

doi:10.3788/gzxb20174610.1012003

基于 Bertrand 曲面模型的边缘检测算法

王宁¹, 段振云^{1,2}, 赵文辉¹, 杜坡², 段博强³, 赵军贵⁴

(1 沈阳工业大学 机械工程学院, 沈阳 110870)

(2 沈阳工业大学 工程实训中心, 沈阳 110870)

(3 南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016)

(4 中国运载火箭技术研究院发展规划部, 北京 100076)

摘 要:针对图像边缘检测过程中噪声抑制与细节保留不能兼顾的问题,提出一种基于 Bertrand 曲面模型的边缘检测算法.在确定像素级边缘的基础上,选取沿边缘方向的带状域为拟合区域,利用 Bertrand 曲面具有沿母线各点的法线与母线共面的性质,将拟合曲面区域内的像素点信息转化为边缘曲线的活动坐标,并对转化后的像素点坐标和归一化灰度值进行拟合,求得亚像素边缘到像素级边缘的法向距离,实现图像亚像素边缘的检测.用视觉测量系统对量块直线边缘进行实验,并与改进 Facet 曲面拟合亚像素边缘检测算法比较,说明基于 Bertrand 曲面模型的边缘检测算法具有较高的定位精度,测得一等量块的直线度误差在 $1\ \mu\text{m}$ 以内,多次测量的误差平均值为 $-0.811\ \mu\text{m}$,可靠性高.通过机油泵泵体测量实例,说明本文算法可以应用于机械零件的精密测量,尤其适用于中心距、孔径等的测量.

关键词:机器视觉;边缘检测;Bertrand 曲面模型;带状域;法向距离;精密测量

中图分类号:TP391;TH161

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2017)10-1012003-8

Algorithm of Edge Detection Based on Bertrand Surface Model

WANG Ning¹, DUAN Zhen-yun^{1,2}, ZHAO Wen-hui¹, DU Po², DUAN Bo-qiang³, ZHAO Jun-gui⁴

(1 School of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

(2 Engineering Training Center, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

(3 College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(4 Development Planning Department, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, 100076, China)

Abstract: Image edge detection process is problematic in that noise suppression and detail retention can not be taken into account, this prompted us to propose an edge detection algorithm based on Bertrand surface model. On the basis of determined pixel edge, selecting strip domain along edge direction as fitting area, with the Bertrand surface characteristic of normal lines at various points along generatrix line are in one plane, transforming the pixel information in fitting surface area into active coordinate of edge curve, and fitting coordinate and normalized gray value to obtain normal distance between sub-pixel edge and pixel edge for sub-pixel edge detection. Adopt the vision measurement system to experiment with the gauge block line edge, and compared to the improved algorithm of sub-pixel edge detection based on Facet surface fitting, the results show that algorithm of edge detection based on Bertrand surface model has high location accuracy, the first grade gauge block linear error is within $1\ \mu\text{m}$, and the multiple measurement error is $-0.811\ \mu\text{m}$, it also has high reliability. The oil pump body measurement demonstrates that this algorithm can be applied to precision measurement of mechanical parts, especially suitable for measurement of center distance, bore diameter, and so on.

基金项目: 国家科技支撑计划(No. 2014BAF08B01)资助

第一作者: 王宁(1991-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为视觉测量、齿轮精密测量等. Email: wangningcom@126.com

导师: 段振云(1971-), 男, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为复杂曲面加工技术、视觉检测等. Email: 13604045543@139.com

通讯作者: 赵文辉(1978-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为精密测量、自由曲面重构与加工等. Email: zwh_sut@126.com

收稿日期: 2017-05-03; 录用日期: 2017-06-19

<http://www.photon.ac.cn>

Key words: Machine vision; Edge detection; Strip domain; Bertrand surface model; Normal distance; Precision measurement

OCIS Codes: 120.4630; 100.3008; 100.2960; 150.0155; 150.1135; 150.3045

0 引言

近年来,机器视觉测量技术作为测量领域发展起来的新型测量技术,以其具有高灵敏度、高分辨率、高速度、非接触等优点,被广泛应用于工业、航空、军事等领域^[1-3].高精度的边缘检测是提高视觉测量系统测量精度的关键环节之一,亚像素边缘检测算法则可以在硬件条件不变的情况下提高系统的测量精度,已成为研究热点.亚像素边缘检测是指利用目标特性,对图像进行处理分析,并采用浮点计算,实现对目标优于整像素精度的检测.根据计算原理,主要有矩方法、插值法和拟合法三类.其中拟合法是对带有误差或噪声的数据用某种数学模型在最小二乘意义下拟合,达到抑制噪声,确定描述物体的各个参数值的目的,实现对目标的亚像素定位^[4-7].拟合亚像素边缘检测算法主要以曲线拟合法和曲面拟合法为代表.曲线拟合法是将边缘梯度方向的像素点进行曲线拟合,但由于包含的像素点信息较少,很难精确地提取亚像素边缘.曲面拟合法比其他算法抗噪能力强,定位精度高,其基本原理是对窗口内离散图像的边缘灰度值或梯度幅值进行曲面拟合,利用边缘的连续曲面特征确定亚像素边缘位置^[8-10].其存在的问题是在确定亚像素边缘位置时,需要进行复杂的数学推导和运算,计算量较大,不利于实时处理.同时,选取的拟合区域是以像素级边缘点为中心的矩形区域,拟合像素点信息多位于图像的背景和前景,只有少数点位于边缘过渡带,导致确定的亚像素边缘存在一定的误差.

本文提出一种基于 Bertrand 曲面模型的边缘检测算法,在确定像素级边缘的基础上,根据图像边缘灰度的 Bertrand 曲面模型,求得亚像素边缘与像素级边缘曲线的法向距离函数,进而确定亚像素边缘.与现有曲面拟合亚像素检测算法相比,该算法可以均化误差,极大地减小噪声对边缘定位的影响;同时利用 Bertrand 曲面的特征进行拟合,可以避免复杂的数学运算,简化算法.

1 边缘过渡区

采用视觉测量系统获取的数字图像经数字化后可以表示为一个矩阵.矩阵的行对应图像的纵坐标,矩阵的列对应图像的横坐标,矩阵的元素对应图像的像素,而元素值就是像素的灰度值.因此,可通过对矩阵进行运算,实现边缘位置的精确定位.

边缘是图像中最基本的特征,它是指像素灰度值发生阶跃变化的像素点集合,只有在理想条件下认为边缘是没有宽度的,但实际上,由于光学成像过程具有低通滤波作用,会使图像变模糊,使得原本呈阶跃状的边缘也会呈现平滑过渡,如图 1 所示,边缘灰度可用高斯积分曲线表示^[11-12].而一般将图像边缘模糊区域称作边缘过渡区,其灰度值介于目标灰度和背景灰度之间,既有边缘的特点,又有区域的特点^[13-17].在图 2 所示的量块局部背光数字图像中可以观察到,边缘过渡区具有一定的宽度,该算法则通过分析边缘过渡区的性质,建立 Bertrand 曲面模型,实现边缘的亚像素定位.

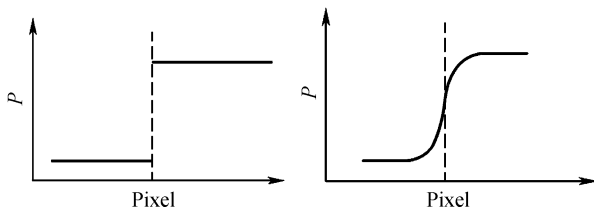


图 1 阶跃边缘性质

Fig.1 Character of step edge



图 2 量块局部背光数字图像

Fig.2 Gauge backlit local digital image

2 Bertrand 曲面模型算法

2.1 Bertrand 曲面及其性质

以平面曲线为母线,通过沿准线做单自由度运动,使其形成的轨迹面沿母线各点处法线共面于母线所在平面,则该曲面称为 Bertrand 曲面^[18].

如图 3 所示,设 Bertrand 曲面的准线为 $\mathbf{R}_p(s)$, 参数 s 为准线的自然参数.在准线上建立曲线的 Frenet 标架 $\{\mathbf{R}_p(s); \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3\}$, 其中 \mathbf{e}_1 为准线的单位切矢, \mathbf{e}_2 为准线的单位主法矢, \mathbf{e}_3 为准线的单位副法矢, 平面 $\{P; \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3\}$ 形成曲线在 P 点处的法面. 由此, Bertrand 曲面的母线可表达为极坐标形式

$$\mathbf{R}_q(\theta) = r(\theta)[\mathbf{e}_2 \cos(\theta + \alpha) + \mathbf{e}_3 \sin(\theta + \alpha)] \quad (1)$$

式中, $r(\theta)$ 描述了母线在准线法面内的极坐标方程, r, θ 分别为极径和极角, 二者描述了母线的形状. α 为母线在准线标架内的相位角, 是准线对应点处挠率 $\tau(s)$ 的函数, 即

$$\alpha(s) = - \int \tau(s) ds \quad (2)$$

可以证明, 式(2)是 Bertrand 曲面具有“曲面沿母线各点处法线共面于母线所在平面”这一特殊性质的必要条件. 当准线为平面曲线时, \mathbf{e}_3 为常矢量, 准线的挠率 $\tau(s)$ 恒等于零, 此时 α 为常数, 可假设 $\mathbf{e}_3 = \mathbf{k}, \alpha = 0$, 此时, Bertrand 曲面的方程可简化为

$$\mathbf{R}(s, \theta) = \mathbf{R}_p(s) + r(\theta)[\mathbf{e}_2(s) \cos(\theta) + \mathbf{k} \sin(\theta)] \quad (3)$$

可以看出, 准线和母线的形状特征是决定 Bertrand 曲面结构的关键因素, 其基本特征为曲面沿母线各点的法线与母线共面. 针对这一特征, 将其应用于亚像素边缘检测算法中, 以达到减小边缘定位误差和简化算法的目的.

2.2 Bertrand 曲面模型建立

边缘灰度曲面可以看作是母线为高斯积分曲线, 准线为待求的亚像素边缘曲线的 Bertrand 曲面, 如图 4 所示. 求亚像素边缘曲线的过程实质就是根据图像边缘灰度的 Bertrand 曲面模型反求准线的过程. 由于形成 Bertrand 曲面的准线有多条, 而所求亚像素边缘曲线则是通过特征点为高斯积分曲线均值点的准线.

设图像的像素级边缘曲线方程为 $\mathbf{R}_1(s)$, 法向为 \mathbf{e}_2 . 由于图像的亚像素边缘曲线和像素级边缘曲线比较接近, 因此其单位切矢和单位法矢可以近似用像素级边缘曲线的单位切矢和单位法矢表示. 则亚像素边缘曲线方程可表示为

$$\mathbf{R}_p(s) = \mathbf{R}_1(s) + \mu(s)\mathbf{e}_2(s) \quad (4)$$

式中, $\mu(s)$ 为图像亚像素边缘曲线和像素级边缘曲线在对应点处的法向距离函数, 其关系如图 5.

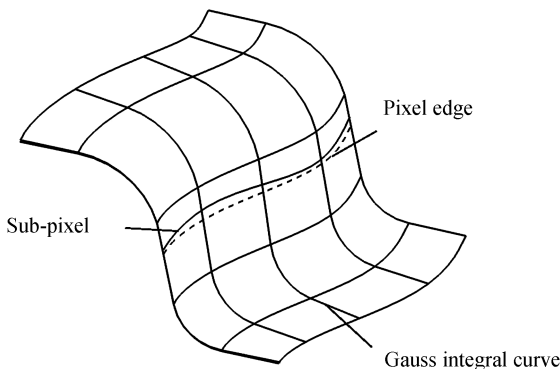


图 4 边缘灰度曲面
Fig.4 Surface of edge gray value

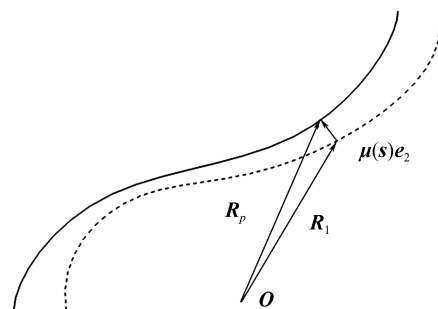


图 5 边缘关系
Fig.5 Edge relation

由于图像的像素级边缘可以用八邻域追踪算法获得, 因此计算亚像素边缘曲线的过程实质是求二者法向距离函数 $\mu(s)$ 的过程.

若图像背景与前景的灰度对比度为 K , 结合点扩散函数和单边阶跃边缘模型, 灰度曲面的边缘法截线可表示为

$$\frac{1}{K}P(t, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{t-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (5)$$

式中, t 为边缘法向上像素点到像素级边缘曲线的距离; μ 为亚像素边缘到像素级边缘曲线的法向距离, σ 为标准正态分布的标准差。

查标准正态分布表可知式(5)中的积分上限 a_i , 即

$$(t_i - \mu) / \sigma = a_i \quad (6)$$

由最小二乘法的最小均方差原则得

$$E = \min \sum_{i=1}^N (t_i - \mu - a_i \sigma)^2 \quad (7)$$

根据多元函数求极值的必要条件, 将 E 分别对 μ, σ 求偏导数, 并使其偏导数等于零, 求得

$$\mu = \overline{t_i - a_i} \cdot \frac{\overline{t_i \cdot a_i} - \overline{t_i} \overline{a_i}}{\overline{a_i \cdot a_i} - \overline{a_i}^2} \quad (8)$$

式中, $\overline{t_i}, \overline{a_i}, \overline{t_i a_i}, \overline{a_i^2}$ 分别为 $t_i, a_i, t_i a_i, a_i^2$ 的算术平均值。

对于背光源图像边缘, 一般图像质量较好, 边缘过渡区比较均匀, 并且沿边缘方向选取的拟合区域相对较小, 可近似认为亚像素边缘曲线与像素级边缘曲线为法向等距线, 即 μ, σ 在一定邻域内近似为常量, 则由式(8)可以求得亚像素边缘到像素级边缘曲线的法向距离 μ 。根据像素级边缘曲线和法向距离, 通过坐标变换即可得到亚像素边缘点的坐标位置。

2.3 模型求解过程

采用 Bertrand 曲面模型思想确定亚像素边缘的具体求解过程为:

1) 在图像平面内建立边缘曲线活动坐标系, 计算边缘过渡区内所有点到像素级边缘曲线的法向距离, 并将该距离定义为坐标 t_i ;

2) 以计算点为中心, 适当选取曲面拟合区域, 且保证在边缘法线方向上, 区域包含边缘过渡区和前景与背景图像部分, 控制前景和背景范围为最小; 在边缘方向上选取的区域应既能达到足够的拟合精度, 又能够尽量减小计算量, 一般取边缘过渡区宽度的 5 倍;

3) 利用 Bertrand 曲面具有沿母线各点的法线共面于母线所在平面的性质, 将区域内点的图像坐标转换为边缘曲线的活动坐标, 即各点到像素级边缘曲线的法向距离 t_i , 并通过灰度对比度 K 进行各点灰度值的归一化处理;

4) 标准正态分布表可通过 matlab 语言生成, 它可以表示为 $x \in (-\infty, +\infty), y \in (0, 1)$ 的两列数, 其中归一化灰度值对应表中的 y 值, 因此可通过插值的方式得到各点归一化灰度值对应的 x 值, 即积分上限 a_i ;

5) 根据拟合区域中各点的坐标 t_i 和 a_i , 由式(8)可以求得该计算点对应的亚像素边缘到像素级边缘曲线的法向距离 μ , 进而通过像素级边缘曲线和法向距离信息, 得到亚像素边缘点的坐标位置。

在进行 Bertrand 曲面拟合时, 选取的曲面拟合区域为沿边缘方向的带状域, 利用 Bertrand 曲面的特征, 将区域内所有像素点的信息转化到计算点所在法线方向, 相当于将多个法截面内像素点的信息沿待求亚像素边缘曲线方向叠加到一个平面内, 增加拟合信息, 起到误差均化的作用, 减小误差对亚像素边缘位置的影响, 同时, 可以解决图像平滑和边缘保持不能兼顾的问题。

3 实验

采用 CCD 黑白像机、双远心镜头、LED 蓝光平行光源、数字控制器、导轨滑块和支架等搭建视觉测量系统, 实现机械零件的测量, 测量系统见图 6。

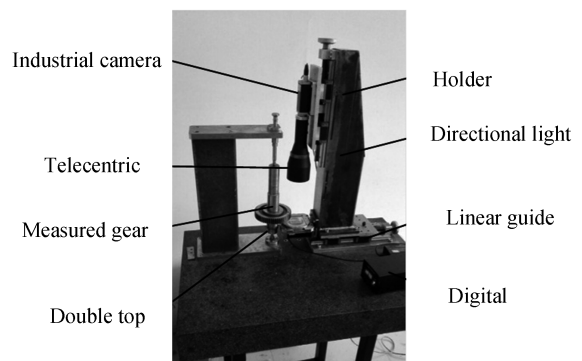


图 6 视觉测量系统
Fig.6 Vision measurement system

3.1 亚像素边缘定位误差实验

量块作为制造业中控制尺寸的最基本量具,它是技术测量上长度的基准,具有形状简单、量值稳定、精度高等优点,可以用于验证本文算法的精度.改进 Facet 曲面拟合算法具有较高的边缘定位精度,可保证对测量精度的要求^[19].因此,分别使用 Bertrand 曲面模型算法和改进 Facet 曲面拟合算法对 1 等量块进行亚像素边缘检测.

对获取的 8mm 量块图像的部分边缘进行提取,见图 2.采用 Bertrand 曲面拟合算法进行边缘检测时,鉴于边缘过渡区的宽度大约为 6 个像素,考虑到拟合区域过小会降低定位精度,拟合区域过大会增加计算量的问题,则以像素级边缘为中心,取沿边缘方向长度为边缘过渡区宽度的 5 倍,即 30 个像素,宽度为 8 个像素的区域作为拟合区域,保证其在边缘法向包含边缘过渡区和前景与背景部分,边缘切向能够起到平滑的作用,达到足够的拟合精度,且尽量减少计算量.对于像素级边缘坐标为(822,866)的点而言,将过渡区内所有像素点的信息转换到像素级边缘曲线的法线方向上,求得该像素级边缘点的法向矢量与 x 坐标轴的夹角为 -89.597° , μ 值为 0.568 像素,根据像素级边缘坐标、法向矢量及亚像素边缘坐标三者之间的关系,可求得对应的亚像素边缘点坐标为(822.004,865.432).

采用 Bertrand 曲面模型算法和改进 Facet 曲面拟合算法进行亚像素边缘检测,结果见图 7.可以看出两种算法确定的亚像素边缘具有相同特性.由图 8 可以看出,采用改进 Facet 曲面拟合算法确定的亚像素边缘局部跳跃量较大,直线度误差为 $4 \mu\text{m}$,而 Bertrand 曲面模型算法确定的亚像素边缘较平滑,直线度误差为 $1 \mu\text{m}$.从计算时间来看,该算法的程序执行时间为 28 ms,而使用改进 Facet 算法的时间为 47 ms,速度将近提高一倍.

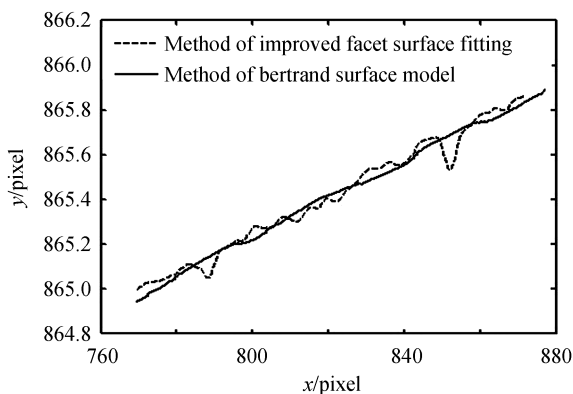


图 7 量块亚像素边缘
Fig.7 Sub-pixel edge of gauge block

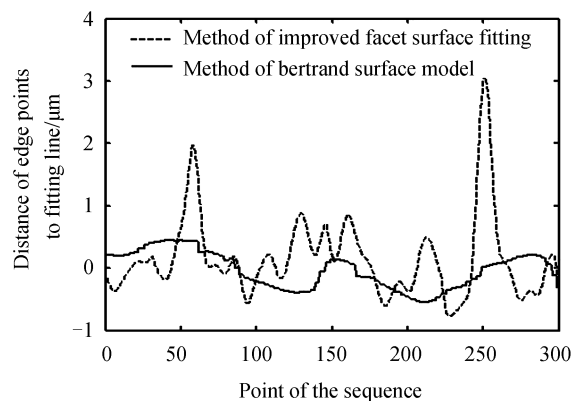


图 8 边缘点到拟合直线的距离
Fig.8 Distance between pixel edge points and fitting line

为了进一步验证 Bertrand 曲面模型算法的定位精度,在测量条件不变的情况下,连续采集 4 mm、5 mm、8 mm 量块图像各 3 幅,并分别使用 Bertrand 曲面模型算法和改进 Facet 曲面拟合算法进行量块直

表 1 量块尺寸测量结果(μm)

Table 1 Dimension of gauge block measurement results (μm)

Measured gauge block		Algorithm based on Bertrand surface fitting		Improved algorithm based on Facet surface fitting	
		Measuring dimensions	Measuring errors	Measuring dimensions	Measuring errors
4 mm	1	4 000.272	0.272	4 003.909	3.909
	2	3 998.143	-1.857	3 999.756	-0.244
	3	3 999.061	-0.939	4 002.179	2.179
5 mm	1	4 998.235	-1.765	4 999.854	-0.146
	2	5 000.345	0.345	5 002.373	2.373
	3	4 998.576	-1.424	4 999.775	-0.225
8 mm	1	7 999.787	-0.213	8 001.924	1.924
	2	7 999.354	-0.646	8 002.735	2.735
	3	7 998.924	-1.076	8 001.852	1.852
Average measuring error		-0.811		1.595	

线边缘定位.以量块的一条亚像素边缘为计算基准,分别计算另一条量块亚像素边缘到基准的距离,根据系统标定的像素当量,计算量块的测量尺寸,结果见表 1.

由表 1 可知,本文提出的 Bertrand 曲面模型算法的定位精度高于改进 Facet 曲面拟合算法,其中 Bertrand 曲面模型算法得到的 9 幅量块图像测量误差的平均值为 $-0.811 \mu\text{m}$,最大误差和最小误差分别为 $0.345 \mu\text{m}$ 和 $-1.857 \mu\text{m}$,而改进 Facet 曲面拟合算法得到的 9 幅量块图像测量误差的平均值为 $1.595 \mu\text{m}$,最大误差和最小误差分别为 $3.909 \mu\text{m}$ 和 $-0.244 \mu\text{m}$.考虑到光源强度会对边缘的精确定位产生重要影响,根据光源强度边缘位置误差补偿模型,Bertrand 曲面模型算法可以在边缘的法向通过将所求 μ 值与补偿值相加进行误差补偿,进一步提高定位精度^[20].

3.2 实例验证

机油泵泵体作为机油泵的关键零件,其精度至关重要,直接影响机油泵的工作效率、噪声及使用寿命等.其背光数字图像如图 9 所示,该零件有 2 个销孔用于定位,需要保证中心距,内环中有两个圆弧为工作面,需要保证孔径和圆度误差.

将 Bertrand 曲面模型算法应用于机油泵泵体的高精度测量,获取的亚像素边缘如图 10 所示,对其进行处理得到中心距、孔径和圆度误差,并与三坐标测量机的测量结果比较,如表 2 所示.以三坐标测量机得到的测量结果为标准,采用本文算法测量的最大误差为 $5 \mu\text{m}$,说明基于 Bertrand 曲面模型的边缘检测算法可以用于机械零件的高精度测量,尤其适用于中心距、孔径等的测量.

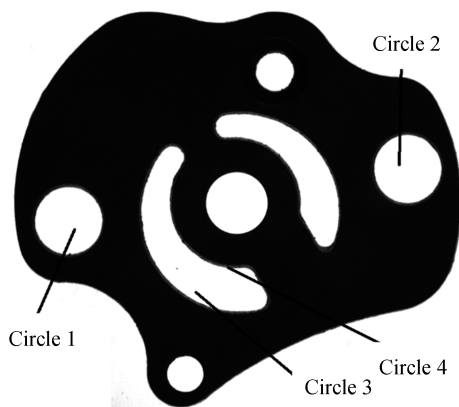


图 9 机油泵泵体背光数字图像
Fig.9 Oil pump body backlit digital image

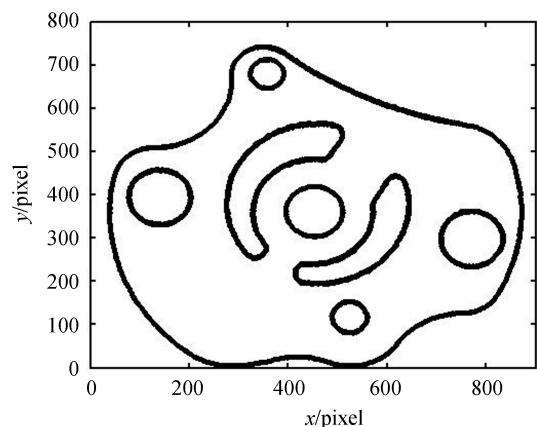


图 10 机油泵泵体亚像素边缘
Fig.10 Oil pump body sub-pixel edge

表 2 机油泵泵体测量数据(mm)

Table 2 Oil pump body measurement data (mm)

Measured object	Measuring dimensions	
	Algorithm based on Bertrand surface fitting	Three coordinate measuring method
Center distance between circle 1 and circle 2	33.848	33.843
Diameter of circle 3	19.459	19.461
Roundness of circle 3	0.026	0.030
Diameter of circle 4	12.987	12.984
Roundness of circle 4	0.019	0.022

4 结论

本文根据图像边缘灰度的 Bertrand 曲面模型,在确定像素级边缘的基础上,将选取的曲面拟合区域内像素点的图像坐标转换为边缘曲线的活动坐标,并对像素点的坐标和归一化灰度值进行拟合,求得亚像素边缘到像素级边缘的法向距离 μ ,进而准确定位图像的亚像素边缘位置.与改进 Facet 曲面拟合算法相比,Bertrand 曲面模型算法选取的拟合区域是沿边缘方向的带状域,实现了边缘法向和切向的分离,并且根据 Bertrand 曲面特征,将多个法截面内的信息叠加到一个平面内,简化了曲面拟合问题,减少了计算量,解决了图像平滑和边缘保持不能兼顾的问题.实验表明,本文算法测量一等量块边缘的直线度误差小于 $1 \mu\text{m}$,且测

量误差平均值为 $-0.811\ \mu\text{m}$,具有较高的定位精度.通过测量机油泵泵体,说明本算法能有效应用于机械零件轮廓几何量精度的精密测量中,尤其适用于中心距、孔径等的测量.

参考文献

- [1] ZHAO P, QIANG N G, BANG P Z. Simultaneous perimeter measurement for multiple planar objects[J]. *Optics and Laser Technology*, 2009, **41**(5): 186-192.
- [2] SCHNEIDER S C, RUPITSCH S J, ZAGAR B G. Signal processing for laser speckle strain-measurement techniques[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2007, **56**(6): 2681-2687.
- [3] JIANG Xin, LI Hua, ZHU Hui, et al. Precision measuring system for tube support plate of steam generator[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(3): 0312002.
蒋鑫,李华,朱辉,等.蒸发器支撑板板孔精密测量系统[J].光子学报,2016,**45**(3):0312002.
- [4] TAI S, YANG S. A fast method for image noise estimation using laplacian operator and adaptive edge detection[C]. International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, Malta, 2008: 1077-1079.
- [5] LIU Hong-liang, CHEN Wei-yi, XU Zhong-sheng. An image sub-pixel registration algorithm based on combination of curved surface fitting method and gradient method[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2015, **37**(5): 180-185.
刘红亮,陈维义,许中胜.曲面拟合法和梯度法相结合的图像亚像素配准算法[J].国防科技大学学报,2015,**37**(5):180-185.
- [6] WEI B Z, ZHAO Z M. A sub-pixel edge detection algorithm based on Zernike moments[J]. *The Imaging Science Journal*, 2013, **61**(5): 436-446.
- [7] HE Bing. Image analysis of Bessel-fourier moments under three kinds of boundary conditions[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(1): 0110004.
何冰.三类边界条件下的贝塞尔-傅里叶矩的图像分析[J].光子学报,2016,**45**(1):0110004.
- [8] LI Shuai, LU Rong-sheng, SHI Yan-qiong, et al. Sub-pixel edge detection algorithm based on Gauss surface fitting[J]. *Tool Engineer*, 2011, **45**(7): 79-82.
李帅,卢荣胜,史艳琼,等.基于高斯曲面拟合的亚像素边缘检测算法[J].工具技术,2011,**45**(7):79-82.
- [9] MA Rui, ZENG Li, LU Yan-ping. Improved sub-pixel edge detection method based on Facet model[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2009, **17**(2): 296-302.
马睿,曾理,卢艳平.改进的基于Facet模型的亚像素边缘检测[J].应用基础与工程科学学报,2009,**17**(2):296-302.
- [10] 赵萍.基于机器视觉的砂轮廓形测量系统研究[D].沈阳:沈阳工业大学,2013.
- [11] DUAN Zhen-yun, WANG Ning, ZHAO Wen-hui, et al. Algorithm of sub-pixel edge detection based on Gauss integral curve fitting[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2016, **37**(4): 371-374.
段振云,王宁,赵文辉,等.基于高斯积分曲线拟合的亚像素边缘提取算法[J].计量学报,2016,**37**(4):371-374.
- [12] FENG Xin-xing, ZHANG Li-yan, YE Nan, et al. Fast algorithms on center location of two dimensional Gaussian distribution spot[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0512002.
冯新星,张丽艳,叶南,等.二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究[J].光学学报,2012,**32**(5):0512002.
- [13] LIU Guo-dong, LIU Bing-guo, CHEN Feng-dong, et al. Study on the method of the accuracy evaluation of sub-pixel location operators[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3446-3451.
刘国栋,刘炳国,陈凤东,等.亚像素定位算法精度评价方法的研究[J].光学学报,2009,**29**(12):3446-3451.
- [14] WU Jun-fang, LIU Gui-xiong. Research on mathematical expression of image edge transition region[J]. *Journal of Scientific Instrument*, 2010, **31**(8): 55-60.
吴俊芳,刘桂雄.图像边缘过渡区的数学表征方法研究[J].仪器仪表学报,2010,**31**(8):55-60.
- [15] FENG Tao, ZHOU Zu-an, LIU Qi-zhen. Analysis of the image transition region processing based on local complexity[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2008, **13**(10): 1894-1897.
冯涛,周祖安,刘其真.基于局部复杂度的图像过渡区处理研究[J].中国图象图形学报,2008,**13**(10):1894-1897.
- [16] YU Jin-dong, ZHANG Xian-min. Edge detection algorithm for lines on microscopic image[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, **23**(1): 271-281.
余金栋,张宪民.用于线纹显微图像的边缘检测算法[J].光学精密工程,2015,**23**(1):271-281.
- [17] LI Yu-feng, LI Guang-ze, LONG Ke-hui. Spatial error concealment algorithm based on adaptive edge thresholding and directional weight[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, **24**(3): 626-634.
李玉峰,李广泽,龙科慧.基于自适应边缘阈值及方向加权的空间错误隐藏算法[J].光学精密工程,2016,**24**(3):626-634.
- [18] LIU Jian, CHEN Hou-jun, DUAN Zhen-yun, et al. Study of basic principle of Bertrand conjugate surfaces[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2006, **46**(2): 212-219.
刘健,陈厚军,段振云,等. Bertrand 共轭曲面基本原理研究[J].大连理工大学学报,2006,**46**(2):212-219.
- [19] ZHAO Ping, CAI Qing-hua, ZHAO Wen-zhen. An edge detection algorithm for high precision vision measurement[J].

Manufacturing Automation, 2015, **37**(3): 1-4.

赵萍,蔡清华,赵文珍. 一种适用于高精度视觉测量的边缘检测方法[J].制造业自动化,2015,**37**(3):1-4.

- [20] DUAN Zhen-yun, WANG Ning, ZHAO Wen-hui, *et al.* Study on calibration method based on lattice calibration plate in vision measurement system[J].*Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(5): 0515004.

段振云,王宁,赵文辉,等. 基于点阵标定板的视觉测量系统标定方法研究[J].光学学报,2016,**36**(5): 0515004.