

doi:10.3788/gzxb20164509.0919001

二维三角格光子晶体等效非线性折射率系数研究

周科涛, 唐志祥, 易为, 潘蓉, 潘进, 周政

(湖南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410082)

摘要:考虑光子晶体中场局域效应,在等效介质理论的基础上利用场平均法得到二维三角格光子晶体的等效折射率.该折射率与平面波展开法得到的结果非常吻合.考虑慢光效应对非线性效应的增强,引入慢光增强因子得到该光子晶体的等效非线性折射率系数.该光子晶体的等效非线性折射率系数表现出强烈的色散效应,即随归一化频率的增加而逐渐减小,达到最小值后迅速递增,体现了场局域效应和慢光效应对光子晶体中非线性效应的共同作用.本文研究对利用人工微结构调控光学非线性效应具有一定参考价值.

关键词:非线性效应;等效非线性折射率系数;场平均法;光子晶体;场局域效应;慢光效应;等效折射率
中图分类号:O437 **文献标识码:**A **文章编号:**1004-4213(2016)09-0919001-6

Study of Effective Nonlinear Refractive Index Coefficients of Two-dimensional Triangular-lattice Photonic Crystals

ZHOU Ke-tao, TANG Zhi-xiang, YI Wei, PAN Rong, PAN Jin, ZHOU Zheng

(College of Computer Science and Electronic Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Under the condition that the local-field effects in photonic crystals have been considered, a field average method based on the effective medium theory was used to calculate the effective linear refractive index of a two-dimensional triangle-lattice photonic crystal in the first band. The calculated refractive index agrees well with that obtained directly by using the plane-wave expansion method. Furthermore, a slow-light enhancement factor was introduced to calculate the effective nonlinear refractive index coefficients. The calculated nonlinear coefficients of the photonic crystal is strongly dispersive; the nonlinear coefficient decreases slowly to the minimum and then goes up quickly. The frequency-dependent nonlinear coefficients directly demonstrate that the local-field effect and slow light effect influence the nonlinear effects in the photonic crystals simultaneously. The results may be helpful for tuning the nonlinear effects by using man-made microstructures.

Key words: Nonlinear effect; Effective nonlinear refractive index coefficient; Field averaging method; Photonic crystal; Local-field effect; Slow-light effect; Effective refractive index

OCIS Codes: 190.4370; 060.5295; 060.4370; 050.5298; 160.5298; 060.2280

0 引言

非线性光学效应在激光频率转换、超短脉冲产生、全光信号处理和超快光开关等光学应用中扮演着至关重要的角色^[1].然而,常规光学材料的非线性系数非常小、响应慢.为了更好地改善和拓展这些应用,非线性光学研究领域的学者们一直梦想拥有一种新型非线性

介质——同时具有超大非线性系数和超快响应速度^[2].光子晶体(Photonic Crystal, PC)、超材料等人工电磁媒质的出现,为学者们的梦想成真提供了可能的技术途径^[3-8].

事实上,通过多种介质混合来增强非线性效应的尝试由来已久.上个世纪八十年代,法国学者 Ricard 等人首次实验发现在三阶非线性介质中($n=n_0+n_2|E|^2$,

基金项目:国家自然科学基金(No.61571186)资助

第一作者:周科涛(1988-),男,硕士研究生,主要研究方向为人工微结构场局域效应. Email: ktzhnie@163.com

导师(通讯作者):唐志祥(1978-),男,副教授,博士,主要研究方向为人工微结构原理及应用. Email: tzx@hnu.edu.cn

收稿日期:2016-03-14;录用日期:2016-07-13

<http://www.photon.ac.cn>

其中 n_0 和 n_2 分别为介质的线性折射率和非线性折射率系数)掺杂金属微球在一定条件下可以大大增强非线性效应,他们将这种非线性效应的增强归功于金属微粒表面等离子体共振^[9].这一有趣的实验结果大大激发了人们利用复合纳米材料调控非线性效应的研究兴趣^[10-13].由于当时掺杂在三阶非线性介质中的金属微球都远小于工作波长,国内外学者们根据等效介质理论发展出多种理论计算这种复合介质等效非线性参数的方法.

与掺杂金属微球类似,超材料利用各种人工微结构金属薄片的表面等离子体共振效应将电磁场局域在非线性介质中,使得非线性介质中的场强被放大好几个数量级,进而成数量级地增强了复合介质中的非线性效应^[14-17].以三次谐波的上转换效率为例,2014年英国 Aouani 等获得了六个数量级的实验增强效果^[15].

与金属表面等离子体共振效应不同,在纯电介质构成的光子晶体中,入射场与散射场的相干叠加同样会导致局部场强增强,也是调控复合材料的线性和非线性光学特性的有效途径之一.2012年,美国罗切斯特大学 Boyd 教授小组对微纳光子材料中的局域场效应进行了系统地阐述^[18].因此,局域场效应是复合材料调控非线性效应的物理本源之一.

此外,慢光效应(光脉冲以较低的群速度传播)因其延长了电磁波与物质相互作用的时间,成为除局域场效应外增强非线性效应的另一个广为人知的物理机制^[4,6,19-22].有趣的是,慢光因其在光存储、光开关以及量子信息处理等方面有着广泛的应用前景,早就引起了人们的广泛兴趣和研究热情^[19-24].

显然,在光子晶体这种人工电磁媒质中,场局域效应和慢光效应都将对非线性效应产生影响.2015年, Tang 等针对这种情况提出一种估算光子晶体等效非线性折射率系数的理论方法^[25],定量地描述了这两种效应对非线性效应的影响.本文将该方法应用于计算二维三角格光子晶体的等效非线性折射率系数,并分析光子晶体原胞参数对该系数的调控规律.

1 二维三角晶格光子晶体中的场局域效应

本文研究的二维三角格光子晶体结构如图 1(a): 介质硅柱(Si)在二硫化碳(CS_2)背景材料中以三角晶格的方式排列,其中晶格常数为 a , Si 柱的直径为 $2r=0.5a$.为简单起见,只考虑 CS_2 的非线性效应.介质 Si 的介电常数为 $\epsilon_s = 12.96$,非线性介质 CS_2 的折射率与光强有关,可以表示为 $n(|E|^2) = n_0 + n_2|E|^2$,其中, $n_0 = 1.63$, $n_2 = 1.44 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{V}^2$,分别为 CS_2 的线性折射率和非线性折射系数^[3].利用平面波展开法(Plane Wave Expansion Method, PWEM),计算该光

子晶体中 TM 波(电场极化方向平行于介质柱)在弱光即不考虑非线性效应情况下的光子频带结构如图 1(b)所示,图中纵坐标是以 a/λ 为单位的归一化频率 n_t ,横坐标为三角晶格简约布里渊区的边界,其中波矢的两个高对称方向 ΓM 、 ΓK 见图 1(a).

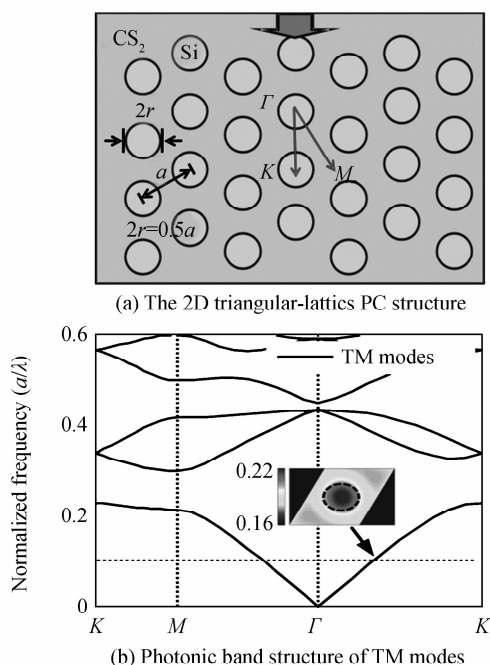


图 1 二维三角格光子晶体结构及 TM 模频带结构. 插图为归一化频率 $n_t=0.1$ 时,原胞内的场强分布,虚线圆表示介质 Si 柱

Fig. 1 The 2D triangular-lattice PC structure and photonic band structure of TM modes. Insets of (b) are the intensity distributions in a unit cell at the normalization frequency $n_t=0.1$. The dashed circle denotes the silicon cylinder

光子晶体中折射率的周期性分布导致原胞中电磁场分布不均.这种不均匀性,可以利用 PWEM 获得原胞中的场分布来进一步分析.以该光子晶体中第一导带沿 ΓK 方向传播的 TM 波为例, $n_t = 0.1$ 时原胞内的电场强度分布如图 1(b)中插图所示, Si 柱(虚线圆圈)中的电场强度明显大于背景材料 CS_2 中的电场强度.而且, Si 柱中的场强空间分布类似于高斯型,背景介质 CS_2 中的场强分布相对而言比较均匀.此外,在同一导带内,这种场强分布还会随归一化频率而变化.显然,理想光子晶体中这种布洛赫模的场局域比光子晶体波导和光子晶体光纤中缺陷模的场局域复杂^[10,24].

为了定量地描述光子晶体原胞中这种电场分布的不均匀性,利用空间平均场分别定义 Si 柱和背景介质 CS_2 中的电场局域效应增强因子 R_i 和 R_b 分别为

$$R_i = E_{av,i} / E_{av,un} \quad (1)$$

$$R_b = E_{av,b} / E_{av,un} \quad (2)$$

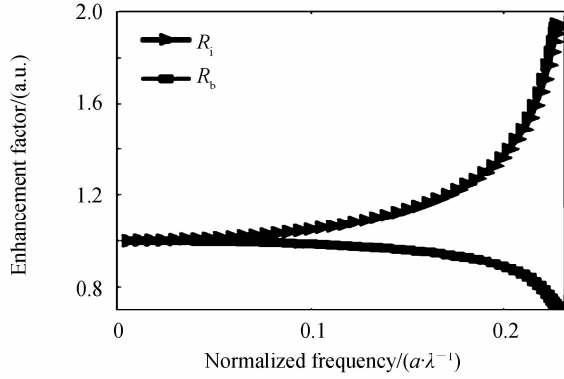
式中

$$E_{av_i} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (3)$$

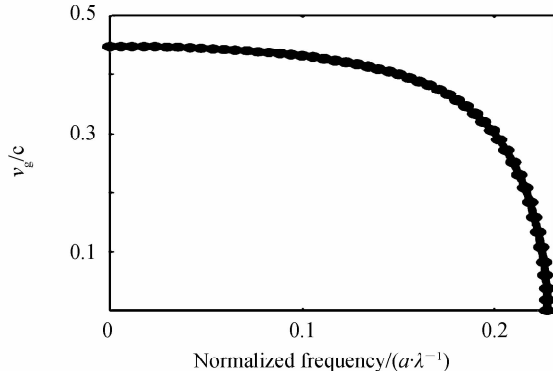
$$E_{av_b} = \frac{1}{S_b} \int_{S_b} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (4)$$

$$E_{av_{un}} = \frac{1}{S_i + S_b} \int_{S_i + S_b} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (5)$$

式中 E_{av_i} 、 E_{av_b} 和 $E_{av_{un}}$ 分别为光子晶体原胞中介质 S_i 柱、背景 CS_2 以及整个原胞的电场强度空间平均值; $S_i = \pi r^2$ 和 $S_b = \sqrt{3} a^2 / 2 - \pi r^2$ 分别为原胞中介质 S_i 柱和背景 CS_2 的面积。



(a) The local-field effect induced enhancement factor along the direction of ΓK in the first band



(b) The group velocity

图2 二维三角格光子晶体线性特性

Fig. 2 The liner properties of the 2D triangular-lattice PC

本文利用平面波展开法得到光子晶体原胞内的电场强度分布,将其代入式(1)~(5)计算得到 R_i 和 R_b ,如图2(a)所示。从图中可以看到,随着归一化频率 n_f 逐渐靠近禁带, R_i 迅速增大,而 R_b 则缓慢减小。这表明频率越高,介质 S_i 柱中的电场越强,而非线性背景材料 CS_2 中的电场越弱。值得一提的是, R_i 和 R_b 的相对大小以及它们随着归一化频率 n_f 变化的快慢与原胞组分的相对折射率差和面积有关。由于不考虑介质 S_i 柱的非线性效应,所以这里的电场局域效应会抑制光子晶体中的非线性效应。

2 二维三角晶格光子晶体等效非线性折射率系数的理论估算

尽管光子晶体不再满足传统等效介质理论的适用条

件,但是引入局域场增强因子后仍然可以利用等效介质理论得到其等效电磁参数^[12,23,25]。将该三角格光子晶体视为一种均匀介质,利用简单的空间平均法可以得到一个原胞中的等效电位移矢量,即

$$D_{av_{un}} = f_i \epsilon_0 \epsilon_i E_{av_i} + f_b \epsilon_0 \epsilon_b E_{av_b} \quad (6)$$

式中: $f_i = S_i / (S_i + S_b) = 2\pi r^2 / \sqrt{3} a^2$ 和 $f_b = 1 - f_i$ 分别为二维三角格光子晶体中介质 S_i 柱和背景介质 CS_2 的填充率; ϵ_i 和 ϵ_b 分别为介质 S_i 和 CS_2 的相对介电常数,且 ϵ_b 可表示为

$$\epsilon_b = \epsilon_{l_b} + \chi^{(3)} E_{av_b}^2 \quad (7)$$

式中

$$\epsilon_{l_b} = n_0^2 \quad (8)$$

$$\chi^{(3)} \approx 2n_0 n_2 \quad (9)$$

式中 n_0 和 n_2 分别为 CS_2 的线性折射率和非线性折射系数。

将式(1)、(2)和(7)代入到式(6)中,得到在计及光子晶体原胞中的电场局域效应时,光子晶体的相对介电常数为

$$\epsilon_{eff} = f_i \epsilon_i R_i + f_b \epsilon_{l_b} R_b + f_b \chi^{(3)} R_b^3 E_{av_{un}}^2 \quad (10)$$

由于光子晶体在第一导带主要以常规电磁散射为主,并没有形成强烈地电磁谐振,因此取其等效磁导率为 $\mu_{eff} = 1$ 。这样,得到与强度有关的三角晶格光子晶体等效折射率为

$$n_{eff} = \sqrt{\epsilon_{eff}} \approx n_{l_{eff}} + n_{2_{eff}} E_{av_{un}}^2 \quad (11)$$

式中

$$n_{l_{eff}} = \sqrt{f_i \epsilon_i R_i + f_b \epsilon_{l_b} R_b} \quad (12)$$

$$n_{2_{eff}} = f_b \chi^{(3)} R_b^3 / (2n_{l_{eff}}) \quad (13)$$

另一方面,慢光效应也是光子晶体中一种常见的物理现象,它延长了光与物质相互作用的时间。在获得相同非线性相移的情况下,慢光效应可以使得传输距离成 $\sim c/v_g$ 倍地缩小^[3, 5, 6, 22-23]。因此,考虑到光脉冲在光子晶体中的慢光效应,光子晶体的等效非线性折射率系数进一步修正为

$$n'_{2_{eff}} = \frac{f_b \chi^{(3)} R_b^3}{2n_{l_{eff}}} \left(f_v \frac{c}{v_g} \right) \quad (14)$$

式中 f_v 是一个与频率无关的常数,可以通过某个已知频率的已知等效非线性折射率系数来确定。

3 等效非线性折射率系数的计算结果与讨论

由式(14)可以看到,光子晶体的等效非线性折射率系数主要由两方面决定:一方面是光子晶体中光传输的群速度 v_g 和线性折射率 $n_{l_{eff}}$;另一方面是光子晶体原胞中非线性组分的非线性极化率 $\chi^{(3)}$ 、填充率 f_b 及场局域增强因子 R_b 。

式(12)给出的光子晶体等效线性折射率 $n_{l_{eff}}$ 具有双重意义,它不仅是估算等效非线性折射率系数的重

要部分——式(14)分母,也为我们这种理论尝试的正确性提供一种必要性判据.如图3(a)所示,利用式(12)计算得到的线性折射率与直接利用平面波展开法($n_{L,eff}=k/k_0$,其中 k 和 k_0 分别为光子晶体中布洛赫波矢和真空中波矢的模)得到的结果吻合得非常好!显然,这一结果也间接证明了我们这种理论估算方法对于二维三角格光子晶体也是有效的.

在利用式(14)定量估算二维三角格光子晶体的等效非线性折射率系数之前,首先需要确定与慢光增强有关的常数 f_v .图2(b)为利用平面波展开法计算得到的该二维光子晶体第一导带的群速度.随着归一化频率 n_f 逐渐减小,群速度逐渐增大并趋近于某一定值.另一方面,对于归一化频率趋近于0的光子晶体即在长波极限下,光子晶体满足常规等效介质理论的基本条件,这时由周期性结构引起的慢光效应可以忽略不计.换句话说,其对应的由慢光引起的非线性增强因子趋近于1,即

$$n_f \rightarrow 0, \quad f_v c/v_g \rightarrow 1 \quad (15)$$

由此得到该二维三角格光子晶体相应的 $f_v \approx 0.45$.

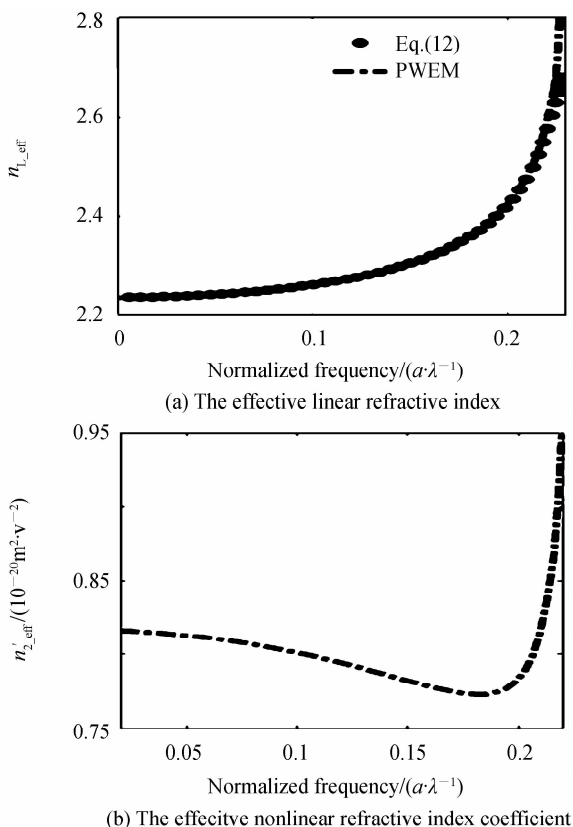


图3 二维三角格光子晶体的等效参数

Fig. 3 The effective parameters of the 2D triangular-lattice PC

将 f_v 、 R_i 、 R_b 及相关线性折射率等参数代入式(14)中,最终计算得到该二维三角格光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2,eff}$ 如图3(b).与等效线性折射率的单调递增不同,光子晶体的等效非线性折射率 $n'_{2,eff}$

有一个明显的谷点: $n'_{2,eff}$ 首先随着归一化频率 n_f 的增大而逐渐减小,达到最小值后迅速上升.这种变化规律直观地表明了光子晶体中场局域效应与慢光效应同时存在并共同影响光子晶体中的非线性效应:如图2(a)所示,随着归一化频率 n_f 的增加,光子晶体中非线性组分 CS_2 中的电场强度逐渐减弱即 R_b 减小,这使得光子晶体中的非线性效应被削弱.此外,线性折射率也随着 n_f 缓慢递增.这两方面因素都使得 $n'_{2,eff}$ 逐渐减小.但是,另一方面,慢光效应随着归一化频率的增加而迅速增强.快速增强的慢光效应导致的非线性效应增强最终战胜了场局域效应和线性折射率对非线性效应的缓慢削弱, $n'_{2,eff}$ 降到谷底后迅速增加.

另外,相对于非线性组分 CS_2 ,光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2,eff}$ 在数值上有明显地减小,这主要归咎于高折射率介质Si柱的引入:一方面场局域效应使得非线性背景介质 CS_2 中的电场强度被削弱即 $R_b < 1$;另一方面 CS_2 的填充比 $f_b < 1$ 且等效线性折射率增大($n_{L,eff}$ 大于2.2,比 CS_2 的线性折射率1.63大).尽管慢光效应会增强光子晶体的非线性效应,但是总体上还是不足以弥补上述因素共同对非线性效应的抑制.

4 等效非线性折射率系数的调控

为了定性分析该光子晶体中非线性效应的调控规律,计算不同Si柱半径即 r/a 分别为0.24、0.30和0.36时等效非线性折射率系数 $n'_{2,eff}$ 如图4所示.显然,尽管 r/a 取不同值, $n'_{2,eff}$ 基本遵循了相同的变化规律: $n'_{2,eff}$ 随归一化频率 n_f 的增加而逐渐减小,至谷底后迅速增加.

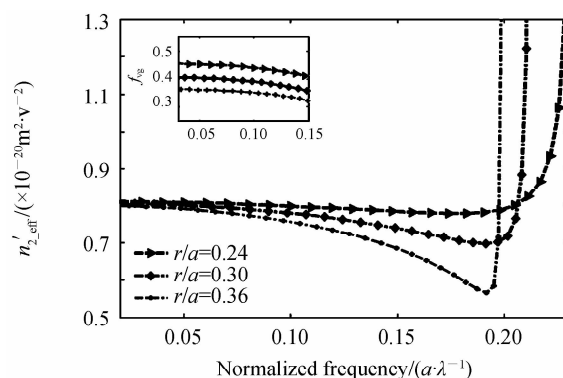


图4 r/a 分别为0.24、0.30、0.36时三角格光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2,eff}$

Fig. 4 The calculated effective nonlinear refractive index $n'_{2,eff}$ for $r/a=0.24, 0.30$ and 0.36 , respectively

在 $n'_{2,eff}$ 下降到达谷底之前的频率段特别是归一化频率 n_f 较小时, $n'_{2,eff}$ 曲线随介质Si柱的半径 r/a 变化具有明显的规律性:介质Si柱的半径 r/a 越大,光子晶体的等效非线性折射率系数越小.这种变化规律主要源于介质Si柱半径 r/a 增大带来的 CS_2 填充率的减

小和等效线性折射率的增大.

此外, r/a 取值分别为 0.24、0.30 和 0.36 时, 光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2\text{-eff}}$ 依次在归一化频率 n_f 为 0.18、0.20 和 0.21 处下降到谷底. 如前所述, 慢光效应是该光子晶体中导致 $n'_{2\text{-eff}}$ 增加唯一的原因. 越靠近光子晶体禁带, 光子晶体中的慢光效应越强烈. 因此, 随着 Si 柱半径 r/a 的增大, 光子晶体的禁带逐渐下移, 从而使得 $n'_{2\text{-eff}}$ 下降到谷底对应的归一化频率 n_f 下移. 推而广之, 光子晶体其他参数的变化如组分的折射率差对于等效非线性折射率系数 $n'_{2\text{-eff}}$ 的影响规律, 也可以从光子晶体禁带的移动分析得到.

最后, 由于本文所考虑的光子晶体结构的特殊性——电场局域在介质 Si 柱而光子晶体原胞中只有背景材料 CS_2 具有非线性效应, 因此该光子晶体中只能看到场局域效应对非线性效应的抑制, 而不是联合慢光效应对非线性效应增强. 但是, 从式(14)可以看到, 如果只考虑介质 Si 柱的非线性效应而背景为低折射率的线性介质, 那么相对于高折射率的介质 Si, 光子晶体的等效线性折射率减小(小于介质 Si 的线性折射率). 更重要的是, 场局域效应(电场局域在非线性质中)和慢光效应将协同增强光子晶体中非线性效应, 使得光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2\text{-eff}}$ 大大增加^[10,24-26].

5 结论

本文从等效介质理论角度研究了二维三角格光子晶体第一导带的等效线性折射率 $n_{\text{L-eff}}$ 和非线性折射率系数 $n'_{2\text{-eff}}$. 尽管光子晶体超出了传统等效介质理论的适用范畴, 但是引入场局域效应修正后, 由等效介质理论得到的光子晶体等效线性折射率 $n_{\text{L-eff}}$ 与平面波展开法直接计算得到的结果非常吻合.

考虑到慢光效应对非线性效应的增强作用, 还引入了慢光增强因子修正等效介质理论得到的光子晶体等效非线性折射率系数. 对二维三角格光子晶体中 TM 波的分析发现, 场局域效应和慢光效应的协同作用使得光子晶体的等效非线性折射率系数 $n'_{2\text{-eff}}$ 表现出明显的色散效应: $n'_{2\text{-eff}}$ 随归一化频率 n_f 的增加而逐渐减小, 达到最小值后迅速增加.

此外, 光子晶体的结构决定了其等效非线性折射率系数随归一化频率的基本变化规律, 光子晶体的基本参数如介质柱的填充率、两组分的线性折射率差等对光子晶体等效非线性折射率系数的调控, 可以根据这些参数对光子晶体禁带位置的调控特点来预计. 本文修正传统等效介质理论(通过引入场局域因子和慢光增强因子)得到的光子晶体等效非线性折射率系数的理论表达式, 对于利用人工微结构调控光学非线性效应具有一定参考价值.

参考文献

- [1] BOYD R W. Nonlinear optics [M]. 3rd ed. Boston: Academic, 2008.
- [2] KAURANEN M, ZAYATS A V. Nonlinear plasmonics[J]. *Nature Photonics*, 2012, **6**(11): 737-748.
- [3] SLUSHER R E, EGGLETON B J. Nonlinear photonic crystals[M]. Berlin: Springer, 2003.
- [4] SOLJACIC M, JOANNOPOULOS J D. Enhancement of nonlinear effects using photonic crystals [J]. *Nature Materials*, 2004, **3**(4): 211.
- [5] BUSCH K, FREYMAN G V, LINDEN S, et al. Periodic nanostructures for photonics[J]. *Physics Reports*, 2007, **444**(3): 101-202.
- [6] MONAT C, STERKE M D, EGGLETON B J. Slow light enhanced nonlinear optics in periodic structures[J]. *Journal of Optics*, 2010, **12**(10): 104003.
- [7] DENZ C, FLACH S, KIVSHAR Y S. Nonlinearities in periodic structures and metamaterials[M]. Berlin: Springer, 2010.
- [8] CAI W, SHALAEV V. Optical metamaterials [M]. New York: Springer, 2010.
- [9] RICARD D, ROUSSIGNOL P, FLYTZANIS C. Surface-mediated enhancement of optical phase conjugation in metal colloids[J]. *Optics Letters*, 1985, **10**(10): 511-513.
- [10] QIU Jun-cai, LIU Han-kui, TIAN Xiao-xin, et al. Numerical calculations of nonlinear coefficient of photonic crystal fibers[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(2): 297-300.
邱俊才, 刘汉奎, 田小兴, 等. 光子晶体光纤非线性系数的数值计算[J]. *光子学报*, 2008, **37**(2): 297-300.
- [11] FISCHER G L, BOYD R W, GEHR R J, et al. Enhanced nonlinear optical response of composite materials [J]. *Physical Review Letters*, 1995, **74**(10): 1871-1874.
- [12] LEE H, YU K W. Effective medium theory for strongly nonlinear composites: comparison with numerical simulations [J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1995, **197**(4): 341-344.
- [13] ZHANG C, WU X, WU S, et al. Nonlinear susceptibility of periodic composites with shell structure[J]. *Physical Review B*, 1996, **54**(23): 16349-16352.
- [14] METZGER B, HENTSCHE M, SCHUMACHER T, et al. Doubling the efficiency of third harmonic generation by positioning ITO nanocrystals into the hot-spot of plasmonic gap-antennas[J]. *Nano Letters*, 2014, **14**(5): 2867-2872.
- [15] AOUANI H, RAHMANI M, NAVARRO-CIA M, et al. Third-harmonic-upconversion enhancement from a single semiconductor nanoparticle coupled to a plasmonic antenna [J]. *Nature Nanotechnology*, 2014, **9**(4): 290-294.
- [16] LI K, LI X, LEI D, et al. Plasmon gap mode-assisted third-harmonic generation from metal film-coupled nanowires[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, **104**(26): 261105.
- [17] LEE J, TYMCHENKO M, ARGYROPOULOS C, et al. Giant nonlinear response from plasmonic metasurfaces coupled to intersubband transitions[J]. *Nature*, 2014, **511**(7507): 65-69.
- [18] DOLGALEVA K, BOYD R W. Local-field effects in nanostructured photonic materials[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2012, **4**(1): 1-77.
- [19] XIA F, SEKARIC L, VLASOV Y. Ultracompact optical buffers on a silicon chip[J]. *Nature Photonics*, 2007, **1**(1): 65-71.
- [20] KHURGIN J B. Slow light in various media: A tutorial[J].

- Advances in Optics and Photonics*, 2010, **2**(3): 287-318.
- [21] MILONNI P W. Fast light, slow light and left-handed light [M]. Florida: CRC Press, 2004.
- [22] KHURGIN J B, TAYLOR R S. Slow light: Science and applications[M]. Florida: CRC press, 2009.
- [23] CHEN Wei-zong, BO Tao, FU Ling-li, *et al.* Effective refractive index and dispersive properties of one-dimensional photonic crystals[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9): 1124-1127.
陈慰宗, 卜涛, 付灵利, 等. 一维光子晶体的有效折射率及色散特性[J]. 光子学报, 2002, **31**(9): 1124-1127.
- [24] LIU Yang, TANG Ji-yu, WANG Xi, *et al.* Optimal design of photonic band gap in Ge-based tetragonal lattice 2D photonic crystal [J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2014, **35**(4):491-495.
刘洋, 唐吉玉, 王茜, 等. Ge 基二维正方晶格光子晶体带隙优化设计[J]. 发光学报, 2014, **35**(4):491-495.
- [25] TANG Z, YI W, PAN J, *et al.* Physical mechanisms for tuning the nonlinear effects in photonic crystals[J]. *Optics Express*, 2015, **23**(15): 19885-19890.
- [26] LI Chun-lei, SHENG Qiu-qin. The relation between the nonlinear coefficient of PCF and its geometry parameters and the optical wavelength[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(5): 734-737.
李春雷, 盛秋琴. 光子晶体光纤非线性系数与其结构参量及光波长的关系[J]. 光子学报, 2006, **35**(5): 734-737.