

doi: 10.3788/gzxb20174601.0116001

# 基于双梯形金属条的二维超材料性能分析

田子建, 姜泊帆

(中国矿业大学(北京)机电学院 信息工程研究所, 北京 100083)

**摘 要:**提出了一种基于平行金属条和细金属线的双梯形二维超材料结构单元. 该结构由介质板以及其两侧放置的一对反向对称梯形金属条组成. 与传统二维超材料相比, 该结构在电磁波平行入射时具有双左手频带特性, 在电磁波双向入射情况下具有良好的左手频带拓展性, 且结构易于制备. 利用电磁仿真软件分别模拟电磁波垂直入射和平行入射条件下该结构的电磁性能. 结果表明: 该结构在两种入射情况下均能实现双负特性; 梯形上底每增大 0.5 mm, 双入射情况下结构的双负特性分别向高频移动 0.2 GHz 和 0.4 GHz. 该研究对基于平行金属条的左手材料的研究以及二维左手材料的发展具有参考价值.

**关键词:**超材料; 双梯形结构; 二维; 仿真; 拓展性

**中图分类号:** O436.1; O441; O53      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1004-4213(2017)01-0116001-8

## Performance Analysis of Two-dimensional Incident Left-handed Metamaterial Based on Double Trapezoid Metal Strips

TIAN Zi-jian, JIANG Bo-fan

(School of Mechanical Electronic and Information Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, China)

**Abstract:** A structure of two-dimensional incident left-handed metamaterial composed of double trapezoid metal strips was proposed based on paralleled metal strips and thin metal wire. The structure consists of dielectric-slab and anti-symmetrical trapezoid metal strips on each side. Compared with the traditional left-handed metamaterial structures, this structure not only has double left-handed frequency band under the parallel incidence of electromagnetic wave, but also has a good expansibility, and it is easy to produce. By using the simulation software, the structure is analyzed respectively when electromagnetic waves are incident perpendicularly and when they are parallel to the substrate. Results show that, the structure can show double negative properties either under the incidence of electromagnetic waves paralleled or perpendicular. Besides, with the upper base size of the structure being greater for each 0.5 mm, the frequency band of double negative properties moves to higher frequency band about 0.2 GHz and 0.4 GHz. These can be as reference values in the research of left-handed metamaterial based on paralleled meta strips.

**Key words:** Metamaterial; Double trapezoid structure; Two-dimensional; Simulation; Expansibility

**OCIS Codes:** 160.3918; 160.5293; 160.1585; 160.1245

## 0 引言

左手材料(Left-Handed Metamaterials, LHMs)是前苏联物理学家 Vector Veselago<sup>[1]</sup>在 1968 年理论提

**基金项目:** 国家重点研发计划(No. 2016YFC0801804)和国家自然科学基金(No. 51674269)资助

**第一作者:** 田子建(1964-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为矿井监控与通信、矿井人员定位、无线输电、电磁超材料、无线传感器网络.  
Email: tianzj0726@126.com

**通讯作者:** 姜泊帆(1990-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电磁超材料. Email: 361188696@qq.com

**收稿日期:** 2016-07-21; **录用日期:** 2016-09-18

<http://www.photon.ac.cn>

出的一种特殊材料.左手材料在某一频段内介电常量和磁导率为负,由于其具有反常的物理特性以及特殊的获取途径又被称为电磁超材料.在这一理论材料提出 30 年之后,英国的物理学家 Pendry<sup>[2]</sup> 分别研究了负介电常量和负磁导率介质的实现方式,即周期性排列导电金属杆(Period placed metallic rod, ROD)和金属开口谐振环(Split Ring Resonators, SRRs).随后美国加州大学 San Diego 分校的 Smith 等物理学家于 2001 年在 Pendry 的建议之下首次制造出了在微波波段实现左手特性的金属杆和开口谐振环的组合结构,利用金属杆的等离子体效应实现负介电常量,利用金属开口谐振环的磁谐振效应实现了负磁导率<sup>[3]</sup>.2002 年,美国的 Itoh 教授和加拿大的 Eleftheriades 教授提出了一种基于周期性 LC 网络实现左手特性的新材料设计法,即将金属自身等离子体效应和磁谐振效应集于一体的电磁一体结构<sup>[4]</sup>.环棒结构和电磁一体结构的提出奠定了超材料设计的理论基础,且在随后的研究表明超材料奇特的电磁特性在完美成像、电磁隐身、电磁加热以及天线雷达的微带贴片等领域有广阔的应用前景<sup>[5-7]</sup>.

超材料的研究按电磁波的入射方向分为两类,即电磁波平行于介质板入射实现左手特性和垂直于介质板入射实现左手特性.平行入射型的典型结构有双 S 型<sup>[8-9]</sup>、对称环形<sup>[10-11]</sup>、H 型结构<sup>[12]</sup>等;垂直入射实现左手特性的典型结构有树枝型结构<sup>[13]</sup>、渔网型结构<sup>[14-15]</sup>等.这两类超材料只能在电磁波垂直或者平行介质板入射即在单一入射方向上实现左手特性,又称作一维超材料,它们与实际应用中所需要的多方向多维数的要求不符.近年来,在研究人员的不断努力下,双 Z 形结构<sup>[16]</sup>、双  $\Sigma$  形结构<sup>[17]</sup>以及双三角形金属条结构<sup>[18]</sup>被相继提出,实现了一维超材料到二维超材料的突破,在超材料的多维化研究领域迈出了一大步.但是由于这些结构的左手特性频带单一,结构不可拓展等原因,它们的实际实用性普遍不高.

本文将两个反向对称的梯形金属条分别放置于介质板的两侧,设计提出了一种二维超材料结构单元.该超材料结构在电磁波垂直入射和平行入射两种入射情况下均能实现左手特性,且可以分别以不同方式形成磁谐振从而实现负磁导率,而负介电常量由结构自身的等离子体效应产生.与同类二维超材料相比,该结构具有双左手频带特性、良好的频带拓展性、对称性结构和易于制备的特点,因而具有更强的实用性.本文应用三维全波电磁仿真软件 HFSS 对该结构进行仿真<sup>[19-20]</sup>,分析其 S 参量并提取有效电磁参量,验证其在两种入射情况下左手通带的存在,以及左手频带的拓展性能.

## 1 双梯形结构单元设计与分析

根据英国物理学家 Pendry<sup>[21]</sup>等对平行金属条结构的研究表明其等效介电常量  $\epsilon(\omega)$  与电磁波频率  $\omega$  和金属结构的等离子体频率  $\omega_p$  的关系为

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1)$$

当电磁波的频率  $\omega$  小于金属结构的等离子体频率  $\omega_p$  时,结构的等离子体频率为负,此时结构的等效介电常量为负.由于  $\omega_p$  与金属条的间距以及其横截面有关,且为了积聚极化电荷增强结构的磁谐振效应以便于实现负磁导率,在金属条的中部引入细金属导线,其结构图以及参量定义如图 1.

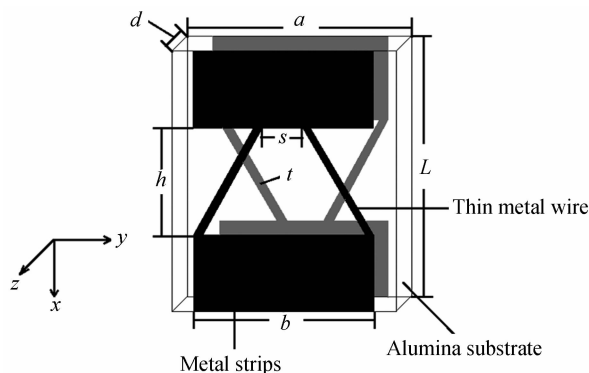


图 1 双梯形金属条结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of double trapezoid metal strip structure

图 1 为本文提出的二维超材料结构单元的结构示意图,该结构由介质基板和两个反方向对称放置于介质板两侧的梯形金属条构成.介质板的材质为氧化铝陶瓷,其介电常量为 9.8,金属条和金属线的材质为铜.

结构单元的尺寸参量为:介质板厚度  $d$  为 0.3 mm,高度  $L$  为 10 mm,宽度  $a$  为 7 mm,金属条的宽度  $b$  为 6 mm,中间缺口的长度  $h$  为 4 mm,梯形上底长度  $s$  为 0.1 mm,金属线的宽度  $t_1$  为 0.5 mm,金属线和金属条的厚度为 0.01 mm.

本文采用全波三维电磁仿真软件 HFSS 对所建结构模型进行仿真分析,根据电磁波的不同入射方向分别设置理想导体边界 (Perfect Electric Conductor, PEC) 和理想磁边界 (Perfect Magnetic Conductor, PMC),采用波端口激励法分别仿真电磁波垂直入射和平行入射两种情况下模型的电磁特性. 本文采用反射/传输法 (Reflection/Transmission Method, NRW)<sup>[22-24]</sup>,通过散射参量  $S_{11}$ 、 $S_{21}$  与相对波阻抗  $z$  以及折射率  $n$  之间的关系,提取得出有效电磁参量:等效介电常量和等效磁导率的复数形式,通过 Matlab 处理并绘出等效磁导率和等效介电常量的实部曲线. 其中,

$$n = \frac{1}{kd} \arccos \left[ \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2) \right] \quad (2)$$

式中,  $k$  为波数,  $k = \frac{2\pi f}{c}$ , 其中  $f$  为波频率,  $c$  为光速.

$$z = \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}} \quad (3)$$

$$\epsilon = \frac{n}{z}, \mu = nz \quad (4)$$

式中,  $\epsilon$  为介电常量,  $\mu$  为磁导率.

### 1.1 电磁波垂直于介质基板入射

以图 1 中所示的模型以及所设置的参量在 HFSS 中建模,将  $x$  轴方向设置为 PEC,  $y$  轴方向设置为 PMC,  $z$  轴方向设置为波端口激励入射端,如图 2. 通过 HFSS 软件仿真得到的双梯形结构单元的散射参量  $S$  参量的幅度曲线图如图 3(a),观察  $S$  参量幅度曲线图可以发现结构在 7.78~8.5 GHz 频段产生明显谐振. 通过  $S$  参量提取法提取出其等效电磁参量,绘出其介电常量和磁导率的实部曲线如图 3(b),由图 3(b)可见介电常量和磁导率在 7.99~8.09 GHz 频段等效介电常量和等效磁导率均为负值,即在该频段内双梯形结构表现为超材料特性.

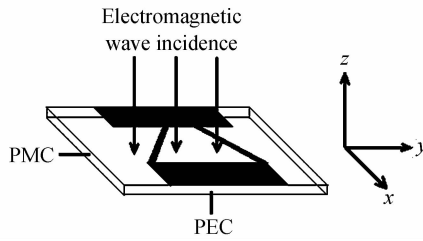


图 2 电磁波垂直于介质板入射示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the structure under the vertical incidence of the electromagnetic wave

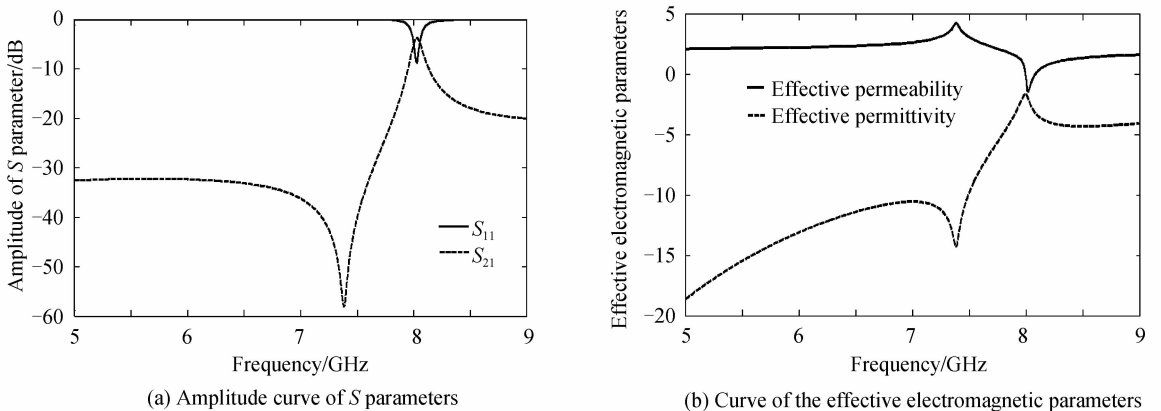


图 3 电磁波垂直入射时  $S$  参量的幅度曲线和等效电磁参量曲线

Fig. 3 Curves of  $S$  parameters' amplitude and the effective electromagnetic parameters under the vertical incidence of the wave

图 4 为电磁波垂直入射时,双梯形结构在谐振频段处的电流分布,观察发现介质板两侧的宽金属条中的纵向电流方向相反,且同时存在着与中间细金属线中电流方向相同的横向电流. 根据文献[14]中所提出的理论,前后金属条中相反的电流由磁谐振引起,而金属条中与中间细导线方向一致的电流则是由谐振电流和非谐振电流之间的相互作用引起的感生电流. 电磁波垂直入射情况下本文结构的等效电路图如图 5.  $C_m$  为介

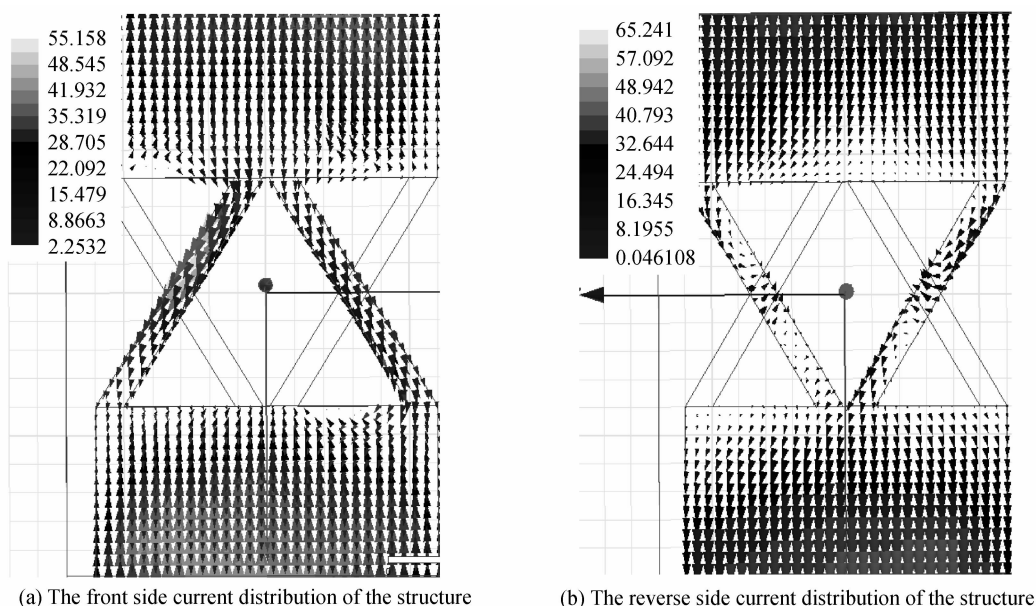


图 4 电磁波垂直入射时结构谐振点处的电流分布

Fig. 4 The current distribution of the structure at the resonance point under the vertical incidence of the electromagnetic wave

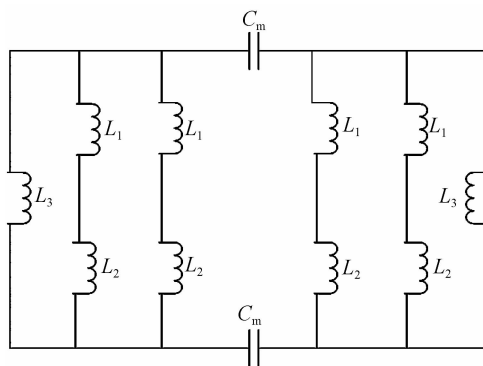


图 5 电磁波垂直入射时双梯形金属条结构的等效电路

Fig. 5 The equivalent circuit diagram of double trapezoid metal strip structure under the vertical incidence of the electromagnetic wave

质板两侧梯形结构的等效耦合电容,  $L_1$  为中间细金属线的等效电感,  $L_2$  为宽金属条中横向电流产生的等效电感,  $L_3$  为宽金属条中的纵向电流产生的等效电感. 由于宽金属条中的横向电流是由中间金属线中的电流引起的感生电流, 所以电感  $L_1$  和  $L_2$  是串联之后与  $L_3$  并联. 其磁谐振频率为

$$f_m = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_m L_1 + C_m L_2 + \frac{1}{C_m L_3}}} \quad (5)$$

与文献[16]中的式(2)一致,但是在相同尺寸结构情况下,本文提出的双梯形结构的中间细金属线的电感比文献[16]中的双三角形结构的等效电感小,结构的磁谐振频率将向高频段移动. 且本文所提出的结构与文献[16]中所提出的双三角形结构具有相似的谐振回路,即二者在电磁波垂直入射的情况下负磁导率形成原理相同,而负介电常量的实现由结构自身的等离子体效应产生.

### 1.2 电磁波平行于介质基板入射

在电磁波平行入射时,设结构单元的  $x$  轴方向为 PEC,  $z$  轴方向为 PMC, 设  $y$  轴方向为波端口激励入射方向,其示意图如图 6. 通过 HFSS 仿真得到结构在电磁波平行与介质板入射时的 S 参量幅度曲线,如图 7

(a). 观察  $S$  参量的幅度曲线可以发现结构在  $8.88 \sim 9.1$  GHz 频段和  $11.68 \sim 11.98$  GHz 频段均存在明显谐振,即存在传输通带. 对其进行等效电磁参量提取,如图 7(b),发现结构在  $8.88 \sim 9.1$  GHz 频段以及  $11.68 \sim 11.98$  GHz 频段内均表现出介电常量和磁导率同时为负值,即结构存在两个左手通带.

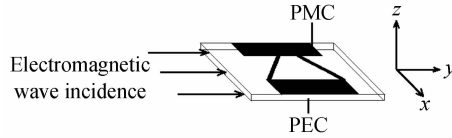


图 6 电磁波平行于介质板入射示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the structure under the parallel incidence of the electromagnetic wave

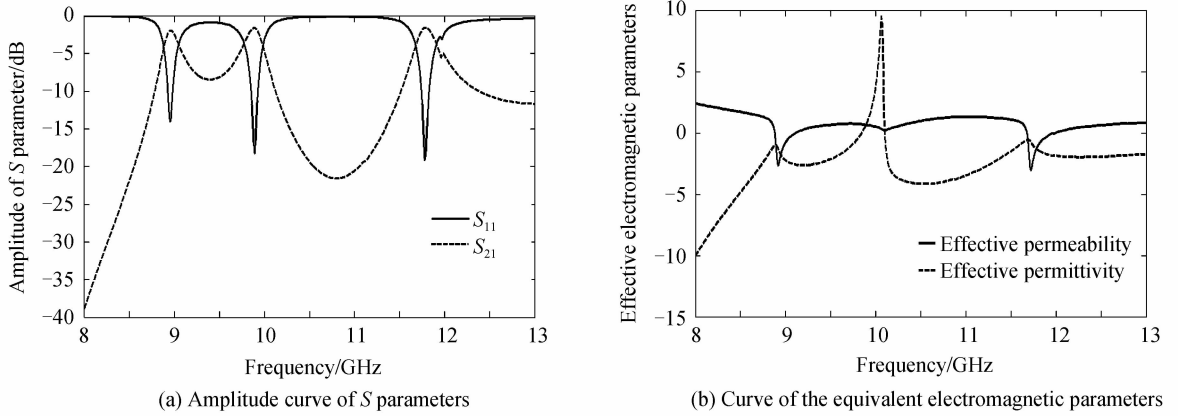


图 7 电磁波平行入射时  $S$  参量的幅度曲线和等效电磁参量曲线

Fig. 7 Curve of  $S$  parameters' amplitude and the effective electromagnetic parameters under the parallel incidence of the wave

图 8 为电磁波平行入射时,谐振点处双梯形金属条结构的电流分布. 由图 8 可以看出在磁场的作用下金属条中部交叉的金属线耦合形成了电流方向相反的两组环形谐振回路,从而产生了负的磁导率,其产生原理与文献[14]中双 Z 型结构相同,此处可看作是二个双 Z 型结构并联,而结构的负介电常量仍由结构自身的等离子体效应产生. 此外,与文献[16]中的双三角形结构相比,在电磁波平行入射时双梯形结构出现了两个双负特性实现频段,这与电磁波平行入射时产生的两组电流方向相反的谐振回路有关,由图 8 可以看出左右两组回路不仅电流方向相反,其电流强度也有差异,左边回路电流强度明显强于右边回路,即产生了两个不同强度的谐振回路.

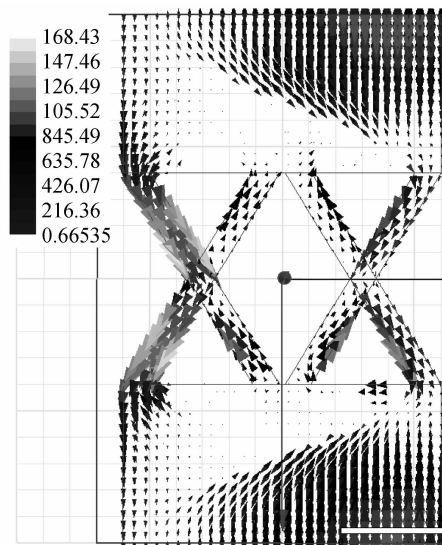


图 8 电磁波平行入射时谐振点处的电流分布

Fig. 8 Current distribution at the resonance point under the parallel incidence of the electromagnetic wave

### 1.3 双梯形结构上底尺寸参量 $s$ 变化对双负特性的影响分析

由磁谐振公式  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  可知, 当结构的等效电感变小时磁谐振频率变大. 根据文中对结构等效电路的分析可知, 相对于相同尺寸的双三角形结构, 双梯形结构中部的细金属线的等效电感会随着尺寸参量  $s$  变大而变小. 由式(5)可知, 变小可使结构的谐振频率向高频移动. 因此, 可以推论尺寸参量  $s$  变化会引起左手通带的频移. 本节分别研究电磁波垂直入射和平行入射情况下, 等效磁导率和等效介电常量随尺寸参量  $s$  的变化规律.

采用上文中相同的尺寸参量, 仅变化梯形上底尺寸参量  $s$  的大小, 分别取 0.5 mm、1.0 mm、1.5 mm、2.0 mm、2.5 mm 和 3.0 mm (其变化过程示意图如图 9), 根据电磁波的入射方向分别设置 PEC 和 PMC, 仿真并分别提取其等效电磁参量.

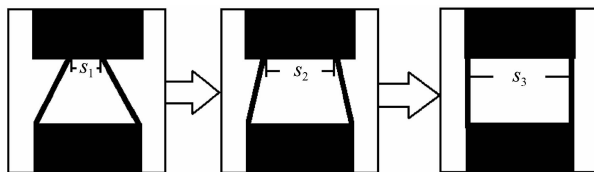


图 9 双梯形结构上底尺寸参量  $s$  变化过程示意图

Fig. 9 The schematic diagram of the double trapezoid structure with the size changing of the upper base  $s$

图 10 为电磁波垂直入射时双梯形结构的等效磁导率和等效介电常量与尺寸参量  $s$  的变化关系. 可以发现随着尺寸参量  $s$  变大, 结构的谐振峰和等效介电常量以及等效磁导率同时为负的频段均向高频移动, 与上文中的推论相一致. 对比发现  $s$  每增大 0.5 mm, 结构双负特性实现频段向高频移动约 0.2 GHz.

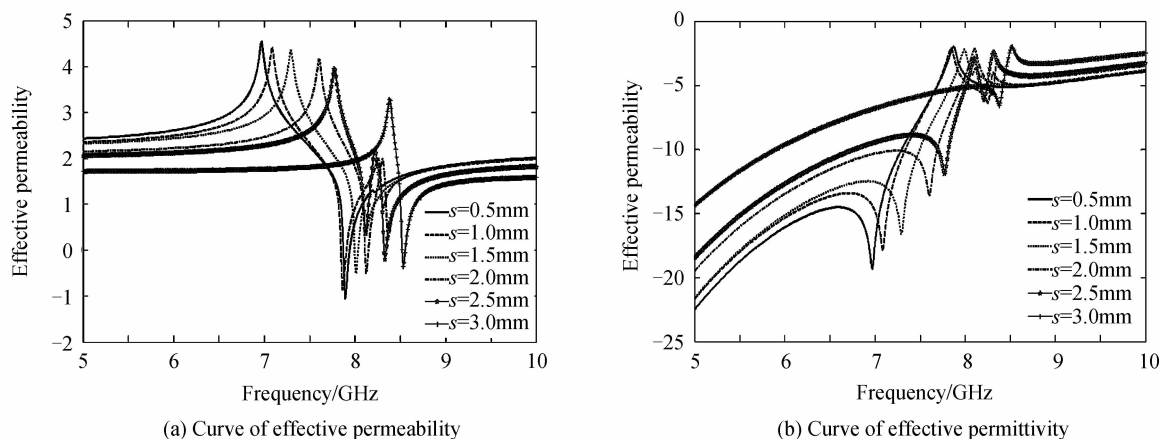


图 10 电磁波垂直入射时等效电磁参量随  $s$  变化曲线

Fig. 10 Curve of effective electromagnetic parameters with the size change of  $s$  under the vertical incidence of the electromagnetic wave

图 11 为电磁波平行入射时双梯形结构的等效磁导率和等效介电常量与尺寸参量  $s$  的变化关系. 观察该曲线可以发现, 在电磁波平行入射时双负特性实现频段分为两段, 且低频段左手通带位置基本保持不变, 而高频段左手通带随着  $s$  变大向更高频段移动, 且  $s$  每增大 0.5 mm 左手通带向高频移动约 0.4 GHz. 但是当  $s = 3$  mm 时, 即梯形变成矩形的时候, 磁导率曲线趋于平缓且无负值部分, 介电常量曲线仍为负值. 图 12 为  $s = 3$  mm 时电磁波平行入射时结构中的电流分布, 可以发现前后金属结构中的电流方向一致且无谐振电流回路. 所以, 在  $s = 3$  mm, 电磁波平行入射时结构没有产生磁谐振, 因而无法产生负磁导率, 而由于结构自身的等离子体效应仍能产生负介电常量.

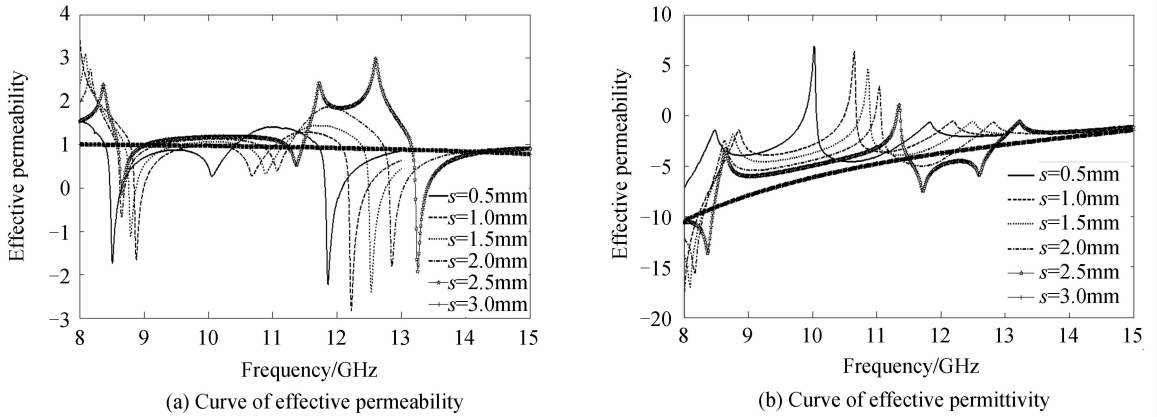


图 11 电磁波平行入射时等效电磁参量随  $s$  变化曲线

Fig. 11 Curve of effective electromagnetic parameters with the size change of  $s$  under the parallel incidence of the electromagnetic wave

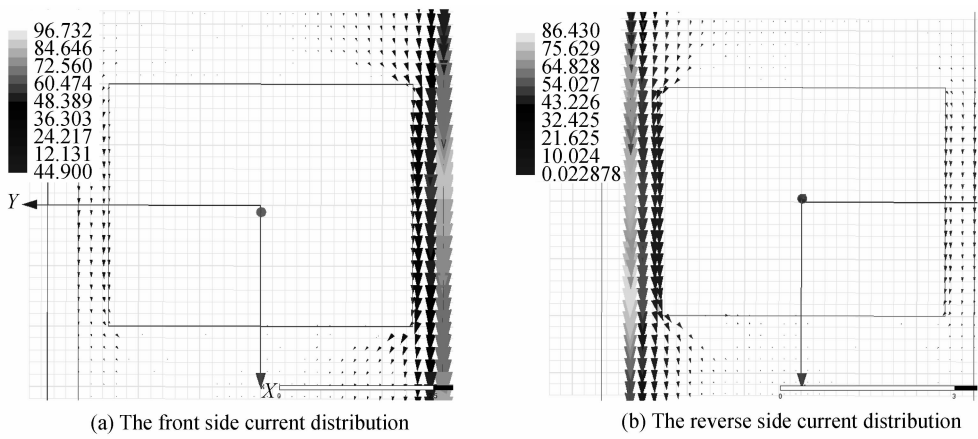


图 12  $s = 3$  mm, 电磁波平行入射时的电流分布

Fig. 12 The current distribution of the structure under the parallel incidence of the electromagnetic wave when  $s = 3$  mm

## 2 结论

本文提出了一种基于平行金属条和细金属线的双梯形二维超材料结构单元. 该结构具有双左手频带特性以及良好的左手频带拓展性, 具有更好的实用性; 且结构自身具有良好的对称性, 易于制备. 利用三维全波电磁仿真软件 HFSS, 建模并根据电磁波的垂直入射和平行入射分别设置其理想导体边界(PEC)、理想磁边界(PMC), 对结构进行了模拟仿真分析并提取了等效电磁参量. 结果表明结构在电磁波垂直、平行双入射情况下均出现左手通带. 且电磁波垂直入射时, 结构在 7.99 GHz~8.09 GHz 频段出现左手通带. 电磁波平行入射时, 结构在 8.88 GHz~9.1 GHz 以及 11.68 GHz~11.98 GHz 两个频段实现了双左手通带, 表现为双频带超材料. 此外, 还研究了结构的尺寸参量  $s$  对结构双负特性频段的影响, 结果表明: 电磁波垂直入射时,  $s$  每增大 0.5 mm 左手通带向高频移动约 0.2 GHz, 电磁波平行入射时,  $s$  每增加 0.5 mm 左手通带向高频移动约 0.4 GHz. 该结构具有良好的左手特性频带拓展性, 为基于平行金属条型超材料结构以及二维超材料的应用发展研究提供了参考.

## 参考文献

- [1] VESELAGO V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ [J]. *Soviet Physics Uspekhi*, 1968, **10**(4): 509-514.
- [2] PENDRY J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. *Physical Review Letters*, 2000, **85**(18): 3966-3969.
- [3] SMITH D R, PADILLA W J, VIER S C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Physical Review Letters*, 2000, **84**: 4184-4187.
- [4] ZHOU J F, ECONOMON E N, KOSCHNY T, et al. Unifying approach to left-handed material design[J]. *Optics Letters*, 2006, **32**(24): 3620-3622.
- [5] ZHANG Shi-hong, CHEN Liang, XU Bin-bin, et al. New developments and application prospect of the left-handed

- materials[J]. *Journal of Functional Materials*, 2006, **1**(37): 1-5.
- 张世鸿,陈良,徐彬彬,等. 左手材料研究进展及应用前景[J]. *功能材料*, 2006, **1**(37):1-5.
- [6] LI Pei, WANG Fu-zhong, ZHANG Li-zhu, *et al.* Effects of “left hand materials” on the resonant parameters of resonator cavity[J]. *Journal of Functional Materials*, 2015, **14**(46): 14052-14056.
- 李培,王辅忠,张丽珠,等. 左手材料对介质谐振腔谐振参量的影响[J]. *功能材料*, 2015, **14**(46):14052-14056.
- [7] LIU Ya-hong, LUO Chun-rong, ZHAO Xiao-peng. Left handed metamaterials and their applications at microwave frequency[J]. *Journal of Functional Materials*, 2006, **3**(37): 339-344.
- 刘亚红,罗春荣,赵晓鹏. 微波左手材料及其应用前景[J]. *功能材料*, 2006, **3**(37):339-344.
- [8] CHEN H S, RAN L X, HUANGFU J T, *et al.* Experimental confirmation of negative refraction index of metamaterial composed of W-like metallic patterns[J]. *Physical Review E*, 2004, **70**: 057605.
- [9] ZHOU Fu-kun, YI Qiang, LUO Xing-fang. A kind of S-type structure of left-handed materials for 60 GHz communication[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(4): 423-426.
- 周辅坤,易强,骆兴芳. 一种用于 60GHz 通信的 S 型结构左手材料的设计[J]. *光子学报*, 2013, **42**(4):423-426.
- [10] GRZEGORCZYK T M, MOSS C D, LU J, *et al.* Properties of left-handed metamaterials: transmission, backward phase, negative refraction, and focusing[J]. *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 2005, **53**(9): 2956-2967.
- [11] YI Qiang, ZHOU Fu-kun, LUO Xing-fang. A U-band left-handed metamaterial based on two-layered SRR structure [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(5): 576-579.
- 易强,周辅坤,骆兴芳. 基于双层开口谐振器结构的 U 波段左手材料[J]. *光子学报*, 2013, **42**(5):576-579.
- [12] LIU Ya-hong, LUO Chun-rong, ZHAO Xiao-peng. H-shaped structure of left-handed metamaterials with simultaneous negative permittivity and permeability[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(10): 5883-5889.
- 刘亚红,罗春红,赵晓鹏. 同时实现介电常量和磁导率为负的 H 型结构单元左手材料[J]. *物理学报*, 2007, **56**(10):5883-5889.
- [13] ZHANG Yan-ping, ZHAO Xiao-peng, BAO Shi, *et al.* Dendritic metamaterial absorber based on the impedance matching[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(9): 6078-6083.
- 张燕萍,赵晓鹏,保石,等. 基于阻抗匹配条件的树枝状超材料吸收器[J]. *物理学报*, 2010, **59**(9):6078-6083.
- [14] MARY A, RODRIGO S G, GARCIA-VIDAL F J, *et al.* Theory of negative-refractive-index response of double-fishnet structure[J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**: 103902.
- [15] MENZEL C, PAUL T, ROCKSTUHL C, *et al.* Validity of effective material parameters for optical fishnet metamaterials[J]. *Physical Review B*, 2010, **81**: 035320.
- [16] WANG Hai-xia, LV Ying-hua, ZHANG Hong-xin, *et al.* Study on double incidence left-handed material composed of double Z-shaped metal strips[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **60**(3): 034101.
- 王海侠,吕英华,张洪欣,等. 基于双 Z 形金属条的双入射型左手材料研究[J]. *物理学报*, 2011, **60**(3):034101.
- [17] TIAN Zi-jian, CHEN Wen-chao, FAN Jing. Two-dimensional incident left-handed metamaterial composed of double  $\Sigma$ -shaped metal strips[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(7): 074102.
- 田子建,陈文超,樊京. 基于双  $\Sigma$  形金属条的双向左手材料[J]. *物理学报*, 2013, **62**(7):074102.
- [18] TIAN Zi-jian, LI Wei-xiang, FAN Jing. Performance analysis of double incidence derivative metamaterial based on double-triangular structure[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(3): 034102.
- 田子建,李玮祥,樊京. 基于双三角形金属条的二维可衍生超材料性能分析[J]. *物理学报*, 2015, **64**(3):034102.
- [19] MARKOS P, SOUKOULIS C M. Numerical studies of left-handed materials and arrays of split ring resonators[J]. *Physical Review E*, 2002, **65**: 036622.
- [20] KOKKINOS T, SARRIS C D, ELEFThERIADES G V. Finite-difference time-domain analysis of metamaterial-based leaky-wave antennas[J]. *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 2005, **53**: 26-29.
- [21] PENDRY J B, HOLDEN A J, STEWART W J, *et al.* Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures [J]. *Physical Review Letters*, 1996, **76**(25): 4773-4776.
- [22] ZIOLKOWSKI R W. Design, fabrication, and testing of double negative metamaterials [J]. *IEEE Transaction on Antenna and Propagation*, 2003, **51**(7): 1516-1529.
- [23] SMITH D R, VIER D C, KOSCHNY T, *et al.* Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials [J]. *Physical Review E*, 2005, **71**: 036617.
- [24] SZABO Z, PARK G H, HEDGE R, *et al.* A unique extraction of metamaterial parameters based on Kramers-Kronig relationship[J]. *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 2010, **58**(10): 2646-2653.