子与尘埃粒子的电子密度、截面和密度成正比.非均匀时变尘埃等离子体中的电子密度 N。(t)为

$$N_{\rm e}(t) = n_{\rm e0} \cdot \sqrt{t/T_{\rm r}} \tag{5}$$

式中,n_e为最大电子密度而 T_r是时变等离子体的上升时间,此外,电子密度的变化将进一步引起电流密度的变化.

1.3 ADE-FDTD 方法

在尘埃等离子体中,本构关系满足

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{0}} \boldsymbol{E} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{0}} \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \tag{6}$$

式中,D作为电位移矢量而P作为电极化强度.由式(1)和(6)可得

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \frac{\boldsymbol{p}_{1}(\boldsymbol{j}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{p}_{0}}{\boldsymbol{q}_{3}(\boldsymbol{j}\boldsymbol{\omega})^{3} + \boldsymbol{q}_{2}(\boldsymbol{j}\boldsymbol{\omega})^{2} + \boldsymbol{q}_{1}(\boldsymbol{j}\boldsymbol{\omega})} \boldsymbol{E}$$
(7)

式中, $p_0 = \omega_{pe}^2 v_{ch} - c \eta_{ed} / \epsilon_0$, $p_1 = \omega_{pe}^2$, $q_1 = v_{eff} v_{ch}$, $q_2 = v_{eff} + v_{ch}$, $q_3 = 1$.利用频域和时域间的转换关系,时域中的电极化强度满足的方程为

$$q_{3} \frac{\partial^{3} \boldsymbol{P}}{\partial t^{3}} + q_{2} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{P}}{\partial t^{2}} + q_{1} \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} = \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{p}_{1} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{p}_{0} \boldsymbol{E}$$

$$\tag{8}$$

通过引入感应电流密度 $J=\partial P/\partial t$,尘埃等离子体中的磁场和电流可表示为

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \; \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \tag{9}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \, \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{10}$$

$$q_{3} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{J}}{\partial t^{2}} + q_{2} \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} + q_{1} \boldsymbol{J} = \boldsymbol{\epsilon}_{0} \boldsymbol{p}_{1} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{\epsilon}_{0} \boldsymbol{p}_{0} \boldsymbol{E}$$
(11)

数值模拟时需要对式(9)~(11)进行中心差分近似法离散.为叙述方便,考虑一维情形,采用 Yee 网格离散后 尘埃等离子体的具体迭代方程为

$$E_{x}^{n+1}(i) = E_{x}^{n}(i) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0} \Delta z} \left\{ \left[H_{y}^{n+\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2} \right) - H_{y}^{n+\frac{1}{2}} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] + J_{x}^{n+\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta z \right\}$$
(12)

$$J_{x}^{n+\frac{3}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right) = \frac{\left[\left(2q_{3}+\Delta tq_{2}\right)J_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right)-q_{3}J_{x}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right)+\Delta t\left(\varepsilon_{0}p_{1}+\Delta t\varepsilon_{0}p_{0}\right)E_{x}^{n+1}\left(i\right)-\Delta t\varepsilon_{0}p_{1}E_{x}^{n}\left(i\right)\right]}{\left(q_{3}+\Delta tq_{2}+\Delta t^{2}q_{1}\right)}$$
(13)

$$H_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right) = H_{y}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\mu_{0}\Delta z} \left[E_{x}^{n}\left(i+1\right) - E_{x}^{n}\left(i\right)\right]$$
(14)

2 数值结果

2.1 时变尘埃等离子体平板的传输特性

首先考虑入射波从自由空间垂直入射到厚度为 d 的尘埃等离子体中的传输特性.工作波长 λ_{0} 为 0.1 mm,网格尺寸 $\Delta z = 2 \mu$ m,时间步长 $\Delta t = 0.5 \Delta z / c$.入射波源采用微分高斯脉冲,其时域波形为

$$E_{i}(t) = (t - t_{0}) \cdot e^{(-4\pi(t - t_{0})^{2}/\tau^{2})}/\tau$$
(15)

式中, $\tau = 150\Delta t$, $t_0 = 0.8\tau$.

图 2 显示的是在太赫兹波段时,微分高斯脉冲进入时变尘埃等离子体平板后的电子密度,反射、透射和 吸收系数.等离子板的介质参数为 ν_{eff} =3.5×10¹¹ rad/s, N_e =10¹⁹ m⁻³, ν_{eh} =7.5×10¹¹ rad/s, N_d =2×10¹⁴ m⁻³, r_d =10⁻⁶ m,等离子板的厚度 d=2 cm.在图 2(a)中,电子密度 N_e 随时间逐渐增大,当达到最大电子密度 n_{e0} 后保持不变,随上升时间的增加,达到最大电子密度所需的时间延长.由于电子密度增长速度随上升时间的 增加而逐渐放缓导致在图 2(b)中等离子板的反射系数随上升时间的增加而减小.结果表明,尘埃等离子体 的快速形成可以吸收更多的电磁波以减弱波的穿透能力.图 2(c)和图 2(d)的数值结果表明,当入射太赫兹

波的工作频率增加时,透射系数逐渐增大,吸收系数逐渐减小.



图 2 太赫兹波在不同上升时间下的计算

Fig.2 Computed propagation of THz waves through a time-varying dusty plasma slab with different rise times

2.2 时变尘埃等离子体平板的厚度对传输的影响

图 3 为时变等离子体平板的厚度对传输的影响,板的基本参数为: ν_{eff} =3.5×10¹¹ rad/s, ν_{ch} =7.5×10¹¹ rad/s, r_d =10⁻⁶ m, T_r =1000 Δt , N_e =10¹⁹ m⁻³. 从图 3 中可以看出随着等离子板的厚度逐渐增加,吸收系数逐渐增大,尘埃粒子电荷的放电吸收和内部电子的碰撞吸收作用增强,太赫兹波在非弹性的碰撞和充放电循环中的衰减时间增长,尘埃粒子对太赫兹波的直接散射和吸收效果同时也大大增强.

2.3 不同尘埃粒子密度、粒子半径和电子密度对传 输的影响

为了更好的观察和研究不同尘埃粒子密度、粒子半径和电子密度对吸收系数的影响,保持上升时间不变并将等离子板的厚度调整为4 cm,结果如图4 所示.





图 4 为不同尘埃粒子密度、粒子半径和电子密度对吸收系数的影响,时变等离子体板的介质参数为: ν_{eff} =3.5×10¹¹ rad/s, ν_{eh} =7.5×10¹¹ rad/s, r_{d} =10⁻⁶ m, T_{r} =1000 Δt ,d=4 cm.从图 4(a)和图 4(c)中可以看出随尘埃粒子密度和电子密度的增加,吸收系数同时增加.吸收主要来源于尘埃粒子电荷的放电吸收和内部 电子的碰撞吸收.当太赫兹波穿透尘埃等离子体,诱导电子和离子的定向运动,移动的电子和离子与尘埃粒 子碰撞时,太赫兹波在非弹性的碰撞和充放电循环中是衰减的.除了尘埃粒子对太赫兹波的直接散射和吸 收,太赫兹波的能量同时被转换成尘埃等离子体的热运动,当入射的太赫兹波的工作频率高达1500 GHz 时,只有电子密度小于10²⁰ m⁻³的才可以通过等离子板,而从图4(b)中可以看出尘埃粒子半径对其造成的影 响并不大,但是有效碰撞频率对尘埃等离子体的作用却是不可忽视的.





Fig.4 Absorption coefficients of a dusty plasma slab with different densities and different radius of dust particlesand electrons 图 5 所示的是有效碰撞频率对反射,透射和吸收系数的影响.板的介质参数为: $N_e = 10^{20}$ m⁻³, $\nu_{ch} = 7.5 \times 10^{11}$ rad/s, $N_d = 2 \times 10^{14}$ m⁻³, $r_d = 10^{-6}$ m, $T_r = 1000 \Delta t$, d = 0.04 m.

在图 5(a)中尘埃等离子体平板的反射系数随工作频率的变化呈下降趋势,反射系数几乎不受频率小于 3.5×10¹¹ rad/s 的影响.随着有效碰撞频率的增加,太赫兹波与时变的尘埃等离子体板之间的相互作用加强.因此,在图 5(b)和图 5(c)中可以看出,随时间变化的尘埃等离子体板的透射系数减少,电子的吸收能力显着 提高.





图 5 时域有限差分法对太赫兹段不同碰撞频率的传播特性的研究 Fig.5 FDTD-predicted propagation properties of THz waves through a time-varying dusty plasma slab with different effective collision frequencies

3 结论

基于辅助微分方程的时域有限差分方法对太赫兹波在时变等离子体中的麦克斯韦方程进行了推导,模 拟了随时间变化的尘埃等离子体鞘,得到了随时间变化的尘埃等离子体的吸收系数,反射系数和传输系数. 数值模拟结果表明:上升时间对尘埃等离子体板的反射系数有一定的影响,反射系数随着上升时间的增加而 减小,并且随着有效碰撞频率和尘埃粒子密度以及电子密度的增加,等离子体板的吸收系数同时也在逐渐增 加.这些传播特性为航天器进入大气中的太赫兹通信方面和尘埃等离子体诊断中的潜在应用上提供了一定 的技术支持.

参考文献

- [1] BAI Bo-wen, LI Xiao-ping, LIU Yan-ming, *et al.* Effects of reentry plasma sheath on the polarization properties of obliquely incident EM waves[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2014, **42**(10): 3365-3372.
- [2] LIU Jiang-fan, XI Xiao-li, WAN Guo-bin, et al. Simulation of electromagnetic wave propagation through plasma sheath using the moving-window finite-difference time-domain method[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2011, 39 (3): 852-855.
- [3] HE Xiang, CHEN Jian-ping, NI Xiao-wu, et al. Numerical investigation on interference and absorption of electromagnetic waves in the plasma-covered cavity using FDTD method.[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2012,40(4): 1010-1018.
- [4] WANG Mao-yan, QIU Cheng-wei, XU Jun, et al. Mie series for electromagnetic scattering of chiral meta materials sphere[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011,22(6): 885-891.
- [5] CAUDLE B T, BAGINSKI M E, KIRKICI H, et al. Three-dimensional FDTD simulation of nonlinear ferroelectric materials in rectangular waveguide[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2013, 41(2): 365-370.
- [6] LEI Cheng-xin, WU Zhen-sen. A study of radiative properties of randomly distributed soot aggregates[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(8): 5692-5699.

类成新,吴振森.随机分布烟尘聚集体的辐射特性研究[J].物理学报,2010,59(8):5692-5699.

[7] CHEN Yun-yun, ZHENG Gai-ge, GU Fang, et al. Effect of dust particle potential on plasma conductivity.[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(8): 154202

陈云云,郑改革,顾芳,等.尘埃粒子电势对等离子体导电率的影响[J].物理学报,2012,61(8):154202.

- [8] LI Hai-long, WU Jian, LIU Rui-yuan, et al. Study on mesosphere summer echoes observed by digital ionosonde at Zhongshan Station Antarctica[J]. Chinese Journal of Polar Research, 2007, 59(10): 1135-1139.
 - 李海龙,吴健,刘瑞源,等. 南极中山站电离层测高仪的中层夏季回波统计分析[J].极地研究,2007,59(10):1135-1139.
- [9] SAMSONOV D, GOREE J. Instabilities in a dusty plasma with ion drag and ionization[J]. *Physical Review E*, 1999, **59** (1): 1047-1058.
- [10] LI Hai-long, WANG Mao-yan, WU Jian, *et al.* Preliminary experiment analysis about PMSE artificial electron heating and overshoot[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2010, **53**(12): 2836-2842.

李海龙,王茂琰,吴建,等. PMSE人工电子加热和过冲实验的初步研究[J].地球物理学报,2010,53(12):2836-2842.

[11] LI Jian-peng, LU Na, ZHANG Chong. Study on approaches for mitigating hypersonic vehicle communications blackout
 [J]. Fire Control& Command Control, 2012, 37(2): 155-158.

李建朋,吕娜,张冲. 高超音速飞行器"黑障"解决方法[J].火力与指挥控制,2012, 37(2):155-158.

[12] LIU Quan-cheng, DENG Hu, SHANG Li-ping. Quantitative Investigation of α/β HMX based on Terahertz time domain spectroscopy system[J]. Chinese Journal of Luminescence, 2016, **37**(5): 631-636.

刘泉澄,邓琥,尚丽平.太赫兹时域光谱的 α/β型 HMX 定量研究[J].发光学报,2016,**37**(5):631-636.

[13] WANG Qi-chao, WANG Jia-chun, WANG Ke-wei, et al. Transmission characteristic of fabric in terahertz band[J]. Chinese Journal of Luminescence, 2016, 37(6): 737-743.

王启超, 汪家春, 王科伟,等. 布料的太赫兹波透射特性研究[J]. 发光学报, 2016, 37(6): 737-743.

- [14] KOLNER B H, BUCKLES R A, CONKLIN P M, et al. Plasma characterization with terahertz pulses[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2008, 14(13): 505-512.
- [15] JAMISON S P, JONES D R, et al. Plasma characterization with terahertz time domain measurements[J]. Journal of Applied Physics, 2003, 93(7): 4334-4336.
- [16] KIM K Y, YELLAMPALLE B, GLOWNIA J H, et al. Measurements of terahertz electrical conductivity of intense laser-heated dense aluminum plasmas[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(13): 135002.
- [17] KALLURI D K, LADE R K. Frequency and polarization transformer (10 GHz to 1000 GHz): interaction of a Whistler wave with a collapsing plasma in a cavity[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2012, **40**(11): 3070-3078.
- [18] GAO Dong-liang, NOVITSKY A, ZHANG Tian-hang, *et al.* Unveiling the correlation between non-diffracting tractor beam and its singularity in Poyntingvector[J]. *Laser Photonics Review*, 2015, **9**(1): 75-82.
- [19] YUAN Cheng-xun, ZHOU Zhong-xiang, ZHANG Jin-wen, *et al.* FDTD analysis of terahertz wave propagation in a high-temperature unmagnetized plasma slab[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2011, **39**(7): 1577-1584.
- [20] SHUKLA P K, MAMUN A A. Introduction to dusty plasma physics[M]. London: Taylor & Francis, 2001: 36-69.
- [21] LI Lin-qian, SHI Yan-xiang, WANG Fei, et al. SO-FDTD method of analyzing the reflection and transmission coefficient of weakly ionized dusty plasma layer[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(12): 125201.
 李林茜,石雁祥,王飞,等. 弱电离尘埃等离子体层反射与透射的 SO-FDTD 方法分析[J].物理学报,2012,61(12): 125201
- [22] YANG Min, LI Xiao-ping, LIU Yan-ming, et al. Propagation of electromagnetic signals in the time-varying plasma[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(8): 085201.

杨敏,李小平,刘彦明,等. 电磁信号在时变等离子体中传播的调制效应[J].物理学报,2014,63(8):085201.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Nos.61701001,61722101,61701003,61601166), The Natural Science Foundation of Anhui Province(Nos.KJ2015A202,1508085JGD03,1508085QF130)