

doi: 10.3788/gzxb20164508.0826002

# 部分相干无衍射光束经环形孔径的传输特性

王硕琛, 谢晓霞, 吴逢铁

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘 要:**理论上利用高斯谢尔模型和交叉谱密度的传播公式得到部分相干 Bessel 光束经过环形孔径的光强表达式, 通过 Mathcad 软件数值模拟光强表达式, 得到在不同传播距离的截面光斑图, 结果表明部分相干 Bessel 光束在经过环形孔径后会产生空心光束. 实验中以绿光 LED 为光源, 经轴棱锥聚焦得到部分相干 Bessel 光束, 在其无衍射距离内放置环形孔径, 使用体视显微镜照相系统拍摄部分相干 Bessel 光束经过环形孔径的衍射光斑图, 得到的结果与模拟结果吻合.

**关键词:**物理光学; 空心光束; 交叉谱密度; Bessel 光束; 高斯-谢尔模型; 部分相干光

中图分类号: O439

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)08-0826002-5

## Propagation Properties of Partially Coherent Diffraction-free Beam Through an Annular Aperture

WANG Shuo-chen, XIE Xiao-xia, WU Feng-tie

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

**Abstract:** Based on Gaussian-Schell model and method of the cross spectral density, the optical intensity formula of partially coherent Bessel beam passing through an annular aperture was derived theoretically. Mathcad software numerically was used to simulate the optical intensity formula, and the cross-sectional light spot diagrams of different propagation distance were derived. The results show that partially coherent Bessel beam passing through an annular aperture can generate a hollow beam. In experiment, green LED was used as the light source to obtain partially coherent Bessel beam focused by axicon, and an annular aperture was placed in its non-diffraction distance. The diffraction light spot diagram of partially coherent Bessel beam passing through the annular aperture was shot by a stereo microscope camera system, and the results agree with the simulation results.

**Key words:** Physical optics; Hollow beam; Cross spectral density; Bessel beam; Gaussian-Schell model; Partially coherent light

**OCIS Codes:** 260.0260; 030.1640; 050.1220; 260.3160

## 0 引言

无衍射光束<sup>[1]</sup>在粒子操控<sup>[2-3]</sup>、光学相干断层扫描<sup>[4-5]</sup>等方面有着重要的应用. 在无衍射光束的研究中一般使用完全相干的激光作为光源, 而利用部分相干光源产生无衍射光束的研究较少<sup>[6]</sup>. 部分相干光具有

很好的方向性<sup>[7]</sup>, 所得的 Bessel 光束同样可以用于粒子囚禁和光学引导<sup>[8]</sup>. 在某些实际应用中, 部分相干光比完全相干光更具优越性. 例如部分相干光在大气中传输时, 所受大气扰动的影响要比完全相干光小得多<sup>[9]</sup>, 且光强比较均匀, 受散斑的影响比相干光要小<sup>[10]</sup>. 因此对部分相干光束传输的研究<sup>[11-12]</sup>已成为近

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61178015)、福建省科技重大项目 (No. 2016H6016) 和泉州市科技重点项目 (No. 014Z127) 资助

第一作者: 王硕琛 (1992-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为激光传输与变换. Email: 103263406@qq.com

导师 (通讯作者): 吴逢铁 (1958-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等. Email: fengtie@hqu.edu.cn

收稿日期: 2016-03-18; 录用日期: 2016-06-01

<http://www.photon.ac.cn>

年来一个热门课题。

在实际光束的传输过程中,总是会遇到光阑、透镜或是湍流,从而改变光束的传输特性.因此研究光束在非自由空间的传输特性有很大的实际意义. Liu D<sup>[13]</sup> 研究了部分相干平顶涡旋空心光束在海洋湍流中的传播特性;谢晓霞<sup>[14]</sup> 等研究了无衍射 Mathieu 光束经过轴棱锥的聚焦特性.而在光学系统中,光束不可避免地会遇到光学元件的边缘、框架或带孔屏的光阑.近几年,国内外学者对光束在含有硬边光阑系统中的传输进行了大量研究:任祥贵<sup>[15]</sup> 等研究了高阶贝塞耳光束经光阑衍射的位相奇点演化特性;王超<sup>[16]</sup> 等研究了高斯光束经圆孔衍射的远场发散角;Zhu W<sup>[17]</sup> 等研究了艾里光束经硬边光阑的传输特性.但这些研究没有涉及部分相干 Bessel 光通过硬边光阑的传输特性.发光二极管(Light Emitting Diode, LED)作为一种成本较低且易获得非相干光的新型光源,具有耗电量低、安全可靠性强、亮度高、热量低、体积小、环保等优于激光光源的特点.

基于此,本文利用非相干 LED 光源经过光阑和准直扩束系统后得到部分相干光,再通过轴棱锥聚焦产生部分相干 Bessel 光束,研究了部分相干 Bessel 光束通过硬边环形孔径的传输特性.理论和实验上均证明部分相干 Bessel 光束通过环形孔径后会产生空心光束.

## 1 理论分析

LED 自发辐射的发光机制决定了 LED 的光谱较宽且相位不固定,这使得以 LED 为光源产生无衍射光束存在一定难度.近些年随着单色 LED 生产技术的进步,光谱宽度越来越窄,这意味着时间相干性越来越好;另一方面,采用光阑限制 LED 横向线宽后的光束在空间相干性上也得到了提升.这使得利用 LED 产生无衍射光束成为可能,程治明<sup>[18]</sup> 和何西<sup>[19]</sup> 利用绿光 LED 分别产生了零阶和高阶 Bessel 光束.

图 1 为部分相干 Bessel 光束通过环形孔径的几何

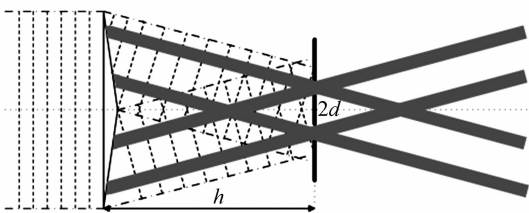


图 1 部分相干 Bessel 光束通过环形孔径的几何光路  
Fig. 1 Geometrical optical path of partially coherent Bessel beam through the annular aperture

光路.单色 LED 光源经过光阑和准直扩束系统后其光谱和相干度均呈高斯型分布,故可以采用高斯-谢尔模型来代替 LED 发出的光经扩束入射到轴棱锥上的光场,即

$$\omega_{in}(\rho_1, \rho_2) = \exp\left(-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{\omega^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2\delta^2}\right) \quad (1)$$

式中,  $\omega$  是光束的束腰宽度,  $\delta$  是光束的空间相干长度,  $\rho_1, \rho_2$  是轴棱锥入射面上的点到原点的矢量长度.由交叉谱密度的传播公式,照射在轴棱锥上的单色光束经过轴棱锥后在距离轴棱锥  $z$  处的交叉谱密度为

$$\omega(r_1, r_2, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iiint \omega_{in}(\rho_1, \rho_2, z) t(\rho_1) t^*(\rho_2) \cdot \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda z}[(r_1 - \rho_1)^2 - (r_2 - \rho_2)^2]\right\} d^2\rho_1 d^2\rho_2 \quad (2)$$

式中,  $t(\rho) = \exp[-ik(n-1)\gamma\rho]$  为轴棱锥的透过率函数,  $n$  为轴棱锥的折射率,  $\gamma$  为轴棱锥的底角.

把式(1)和轴棱锥透过率函数代入式(2)并化成标量形式,可得

$$\omega(r_1, r_2, \varphi_1, \varphi_2, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint h(\rho_1, \rho_2, r_1, r_2, \varphi_1, \varphi_2, z) \rho_1 \rho_2 \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\rho_1^2 + r_1^2 - \rho_2^2 - r_2^2) - ik(n-1) \cdot \gamma(\rho_1 - \rho_2)\right] d\rho_1 d\rho_2 \quad (3)$$

式中

$$h(\rho_1, \rho_2, r_1, r_2, \varphi_1, \varphi_2, z) = \exp\left[-\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{2\delta^2}\right) \times (\rho_1^2 + \rho_2^2)\right] \iint_0^{2\pi} \exp\left[\frac{\rho_1 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{\delta^2}\right] \exp\{i k[r_1 \rho_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) - r_2 \rho_2 \cos(\varphi_2 - \theta_2)]/z\} d\theta_1 d\theta_2 \quad (4)$$

当取  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi, r_1 = r_2 = r$  时,交叉谱密度为点  $(r, \varphi, z)$  处的光强,即

$$E(r, \varphi, z) = \omega(r, r, \varphi, \varphi, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] h(\rho_1, \rho_2, r, \varphi, z) \cdot \exp[-ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2 \quad (5)$$

利用雅克比安格尔恒等式  $e^{ix \cos \theta} = \sum_{-\infty}^{\infty} i^m J_m(x) e^{im\theta}$  和角积分公式  $\int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta = 2\pi\delta_{l,0}$ , 其中  $J_m(x)$  是第一类  $m$  阶的 Bessel 函数,  $\delta_{l,0}$  是克罗内克函数,式(4)可化简为

$$h(\rho_1, \rho_2, r, z) = 4\pi^2 \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n I_n\left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\delta^2}\right) J_n\left(\frac{2\pi \rho_1 r}{\lambda z}\right) \cdot J_n\left(\frac{2\pi \rho_2 r}{\lambda z}\right) \exp\left[-\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{2\delta^2}\right) \times (\rho_1^2 + \rho_2^2)\right] \quad (6)$$

其中  $J_n(x)$  是第一类修正  $n$  阶 Bessel 函数,当  $n=0$  时,  $\Omega_n = 1; n > 0$  时,  $\Omega_n = 2$ . 则式(5)化为与角度无关的函数,即

$$E(r, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \rho_1 \rho_2 \cdot \exp[-ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] h(\rho_1, \rho_2, r, z) d\rho_1 d\rho_2 \quad (7)$$

式(7)是单波长经过轴棱锥产生 Bessel 光束的表达式,加上环形孔径后,一部分光将被阻挡,如图2.未被障

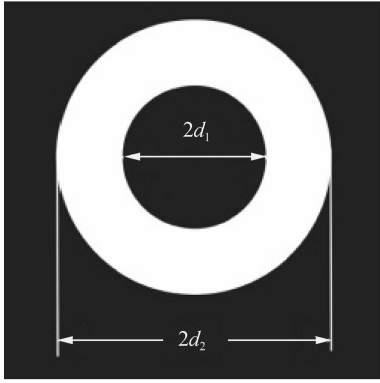


图2 环形孔径示意图

Fig. 2 Schematic of annular aperture

碍物遮挡部分的积分区间为  $(h(n-1)\gamma \pm d_1, h(n-1)\gamma \pm d_2)$ , 其中  $d_1, d_2$  分别为环形孔径内外环半径,  $h$  为轴棱锥到环形孔径距离. 这样得到的环形孔径后的光强表达式为

$$E(r, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \left\{ \int_{h(n-1)\gamma-d_1}^{h(n-1)\gamma+d_1} \int_{h(n-1)\gamma-d_1}^{h(n-1)\gamma+d_1} \cdot \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \exp[-ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] \cdot h(\rho_1, \rho_2, r, z) \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2 + \int_{h(n-1)\gamma-d_2}^{h(n-1)\gamma+d_2} \int_{h(n-1)\gamma-d_2}^{h(n-1)\gamma+d_2} \cdot \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \exp[-ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] \cdot h(\rho_1, \rho_2, r, z) \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2 \right\} \quad (8)$$

式(8)是单波长光束通过轴棱锥后的光强表达式,而实验所用的 LED 为宽频光谱,光谱分布如图3. 可以看到其光谱绝大部分分布在  $470 \sim 570$  nm, 因此在该区域内以 5 nm 为间隔,取 20 个点,分别计算出不同波长在环形孔径后的光强表达式,再乘以其相对强度并叠加得到最后的光强表达式. 其中不同波长所对应的相对光强见表1.

表1 绿光 LED 光谱中不同波长对应的相对光强

Table 1 Relative intensity matched with different wavelengths

Wavelength /nm	Relative intensity	Wavelength/nm	Relative intensity
472	0.0620	522	0.9375
477	0.0993	527	0.8144
482	0.1549	532	0.6674
487	0.2341	537	0.5283
492	0.3449	542	0.4070
497	0.4897	547	0.3055
502	0.6643	552	0.2265
507	0.8417	557	0.1672
512	0.9681	562	0.1222
517	0.9990	567	0.0889

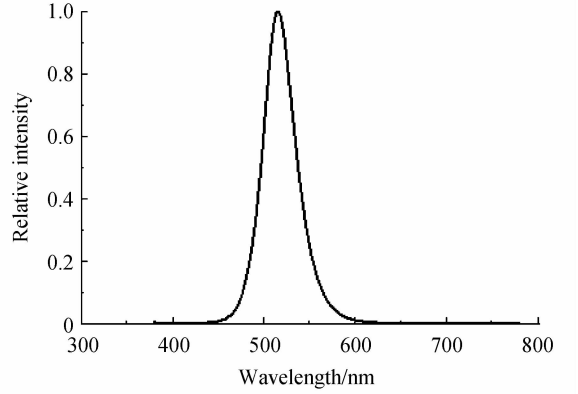


图3 绿光 LED 光谱

Fig. 3 Spectrum of green LED

轴棱锥的折射率也是波长的函数,由 Sellmeier 色散公式<sup>[20]</sup>确定,即

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}} \quad (9)$$

实验中轴棱锥的材料为 Fuesd Silica, 其相应的材料系数为

$$\begin{cases} B_1 = 0.6961633, C_1 = 4.67914826 \times 10^{-3} \\ B_2 = 0.4079426, C_2 = 1.3512063 \times 10^{-2} \\ B_3 = 0.8974900, C_3 = 9.7934002 \times 10^1 \end{cases}$$

利用式(8)得到不同的波长在环形孔径后的光强表达式,然后乘以相对强度后求和,得到多波长 LED 光源产生部分相干 Bessel 光束经环形孔径后的光强表达式,即

$$E_{out} = \sum_{l=1}^{20} D_l E(r, z, \lambda_l) \quad (10)$$

式中  $D_l$  是不同波长的相对光谱强度.

## 2 数值模拟

由范西特-泽尼克定理,一个非相干光源在自由空间传输一段距离后会变成部分相干光. 在传播  $L$  距离后的空间相干长度通常<sup>[21-22]</sup>表示为

$$\delta = \frac{1.22L\lambda}{d} \quad (11)$$

式中,  $L$  是光阑到轴棱锥的距离,实验中  $L$  取 500 mm;  $d$  是光源的线宽,即光阑的直径,为了增大光源的相干长度,选取直径为 1 mm 的孔径光阑;  $\lambda$  为光束的波长,对于实验所用的峰值为 517 nm 的绿光 LED,根据式(11)得到其相干长度为 3.16 mm. 设计了双缝实验测得在这个平面处的光束相干度约为 0.902,在这个相干度下光束能经过轴棱锥产生质量较高的 Bessel 光束<sup>[4]</sup>.

选取其它参量光腰半径  $\omega = 2$  mm,轴棱锥底角  $\gamma = 2^\circ$ ,环形孔径到轴棱锥距离  $h = 150$  mm,内外圆半径  $d_1 = 0.1$  mm,  $d_2 = 0.2$  mm,模拟得到环形孔径后不同距离处的光强分布图,如图4. 从图4可以看到,没有放

置环形孔径时,在轴棱锥后面  $z=100$  mm 处的光斑图为部分相干 Bessel 光束. 在这个面加上一个环形孔径后,大部分光束被遮挡. 通过孔径后,向外传播的光束和向内传播的光束分开形成两个环状光斑. 在  $z=110$  mm 处,向内传播的光束在中心轴上相干叠加形成一个小区域的 Bessel 光束. 随后,向内传播的光束在通过中心轴后开始向外传播,在  $z=130$  处形成一个空心光束. 随着传播距离的变大,中空面积变大,并且两个环状光束在  $z=155$  mm 处重合在一起,这是因为光束在传播中发散. 其中图 4(b)~(d) 中的中心亮点为泊松亮斑<sup>[23]</sup>.

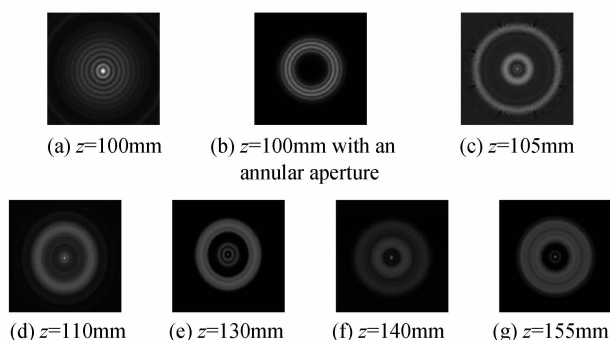


图 4 数值模拟不同距离处的光强分布

Fig. 4 Light intensity distribution of different positions by numerical simulating

### 3 实验验证

利用一颗 3W 的绿光 LED 为光源,经过光阑和扩束透镜后,入射到轴棱锥上,产生部分相干 Bessel 光束,再通过环形孔径产生空心光束,实验装置如图 5. 其中光阑的直径为 0.1 mm,两个透镜的焦距分别为 15 mm 和 190 mm,轴棱锥底角为  $2^\circ$ ,环形孔径的内圆半径 0.1 mm,外圆半径 0.2 mm.

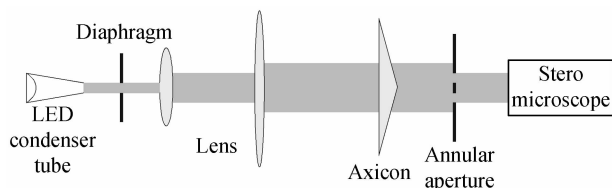


图 5 实验光路图

Fig. 5 Experimental diagram of optical path

经过环形孔径后的光束通过体视显微镜观察并用照相机拍摄的光场分布图如图 6. 从图 6 可以看到,当未放置环形孔径时,在轴棱锥后面的无衍射区域内形成了部分相干的无衍射 Bessel 光束. 在  $z=100$  mm 处放置环形孔径后,只有一部分光束能透过环形孔径,透过环形孔径的光束形成了两个分别向内和向外传播的环状光束. 内环光束在  $z=110$  mm 处叠加,形成中心亮点后向外扩散并在  $z=130$  mm 处出现中心空洞,随着传播距离的变大,中空区域变大. 并且在  $z=155$  mm

处两个环状光束重合在了一起.

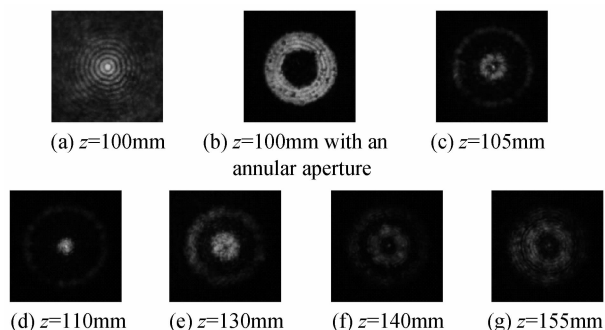


图 6 实验测得不同距离处的光强分布

Fig. 6 Light intensity distribution of different positions by experimenting

### 4 结论

本文利用一颗绿光 LED 产生部分相干无衍射 Bessel 光束,并研究了其通过环形孔径的传播特性. 利用高斯谢尔模型和交叉谱密度理论得出了部分相干 Bessel 光束通过环形孔径后的光场,并通过 Mathcad 模拟了轴棱锥后不同横截面处的光斑图,发现部分相干 Bessel 光束通过环形孔径一定距离后产生空心光束. 实验利用绿光 LED 光源产生部分相干 Bessel 光束,观察并记录了其在通过环形孔径后的传播特性,实验结果与模拟结果吻合较好. 研究结果对部分相干 Bessel 光束的应用和光学系统的设计具有一定的参考价值.

#### 参考文献

- [1] DURIN J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. the scalar theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, **4**(4):654.
- [2] LEAKE K D, HAWKINS A R, Schmidt H. All-optical particle trap using orthogonally intersecting beams[J]. *Photon Research*, 2013, **1**(1): 47-51.
- [3] CHEN J, NG J, LIN Z, et al. Optical pulling force[J]. *Nature Photonics*, 2011, **5**(9):531-534.
- [4] CEDRIC B, BRANISLAV G, CHNISTOPH M, et al. Extended focus high-speed swept source OCT with self-reconstructive illumination [J]. *Optics Express*, 2011, **19**(13): 12141-12155.
- [5] FLORIAN O, VASILY G, KEVIN A, et al. Self-reconstructing sectioned Bessel beams offer submicron optical sectioning for large fields of view in light-sheet microscopy[J]. *Optics Express*, 2013, **21**(9): 11425-11440.
- [6] SUN Chuan, HE Xi, LIN Bing-fu, et al. Effect of the light source coherence on the maximum diffraction-free distance of the Bessel beam[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(2): 0208001.
- [7] 孙川,何西,林炳福,等. 光源相干度对 Bessel 光最大无衍射距离的影响[J]. *光子学报*, 2015, **44**(2):0208001.
- [8] 吕百达. 激光光学: 光束描述、传输变换与光腔技术物理 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2003:199.
- [8] LOPEZMARISCAL C, GUTIERREZVEGA J C. Observation of optical guiding using thermal light[J]. *Journal of Optics*, 2010, **12**(7): 075702.

- [9] JI Xiao-Ling, LÜ Bai-Da. Effect of turbulence on the spectral shift of partially coherent light[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2005, **32**(4): 506-510.  
季小玲, 吕百达. 湍流对部分相干光光谱移动的影响[J]. 中国激光, 2005, **32**(4): 506-510.
- [10] PU J, DONG M, WANG T. Generation of adjustable partially coherent bottle beams by use of an axicon-lens system[J]. *Applied Optics*, 2006, **45**(29): 7553-7556.
- [11] JIANG Yue-song, ZHANG Xin-gang, WANG Shuai-hui, *et al.* Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(1): 7-12.  
江月松, 张新岗, 王帅会, 等. 部分相干贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫湍流中的传输特性[J]. 光子学报, 2014, **43**(1): 7-12.
- [12] KE Xi-zheng, HAN Mei-miao, WANG Ming-jun. Spreading and wander of partially coherent beam through atmospheric turbulence in a slanted path[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(3): 0306001.  
柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中斜程传输路径上的展宽与漂移[J]. 光子学报, 2015, **44**(3): 0306001.
- [13] LIU D, WANG Y, YIN H. Evolution properties of partially coherent flat-topped vortex hollow beam in oceanic turbulence[J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(35): 10510-10516.
- [14] XIE Xiao-xia, JI Jia-wei, WANG Shuo-chen, *et al.* The focusing characteristics of Mathieu beam propagating through axicon[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(2): 226002.  
谢晓霞, 纪佳位, 王硕琛, 等. 无衍射 Mathieu 光束经轴棱锥的聚焦特性[J]. 光子学报, 2016, **45**(2): 226002.
- [15] REN Xiang-gui, LV Bai-da. Evolution of phase singularities of higher-order Bessel beam diffracted by aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(2): 259-263.  
任祥贵, 吕百达. 经光阑衍射的高阶贝塞尔光束位相奇点演化特性[J]. 光子学报, 2009, **38**(2): 259-263.
- [16] WANG Chao, JIANG Lun, DONG Ke-yan, *et al.* Far-field divergence for collimated Gaussian beam diffracted by a circular aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(11): 1105001.  
王超, 江伦, 董科研, 等. 准直圆孔衍射高斯光束远场发散度[J]. 光子学报, 2015, **44**(11): 1105001.
- [17] ZHU W, SHE W. Tightly focusing vector circular airy beam through a hard aperture[J]. *Optics Communications*, 2015, **334**(1): 303-307.
- [18] CHENG Zhi-ming, WU Feng-tie, FAN Dan-dan, *et al.* Non-diffraction bessel-like beam generated by green LED source[J]. *Scientia Sinica*, 2012, **42**(8): 805-811.  
程治明, 吴逢铁, 范丹丹, 等. 绿光 LED 产生无衍射 Bessel 光束[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2012, **42**(8): 805-811.
- [19] HE Xi, WU Feng-tie, LI Pan, *et al.* High order Bessel beams generated by using incoherent LED light source[J]. *Scientia Sinica*, 2014, **44**(7): 705-711.  
何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 非相干 LED 光源产生高阶 Bessel 光束[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2014, **44**(7): 705-711.
- [20] CHENG Zhi-ming, WU Feng-tie, FAN Dan-dan, *et al.* A precise method for analyzing Bessel-like beams generated by broadband waves[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, **52**(11): 87-90.
- [21] 玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙, 译. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2009: 466-469, 474-494.
- [22] ZHU Qing-zhi, SHEN Dong-hui, WU Feng-tie, *et al.* Effects of a partially coherent beam on periodic bottle beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, **65**(4): 044103.  
朱清智, 沈栋辉, 吴逢铁, 等. 部分相干光对周期性局域空心光束的影响[J]. 物理学报, 2016, **65**(4): 044103.
- [23] MA G, ZENG G, ZHAO B. Arago-Poisson diffraction spot observed in the shadow area of an axicon lens[J]. *Journal of Optics*, 2015, **44**(4): 1-6.