

doi: 10.3788/gzxb20174601.0101003

部分相干艾里光在大气湍流中的光束扩展与漂移

柯熙政, 张林

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘 要: 基于 Andrews 和 Philips 的经典漂移方差模型, 结合部分相干艾里光的交叉谱密度函数和 Tatarskii 功率谱, 推导出部分相干艾里光在大气中传输时的光束扩展和漂移解析式, 对比分析了不同的衰减因子、湍流强度和相干度等参数对部分相干艾里光的光束扩展和漂移的影响, 并与高斯光束所得结果进行了比较. 研究表明: 衰减因子、湍流强度和相干度等对光束漂移影响较大, 当它们的取值增大时, 漂移越严重; 内尺度对光束漂移几乎没有影响; 在相同的条件下, 艾里光束的光束漂移要比高斯光束小两个数量级, 且其本身具有自恢复特性和较强的抑制湍流特性.

关键词: 大气光学; 部分相干艾里光; 交叉谱密度函数; 大气湍流; 光束扩展; 光束漂移

中图分类号: TN929.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2017)01-0101003-7

Beam Spreading and Wander of Partially Coherent Airy Beam Propagating in Atmospheric Turbulence

KE Xi-zheng, ZHANG Lin

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Based on Andrews and Philips classical wander variance model, combining with the cross spectral density function of partially coherent light Airy and Tatarskii power spectrum, the coherent analytical formulas of expansion and wander of Airy beam in atmosphere transmission were deduced. The influence of the parameters such as the different truncation, the turbulence intensity and the coherence on the expansion and wander of Airy beam was analyzed. Then the results were compared with the results of Gaussian beam. The study has shown that, the different truncation, turbulence intensity and coherence have the bigger influence on beam wander, the more their value is, the more serious the wander will be. The inner scale has so little effect on the beam wander that can be ignored. Under the same conditions, Airy beam wander is two orders of magnitude smaller than that of the Gaussian beam, and itself has self recovery characteristic and strong inhibition of turbulence characteristic.

Key words: Atmospheric optics; Partially coherent Airy; Cross-spectrum density function; Atmospheric turbulence; Beam spreading; Beam wander

OCIS Codes: 010.1290; 010.1300; 030.7060; 060.2605

0 引言

随着无线激光通信研究的不断深入, 研究人员逐渐意识到传统高斯光束作为信息载波的弊端, 尤其在大气传输过程中, 由于光束本身没有抑制大气湍流的能力, 需要通过其他技术来减少大气对它的影响, 例如自适应光学技术^[1-2]、多光束传输技术^[3]、部分相干光传输技术^[4]等, 但是这些技术并不能从根本上解决该问题, 而且实现效果也不太理想, 且其在应用中也存在很大的局限性, 因此研究人员一直在寻找一种本身就能

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 61377080, 60977054)资助

第一作者: 柯熙政(1962—), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为无线激光通信. Email: xzke@263.net

通讯作者: 张林(1990—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为艾里光束在大气湍流中的传输特性. Email: 912854693@qq.com

收稿日期: 2016-07-12; 录用日期: 2016-08-29

够对大气湍流有抑制作用的光束. 1979年, Berry和Balazs^[5]认为在薛定谔方程中存在一个遵循艾里函数的波包解, 2007年7月, Siviloglou^[6-7]等在实验中发现了一种新型无衍射光束—艾里光束, 经研究发现艾里光束具有独特的三大特性^[8-10], 即自加速、无衍射和自恢复特性. 2010年, Yalong Gu和Greg Gbur研究了阵列艾里光束在大气湍流中的光强闪烁, 利用自弯曲特性, 四束艾里光经过相对独立的大气湍流并在传输距离为3 km处的接收平面光斑会汇聚为一点, 并证明了艾里光束传输闪烁效应可以减小到理论极限值. 2010年, Efremidis^[11]提出了产生圆形艾里光的方法, 不久便在实验中实现. 早在2009年, T. Ellenbogen等^[12-13]提出利用三波混频产生艾里加速光束的方法, 它会获得新的波长, 具有更高的能量, 但是它的传输距离和功率都比较小. 2013年, 张泽等^[14]利用艾里光的径向对称, 将四束艾里光形成自聚焦光束, 同时与合成高斯光束进行了比较, 结果发现艾里光束的合成效率要比高斯光束的高.

2011年, Chu^[15]用Tartarshii功率谱模型研究了艾里光束在大气湍流中传输时的横向强度分布, 研究表明艾里光束在大气中传输时质心位置不受湍流的影响, 同时指出如果指数衰减系数比较小时, 由于艾里光束具有自恢复特性, 所以其受大气扰动的恢复能力比较强; 2012年, Xu等^[16]用静态相位方法分析了远场发散角, 得出了远场发散角、功率、指数截断因子之间的关系. 2013年, Eyyuboglu^[17]用Rytov近似方法推导出艾里光束的光强闪烁解析式, 研究得出艾里光的光强闪烁和指数截断因子有关, 而且它的值越小, 光强闪烁也就越小. 2013年, Tao等^[18]用均方根束宽研究了艾里光在大气中传输时的光束扩展效应, 并分析了大气湍流的内尺度、相干度和艾里光束横向尺度、指数截断因子对光束扩展的影响. 2014年, 楚修祥等^[19]对部分相干艾里光的光束漂移进行了研究, 通过交叉谱密度函数和Tatarskii功率谱推导出部分相干艾里光扩展表达式; 同年, 他们研究得出艾里光束的光束漂移与峰度参数^[20]有关, 光束的形状也会影响光束漂移的大小, 艾里光束的漂移随着指数衰减因子的增大而增大, 当峰度参数为4.3时, 光束漂移会达到理论最大值, 且峰度参数与湍流内尺度、波长、相干度和传输距离有关. 目前, 国内外对于艾里光的研究主要集中于光束本身特性, 且将艾里光束应用于通信系统中的研究才刚刚起步.

本文采用部分相干艾里光的交叉谱密度函数和Tatarskii功率谱推导出部分相干艾里光的光束扩展和漂移表达式, 分析了不同的衰减因子、相干度和波长等参数对光束扩展和漂移的影响, 并与高斯光束进行了比较, 最终得出了在相同的条件下, 部分相干艾里光的光束漂移要比高斯光束的要小的结论, 并和现有的研究结果进行了比较.

1 理论分析

1979年Berry和Balazs^[5]证明了薛定谔方程中包含一个遵循艾里函数的一个波包解, 该表达式为

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = 0 \quad (1)$$

式中, $s = x/x_0$ 表示一维无量纲横向坐标, x_0 是任意横向尺度, $\xi = z/k_0 x_0^2$ 是归一化传输距离, $k_0 = 2\pi n/\lambda_0$ 为波数. 2007年, Siviloglou^[6-7]在实验室得到了该方程的一个解, 并发现了一种新型物无衍射光束—艾里光, 该方程其中的一个解为

$$\phi(s, \xi) = \text{Ai}\left[s - \left(\frac{\xi}{2}\right)^2\right] \exp\left(is \frac{\xi}{2} - \frac{i\xi^3}{12}\right) \quad (2)$$

式中, $\text{Ai}(\cdot)$ 表示的是艾里函数. 由式(2)可以看出, 在初始平面时 $\phi(s, 0) = \text{Ai}(s)$, 其物理意义表示的一个艾里波包, 其中第一项 $s - (\frac{\xi}{2})^2 = 0$ 代表了艾里光具有横向加速度的特性, 其传输轨迹是抛物线. 由此得到的艾里光束是理想的艾里光束, 它携带着无限的能量, 不管传输多远的距离都能够保持横向加速度和无衍射特性, 但是在研究人员研究艾里光束时, 理想的艾里光束并没有实际的意义, 因此在研究的过程中加了一个指数截断因子, 将无限艾里光束变成有限艾里光束, 其表达式为

$$\phi(s, 0) = \text{Ai}(s) \exp(\alpha s) \quad (3)$$

式中, α 是衰减因子, 其范围是 $0 < \alpha < 1$.

所讨论的都是一维艾里光束, 将其推广到二维空间时, 它的初始波函数可以表示为

$$u(x, y, z=0) = \text{Ai}\left(\frac{x}{w_0}\right) \exp\left(\frac{\alpha x}{w_0}\right) \text{Ai}\left(\frac{y}{w_0}\right) \exp\left(\frac{\alpha y}{w_0}\right) \quad (4)$$

式中, $\text{Ai}(\cdot) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\frac{i u^3}{3} + i s u) du$, w_0 为初始半径. 部分相干艾里光在初始平面的交叉谱密度函数表示为

$$W(r_1, r_2, 0) = u(r_1, 0) u^*(r_2, 0) u(r_1 - r_2) \quad (5)$$

式中, $u(r_1 - r_2)$ 表示的是相干度, 根据高斯-谢尔模型相干度可以表示为

$$u(r_1 - r_2) = \exp\left[-\frac{(r_1 - r_2)^2}{2\sigma_g^2}\right] \quad (6)$$

式中, r_1 和 r_2 表示的是初始平面的两个点, σ_g 为部分相干艾里光的空间相干度, 当它在湍流中传输距离为 z km 时, 根据广义惠更斯-菲涅尔原理, 对应的交叉谱密度函数可以表示为

$$W(r'_1, r'_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r_1 \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r_2 w(r_1, r_2, 0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2Z}[(r'_1 - r_1)^2 - (r'_2 - r_2)^2]\right\} \times \\ < \exp[\psi(r_1, r'_1, z) + \psi^*(r_2, r'_2, z)] > \quad (7)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 表示的是波数, λ 表示的是波长, $\varphi(\cdot)$ 表示大气湍流引起的随机相位, r'_1 和 r'_2 是传输距离为 z km 时平面上的两个点, 如果考虑到均匀湍流的情况下, 光波的二阶统计特性可以根据 Rytov 相位随机结构函数近似来逼近, 其结果为

$$< \exp[\psi(r_1, r'_1, z) + \psi^*(r_2, r'_2, z)] > \approx \exp\left[-\frac{(r_1 - r_2)^2}{\rho_0^2}\right] \quad (8)$$

式中, $\rho_0^2 = (0.55 c_n^2 k^2 L)^{-3/5}$ 表示的是大气湍流中球面波的相干长度, 根据交叉谱密度函数可以得出部分相干艾里光在大气中传输时的长期光束扩展表示为

$$W_{LT} = 2w_0 \sqrt{\frac{8\alpha^3 + 1}{8\alpha^2} + \frac{z^2}{k^2 w_0^2} \left(\frac{1}{4\alpha w_0^2} + \frac{1}{\sigma_g^2}\right) + \frac{2z^2 T}{k^2 w_0^2}} \quad (9)$$

$$T = 0.033 \Gamma(7/6) \pi^2 k^2 C_n^2 k_m^{1/3} z \quad (10)$$

当传输距离是 $z = L$ 和 $c_n^2 = 0$ 时可以得到部分相干艾里光在接收平面出的扩展半径可以表示为

$$W_{FS} = 2w_0 \sqrt{\frac{8\alpha^3 + 1}{8\alpha^2} + \frac{z^2}{k^2 w_0^2} \left(\frac{1}{4\alpha w_0^2} + \frac{1}{\sigma_g^2}\right)} \quad (11)$$

Andrews 和 Phillips 给出的所有湍流下光束漂移的模型^[21]为

$$\langle \rho_c^2 \rangle = 4\pi^2 k^2 w^2(L) \int_0^L \int_0^\infty k \phi_n(k, z) H_{LS}(\kappa, z) \times [1 - e^{-\Delta_p L \kappa^2 z^2 / k}] d\kappa dz \quad (12)$$

式中, Δ_p 表示的是光束参数, $w(L)$ 表示的是接收端的光束半径, $H_{LS}(k, z)$ 是一个低通滤波器, 主要是作用于不均匀的湍流漩涡. 其中

$$\Delta_p = 2L/kw^2(L) \quad (13)$$

$$H_{LS}(\kappa, z) = \exp[-\kappa^2 w^2(z)] \quad (14)$$

将式(9)~(14)代入到式(12)中, 可以得出部分相干艾里光光束漂移方差的一般表达式为

$$\langle \rho_c^2 \rangle = 4\pi k^2 W_{FS}^2 \int_0^L \int_0^\infty k \Phi_n(k) \exp(-k^2 W_{LT}^2) \times \{1 - \exp[-\frac{2L^2 k^2 (1-z/L)^2}{k^2 W_{FS}^2}]\} dk dz \quad (15)$$

结合 Tatarskii 功率谱密度函数, 得

$$\Phi_n(k, z) = 0.033 C_n^2(z) k^{-11/3} [\exp(-k^2/k_m^2)] \quad (16)$$

式中, $k_m = 5.92/l_0$, l_0 表示的是湍流内尺度.

将式(15)带入式(12)中可以得出部分相干艾里光束 Tatarskii 功率谱条件下的光束漂移表达式为

$$\langle \rho_c^2 \rangle = 4\pi k^2 W_{FS}^2 \left[\int_0^L \int_0^\infty 0.033 C_n^2 k^{-8/3} \exp(-k^2 W_{LT}^2) - \int_0^L \int_0^\infty 0.033 C_n^2 k^{-8/3} \times \right. \\ \left. \exp(-k^2 W_{LT}^2 - \frac{2L^2(1-z/L)}{k^2 W_{FS}^2}) \cdot dk dz = 0.066 \pi k^2 W_{FS}^2 C_n^2 \Gamma(-5/6) \times \right. \\ \left. \int_0^L \left\{ \left(\frac{1}{k_m^2} + W_{LT}^2\right)^{5/6} - \left[\frac{2L^2(1-z/L)^2}{k^2 W_{FS}^2} + W_{LT}^2 + \frac{1}{k_m^2}\right] \right\} dz \right] \quad (17)$$

2 部分相干艾里光的光束扩展

图 1 给出了湍流强度、初始半径、相干度以及波长对部分相干艾里光和高斯光光束扩展不同影响的对比

结果. 为了方便计算, 初始选取参数为: 在图 1(a) 中初始半径 $w_0 = 5$ mm, 相干度 $\sigma_g = 1$ mm, 内尺度 $l_0 = 5$ mm, 衰减因子 $\alpha = 0.5$, 波长 $\lambda = 0.83 \times 10^{-6}$ m. 图 1(b)、(c)、(d) 中除对比因子以外, 其余参数均与图(a) 相同, 大气折射率结构常数均为 $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$.

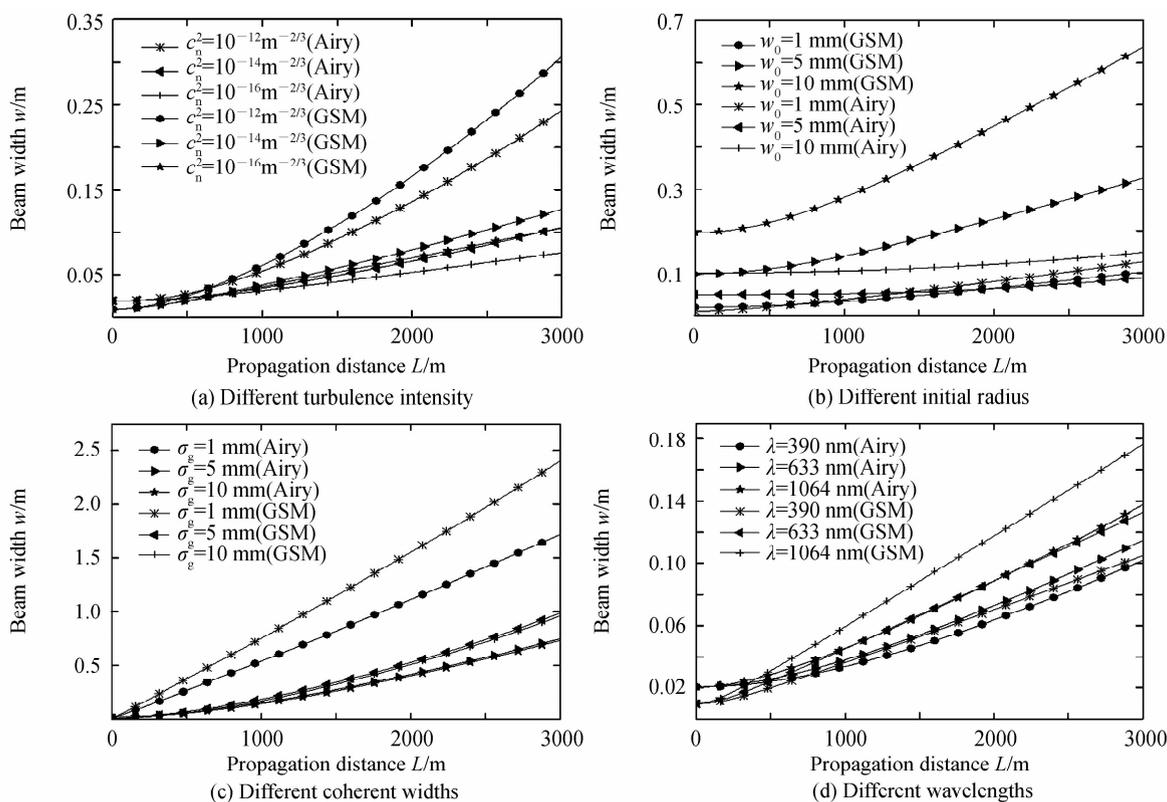


图 1 高斯光束和部分相干艾里光光束扩展的对比

Fig. 1 Contrast of Gauss beam and partially coherent Airy beam expansion

图 1 结果表明, 随着传输距离的增大, 光束的扩展越严重, 不同的湍流强度对光束扩展的影响也不同, 其中在强湍流 $C_n^2 = 10^{-12} \text{ m}^{-2/3}$ 时光束扩展最为严重. 初始半径、相干度和波长越大, 部分相干艾里光的扩展也越明显, 这与文献[22]所得出的结论一致, 同时在相同的条件下, 部分相干艾里光的光束扩展要比高斯光小. 从图 1(a) 和 (d) 可以看出, 在传输距离小于 500 m 时, 部分相干艾里光束的扩展要比高斯光束的大, 而距离超过 500 m 时艾里光束的扩展要比高斯光束要小, 这说明了在短距离传输时, 可以忽略大气湍流对它们的影响, 而当长距离传输时, 大气湍流对它们的影响较大, 这是因为大气折射对光束产生了影响, 使光束扩展越来越大, 但是由于部分相干艾里光束具有无衍射特性, 所以大气对它的影响要比高斯光束的小. 从图 1(b) 中可以看出初始半径对艾里光束的扩展影响较大, 初始半径越大, 光束扩展越明显. 当初始半径较小时, 艾里光束扩展要比高斯光束的小, 因此在选择艾里光束作为信息载体时, 要将初始半径设置为较小的值, 这样更有利于实现远距离通信.

3 部分相干艾里光的光束漂移

图 2 给出了湍流强度、内尺度等不同因素对光束漂移的影响, 并和高斯光束进行了比较. 设置参数为: 图 2(a) 中初始半径 $w_0 = 5$ mm, 相干度 $\sigma_g = 5$ mm, 内尺度 $l_0 = 10$ mm, 衰减因子 $\alpha = 0.5$, 波长 $\lambda = 0.635 \times 10^{-6}$ m. 图 2(b)~(d) 除了对比参数外, 其余参数都相同, 大气折射率结构常数均为 $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$.

从图 2(a) 中可以看出, 湍流强度越大, 光束漂移明显, 在相同的条件下, 高斯光束的光束漂移要比部分相干艾里光的要大, 同时在弱湍流的条件下也会对高斯光束的漂移产生一定的影响, 然而在传输距离小于 500 m 时, 湍流强度对部分相干艾里光的光束漂移没有影响, 在传输距离大约在 500~1500 m 时只有强湍流 ($C_n^2 = 10^{-12} \text{ m}^{-2/3}$) 会对它的漂移造成一定的影响, 中湍流 ($C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$) 和弱湍流 ($C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$) 几乎没有影响, 在传输距离大于 1 500 m 时, 中湍流会对它有较小的影响, 弱湍流对艾里光几乎没有影响. 衰减因子

是艾里光束的一个特有的参数,该因子表示部分相干光在传输方向上能量衰减的快慢程度.从图 2(b)中可以看出不同的衰减因子对对光束漂移的影响不同,当传输距离小于 1 000 m 时,光束漂移与衰减因子的大小无关,这是因为在短距离传输时能量衰减的较少,超过这个传输距离时,衰减因子越大,光束漂移也就越大,这是因为衰减因子越大,它的能量衰减的也就越快,它本身抗湍流的能力也就越弱.对比图 2(c)和(d)可知,当内尺度 l_0 变化时,光束漂移保持不变,这说明内尺度对光束漂移几乎没有影响,但是高斯光束和艾里光束的漂移依然差了两个数量级,这与文献[22]得出的结论相一致.

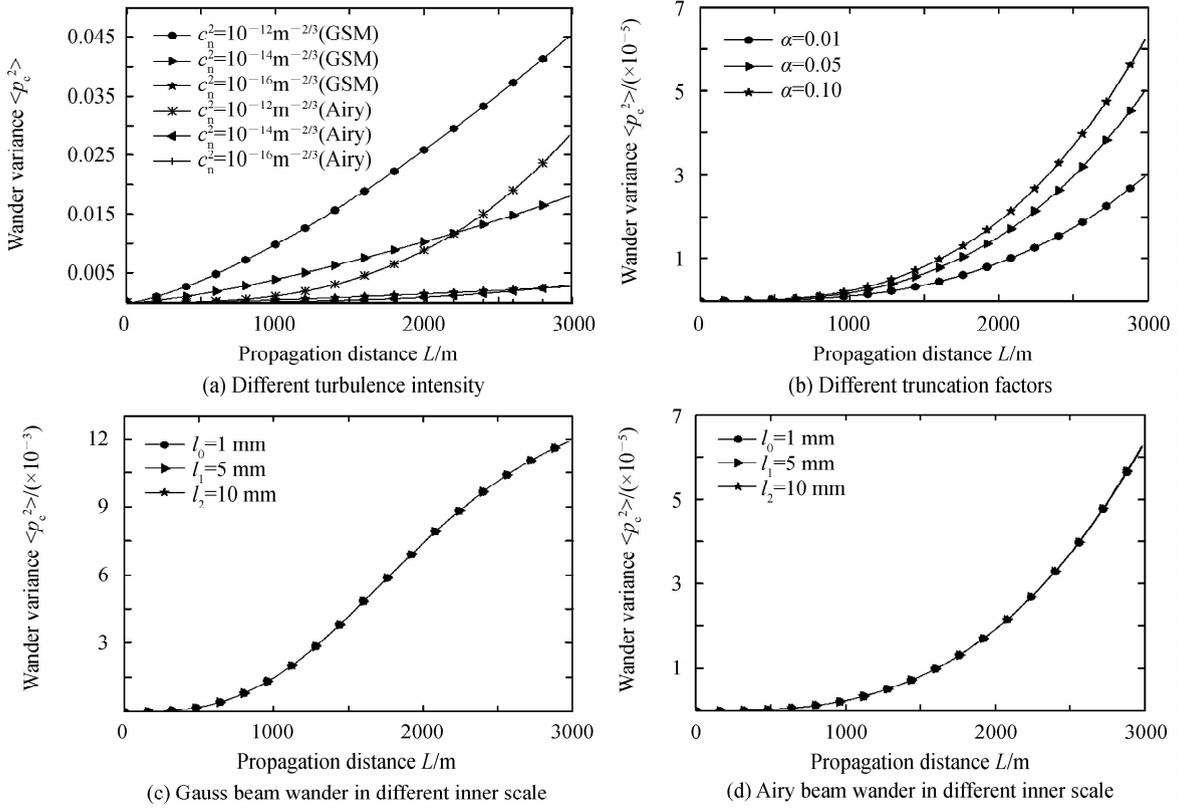


图 2 高斯光束和部分相干艾里光束漂移的对比

Fig. 2 Comparison of the wander of the Gauss beam and partially coherent Airy beams

图 3 给出了不同初始半径、波长等不同因素对光束漂移的影响,并和高斯光束进行了比较.设置参数为:图 3(a)中初始半径 $w_0 = 10$ mm,相干度 $\sigma_g = 10$ mm,内尺度 $l_0 = 10$ mm,衰减因子 $\alpha = 0.1$,波长 $\lambda = 0.635 \times 10^{-6}$ m.图(b)、(c)、(d)除了对比参数外,其余参数都与(a)相同,大气折射率结构常数均为 $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$.

图 3(a)、(c)、(e)表示的是高斯光束,图 3(b)、(d)、(f)表示的是部分相干艾里光.从图(a)和(b)中可看出随着传输距离的增大,初始半径越大,光束漂移也就越大.高斯光束在传输距离小于 500 m 时,不同的初始半径对漂移的影响不大,而部分相干艾里光在传输距离小于 1 000 m 时不同的初始半径对漂移几乎没有影响.从图(c)和(d)中可以看出,波长越大,光束漂移也就越大,在传输距离小于 500 m 时,不同的波长对漂移几乎没有影响,而对于部分相干艾里光来说,当传输距离大于 1 000 m 时,不同的波长才会对它的漂移产生影响,且不同的波长之间的差别都较小.

对比图 3(e)和(f)可以看出,相干度越大,光束漂移的影响也就明显,不同的相干度对高斯光束的漂移的差别较大,而对部分相干艾里光束的影响较小.从图 3(a)~(f)中可以看出,在相同条件下,高斯光束漂移要比部分相干艾里光束的大两个数量级.产生以上结果的原因:在传输距离小于 500 m 时,湍流对它的影响较小,在传输距离大于 500 m 时主要受大气折射率的影响,光束的波前相位会越来越严重,高斯光束本身没有抑制湍流的能力,而部分相干艾里光束独特的性质,湍流对它的影响要小,因此它更适合远距离通信.

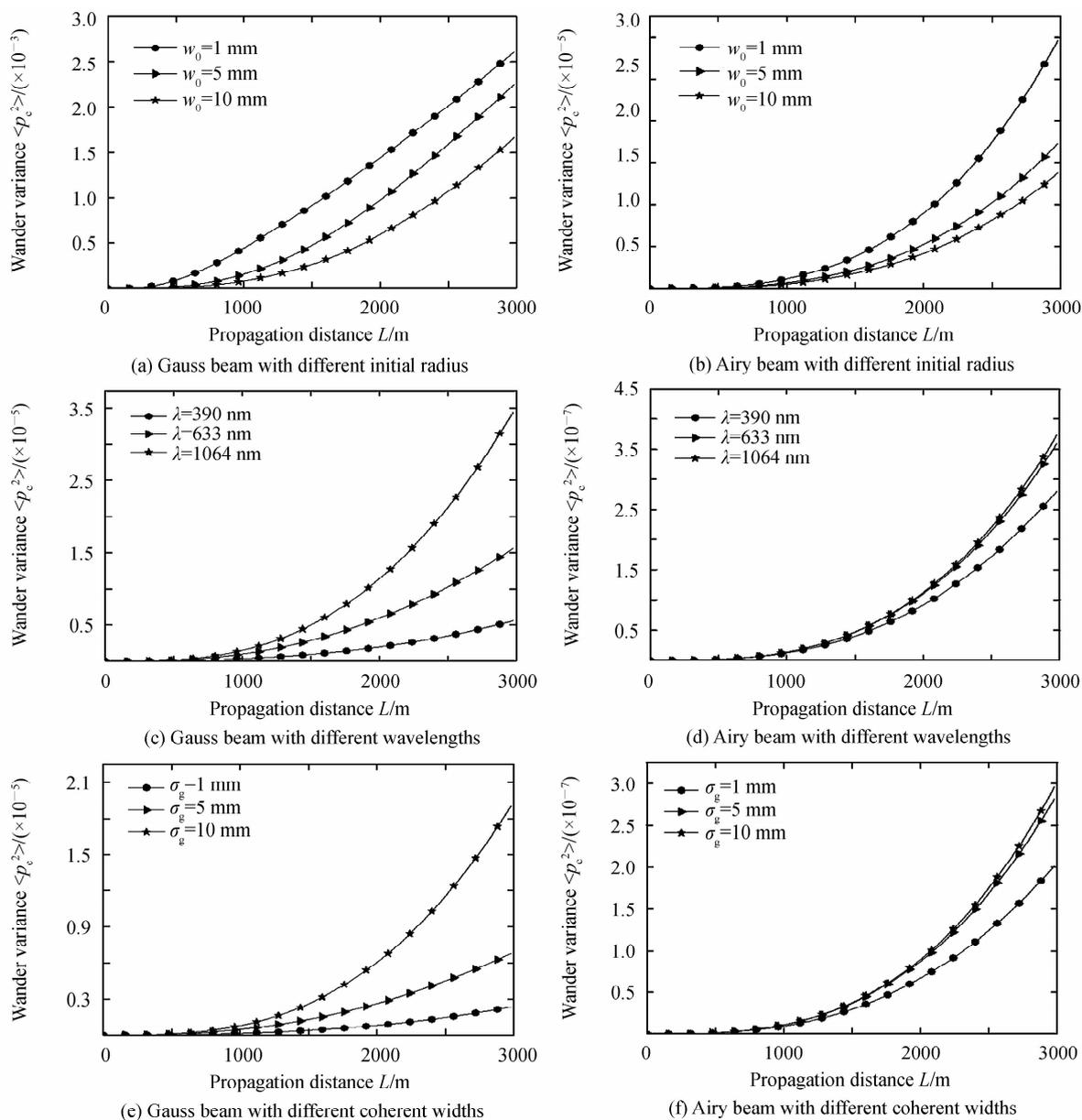


图3 不同参数下高斯光束和部分相干艾里光束漂移的对比

Fig. 3 Comparison of the wander of Gauss beams and partially coherent Airy beams under different parameters

4 结论

本文根据 Tatarskii 功率谱, Andrews 和 Philips 的经典漂移方差模型, 推导出了部分相干艾里光的光束扩展和漂移解析式, 对不同因素影响下的光束扩展和漂移的变化情况进行了数值分析, 并与高斯光束进行了比较. 结果表明: 1) 湍流强度越大, 部分相干艾里光的扩展和漂移也越大, 且在相同条件下, 其光束扩展和漂移要比高斯光束的小; 2) 不同的相干度、初始半径和波长会对光束漂移产生有一定的影响, 相干度和波长越大或初始半径越小, 部分相干艾里光的光束漂移随着传输距离的增大也越来越明显, 且在传输条件相同的情况下部分相干艾里光比高斯光束小了两个数量级; 3) 衰减因子是艾里光束特有的一个参数, 它的值越大表示能量衰减也就越快, 受湍流的影响也就越明显, 因此它的光束漂移也就越大; 4) 内尺度对部分相干艾里光和高斯光束漂移都几乎没有影响, 可以忽略.

通过本文的研究可以看出, 相较于高斯光束, 部分相干艾里光束受到大气湍流的影响更小, 且其具有独特的性能, 更适合用于实现远距离无线激光通信.

参考文献

- [1] FU Xing, ZHANG Bin. The influence of high-frequency phase distortion on the phase correction effect in atmospheric turbulence[J]. *Optik*, 2014, **125**: 360-365.
- [2] LI Ming, LIN Song, LI Shu-ming, *et al.* Suppression of fluctuation on the angle of arrival for free-space optical communication[J]. *Optoelectronics Letters*, 2012, **18**(4): 360-365.
- [3] POLYNKIN P, PELEG A. Optimized multiemitter beams for freespace optical communication through turbulent atmosphere [J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(8): 885-887.
- [4] DAVID G, XIAO Xi-feng. A brief review of spatially partially coherent beams for FSO communications[C]. Proceeding of SPIE, 2009: 7200C.
- [5] BERRY M V, BALAZS N L. Nonspreading wave packets[J]. *American Journal of Physics*, 1979, **47**(3): 264-267.
- [6] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, *et al.* Observation of accelerating air beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(21): 213901.
- [7] SIVILOGLOU G A, CHRISTODOULIDES D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(8): 979-981.
- [8] LE Yang-yang, XIAO Han. Study on the self accelerating properties of Airy beam diffraction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(4): 044205.
乐阳阳,肖寒.关于 Airy 光束衍射即自加速性质的研究[J]. *物理学报*, 2013, **62**(4): 044205.
- [9] CHU Xiu-xiang, ZHOU Guo-quan. Analytical study of the self-healing property of Airy beams[J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(1): 619-624.
- [10] ROGEL-SALAZAR J, JIMENEZ-ROMERO H A, CHAVEZ- CERDA S. Full characterization of Airy beams under physical principles[J]. *Physical Review A*, 2014, **89**: 023807.
- [11] EFREMIDIS N K, CHRISTODOULIDES D N. Abruptly auto focusing waves[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(23): 4045-4047.
- [12] ELLENBOGEN T, VOLOCH N, GANANY-PADOWICZ A, *et al.* Nonlinear generation and manipulation of Airy beams[J]. *Nature Photonics*, 2009, **3**(7): 395-398.
- [13] DOLEV I, ELLENBOGEN T, VOLOCH-BLOCH N. Control of free space propagation of Airy beams generated by quadratic nonlinear photonic crystals[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, **95**(20): 201112.
- [14] ZHANG Ze, LIU Jing-du. Realization of multi Airy synthetic self focusing beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(3): 034209.
张泽,刘京都.多艾里光合成自聚焦光束的实验实现[J]. *物理学报*, 2013, **62**(3): 034209.
- [15] CHU Xiu-xiang. Evolution of an Airy beam in turbulence[J]. *Optics & Laser Technology*, 2012, **44**(5): 1318-1323.
- [16] XU Yi-qing, ZHOU Guo-quan. The far-field divergent properties of an Airy Beam[J]. *Optics and Laser Technology*, 2012, **44**(5): 1318-1323.
- [17] EYYUBOGLU H T. Scintillation behavior of Airy beam[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, **35**(20): 3456-3458.
- [18] TAO Ru-mao, LEI Si, MA Yang-xing, *et al.* Average spreading of finite energy Airy beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, **51**: 488-492.
- [19] WEI Wen, CHU Xiu-xiang. Beam wander of partially coherent Airy beams[J]. *Journal of Modern Optics*, 2014, **61**(5): 379-384.
- [20] WEI Wen, CHU Xiu-xiang, CAI Yang-jian. Dependence of the beam wander of an Airy beam on its kurtosis parameter in a turbulent atmosphere[J]. *Optics and Laser Technology*, 2015, **68**: 6-10.
- [21] PHILLIPS, RONALD L. Laser beam propagation through random media[M]. SPIE Press, 2005: 83-89.
- [22] JI X, CHEN X, LU B. Spreading and directionality of partially coherent Hermite-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2008, **25**(1): 21-28.